

КАЗАНСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. А.Н. ТУПОЛЕВА - КАИ

На правах рукописи

Лернер Илья Михайлович

**МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ  
РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ В  
ЧАСТОТНО-СЕЛЕКТИВНЫХ КАНАЛАХ СВЯЗИ С  
МЕЖСИМВОЛЬНЫМИ ИСКАЖЕНИЯМИ**

Специальности: 2.2.13. Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения;  
2.2.15. Системы, сети и устройства телекоммуникаций

Диссертация на соискание ученой степени  
доктора технических наук

Научные консультанты:

Ильин Герман Иванович,  
заслуж. деят. науки РФ, д.т.н., проф.

Файзуллин Рашид Робертович  
д.т.н., доцент

Казань – 2023

## О Г Л А В Л Е Н И Е

<i>ВВЕДЕНИЕ</i> .....	7
<i>ГЛАВА 1. АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ПОДХОДОВ К ПОВЫШЕНИЮ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ФАЗОВЫХ РСПИ ППИ В ЧАСТОТНО-СЕЛЕКТИВНЫХ КАНАЛАХ СВЯЗИ</i> .....	26
1.1 К вопросу выбора научной проблемы и темы научного исследования.....	26
1.2 Обзор основных способов передачи информации, применяемых в РСПИ ППИ в каналах связи с межсимвольными искажениями.....	32
1.3 Требования, предъявляемые при разработке математической модели информационного канала фазовой РСПИ ППИ, работающей в частотно-селективных каналах связи и использующей теорию разрешающего времени	66
1.3.1 Основные положения.....	66
1.3.2 Нелинейные искажения и их компенсация для обеспечения линейности частотно-селективного канала связи.....	70
1.3.3 Требования к математической модели частотно-селективного канала связи в рамках теории разрешающего времени для ионосферного канала связи.....	74
1.3.4 Заключительные положения.....	89
1.4 Обзор основных методов оценки пропускной способности РСПИ в каналах с МСИ при последовательной передаче информации.....	93
1.5 Обзор исследований и методов для анализа переходных процессов в линейных системах с сосредоточенными параметрами.....	101
1.6 Обзор исследований, посвященных переходным процессам, вызванным скачком фазы и амплитуды гармонического колебания.....	115
ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1.....	118
<i>ГЛАВА 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ И СИСТЕМНЫХ СВОЙСТВ И ЯВЛЕНИЙ, ПОЗВОЛЯЮЩИХ ПОВЫСИТЬ ПРОПУСКНУЮ СПОСОБНОСТЬ ФАЗОВЫХ РСПИ ППИ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В УЗКОПОЛОСНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ИЗБИРАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ</i> .....	121

2.1	Постановка задачи при анализе переходного процесса, вызванного скачком фазы гармонического колебания на входе УЛС.....	122
2.2	Переходной процесс, вызванный скачком фазы гармонического колебания на входе настроенного резонансного фильтра.....	124
2.3	Переходной процесс, вызванный скачком фазы гармонического колебания на входе настроенного ПФ $k$ – типа.....	134
2.4	Постановка задачи при анализе переходного процесса на выходе УЛС, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания, при наличии и отсутствии расстройки по частоте.....	141
2.5	Анализ переходного процесса, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания на входе УЛС, в том числе при расстройке по частоте. Определение обобщенных свойств, позволяющих повысить пропускную способность фазовых РСПИ ППИ.....	145
	ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2.....	177
	<i>ГЛАВА 3. ТЕОРИЯ РАЗРЕШАЮЩЕГО ВРЕМЕНИ ДЛЯ ФАЗОВЫХ РСПИ ППИ, РАБОТАЮЩИХ В ЧСКС С МСИ. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИНФОРМАЦИОННОГО КАНАЛА СВЯЗИ. НОВЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ.....</i>	<i>180</i>
3.1	Математическая модель канала связи с памятью, функционирующего на основе теории разрешающего времени и использующего многопозиционные фазоманипулированные сигналы.....	181
3.2	Математическая модель канала связи с памятью, функционирующего на основе теории разрешающего времени и использующего многопозиционные амплитудно-фазоманипулированные сигналы.....	197
3.3	Оценка пропускной способности канала связи с памятью, функционирующего на основе теории разрешающего времени.....	204
	ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 3.....	207
	<i>ГЛАВА 4. ТЕОРИЯ РАЗРЕШАЮЩЕГО ВРЕМЕНИ ДЛЯ ФАЗОВЫХ РСПИ ППИ, РАБОТАЮЩИХ В ЧСКС С МСИ. МЕТОДЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПРОПУСКНОЙ</i>	

<i>СПОСОБНОСТИ И РАЗРЕШАЮЩЕГО ВРЕМЕНИ И АЛГОРИТМЫ РЕАЛИЗАЦИИ</i> .....	209
4.1 Аналитическая оценка потенциальной пропускной способности канала с памятью с комплексной частотной характеристикой резонансного фильтра при использовании ФМн- <i>n</i> -сигнала, полученная с использованием теории разрешающего времени .....	210
4.2 Аналитический метод оценки потенциальной пропускной способности канала связи с ФМн- <i>n</i> -сигналами, функционирующего на базе теории разрешающего времени, при отсутствии расстройки по частоте и ограничений со стороны пороговой подсистемы шумоподавления.....	239
4.3 Аналитический метод оценки пропускной способности канала связи с АФМн- <i>N</i> -сигналами, функционирующего на базе теории разрешающего времени, при отсутствии расстройки по частоте.....	268
4.4 Аналитический метод оценки влияния амплитуды принимаемого ФМн- <i>n</i> -сигнала на оценку разрешающего времени и пропускной способности частотно-селективного канала связи при отсутствии расстройки по частоте.....	303
В данном разделе представлен аналитический метод оценки.....	303
4.5 Численный метод оценки пропускной способности канала связи с АФМн- <i>N</i> - и ФМн- <i>n</i> -сигналами, функционирующего на базе теории разрешающего времени при наличии дестабилизирующих факторов.....	306
4.6 Апробация методов оценки пропускной способности.....	328
4.6.1 Результаты апробации методов оценки пропускной способности для ФМн- <i>n</i> -сигналов.....	332
4.6.2 Результаты апробации методов оценки пропускной способности для АФМн- <i>N</i> -сигналов.....	343
ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 4 .....	349
<i>ГЛАВА 5. ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РЕАЛИЗАЦИИ ТЕОРИИ РАЗРЕШАЮЩЕГО ВРЕМЕНИ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ФАЗОВЫХ РСПИ ППИ В ЧАСТОТНО-СЕЛЕКТИВНЫХ КАНАЛАХ СВЯЗИ</i> .....	354

5.1 Оценка времени выполнения разработанных алгоритмов ТРВ на одно сигнальное созвездие.....	355
5.2 Базовая структурная схема фазовой РСПИ ППИ на базе теории разрешающего времени и алгоритм её работы.....	362
5.3 Пример построения фазовой РСПИ ППИ, реализующей теорию разрешающего времени, для парциального 3 кГц ионосферного декаметрового ЧСКС и оценки её основных характеристик.....	370
5.3.1 Функциональная схема фазовой РСПИ ППИ, реализующей теорию разрешающего времени, для парциального 3 кГц декаметрового ионосферного ЧСКС.....	370
5.3.2 Оценка основных характеристик разработанной РСПИ ППИ на базе теории разрешающего времени для ионосферного декаметрового 3кГц ЧСКС при использовании ФМн-4-сигнала.....	392
5.4 Метод оценки помехоустойчивости фазовой РСПИ ППИ, построенной на базе теории разрешающего времени и использующей АФМн- <i>N</i> -сигналы, в декаметровых среднеширотных каналах связи.....	406
5.5 Инженерные методы анализа эффективности, их программная реализация и результаты исследования практических возможностей фазовых РСПИ ППИ, построенных на базе теории разрешающего времени.....	407
ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 5.....	416
<i>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</i> .....	419
<i>СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ</i> .....	423
<i>ЛИТЕРАТУРА</i> .....	431
<i>ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Дополнительные меры по оптимизации аналитических методов оценки пропускной способности.....</i>	475
<i>ПРИЛОЖЕНИЕ 2. К апробации методов оценки пропускной способности канала связи с ФМн-<i>N</i>-сигналами.....</i>	488
<i>ПРИЛОЖЕНИЕ 3. К апробации методов оценки пропускной способности канала связи с АФМн-<i>N</i>-сигналами .....</i>	517

<i>ПРИЛОЖЕНИЕ 4. Исследование практических возможностей по повышению пропускной способности фазовых РСПИ ППИ с помощью теории разрешающего времени.</i> .....	537
П4.1 Исследование стабильности «окон прозрачности» и граничной длительности символа для ФМн- <i>n</i> - и АФМн- <i>N</i> -сигналов при наличии расстройки частоты и вариациях уровня ошибок измерений .....	539
П4.2 Исследование возможностей по повышению пропускной способности РСПИ ППИ на базе теории разрешающего времени.....	561
П4.2.1 Виды оценок пропускной способности, используемых для исследования возможностей фазовых РСПИ ППИ на базе теории разрешающего времени, и условий их достижения.....	562
П4.2.2 Исследование возможностей по повышению пропускной способности РСПИ ППИ с ФМн- <i>n</i> -сигналом на базе теории разрешающего времени.....	565
П4.2.3 Исследование возможностей по повышению пропускной способности РСПИ ППИ с АФМн- <i>N</i> -сигналом на базе теории разрешающего времени .....	587
П4.3. Оценка времени выполнения разработанных алгоритмов оценки разрешающего времени и пропускной способности в среде моделирования Matlab на одно сигнальное созвездие.....	609
<i>ПРИЛОЖЕНИЕ 5. Свидетельства на программы ЭВМ, патенты и их краткое описание</i> .....	629
<i>ПРИЛОЖЕНИЕ 6. Акты внедрения и использования результатов диссертационной работы</i> .....	651

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы.** Проблема повышения пропускной способности систем передачи информации является одной из главных проблем радиотехники и теории связи на всем протяжении истории их существования. Её решение на разных этапах развития предметных областей знаний всегда связана с созданием новых, более точных, адекватных математических моделей, позволяющих реально оценить пропускную способность каналов связи с учётом воздействия неблагоприятных факторов, и достичь её за счёт разработки новых методов обработки сигналов. Впервые постановка данной проблемы и её решение было представлено R. Hartley (1928 г). На современном этапе развития систем передачи информации решение указанной проблемы напрямую связано с необходимостью обеспечения устойчивой работы системы связи в условиях наличия межсимвольных искажений (МСИ), обусловленных частотной селективностью канала связи.

Для работы в таких каналах применяются два основных класса построения радиотехнических систем передачи информации (РСПИ): 1) РСПИ с параллельной передачей информации (РСПИ ПарПИ), реализующие технологии мультиплексирования с ортогональным частотным разделением каналов (англ. OFDM) и/или с пространственно-временным кодированием (англ. MIMO); 2) РСПИ с последовательной передачей информации (РСПИ ППИ), которые производят съём информации о канальном символе в условиях МСИ, в т.ч. при скоростях модуляции выше скорости Найквиста (VCH).

Несмотря на широкую распространённость РСПИ ПарПИ для высокоскоростной передачи информации, к их недостаткам, в сравнении с РСПИ ППИ, можно отнести: большие значения пик-фактора (до 10 дБ); меньшую помехоустойчивость при одинаковой информационной скорости; низкую эффективность (проигрыш по помехоустойчивости от 3 до 10 дБ) в каналах связи с высокой селективностью замираний, в том числе в условиях, когда характер

замирания отдельных сигнальных лучей частотно-селективного канала (ЧСКС) является взаимно коррелированным.

Указанные выше недостатки приводят к тому, что даже в используемых на данный момент стандартах широкополосного доступа, до сих пор используется последовательная передача информации (SC-FDMA в восходящем потоке стандарта LTE; 802.11 ad), также, как и в ионосферных каналах связи (стандарт MIL-STD-188-110B, MIL-STD-188-110D, STANAG-4539). Использование технологии MIMO также не лишено недостатков, что не позволяет преодолеть рубеж в 4 - 4,5 бит/Гц·с даже в условиях достаточно высокого отношения сигнал/шум (ОСШ) (например, 20 дБ) и большом числе элементов в антенной решетке. Это является следствием неидеальности оборудования: взаимного влияния соседних антенн и искажений, вносимых оборудованием базовой станции.

Перспективность развития РСПИ ППИ также отмечается в работах ведущих ученых в области теории связи и информации S. Shamai, Д.Д. Кловского, Б.И. Николаева. В частности, в данных работах доказывается их высокая спектральная эффективность<sup>1</sup>, даже в сравнении с системами с OFDM.

Из вышеизложенного становится ясно, что актуальной научной проблемой является создание новых математических моделей РСПИ ППИ, работающих в частотно-селективном канале связи (ЧСКС) при наличии МСИ, и методов их моделирования, обеспечивающие: а) оценку системных характеристик РСПИ ППИ при наличии неблагоприятных факторов; б) создание новых методов обработки сигналов, позволяющих повысить их удельную пропускную способность. Из-за широкой распространенности РСПИ ППИ с АФМн- $N$ - и ФМн- $n$ -сигналами решение данной проблемы необходимо производить именно для них.

**Степень научной разработанности темы.** При оценке степени разработанности указанной научной проблемы, будем использовать следующую классификацию методов приема сигналов в РСПИ ППИ в ЧСКС при наличии МСИ:

---

<sup>1</sup> Это косвенно свидетельствует о их большей удельной пропускной способности, которая приходится на единицу полосы пропускания

*1-я форма реализации.* Вынесение решения о значении принимаемого символа производится в виде выбора комплексной амплитуды сигнального созвездия (СС), которая в наименьшей степени отличается от измеряемой в момент её оценки на выходе канала связи. Достоверность решения достигается за счёт оценки и выбора минимальной длительности символа (ДС) (т.н. «разрешающего времени»), при которой может быть решена задача о различении сигналов в условиях МСИ при наличии неблагоприятных факторов.

Её достоинствами являются: простота правила оценки символа; малая вычислительная сложность, поскольку приемник является линейным по отношению к оптимальным методам; отсутствие недостатков, присущих каналному выравниванию, обусловленных необходимостью решения некорректной задачи; возможность реализации передачи сигналов через ЧСКС со скоростью близкой к скорости Найквиста и ВСН. Это, в частности, следует из результатов, полученных проф. Г.И. Ильиным и проф. Ю.Е. Польским для оптоэлектронных информационно-измерительных систем с сигналами с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ-сигналы).

1-я форма реализации для РСПИ ППИ ранее не была получена, что требует проведения *соответствующего исследования.*

*2-я форма реализации.* Передача информации производится канальными символами с контролируемой МСИ со скоростью близкой к скорости Найквиста. Оценка символов осуществляется двумя классами методов: 1-й класс реализует минимизацию ошибки при приеме сообщения или символа, и включает два подкласса (1-й подкласс – реализует правило максимума апостериорной вероятности (МAB); 2-й подкласс – реализует правило максимального правдоподобия (МП), обеспечивая наименьшую вероятность ошибки при приеме всей информационной последовательности в целом); 2-й класс методов реализует канальное выравнивание (эквализацию).

Впервые алгоритм МAB для МСИ был реализован Д.Д. Кловским. Алгоритм учитывал решение по предыдущим символам, а интервал анализа составлял ДС;

его недостаток – низкая помехоустойчивость. Обобщение этого алгоритма произведено Д.Д. Кловским и Б.И. Николаевым, он получил название алгоритма приема в целом с поэлементным принятием решения (ПЦППР). ПЦППР для повышения помехоустойчивости использует увеличение интервала анализа до величины, равной и даже превышающей память канала (ПК). Недостаток – рост вычислительной сложности по показательному закону при увеличении интервала анализа. Дальнейшее его развитие получено В.Г. Карташевским для стохастических пространственно-временных радиоканалов. Попытки снижения вычислительной сложности были предприняты Д.В. Мишиным и Е.О. Хабаровым. Д.В. Мишиным получен оптимизированный алгоритм для бинарного алфавита, а Е.О. Хабаровым предложен гибридный алгоритм с предварительным выравниванием канала и последующим использованием элементов ПЦППР. При детальном изучении результатов, полученных Е.О. Хабаровым, возникают вопросы, связанные с поведением алгоритма в радиоканалах, у которых имеются спектральные нули у амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) канала связи или их диапазоны, а вариация АЧХ канала составляет не менее 10 - 15 дБ (Свойство 1\*) относительно её наибольшего уровня.

Методы, отличные от ПЦППР, были предложены и проанализированы R.W. Chang, J.C. Hancock, K. Abend, B.D. Fritchman, G. Ungerboeck. Их недостаток – высокая вычислительная сложность при большом числе символов ПК.

Реализация правила МП при МСИ достигается за счёт алгоритма Витерби (АВ) и его модификаций (алгоритм, реализующий фиксированную задержку по решению (АФЗР) и пороговый алгоритм (ПА), построенный на основе вычисления метрик с последующим отсечением малозначимых гипотез). Впервые применение АВ для приема сигналов с МСИ показано J. K. Omura и H. Kobayashi, а практическая реализация – G.D. Forney. Создание модификации АВ без предварительной процедуры обеления шума для бинарного алфавита получено G. Ungerboeck и L. K. Mackechnie, а обобщение – A. J. Viterbi и J. K. Omura., В.И. Коржиком. Недостаток АВ заключается в росте объема вычисляемых метрик по

показательному закону при увеличении канального алфавита (КА) и ПК. Это важно, поскольку для вынесения решения необходимо сохранить конкурирующие информационные последовательности (КИП), чей размер как минимум в 5 раз больше, чем ПК.

Последней работой, в которой проведен всесторонний анализ АВ и его модификаций при приеме сигналов с МСИ, является работа А.Е. Мордвинова (2008 г.). В ней показано, что у АФЗР при значительном уменьшении числа символов в анализируемых КИП, наблюдается значительный проигрыш по помехоустойчивости. Недостаток ПА – значительное увеличение объема требуемой памяти устройства (от 5 до 60 раз при вероятности ошибки на символ  $10^{-3}$  для двоичного и четвертичного алфавита) по сравнению с АВ. Также А.Е. Мординов показал, что у АВ и его модификации имеется высокая зависимость по помехоустойчивости от погрешностей восстановления фазы несущего колебания, ошибок символьной синхронизации, и от линейных искажений в избирательных цепях радиотракта приемника.

В зависимости от алгоритма, используемого для канального выравнивания различают следующие типы эквалайзеров: 1) линейные эквалайзеры (ЛЭ); 2) дробные эквалайзеры (ДЭ) 3) эквалайзеры с обратной связью по решению (ЭОСР); 4) решетчатые эквалайзеры (РЭ).

Исторически первыми были ЛЭ. Алгоритм настройки его коэффициентов по критерию минимизации пикового искажения предложен R.W. Lucky, а по минимуму СКО, вносимой МСИ – В. Widrow. Оценки вероятности ошибки на символ для ЛЭ получены S.U.H. Qureshi, E.E. Newhall, J.G. Proakis, J. Miller, B.R. Saltzberg, R. Lugannani, O. C. Shimbo, M. Celebiler, E.Y. Ho, Y.S. Yeh, F.E. Glave, K. Yao, R.M. Tobin. Впервые алгоритм для настройки коэффициентов ЛЭ по минимуму СКО за счёт тренирующей последовательности предложен В. Widrow и М. Hoff в форме метода наименьших квадратов (МНК), для комплексных сигналов он был проанализирован J.G. Proakis и J. Miller. Недостатки ЛЭ: а) в большинстве случаев отсутствие возможности их применения в

радиоканалах<sup>1</sup> из-за необходимости обращения матрицы канала, что приводит к необходимости решения некорректной задачи, решение которой широко используемыми методами регуляризации также не обеспечивает необходимого результата; б) высокая чувствительность к шагу дискретизации входного сигнала; в) невозможность адаптации его коэффициентов при быстрых изменениях параметров канала, что свойственно ионосферным КВ-каналам связи.

Преодоление некоторых недостатков ЛЭ реализовано в ДЭ. Анализ его свойств, проведенный G. Ungerboeck, S.U.H. Qureshi, G.D. Forney, R.D. Gitling, S.B. Weinstein, выявил недостатки ДЭ: 1) при скоростях ВСН нарушается единственность решения по оценке коэффициентов эквалайзера; 2) снижение эффективности при выполнении Свойства 1\*; 3) большая вычислительная сложность и уровень собственных шумов по сравнению с ЛЭ.

Снижение влияния формы АЧХ канала на помехоустойчивость в ряде случаев обеспечивает ЭОСР, у них отсутствует чувствительность к ошибкам квантования сигнала и параметрам эквалайзера. ЭОСР разработан M.E. Austin, исследован D.A. George, R.R. Bowen, J.R. Storey, P. Monsen, J. Salz, R. Price, J.G. Proakis. Его основные недостатки: 1) размножение ошибок; 2) возрастание СКО МСИ при увеличении КА; 3) при скоростях модуляции ВСН происходит резкое возрастание СКО МСИ, особенно при выполнении Свойства 1\*, в результате существенно снижается помехоустойчивость; 4) невозможность работы с символьной скоростью равной или близкой к пропускной способности канала.

Исследования, направленные на повышение скорости МНК для настройки ЭОСР в быстро изменяемых во времени каналах, произведены D.N. Godard. Его результат – рекуррентный алгоритм МНК (РМНК). Особенности его реализации исследованы В. Picinbono, а детальный анализ РМНК проведен G.J. Bierman, F.M. Hsu, A.A. Giordano, H.E. de Pedro, J.G. Proakis, E.H. Satorius, J.D.Pack. Он показал следующие недостатки РМНК: а) высокую чувствительность к ошибкам

---

<sup>1</sup>Радиоканал, в общем случае, характеризуется а) большим диапазоном изменения амплитуд (>15 дБ) у амплитудно-частотной характеристики (АЧХ); б) наличием у АЧХ спектральных нулей или их диапазонов.

округления, накапливающихся при рекуррентных операциях, результатом чего является нестабильность его работы, б) число вычислительных операций, необходимых для определения коэффициентов, пропорционально квадрату их числа. Попытки преодоления 2-го недостатка осуществлены D.D. Falconer, L. Ljung, T. L. Lim, M. S. Mueller, но они не дали положительных результатов при сильных МСИ (при скоростях близких к скорости Найквиста или ВСН). Исследования, направленные на преодоление 1-го недостатка, осуществлены G.J. Bierman, N.A. Carlson, A. Andrews, W.M.Gentleman, а практическая реализация получена F.M. Hsu.

Дальнейшее развитие адаптивной настройки коэффициентов эквалайзера связано с созданием рекуррентного лестничного МНК (РЛМНК) и РЭ, а также алгоритмов, обеспечивающих слепое выравнивание канала.

Создание основ по РЛМНК осуществлено M. Morf и развито J. Makhoul, E.H. Satorius, S.T. Alexander, E.H.Satorius, J.D. Pack, F.Ling, J.G. Proakis. Основными недостатками РЭ, согласно работам J. Makhoul, E.H. Satorius, J.D. Pack, J. E. Cilliers, L.P. Linde, F. Ling, J.G. Proakis, являются: 1) увеличение вычислительной сложности в 4,5 раза при определении коэффициентов по сравнению с ЭОСР. 2) РЛМНК с прямоугольным окном обладает неустойчивостью.

Алгоритмы слепого выравнивания канала подразделяются на следующие классы: 1) алгоритмы, основанные на стохастическом градиентном методе адаптации коэффициентов эквалайзера; рассмотрены в работах Y.Sato, D.N.Godard, A.Benveniste, M. Goursat, G.J.Foschini, G.Picci, G.Prati, O.Shalvi, E.Weinstein. Основной недостаток – проигрыш по скорости методам, основанным на тренирующей последовательности (ТП), и требование достоверных начальных условий; 2) алгоритмы, основанные на анализе статистик принимаемого сигнала выше первого порядка, рассмотрены в работах Ch.L. Nikias, M.R. Raghuvеer, D. Natzinakos, O.B. Горячкина. Недостатки: большой объем требуемых данных для их реализации, высокая вычислительная сложность, проигрыш методам, работающим по ТП; 3) алгоритмы, основанные на правиле МП, рассмотрены

N. Seshardi, E. Zervas, J.G. Proakis, R. Raheli. Основной недостаток – высокая вычислительная сложность и/или высокие требования к требуемому объему памяти у вычислителя такие же, как у АВ.

*3-я форма реализации.* Данная форма основывается на применении корреляционных методов обработки с возможным их совмещением с эквализацией, что обеспечивает передачу при скорости модуляции ВСН. Реализация рассмотрена в работах Е.О. Хабарова, A.D. Liveris, F. Rusek, J.B. Anderson, N. Seshadri, C.K. Wang. Но только Е.О. Хабаров рассматривает РСПИ ППИ, где используются КАМ и ФМн-*n*-сигналы. Для реализации скоростей ВСН им был представлен гибридный метод приема сигналов, совмещающий идеи ПЦППР и канального выравнивания. Демонстрация его возможностей была проведена для КАМ-64 в стандартном тональном канале связи (СТКС), чьи характеристики не соответствуют Свойству 1\*, а передача сигнала осуществлялась на средней частоте СТКС, то есть при отсутствии расстройки по частоте.

**Объект исследования** фазовые РСПИ ППИ, функционирующие в ЧСКС, при МСИ.

**Предмет исследования.** Модели реальных составных ЧСКС, в которых функционируют современные фазовые РСПИ ППИ с адаптивным управлением режимами работы при наличии МСИ, их свойства и явления, позволяющие повысить их удельную пропускную способность при использовании линейного приемника, методы её оценки.

**Цель исследования.** Повышение удельной пропускной способности радиотехнических систем с последовательной передачей информации многопозиционными амплитудно-фазоманипулированными и фазоманипулированными сигналами<sup>1</sup> в частотно-селективных каналах связи при наличии МСИ.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

---

<sup>1</sup>Далее РСПИ ППИ с АФМн-*N*- и ФМн-*n*-сигналами для краткости назовем фазовыми РСПИ ППИ

1. Провести ретроспективный анализ по соответствующим областям: теории приема сигналов фазовыми РСПИ ППИ в непрерывных частотно-селективных каналах связи и методов оценки их пропускной способности, по переходным процессам в полосовых фильтрах, описывающих их частотно-селективные свойства в течении периода квазистационарности. Результатом анализа должно стать: а) определение класса методов приема и обработки сигналов ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ - сигналов в ЧСКС, позволяющих повысить удельную пропускную способность фазовых РСПИ ППИ; б) формирование требований к новому подходу к оценке пропускной способности РСПИ ППИ и к разработке новых адекватных математических моделей ЧСКС, позволяющих осуществлять адаптивное управление режимами её работы; в) определение метода анализа переходного процесса для ЧСКС и формирование критериев его развития для определения новых общих свойств и явлений, позволяющих повысить удельную пропускную способность фазовых РСПИ ППИ.

2. Создание теории разрешающего времени (ТРВ) для фазовых РСПИ ППИ с линейным приемником и адаптивным управлением режимами их работы, путем развития идей ТРВ для информационно измерительных систем, что необходимо для оценки их пропускной способности в ЧСКС и определения возможностей по её повышению по сравнению с существующими подходами.

Для этого требуется:

2.1) Развить метод медленно меняющихся амплитуд (ММА) для анализа переходного процесса, вызванного скачком амплитуды и/или фазы гармонического колебания в узкополосных линейных системах (УЛС), который должен учитывать: а) значения скачка фазы в широком диапазоне значений и изменение мгновенной фазы (МФ) выходного процесса по четвертям комплексной плоскости; б) постоянный фазовый сдвиг от УЛС. С его помощью определить новые физические и системные свойства и явления, учёт которых должен позволить повысить пропускную способность фазовых РСПИ ППИ в ЧСКС.

2.2) Развить идеи ТРВ для информационно-измерительных систем применительно к фазовым РСПИ ППИ. Это требует:

а) разработки *новых адекватных математических моделей* для каждого из типов сигналов (ФМн-п- и АФМн-Н-сигналов) для информационных ЧСКС на основе нового системного параметра «разрешающее время», которые должны

• *учитывать:*

- смещение частоты, обусловленное в т.ч. эффектом Доплера из-за движения среды распространения;

- вызванный малым доплеровским расширением спектра набег фазы, чье значение существенно меньше наименьшего скачка фазы, обусловленного передачей канального символа;

- ошибки измерений, в т.ч. обусловленные аддитивным гауссовским шумом;

- для многопозиционного фазоманипулированного сигнала – ограничение по наименьшей амплитуде принимаемого сигнала в момент съема информации о символе;

• *использовать* новый системный параметр - *разрешающее время* (РВ)

• *обеспечивать* оценку пропускной способности при использовании линейного приемника и заданной конфигурации сигнального созвездия при воздействии дестабилизирующих факторов.

б) разработки *новых методов определения пропускной способности и исследование свойств реализующих их алгоритмов* на основе оценки разрешающего времени для новых моделей ЧСКС, в том числе при больших значениях памяти канала и объема канального алфавита, которые должны обеспечить:

• низкую вычислительную сложность алгоритмов оценки пропускной способности и высокую точность,

• возможность выполнения алгоритмов в реальном-масштабе времени для обеспечения адаптивного управления работой РСПИ ППИ с линейным приемником в информационном канале;

в) *исследование* с помощью разрабатываемых методов оценки пропускной способности возможностей по повышению пропускной способности фазовых РСПИ ППИ с линейным приемником в ЧСКС с сильными МСИ, в том числе при наличии затухающих колебаний в процессе установления информативных параметров, за счёт применения новых системных и физических свойств и явлений. Разработка соответствующего инженерного ПО;

3) Разработка базовой структуры фазовой РСПИ ППИ для ЧСКС с адаптивным управлением режимами её работы за счёт разработанных алгоритмов. Синтез функциональной схемы фазовой РСПИ ППИ с линейным приемником на базе ТРВ для 3 кГц ЧСКС КВ-диапазона, как наиболее типичного ЧСКС с МСИ. Оценка основных технических характеристик такой системы (пропускной способности, помехоустойчивости) и их сравнение с характеристиками существующих стандартов связи для данного частотного диапазона.

**Научная проблема:** Теоретическое обоснование и разработка новых методов обработки ФМн-п- и АФМн-Н- сигналов на базе адаптивного управления режимами работы РСПИ ППИ, функционирующих в ЧСКС при МСИ, с целью повышения их пропускной способности.

**Научная новизна полученных результатов:**

1. Развѣт ММА, позволяющий определить новые физические и системные свойства и явления, связанные с поведением информативных параметров переходного процесса на выходе УЛС, вызванных скачком амплитуды и/или фазы гармонического колебания, использование которых позволяет повысить пропускную способность фазовых РСПИ ППИ, работающих в ЧСКС при МСИ. Это было достигнуто за счёт новых математических выражений и математических доказательств, описывающих данный тип переходного процесса *отличающихся от существующих* учётом значений скачка фазы в широком диапазоне значений, изменения МФ переходного процесса по четвертям комплексной плоскости, и постоянного фазового сдвига, вносимого УЛС.

2. Создана ТРВ для фазовых РСПИ ППИ с линейным приемником. Её *отличительными свойствами* от существующих являются: 1) введение нового системного параметра – РВ; 2) создание новых адекватных математических моделей на базе РВ для фазовых РСПИ ППИ с линейным приемником, функционирующих в ЧСКС при наличии МСИ, которые учитывают: а) расстройку по частоте, обусловленную неточностью настройки передатчика и/или доплеровским сдвигом по частоте из-за движения среды распространения; б) набег фазы, обусловленного малыми значениями доплеровского расширения спектра, т.е. набег фазы на один символ существенно меньше наименьшее скачка фазы при передаче символа; в) ошибки измерений информативных параметров, вносимых приемником, в том числе аддитивным белым гауссовским шумом; г) ошибки восстановления начальной фазы несущего колебания; д) влияние пороговой подсистемы шумоподавления на работу решающего устройства при использовании ФМн-*n*-сигнала; 3) доказано правило выбора значения начальной фазы СС, обеспечивающее наибольшую помехоустойчивость и отсутствие постоянной ошибки на символ, вызванной МСИ; 4) новый подход к оценке пропускной способности на базе РВ для фазовых РСПИ ППИ; 5) получение оценки пропускной способности в замкнутой форме для ЧСКС с КЧХ резонансного фильтра (РФ) и ФМн-*n*-сигнала; 6) создание нестатистического метода оценки эффективной памяти ЧСКС для фазовой РСПИ ППИ; 7) создание для фазовой РСПИ ППИ аналитических методов оценки разрешающего времени и пропускной способности ЧСКС с симметричными КЧХ относительно частоты приема с низкой вычислительной сложностью, не зависящей от объема канального алфавита,  $O(\sim 2^G)$ , где  $G$  – эффективная память канала, синтез высокоскоростных алгоритмов и их реализаций с высокой параллельностью вычислений, исследование их свойств для дополнительного снижения вычислительной сложности; 8) создание высокоскоростного численного метода оценки разрешающего времени и пропускной способности при несимметричности КЧХ ЧСКС относительно частоты приема сигнала и алгоритма его реализации с высокой параллельностью

вычислений; 9) разработаны методы оценки помехоустойчивости РСПИ ППИ на базе ТРВ, отличающиеся от существующих тем, что используются точные предельные оценки наименьшего уровня сигнала на выходе ЧСКС, при которых возможен приём символов с заданной вероятностью ошибки; 10) выявлен новый режим работы фазовой РСПИ ППИ – режим «окон прозрачности» (ОП), возникающих из-за затухающих колебаний в процессе установления значения информативных параметров, обусловленных наличием нескольких собственных у ЧСКС.

3. Показано, что среднее время расчёта на ЭВМ (с производительностью FP64 – 212 ГФлопс/с) разрешающего времени и пропускной способности на одно СС с помощью алгоритмов на базе аналитических методов, реализованных в форме ПО в среде Matlab, для ФМн- $n$ -сигнала при  $n \in [4; 128]$  – 39,7 мс, а для АФМн- $N$ -сигнала при  $\sqrt{N} \in [4; 32]$  – 152,9 мс, а для численного метода – 1,65 с. Показано, что для численного метода обеспечивается постоянная вычислительная сложность. Показано, что усреднённая относительная погрешность оценки пропускной способности между аналитическим и численным методом для ФМн- $n$ -сигнала не превышает 0,5%. Относительная погрешность уменьшается с увеличением  $n$ ; для малых  $n$  она не превышает 2,08%, исключение  $n = 4$ , при котором эта величина, усредненная по различным УЛС – 2,7%, а её наибольшее значение не превышает 5,9%. Данные оценки при использовании АФМн- $N$ -сигнала имеют следующие значения: усреднённая относительная погрешность не превосходит 1,3% при  $\sqrt{N} \leq 10$  и уменьшается с увеличением  $N$ ; при малых  $N$  - не превосходит 5%.

4. На основе применения разработанных методов оценки РВ и пропускной способности для фазовых РСПИ ППИ были исследованы возможности повышения пропускной способности за счёт ОП. Результаты, полученные для ряда сложных ЧСКС, показали возможность повышения пропускной способности за счёт ОП в среднем на 1,2...1,9 раза по отношению к случаю, когда ОП не используются при заданной конфигурации СС. Исследование ОП произведено с помощью созданных инженерных методов анализа эффективности фазовых РСПИ ППИ: 1-й метод

реализует построение областей ОП и зависимостей граничного времени, определяющих РВ, на плоскости «длительность символа – расстройка по частоте», при заданной конфигурации СС и изменении уровня ошибок измерений; 2-й метод реализует построение нескольких типов оценок пропускной способности и конфигураций СС, необходимых для их реализации, при изменении КЧХ ЧСКС и варьировании значений расстройки по частоте, уровня ошибок измерений и значения пороговой амплитуды. Благодаря их использованию показана возможность достижения значений потенциальной удельной пропускной способности в 9 бит/ Гц\*с при использовании ФМн-4-сигнала в ЧСКС с КЧХ РФ; При существенных ограничениях, накладываемых на работу РСПИ ППИ, и передачи информации с помощью ФМн-4-сигнала на центральной частоте ЧСКС показано, что 1) удельная пропускная способность достигает значений от 2,07 до 2,799 бит/Гц\*с при изменении формы АЧХ ЧСКС канала, от максимально гладкой в полосе пропускания до значительных неравномерностей в полосе пропускания; 2) для ЧСКС канал связи с АЧХ, удовлетворяющей АЧХ СТКС показана возможность достижения 5,72 бит/Гц\*с при использовании АФМн-64-сигнала.

5. Разработаны: 1) обобщенная структурная схема фазовой РСПИ ППИ с адаптивным управлением режимами работы, реализующая принципы ТРВ; 2) функциональная схема фазовой РСПИ ППИ, реализующая принципы ТРВ, для парциального 3кГц ЧСКС КВ-диапазона, для которой определено среднее время оценки разрешающего времени и пропускной способности при использовании отечественных вычислительных универсальных платформ на базе Эльбруса, представлены рекомендации по их практическому использованию. Для РСПИ ППИ КВ-диапазона при конкретных условиях показан выигрыш по пропускной способности более чем на 25%, а по помехоустойчивости – не менее чем на 5,93 дБ при  $BER = 10^{-3}$  по сравнению с результатами, достигаемыми в стандарте STANAG 4539, при использовании ФМн-4-сигнала для ЧСКС с задержкой в 185 мкс между лучами одинаковой мощности и доплеровским расширением 0,5 Гц. Получены новые решения по аналогового-цифровой обработке сигналов.

**Теоретическая и практическая значимость.** *Теоретическая значимость работы* заключается в развитии метода ММА, выявлении с его помощью новых физических и системных свойств и явлений, которые позволяют повысить пропускную способность фазовых РСПИ ППИ при МСИ в ЧСКС, разработке для них новых математических моделей, аналитических и численных методов оценки пропускной способности на базе ТРВ, методов оценки их помехоустойчивости, в том числе при наличии малых доплеровских расширений частоты.

*Практическая значимость работы* заключается в том, что:

1. Разработаны алгоритмы реального масштаба времени, реализующие аналитические и численные методы оценки РВ и пропускной способности для фазовых РСПИ ППИ на базе ТРВ, функционирующих в ЧСКС, в т.ч. и при скоростях передачи информации ВСН.

2. Разработан нестатистический алгоритм оценки эффективной памяти ЧСКС для ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигналов.

3. Разработан алгоритм компенсации учёта ошибки определения начальной фазы СС в виде методической составляющей при определении РВ.

4. Создан пакет оригинальных программ и программных комплексов математического моделирования алгоритмов обработки сигналов, при широкой вариации системных параметров, как эффективное инструментальное средство для разработчиков современных РСПИ ППИ, позволяющий существенно уменьшить временные и финансовые издержки при проведении НИР и НИОКР по данной тематике.

5. Создан новый способ и устройство аналого-цифрового преобразования, необходимого для реализации приемника класса фазовой РСПИ ППИ на базе ТРВ, отличающийся от других решений наличием четырех каналов преобразований, переключение между которыми обеспечивается за счёт быстродействующего ключа или наличием двухтактного аналого-цифрового преобразования входного сигнала, что позволяет обеспечить как высокую скорость преобразования, так и широкий динамический диапазон.

6. Получена функциональная схема фазовой РСПИ ППИ с адаптивным управлением режимами работы для 3кГц ЧСКС КВ-диапазона, реализующая разработанные алгоритмы ТРВ.

**Реализация и внедрение результатов работы.** Основные результаты исследований использовались при выполнении гос. задания №8.5635.2017/БЧ, гранта РФФИ 18-37-00440, НИР по договору № 06-114-ц-Г 2018 с Академией наук РТ, при проведении НИР и НИЭР АО «НПО «Радиоэлектроника» им. В.И. Шимко», инициативных работ АО «Казанское приборостроительной конструкторское бюро» и в учебном процессе КНИТУ-КАИ при подготовке студентов по направлению подготовки 25.05.03 «Техническая эксплуатация транспортного радиоэлектронного оборудования», что подтверждено соответствующими актами (приложение 6).

**Методы исследования:** математический аппарат следующих теорий: множеств, математического анализа, функций комплексного переменного, обобщенных функций, оптимизации для функций многих переменных; методы: медленно меняющихся амплитуд и математической статистики; математическое моделирование в среде Matlab; апагогическое косвенное доказательство.

#### **Положения, выносимые на защиту**

1. Новые физические и системные свойства и явления, использование которых позволяет повысить пропускную способность фазовых РСПИ ППИ, работающих в ЧСКС при МСИ, что достигнуто с помощью развития метода медленно-меняющихся амплитуд для анализа поведением информативных параметров переходного процесса на выходе УЛС, вызванного скачком амплитуды и/или фазы гармонического колебания

2. ТРВ для фазовых РСПИ ППИ с линейным приемником, работающих в ЧСКС, при наличии МСИ, которая включает: новые адекватные математические модели каналов ЧСКС, построенные на базе нового системного параметра РВ, учитывающие дестабилизирующие параметры; новый подход к оценке пропускной способности на базе РВ для фазовых РСПИ ППИ; правило выбора значения

начальной фазы СС, обеспечивающее наибольшую помехоустойчивость и отсутствие постоянной ошибки на символ, вызванной МСИ, учёт влияния малых значений доплеровского расширения спектра; нестатистический метод оценки эффективной памяти ЧСКС для фазовой РСПИ ППИ; новые аналитические и численные методы оценки РВ и пропускной способности для фазовых РСПИ ППИ, алгоритмы их реализации, свойства позволяющие уменьшить их вычислительную сложность; оценку пропускной способности в замкнутой форме для ЧСКС с КЧХ резонансного фильтра. Оценка точности для разработанных методов определения пропускной способности. Методы оценки потенциальной помехоустойчивости, разработанные для РСПИ ППИ на базе ТРВ.

3. Результаты исследования эффективности работы фазовых РСПИ ППИ на базе ТРВ, полученные с помощью новых инженерных методы анализа. Исследование свойств «окон прозрачности», использование которых позволяет повысить пропускную способность фазовых РСПИ ППИ на базе ТРВ.

4. Оценка скорости выполнения на одно сигнальное созвездие синтезированных алгоритмов оценки разрешающего времени и пропускной способности и рекомендации по их практической реализации на отечественных универсальных вычислительных платформах на базе Эльбрус.

5. Обобщенная структурная схема фазовой РСПИ ППИ с адаптивным выбором режима работы, реализующая ТРВ. Функциональная схема фазовой РСПИ ППИ, реализующая ТРВ, для парциального 3кГц ЧСКС КВ-диапазона, временные диаграммы её работы, оценки, показывающие выигрыш по пропускной способности и помехоустойчивости по сравнению с результатами, достигаемыми в STANAG 4539, при использовании ФМн-4-сигнала и парциального 3 кГц ЧСКС с задержкой между лучами 185 мкс и доплеровским расширением спектра 0,5 Гц.

**Достоверность и обоснованность** результатов является следствием корректного применения методов ММА и математической статистики, теории множеств, математического анализа, функций комплексного переменного, обобщенных функций, теории функций многих переменных. Это подтверждается

вычислительным экспериментом, результаты которого не противоречат выводам отечественных и зарубежных ученых, опубликованных в ведущих научно-технических журналах и монографиях, а также широким обсуждением результатов диссертации на международных и российских конференциях. Учетом особенностей ионосферных каналов связи для построения математических моделей каналов для ТРВ, отраженных в рекомендациях МСЭ и стандартах связи, в научной литературе в виде экспериментальных результатов, полученных ведущими научными школами в области распространения радиоволн.

**Апробация работы.** Основные результаты были доложены и обсуждены на МНТК “Проблемы техники и технологий телекоммуникаций” ПТиТТ – 2008 (Казань, 2008 г.), 6-й ВРНПК «Современные проблемы создания и эксплуатации радиотехнических систем» (Ульяновск, 2009 г.), I – III ММНК «Гражданская авиация: XXI век» (Ульяновск, 2009 – 2011 гг.), IX МНТК «Физика и технические приложения волновых процессов» (Челябинск, 2010 г.), XVIII РНК профессорско-преподавательского состава научных сотрудников и аспирантов (Самара, 2011 г.), XIII МНК «Актуальные проблемы электронного приборостроения, АПЭП-2016» (Новосибирск, 2016), 18-я ММНК по микро/нанотехнологиям и электронным приборам (EDM 2017) (Эрлагол, 2017 г.), МНК Нигматуллинские чтения -2018 (Казань, 2018 г.), XXI МНТК Проблемы техники и технологий телекоммуникаций ПТиТТ-2019 (Казань, 2019г.), МНТК «Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов в инфокоммуникациях» - «Синхроинфо 2017 – 2019» (Казань, 2017 г., Минск, 2018 г., Ярославль, 2019), МНТК «Системы генерации и обработки сигналов в области бортовых коммуникаций» (Москва, 2020, 2021 гг.).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 67 работ: 27 статьей в журналах, из перечня ВАК, WOS / SCOPUS, по искомым специальностям 25; 30 докладов на конференциях, из них 12 публикаций, индексируемых в SCOPUS, 8 свидетельств о регистрации программ для ЭВМ, 2 патента.

**Соответствие паспорту специальности.** Диссертационная работа соответствует пунктам 1 и 15 паспорта специальности 2.2.13. Радиотехника, в том

числе системы и устройства телевидения и пунктам 1 и 2 паспорта специальности 2.2.15. Системы, сети и устройства телекоммуникаций.

**Личный участие соискателя.** Все результаты получены соискателем самостоятельно или при его непосредственном преобладающем участии.

*Автор выражает искреннюю благодарность проф. Г.И. Ильину, проф. С.М. Чернявскому, проф. Р.Р. Файзуллину за консультации и советы.*

## **Глава 1. Аналитический обзор подходов к повышению пропускной способности фазовых РСПИ ППИ в частотно-селективных каналах связи**

### **1.1 К вопросу выбора научной проблемы и темы научного исследования [141]**

Проблема повышения пропускной способности, в том числе и удельной пропускной способности (пропускной способности, приходящейся на единицу полосы пропускания канала [41]), систем передачи информации, особенно для беспроводных систем, является одной из главных проблем радиотехники и теории связи на всем протяжении их истории [162]. Решение данной проблемы на разных этапах развития указанных предметных областей знаний всегда связана с созданием новых, более точных, адекватных математических моделей, которые позволяют реально оценить пропускную способность каналов связи с учётом воздействия неблагоприятных факторов, и достичь её, компенсируя неидеальности, применяемых технических решений, за счёт разработки новых методов обработки сигналов. В связи с усложнением сигнально-помеховой обстановки её решение на современном этапе развития напрямую связано с обеспечением устойчивой работы системы связи в условиях наличия межсимвольных искажений (МСИ), обусловленных частотной селективностью канала связи [369].

Для работы в таких каналах связи на данный момент используются два класса радиотехнических систем: 1) с параллельной передаче информации (РСПИ ПарПИ), которые наиболее широко распространены, но обладают рядом существенных недостатков по отношению к РСПИ ППИ [271]; 2) РСПИ ППИ. Эти недостатки на основании результатов работ [90,91,150,163,181,198,271,276,343] заключаются в следующем:

- Большие значения пик-фактора см. табл. 1.1

- Меньшая помехоустойчивость в условиях равной информационной скорости.
- Низкая эффективность (проигрыш по помехоустойчивости от 3 до 10 дБ) в каналах связи с высокой селективностью замираний, в том числе в условиях, когда характер замираний отдельных сигнальных лучей частотно-селективного канала является взаимно коррелированным, что свойственно каналам со сложной помехоустойчивой обстановкой.

Последний из перечисленных недостатков свойственен, например, каналам связи коротковолнового диапазона (КВ-диапазона). Это, в частности, объясняет требования к использованию в них РСПИ ППИ, что следует из анализа стандартов MIL-STD-188-110B и MIL-STD-188-110D [347,348].

Табл. 1.1 Основные характеристики современных стандартов связи [181]

Стандарт	GSM	EDGE	UMTS	HSPA+	LTE	LTE-A
Поколение связи	2G	2.75G	3G	3.5G	3.9G	4G
Максимальная полоса сигнала	200 кГц	200 кГц	5 МГц	20 МГц	20 МГц	100 МГц
Количество передающих каналов, макс.	1	1	1	2	4	8
Тип сигнала/модуляции	Single Carrier/GMSK	Single Carrier/8-PSK	WCDMA/QPSK	WCDMA/16QAM	OFDM/64QAM	OFDM/64QAM
Типичное значение PAPR	0 дБ	2 дБ	5,50 дБ	6,50 дБ	До 10 дБ	До 12 дБ

С физической точки зрения объяснение данного факта представлено в работе [168]. Парциальный канал связи в КВ-диапазоне для передачи информации имеет полосу от 3 кГц до 48 кГц – для стандартов MIL-STD-188-110D [348]. При этом «эффект Фарадея, заключающийся в том, что каждая скачковая мода включает в себя две компоненты (магнитоионные) с задержками 1–10 мкс, которые не разрешаются по задержке при полосе тестирующего сигнала менее 100 кГц. Поэтому в

радиотехнических системах должен учитываться имеющий место быть эффект Фарадея (интерференции обыкновенной и необыкновенной компонент), который приводит к вариациям амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) широкополосного канала с глубиной до 30 дБ» [168, с. 99–100].

Данное объяснение подтверждается результатами, полученными в [343], где показано, что передача информации по ионосферным каналам КВ-диапазона за счет технологии ММО является нецелесообразной, поскольку в большей части суток вероятность значений коэффициента корреляции ниже 0,7, необходимого для разделения магнитоионных компонент, находится на уровне значения 0,15, что является недостаточным для уверенной передачи данных на регулярной основе.

В тоже время метод последовательной передачи информации также распространен в современных стандартах широкополосного доступа [271], так он используется для обеспечения высокой энергоэффективности мобильных подвижных станций (восходящий радиointерфейс LTE (Long-Term Evolution), где используется схема под названием SC-FDMA [353], и в новой спецификации стандарта 802.11 ad [359]).

С учётом вышеизложенного становятся особенно важны результаты, которые были получены ведущими отечественными учеными в области теории связи Д.Д. Кловским и Б.И. Николаевым в работе [90] и ведущим иностранным учёным в области теории информации Ш. Шамаем – в работе [271]. Согласно их результатам РСПИ ППИ имеют существенное преимущество по сравнению с РСПИ ПарПИ, как по спектральной эффективности, так и по помехоустойчивости.

Так, в работе был показан существенный выигрыш по спектральной эффективности РСПИ ППИ относительно РСПИ, использующей OFDM [271, с.1796], при следующих ограничениях, которые характеризуют реальную работу РСПИ:

- 1) применяются сигнальные созвездия с ограниченным объемом канального алфавита;

- 2) каждое значение символа в передаваемой информационной последовательности принимает равновероятно и независимо одно из значений канального алфавита<sup>1</sup>;
- 3) оценка значений символов принимаемой информационной последовательности при последовательной передаче информации осуществлялась за счёт эквалайзера с обратной связью по решению.

Следует отметить, что технология MIMO также не лишена недостатков, несмотря на то, что, согласно [10, 60], она теоретически должна обеспечить кратный рост спектральной эффективности при увеличении числа независимых потоков за счет наращивания антенных систем, в том числе в частотно-селективных каналах связи. Так, в [150] показано, что рост спектральной эффективности является ограниченным для реальных неидеальных систем связи, в том числе и в системах связи 5-го поколения. При этом факторами, указывающими на неидеальность оборудования и ограничивающими рост спектральной эффективности с увеличением антенных систем, являются искажения, вносимые оборудованием базовой станции, а также взаимное влияние соседних антенн [150]. Там же показано, что: 1) вне зависимости от увеличения числа потоков, реализуемых за счет антенных систем, само значение спектральной эффективности не будет превышать 4 бит/Гц·с; 2) при достаточно большом отношении сигнал/шум (ОСШ) (например, 20 дБ) предельная спектральная эффективность канала достигается уже при небольшом числе элементов  $N$  в антенной решетке и в дальнейшем увеличение числа антенн не приводит к увеличению эффективности канала [150, с. 68].

Корректность результатов, полученных в [150], подтверждается тем, что, согласно стандарту WiMAX, наибольшая достигаемая спектральная эффективность составляет 4,55 бит/Гц·с при мобильном и 4,68 бит/Гц·с при фиксированном использовании [60]. В частности, этот факт подтверждается и в работе [197]. В то же время в [57] приведены значения по

---

<sup>1</sup> Для OFDM последнее ограничение означает, что все поднесущие используют одно и то же распределение и точно моделирует беспроводные каналы с МСИ, которые чаще всего меняются слишком быстро, чтобы применять кодирование с учётом частотно селективных свойств канала

спектральной эффективности: для реализуемого в рамках четвертого поколения связи стандарта LTE – 5 бит/Гц·с, а для стандарта IEEE 802.11 – до 4,2 бит/Гц·с.

С учётом вышеизложенного становится очевидной необходимость поиска новых методов передачи информации РСПИ ППИ в ЧСКС, благодаря которым реализуется повышение их удельной пропускной способности.

Реализацию данной потребности целесообразно в первую очередь произвести для систем передачи информации, в которых используются многопозиционные фазоманипулированные и амплитудно-фазоманипулированные сигналы с  $n$  и  $N$  дискретными состояниями (ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигнал). Это обусловлено их широкой распространённостью, что подтверждается анализом работ [61,66,162,169,194,198,212,229,317,347,348,353,359,369]. А также тем, что фаза радиосигнала обладает большими информативными возможностями по сравнению с огибающей и обеспечивает наилучшую помехоустойчивость среди остальных информативных параметров, согласно теории В.А. Котельникова [100].

В дальнейшем класс систем РСПИ ППИ, которые используют ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигналы и работают в ЧСКС, будем для краткости называть фазовыми РСПИ ППИ.

При решении указанной выше научной проблемы будем исходить, из того, что для цифровых систем связи с последовательной передачей информации постановка задачи о поиске предельной скорости передачи (пропускной способности) и возможностях её повышения была впервые сформулирована Р. Хартли в одной [297] из его работ. Так, в его работе [244, с.5] «с точки зрения переходного режима обсуждается, насколько ограничена скорость передачи этой информации через систему помехами, происходящими из-за накопления энергии». Её автором впервые, для простейшей системы (RC-фильтра) и при использовании сигналов с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ-сигналы) доказывается тот факт, что «в данном частном случае, возможная скорость связи определяется показателем затухания контура и не зависит от числа символов, которыми мы

располагаем при каждом выборе» [244, с.20]. Там же Р. Хартли указывает, что «более сложные системы сходны с рассмотренным только что простым случаем в том отношении, что вклад какого-либо символа  $a$  в интерференцию с каким-либо другим символом  $b$  определяется собственным колебанием системы в результате возмущения, приложенного к ней при подаче символа  $a$ . Это свободное колебание выражается не простой экспоненциальной функцией, как в только что рассмотренном случае, но может быть результатом большого числа более или менее быстро затухающих колебаний, соответствующих различным собственным частотам системы. Общая интерференция с каждым из символов есть результат сложения серии этих сложных колебаний, различных для каждого из интерферирующих символов. Мгновенные значения различных интерферирующих компонент зависят от их фаз и моментов наблюдения настолько сложным образом, что было бы затруднительно сделать общие выводы относительно величины результирующей интерференции. Равным образом трудно сделать общие заключения относительно соотношения между скоростью передачи по той или иной системе и числом имеющихся в распоряжении символов» [244, с.20-21].

В той же работе представлен факт, что изменение комплексно частотной характеристики канала (КЧХ) в полосе её пропускания может уменьшить взаимную интерференцию символов и, тем самым, повысить предельную скорость передачи [244, с.24], то есть пропускную способность.

С учётом вышеизложенного возникает ряд положений, требующих дополнительного анализа и исследования, в том числе и в рамках данной главы:

1. Процедура оценки предельной скорости передачи информации по каналу с межсимвольными искажениями (МСИ) и, соответственно, его пропускной способности, связана с анализом переходных процессов, вызванных передачей всех возможных реализаций информационного сообщения, состоящего из бесконечного числа канальных символов.

2. Создание приемника, способного эффективно функционировать при больших (значительных) МСИ<sup>1</sup>, может быть достигнуто или за счёт увеличения функциональной сложности приемника, или за счёт эффективного, с вычислительной точки зрения, алгоритма оценки возможной символьной скорости передачи, обеспечивающего достоверность приема каждого символа сообщения, и соответственно, существенного упрощения процедуры приема.
3. Повышение пропускной способности связано с параметрами комплексной частотной характеристики (КЧХ) канала связи. При этом наибольшее влияние на пропускную способность оказывает поведение КЧХ в полосе пропускания канала связи.

## **1.2 Обзор основных способов передачи информации, применяемых в РСПИ ППИ в каналах связи с межсимвольными искажениями [141,142].**

В данном разделе, с позиций современного состояния теории информации, выполнен обзор основных способов передачи информации в РСПИ ППИ. Следует отметить, что повышение удельной пропускной способности при отсутствии интерференции между символами в моменты съема информации о них (условие Г. Найквиста [194,354], выраженное в виде требования к символьной скорости), было детально изучено в работах В.А. Котельникова [100], К. Шеннона [388], Дж. Возенкрафта и И. Джебкобса [34], А.Д. Витерби и др. [31,32], А.А. Харкевича [201], Л.М. Финка [196], В.И. Коржика и др. [96], Л.С. Гуткина [46,47], А.В. Михайлова [157], Л.И. Филлипова [195], В.И. Тихонова [190], А. Г. Зюко и др.[245], А.С. Аджемова, М.В. Назарова и др. [3], В.И. Борисова и В.М. Зинчука [22], Дж. Прокиса [369].

---

<sup>1</sup> Сильные МСИ – от англ. термина Strong ISI. МСИ, возникающие при передаче со скоростью выше скорости Найквиста

Выполнение условия Г. Найквиста, приводит к тому, что минимальная длительность канального символа  $\tau_c$  ограничена снизу величиной  $T_0$ , соотношением  $\tau_c \geq T_0$ , где  $T_0 = 1/2F_0$ ;  $F_0$  – частота среза идеального формирующего фильтра нижних частот (ФНЧ). Учитывая результаты работ [14,42], можно утверждать, что достичь длительности символа  $T_0$  при условии нулевой МСИ физически невозможно. Поэтому дальнейшее повышение пропускной способности при выполнении условия Г. Найквиста может быть реализовано только посредством увеличения объема алфавита канальных символов. Такой подход был достаточно хорошо изучен в работах [34,91,96,100,196,201,388], в которых полагалось, что в моменты съема информации МСИ отсутствуют, а желаемые спектральные характеристики достигаются за счёт формирующего фильтра. Результатом таких исследований является переход к одному из спектрально-эффективных методов модуляции в зависимости от выбора передаваемых символов. Однако, согласно результатам, полученным Ю.П. Пятошиным [174], системы с числом сигналов  $m = 2^{20}$  не обеспечивают потенциально лучшие характеристики по сравнению с системой с  $m = 2$ , в том числе и по пропускной способности.

В качестве практической важной альтернативы к повышению удельной пропускной способности является переход к снятию информации при наличии МСИ. Это, в том числе, означает отказ от выполнения условия Г. Найквиста [194,354] применительно к выбору длительности канальных символов.

Необходимо отметить, что реализация данного подхода связана с необходимостью решения некорректной задачи [163], принцип её формирования детально изложен в работе [25] и проиллюстрирован на рисунке 1.1. Из рисунка следует, что чем выше скорость передачи, тем размеры области неопределенности восстановления сигнала (диапазоны спектральных нулей) в частотной области увеличиваются, как и влияние точек неопределенности (спектральные нули). Это выражается в том, что происходит слияние некоторых пар символов и невозможности их различения.

В связи с этим становится актуальным мнение Б.И. Николаева, изложенное в работе [163], о возможностях различных классов демодуляции (линейных и нелинейных). Он отмечает тот факт, что достоинство линейного приемника – его простота, а нелинейного несколько большие возможности по увеличению скорости передачи и помехоустойчивости, при этом среди его недостатков – возможность размножения ошибок в виде их пачек.

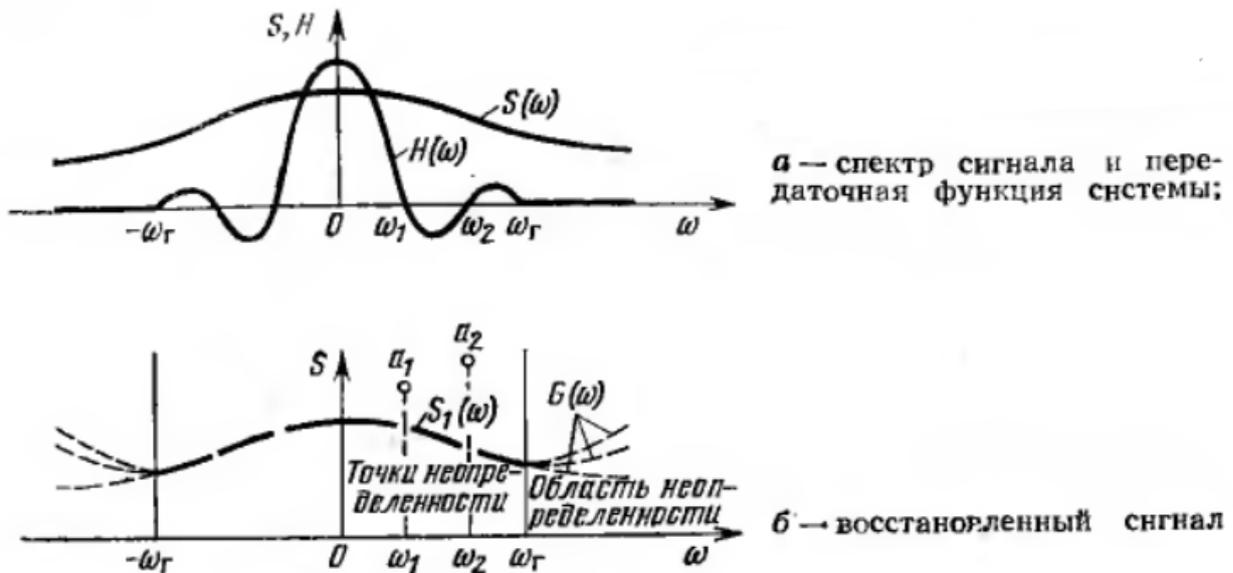


Рисунок 1.1. Пример формирования некорректной задачи при работе с МСИ [25].  $H(\omega)$  – модуль КЧХ частотно селективного канала связи (передаточной функции системы);  $S(\omega)$  – амплитудный спектр сигнала.

Для линейных методов демодуляции, к которым относится оптимальный прием в целом и линейные эквалайзеры<sup>1</sup>, их работоспособность сохраняется до тех пор, пока искажения пространства сигналов не приведут к снижению его размерности. Для линейных канальных эквалайзеров их работоспособность нарушается при сингулярных (необратимых) преобразованиях, то есть некоторые отсчёты импульсной характеристики становятся равными нулю или их значение находится на уровне шумов. Тогда никакое линейное преобразование (никакой линейный корректор канала) не может восстановить утраченное измерение

<sup>1</sup> Детально их характеристики рассмотрены позже в данном разделе

пространства. Иное ограничение на канал накладывает оптимальный способ приема. В этом случае задача различения образцов сигнала остается вполне решаемой до тех пор, пока какая-либо пара точек сигнала не сольется в одну. Поэтому прием в целом работоспособен до тех пор, пока искажения пространства в канале не приводят к потере различимости отдельных альтернатив сигнала. В обоих случаях очевидно, что данные свойства напрямую связаны со скоростью передачи канального символа.

Что же касается нелинейных методов демодуляции, в частности реализуемой за счёт использования обратной связи по решению, то эффект от их применения позволяет несколько увеличить скорость передачи, однако при этом возникает возможность формирования пачек ошибок из-за их размножения.

Как отмечает Б.И. Николаев, как бы ни строился приемник, он не может извлечь из принимаемого сигнала больший объем информации, чем содержит принимаемый сигнал.

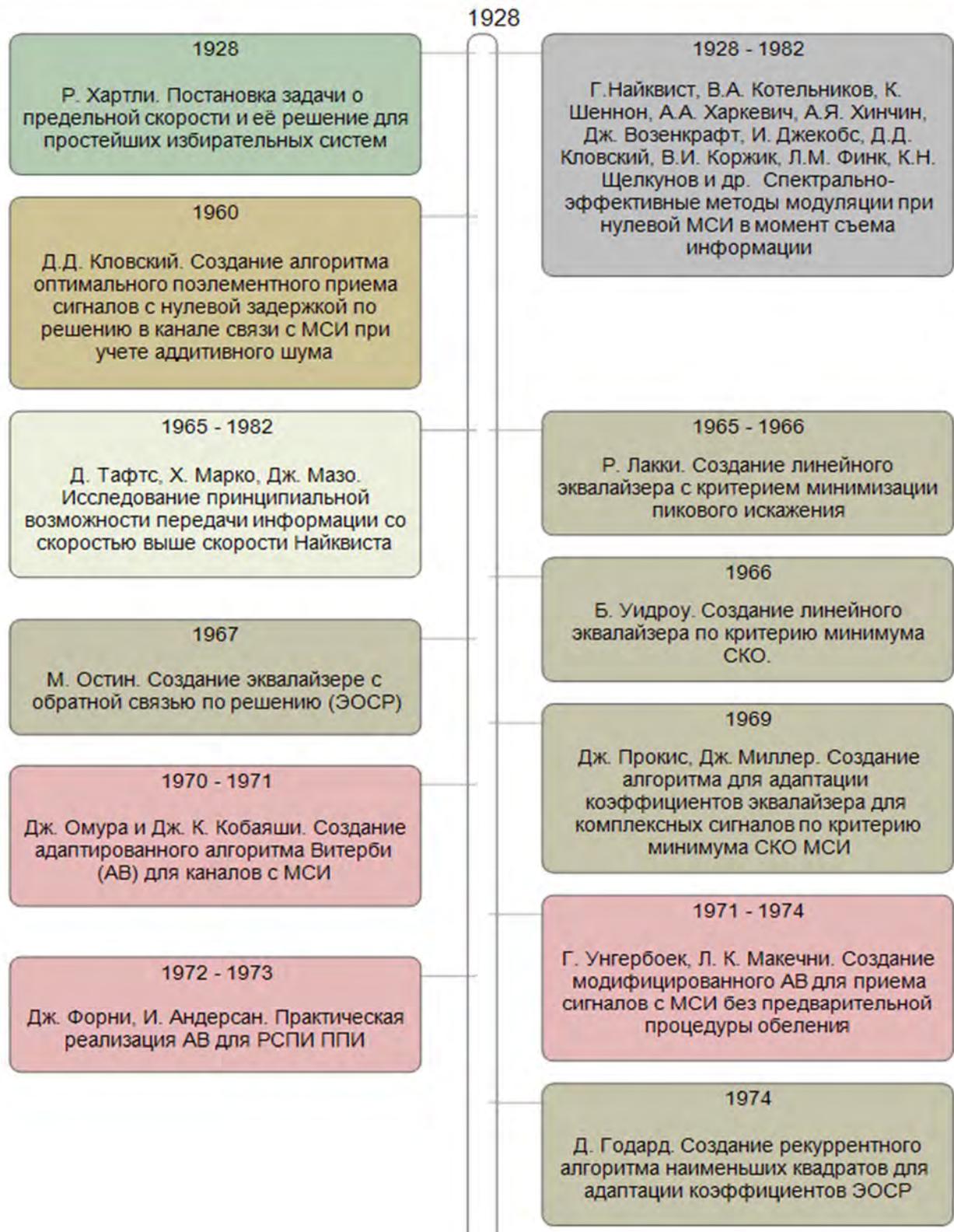
Радикальным средством сохранения различимости, согласно Б.И. Николаеву [163], является разбиение потока сообщения на блоки, разделенные временным промежутком, чье значение не меньше, чем длительности памяти канала. Однако это приводит к уменьшению пропускной способности системы.

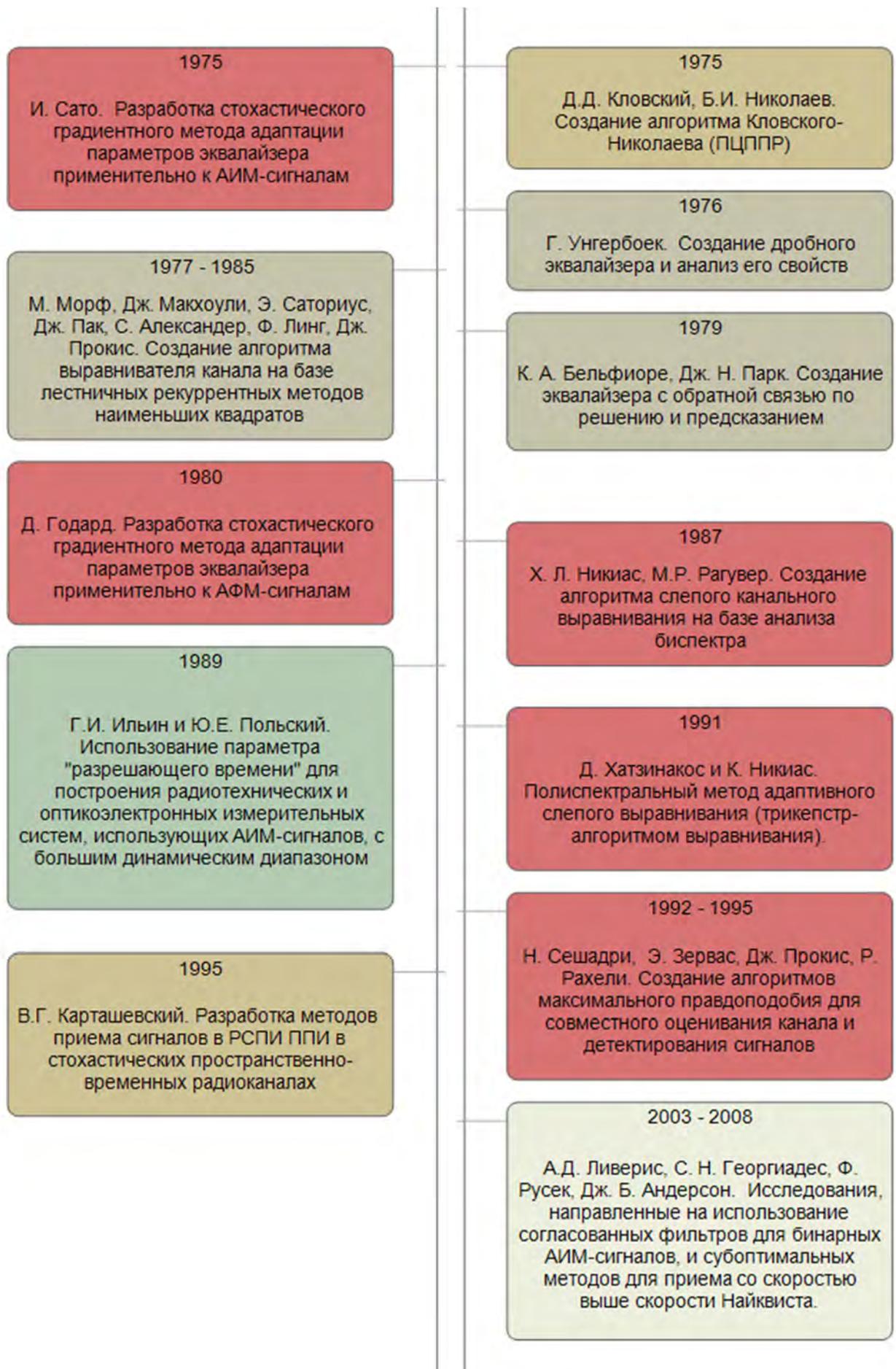
Согласно проведенному анализу работ [198,162,253] укрупненно можно выделить три основных формы реализации к снятию информации при наличии МСИ в РСПИ ППИ, которые будут рассмотрены ниже. Основные этапы развития этих форм реализаций представлены на рисунке 1.2.

Перед рассмотрением конкретных форм реализации следует отметить ряд работ [188, 344, 345], которые указывают на принципиальную возможность передачи дискретных сообщений со скоростью передачи ВСН.

В работе [188] Д. Тафтсом было показано, что применение линейного приемника в канале связи с частотно-селективными искажениями в отсутствие шума позволяет обеспечить без ошибок воспроизведение канальных символов

Основные этапы развития методов приема сигналов в РСПИ ППИ, работающих в частотно-селективных каналах связи с МСИ





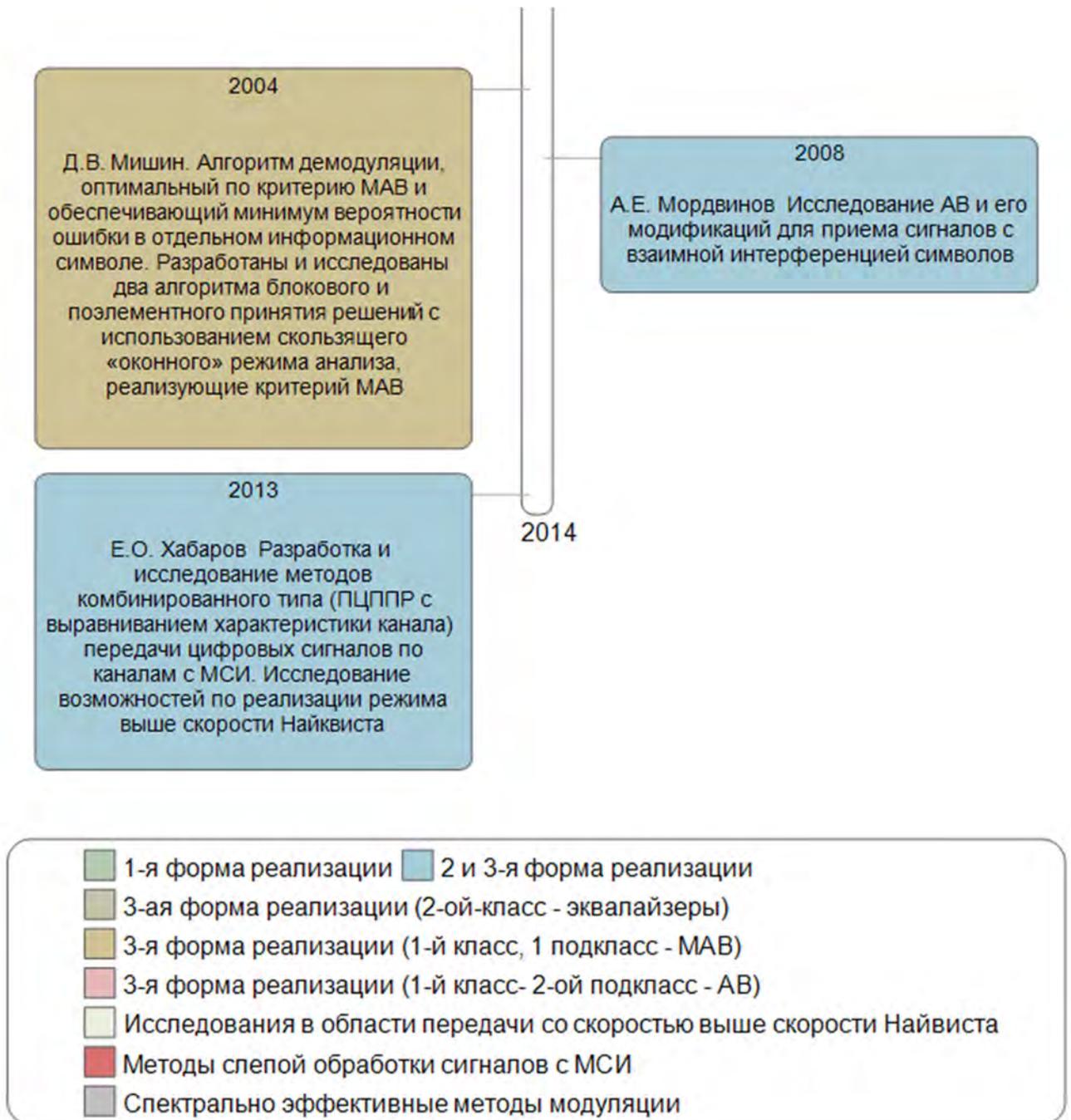


Рисунок 1.2. Временная линия основных этапов развития методов приема сигналов в РСПИ ППИ, работающих в частотно-селективных каналах связи с МСИ

информационной последовательности конечной размерности в режиме передачи ВСН.

В работе [344] Х. Марком было показано, что использование линейного эквалайзера в частотно-селективных каналах связи не позволяет обеспечить

передачу информации со скоростью выше 2 Бод/Гц для видеосигналов. Там же было показано, что передача информации со скоростью выше скорости Найквиста возможна при использовании эквалайзера с обратной связью по решению (ОСР), а её предел будет составлять примерно удвоенное значение скорости Найквиста.

В работе [345] Дж. Мазо исследовал помехоустойчивость системы связи, в которой приемник обеспечивает оптимальную обработку по критерию минимальной вероятности ошибки принятия решения по всей принимаемой информационной последовательности в условиях высоких удельных скоростей передачи информации.

Там же представлено доказательство, что в случае, если время анализа неограниченно, то квадрат расстояния между двумя ближайшими комбинациями будет отличен от нуля в условиях сколь угодно высокой скорости передачи. Таким образом, можно прийти к выводу, что при увеличении скорости передачи возрастает интервал анализа и принятия решения и наоборот. Дж. Мазо в качестве сигналов в своей работе использовал бинарные взаимно противоположные сигналы.

*Первая форма реализации.* Применительно к фазовым РСПИ ППИ новизна данной формы заключается в создании нового метода линейной демодуляции, при котором длительность символа выбирается таким образом, чтобы обеспечить наибольшую скорость передачи при заданном уровне МСИ, ошибок измерений и действии других накладываемых ограничений (расстройки по частоте, ограничений на минимальную амплитуду принимаемого радиосигнала и т.д.), и обеспечить поэлементное различие любых следующих друг за другом канальных символов информационной последовательности<sup>1</sup>. При этом демодуляция производится на основе выбора значения канального символа из алфавита, наиболее близко соответствующего значению комплексной амплитуды, определяемой по измеренным значениям информативных параметров

---

<sup>1</sup> Фактически постановка данной задачи является развитием той простейшей постановки, которая была впервые сформулирована Р. Хартли и решена им для простейшего случая [297] применительно к АИМ-сигналам без учёта ошибок измерений и дополнительно накладываемых ограничений.

радиосигнала на выходе частотно селективного канала связи. То есть решается обратная задача по восстановлению символов информационного сообщения из дискретного множества (канального алфавита) на базе анализа отсчётов информативных параметров принимаемого сигнала.

Решение некорректной задачи при использовании данного подхода обеспечивается за счёт выбора предельно минимальной длительности символа, при которой достигается различение любых следующих друг за другом канальных символов информационной последовательности, на основании анализа частотно селективных свойств канала и сигнально-помеховой обстановки; возможности работы со скоростью передачи информации ВСН или близкой к ней.

Преимуществами такой формы реализации является низкая вычислительная сложность приемника, использование в полной мере частотно-селективных свойств реального канала, отсутствие необходимости выделения ресурсов системы на помехоустойчивое кодирование и его обработку, используемое для коррекции ошибок, вызванных МСИ, и снижающее пропускную способность РСПИ.

А по отношению к другим методам приёма и обработки сигналов в частотно-селективных каналах отсутствие следующих недостатков<sup>1</sup>: 1) связанных с необходимостью обращения матрицы импульсной характеристики канала, которая при наличии спектральных нулей или большого диапазона изменений амплитуд АЧХ канала, является плохо обусловленной. Это свойственно эквалайзерам; 2) связанных с размножением ошибок, вызванных ошибочным приемом отдельного символа. Это свойственно эквалайзерам с ОСР; 3) связанных с возрастающей вычислительной сложностью алгоритма вычисления метрик в рамках использования оптимальных методов приема по показательному закону с увеличением числа символов, определяющих память канала или информационного сообщения.

**Данная форма реализации применительно к РСПИ ранее не была получена.**

---

<sup>1</sup> Свойства каждого из оптимальных и субоптимальных методов приема сигналов с МСИ будут детально рассмотрены далее в данном разделе

Некоторые результаты были получены профессорами Г.И. Ильиным и Ю.Е. Польским в работе [75], применительно к информационно-измерительным системам с АИМ-сигналом. Ими было введено понятие «разрешающего времени» применительно к оценке пропускной способности информационно измерительных систем. В той же работе были показаны подходы к повышению пропускной способности для таких информационно-измерительных систем (ИИС).

Вторая форма реализации основывается на использовании корреляционных методов обработки, обеспечивающих оптимальный прием, или их совмещение с канальным выравниванием для обеспечения субоптимальной обработки, при скорости передачи ВСН. К работам, в которых рассматривается данный подход, можно отнести [162, 198, 335, 372, 382, 409].

Так, в работе [372], рассмотрены вопросы использования согласованных фильтров для АИМ-сигналов, а в [335] – для двоичных сигналов, где были использованы формирующие фильтры с откликом в виде обобщенных функций  $\text{sinc}(\cdot)$ , в качестве методов приема были применены субоптимальные методы. Ряд результатов по практической реализации приемников для АИМ-сигналов, при условии передачи информации со скоростью ВСН, был представлен в работе [409]. Так в работе, был получен подход к оценке частных решений по предельным скоростям ВСН при условии, что АЧХ канала является строго ограниченной по частоте, а фазочастотная характеристика (ФЧХ) имеет линейную зависимость от частоты [409, с.1189]. Однако, согласно работам [168, 369], для реальных каналов, в общем случае, это требование не выполняется. Кроме того, в [409, с. 1188] отмечается, что определение предельных скоростей передачи символов ВСН для каналов с бесконечно импульсной характеристикой является открытым.

Аналогичные результаты для частотно-манипулированных сигналов с непрерывной фазой представлены в работе [382].

Ряд<sup>1</sup> результатов по определению возможностей повышения скорости передачи при заданной помехоустойчивости, с учётом влияния формы АЧХ формирующего фильтра, был представлен в работе [162] при рассмотрении сигнала в основной полосе. В качестве алгоритмов обработки в данной работе<sup>2</sup> использовались алгоритм Витерби (АВ) и его модификации; одна из них реализует фиксированную задержку по решению, а вторая – пороговый алгоритм приёма с отсечением малозначимых гипотез. При этом сам автор подчеркивает существенное влияние линейных искажений<sup>3</sup>, возникающих в линейных радиотрактах, на помехоустойчивость, приводящих к значительному её ухудшению.

В диссертационной работе Е.О. Хабарова [198] обобщены ранее полученные им результаты по исследованию возможностей передачи информации со скоростью ВСН. В частности, проанализированы дистанционные характеристики некоторых сигнальных созвездий в зависимости от заданной удельной скорости передачи и от числа элементов сигнальной последовательности для двоичных сигналов. Введено понятие малопозиционной сигнальной конструкции, для которой достижение заданной удельной скорости передачи информации требует обеспечения удельной скорости передачи ВСН, получены оценки по помехоустойчивости для малопозиционных АИМ-сигналов. Рассмотрены аналогичные характеристики для некоторых сигнальных последовательностей с двухполосной модуляцией при осуществлении приема в целом.

На основании полученных результатов Е.О. Хабаров делает заключение о том, что системы связи, которые используют сигналы с малым объемом канального алфавита, но обеспечивают большую удельную скорость модуляции, обладают

---

<sup>1</sup> Результаты, полученные в работе [162], в большей степени относятся к методам приема с контролируемой интерференцией, которые относятся к третьему подходу. Поэтому анализ остальных результатов данной работы будет представлен далее в данном разделе.

<sup>2</sup> Более детальное обсуждение результатов произведено далее в данном разделе

<sup>3</sup> Данное мнение автор основывает на результатах математического моделирования. Результаты моделирования хоть и носят количественный характер, но являются справочными и не могут быть использованы для построения алгоритма обработки с учётом частотно избирательных свойств всего составного канала связи для каждой его реализации.

существенным преимуществом. В [198] рассмотрено применение сигналов с малым числом дискретных состояний в системах связи с турбо-решетчатой кодовой модуляцией (ТРКМ), реализованной с помощью процедуры, которая была разработана Е.О. Хабаровым<sup>1</sup>. Само исследование было произведено лишь для стандартного тонального канала связи (СТКС), когда передача ведется на его средней частоте, а в качестве сигналов выбраны ФМн-*n*- и квадратурные амплитудно-модулированные сигналы (КАМ- сигналы).

При этом следует отметить следующие ограничения для результатов, полученных в [198], которые важны для практического применения: 1) отсутствие учёта расстройки по частоте, которая является необходимым условием при проектировании реальных РСПИ [162,163,168]. Это обусловлено тем, что расстройка по частоте приводит к асимметрии спектра принимаемого сигнала [163], что является критическим фактором при его обработке и существенным образом влияет на помехоустойчивость системы. Это достаточно наглядно продемонстрировано в работе [162]; 2) АЧХ СТКС не имеет спектральных нулей, а диапазон изменения амплитуд при варьировании частоты является незначительным (не более 10 дБ), что также не позволяет оценить работу РСПИ ППИ в реальных частотно-селективных радиоканалах [369].

В качестве последних работ в области реализации режима ВСН в РСПИ ППИ являются работы [306,360,103]. В них представлены алгоритм с низкой вычислительной сложностью, позволяющий принимать сигналы в том числе с большим объемом канального алфавита в каналах с аддитивным белым гауссовским шумом, в режиме ВСН. Их недостатками являются то, что по факту рассматривается передача информации при контролируемой МСИ, обусловленной не частотно-селективными свойствами составного канала, а лишь формирующими фильтрами на передающей стороне, о чем указывают авторы данных работ. Это в результате это делает их непригодным для реальных составных частотно-селективных каналов связи.

---

<sup>1</sup> Более детально рассмотрена далее, в данном разделе.

В заключении обзора данной формы реализации, следует отметить, что, начиная со второй половины 2000 гг., массовое развитие данного направления связано с вопросами передачи информации со скоростью, большей скорости Найквиста в системах передачи информации с параллельной передачей информации, с использованием технологии OFDM [251,274,346,275,252].

Третья форма заключается в передаче информации коррелированными канальными символами с контролируемой МСИ, обычно близкой к скорости Найквиста. В отечественной и иностранной литературе такой подход носит множество названий – передача информации с контролируемой интерференцией [369], корреляционным кодированием [375], передача сигналов с парциальным откликом [308], полибинарная передача информации [303,316,318].

Непосредственно сама реализация данной формы передачи заключается в преобразовании передаваемой информационной последовательности символов с помощью каскадного соединения цифрового фильтра с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтра) и формирующего аналогового фильтра к последовательности коррелированных канальных символов с контролируемым уровнем МСИ, которые позволяют обеспечить требуемые спектральные характеристики у формируемого сигнала. При этом исходная последовательность задается в форме АИМ-сигналов, заданного в виде произведения  $\delta$ -импульсов и весовых коэффициентов [162].

Данный способ передачи информации впервые предложил А. Лендер в 1963 году в своей работе [318]. В его работе [318] рассмотрены ряд простейших реализаций дискретных фильтров, которые позволяют незначительно сократить занимаемой сигналом полосу частот, но при этом обеспечить повышенную скорость передачи символов. В дальнейшем, в работе [303] была рассмотрена возможность использования контролируемой МСИ для формирования сигналов, чьи спектры достаточно точно аппроксимируются АЧХ физически реализуемых фильтров. Обобщение данных работ было произведено в [316].

Задача оптимизации отсчетов импульсной характеристики дискретного фильтра с большой памятью (12 отсчетов импульсной характеристики) с целью максимизации минимального расстояния между формируемыми сигналами была решена в работе [375]. Решение задачи в работе [375] производилось только для канальных алфавитов из двух и четырех состояний. Основным недостатком полученных результатов является то, что оптимизируемые фильтры из-за невысокого порядка [162], не удовлетворяют Нормам 19-02 [227], введенным в действие в 2003 г. и, как следствие, Нормам 19-13 [228], действующим на данный момент.

Рассмотрим основные методы и подходы, которые используются для реализации третьей формы передачи информации при наличии МСИ, а в ряде случаев, при соответствующей их модификации, и для второй формы, что будет отдельно отмечено.

Согласно работе [369] для приема сигналов с коррелированными символами и контролируемой МСИ, были разработаны следующие классы методов:

1-й класс – методы, реализующие принцип минимизации ошибки при приеме сообщения или символа;

2-й-класс – методы, реализующие принцип канального выравнивания.

Методы первого класса по типу минимизируемой ошибки можно разделить на два подкласса:

*1-й подкласс* базируется на правиле максимума апостериорной вероятности, в этом случае обеспечивается наименьшая вероятность в отдельном принимаемом символе или их блоке;

*2-й подкласс* базируется на правиле максимального правдоподобия, обеспечивая наименьшую вероятность ошибки при приеме всей информационной последовательности в целом.

Исторически первыми были разработаны методы 1-го подкласса, опубликованные в работах Д.Д. Кловского [88,89]. В данных работах был представлен алгоритм оптимального поэлементного приема сигналов с нулевой

задержкой по решению (обработке на интервале анализа, равного тактовому интервалу на передаче) в канале связи с МСИ и аддитивным шумом. Предложенный алгоритм, при принятии решения об анализируемом символе, учитывал решения, принятые по предыдущим символам, т.е. была впервые введена ОСР. Его достоинство в качестве нулевой задержки и малой вычислительной сложности, также и обуславливает и его недостаток в виде недостаточной помехоустойчивости, из-за не полного использования энергии рассеянного сигнала [91,161].

В дальнейшем, в работах Д.Д. Кловского и Б.И. Николаева [90,91], этот алгоритм был развит и обобщен на случай увеличения интервала анализа при принятии решения об элементе сигнала до величины, равной и даже превышающей память канала и «получил название алгоритма приема в целом с поэлементным принятием решения (ПЦППР) или алгоритма Кловского-Николаева (АКН)» [198, с.36]. Для достижения с его помощью результатов приемлемых, с точки зрения помехоустойчивости, требуется выбирать задержку по решению, равную числу символов памяти канала, что было показано в работе [91]. Однако в этом случае число переборных комбинаций, используемых при определении символа, определяется, как  $m^L$ , где  $m$  – объем алфавита канальных символов;  $L$  – число символов памяти канала, то есть объем вычислений возрастает по показательному закону с увеличением памяти канала. Это весьма затрудняет техническую реализуемость самого приёмника при большом числе символов памяти канала и объеме канального алфавита.

Дальнейшее развитие метода ПЦППР в рамках научной школы Д.Д. Кловского для систем с последовательной передачей информации нашло отражение в работах В.Г. Карташевского [83,85,86], Д.В. Мишина [161], а в последующем в работе Е.О. Хабарова [198].

В работах В.Г. Карташевского [83,85] были разработаны методы повышения эффективности радиотехнических систем связи с последовательной передачей информации в стохастических пространственно-временных радиоканалах. Так, в

частности, «была создана математическая модель линейного векторного стохастического пространственно-временного канала связи с памятью, включая совокупность аддитивных помех, в форме уравнений состояния при фиксации пространственной координаты в качестве параметра. Получены алгоритмы фильтрации случайного поля по критерию минимума среднеквадратической ошибки при совокупном действии аддитивных флуктуационных и сосредоточенных по спектру, в пространстве импульсных помех. Разработан подход к применению ПЦППР в пространственно-временных каналах с памятью для задачи многоальтернативного различения» [84, с.7].

В дальнейшем, в работе [86] было рассмотрено использование ПЦППР применительно к приему ФМн-8-сигнала в каналах с памятью, когда память канала не превосходит 3 символов.

Несмотря на значимость результатов, полученных В.Г. Карташевским, техническая реализуемость его алгоритмов (как и исходный метод ПЦППР) зависит от допустимого числа комбинаций при определении значения символа информационной последовательности, которые необходимо сравнить между собой и чей рост определяется показательным законом ( $m^L$ ).

Уменьшение вычислительной сложности алгоритма ПЦППР в рамках научной школы Д.Д. Кловского было получено Д.В. Мишиным в его докторской диссертации [161]. В частности, им был разработан «алгоритм демодуляции, оптимальный по критерию максимума апостериорной вероятности и обеспечивающий минимум вероятности ошибки в отдельном информационном символе. Разработаны и исследованы два алгоритма блочного и поэлементного принятия решений с использованием скользящего «оконного» режима анализа, реализующие критерий максимума апостериорной вероятности» [161, с.15].

Однако разработанные модификации алгоритма ПЦППР могут быть реализованы только для канальных алфавитов малого объема и при малой памяти канала или задержке по решению, что строго коррелируется с размерностью

памяти канала. Это подтверждается тем, что автор во всех своих примерах оперирует бинарным канальным алфавитом [161].

Преодоление вышеуказанных ограничений было получено Д.В. Мишиным [161] лишь для двоичного канального алфавита посредством разработки оценочного алгоритма демодуляции, который основан на применении двойной регуляризации к системе алгебраических линейных уравнений.

Попытки упрощения алгоритма, реализующего принципы максимума апостериорной вероятности, отличных от ПЦППР, нашли свое отражение в работах [248,273,398]. Несмотря на снижение в ряде случаев вычислительной сложности предлагаемых алгоритмов, она остается высокой при большом числе символов памяти канала [163]. Так, к примеру, в работе Р. Чанга и Дж. Ханнока [273] высокая вычислительная сложность алгоритма обусловлена тем, что кроме прямой рекуррентной процедуры, на каждом шаге вычислений необходимо выполнить также подобную обратную процедуру, которая требует знания анализируемой реализации процесса в течение всего передаваемого сообщения. Сложность такого устройства обработки линейно растет с ростом числа переданных символов, что резко снижает его эффективность с практической точки зрения.

Одновременно с первым подклассом методов приема сигналов с коррелированными символами и контролируемой МСИ, проводились поиски решений по упрощению методов *2-го подкласса*, реализующих правило максимального правдоподобия, обеспечивающих наименьшую вероятность ошибки при приеме всей информационной последовательности в целом за счёт использования динамического программирования. Результатом поиска стало создание адаптированного алгоритма Витерби для каналов с МСИ.

Впервые данная возможность была отмечена Дж. Омуро [356] и Х. Кобаяши [313-315]. При этом первая практическая реализация данного алгоритма была представлена Дж. Форни в работе [282], а её развитие в работе И. Андерсана [250]<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> В работе проведено обобщение по синтезу дискретных обесцвечивающих фильтров (на англ. *sample-whitened matched filters*), которые являются неотъемлемой частью алгоритма приема сигналов с МСИ, предложенной Дж. Форни в работе [282], для различных видов модуляции, в том числе и полосовых. При этом И. Андерсоном отмечаются

Развитие идей, представленных в работах [356, 313-315], позволяющее отказаться от необходимости обеспечения процедуры обеления шума перед процедурой выбора решения, представлено Г. Унгербоеком [398] для двоичного канального алфавита. Им в последующем в [400] был представлен уже модифицированный алгоритм для многопозиционных сигналов, применяемых в РСПИ. Полученные им результаты были одновременно и независимо получены также Л. К. Макечни в работе [341], что следует из работы [400]. Обобщение данных результатов можно найти в работе А. Витерби и Дж. Омуро [32].

Следует отметить, что с момента разработки данного алгоритма для обработки сигналов с МСИ также стал очевиден его основной недостаток – если объем алфавита канальных символов составляет  $m$ , а память канала распространяется на  $L$  символов, то число состояний решетки равно  $m^L$ , то есть имеет место зависимость вычислительной сложности по показательному закону от числа интерферирующих символов [162]. Это становится особенно важным при вынесении решения по АВ, поскольку это требует производить сохранение конкурирующих информационных последовательностей размерностью<sup>1</sup>  $D \geq L$ . В общем случае  $D$  имеет переменную величину [369], при этом с практической точки зрения значение  $D$  обычно полагают равным  $5L$  [369], поскольку в этом случае потери в качестве принятия решения (по вероятности ошибки) пренебрежительно малы.

Одной из успешных попыток снижения вычислительной сложности можно обнаружить в работе В.И. Коржика [97], где он представил обобщенный алгоритм Витерби для каналов с аддитивным марковским шумом. Несмотря на сниженную вычислительную сложность, её зависимость также носит экспоненциальный характер, как у исходного варианта.

---

основных свойства таких фильтров, которые и накладывают существенные ограничения на применение алгоритма Витерби для МСИ: 1) невозможность работы выше скорости Найквиста; 2) существенное ухудшение качества приема при наличии спектральных нулей у АЧХ канала.

<sup>1</sup>  $D$  – число символов задержки по решению

Вопросы, связанные с модификацией АВ (алгоритм, реализующий фиксированную задержку по решению) для снижения вычислительной сложности, были рассмотрены в работах [162, 163]. Следует отметить, что данная модификация не оптимальна, поскольку в общем случае решения принимаются до того момента, когда одинаковые начальные символы содержатся у всех выживших последовательностей. Общие свойства данной модификации исследованы в [163], а анализу вопросов, связанных с применением ко второй форме реализации, представлены в [162].

Из результатов работы [162] следует, что, при использовании алгоритма Витерби с фиксированной задержкой, практическая его реализация возможна только при нормированных скоростях передачи информации, которые не превышают  $4 \text{ бит/с} \cdot \text{Гц}$ , а объем канальных алфавитов не превосходит значение равное четырем. При этом значение памяти канала  $L$  не должно превосходить 7, что позволяет отнести его в этом случае, ко второй форме реализации.

Альтернативой указанной модификации алгоритма Витерби с фиксированной задержкой по решению при передаче взаимно коррелированными символами, является пороговый алгоритм, представленный в [162], построенный на основе вычисления метрик, как это сделано в алгоритме Витерби, с последующим отсечением малозначимых гипотез. Основным его ограничением является возрастающий требуемый объем памяти устройства по сравнению с алгоритмом Витерби [162]. Так рост составляет от 5 до 60 раз при вероятности ошибки на символ  $10^{-3}$  и использовании двоичного и четвертичного алфавита [162].

Мордвинов А.Е. в [162] показал, что для обеих модификаций алгоритмов Витерби, несмотря на хорошие результаты по снижению вычислительной сложности по сравнению с классической реализацией, существенное влияние на качество их работы (на помехоустойчивость) оказывают такие дестабилизирующие факторы, как влияние погрешностей восстановления фазы несущего колебания, ошибки символьной синхронизации, и линейные искажения, обусловленные частотно избирательными цепями радиотракта приемника.

В большинстве случаев, для реальных каналов построение приемника на основании алгоритмов первого класса третьей формы, является затруднительной или даже невозможной задачей, в силу возрастания их вычислительной сложности по экспоненциальному закону при увеличении длины временного рассеяния в канале (числа символов, определяющих память канала).

Поэтому для таких каналов широкое распространение получил *второй класс методов*, суть которых заключается в канальном выравнивании КЧХ канала и обработкой результатов преобразования выходных сигналов. Устройства, производящие данное преобразование, называются эквалайзерами, их ключевым элементом являются линейные трансверсальные фильтры. По типу реализуемого алгоритма канального выравнивания эквалайзеры можно классифицировать на следующие типы: 1) линейные эквалайзеры (ЛЭ); 2) дробные эквалайзеры (ДЭ); 3) эквалайзеры с обратной связью по решению (ЭОСР); 4) решетчатые эквалайзеры (РЭ).

В том случае, если алгоритмы, используемые для канального выравнивания, адаптированы к изменению параметров канала во времени, то такие эквалайзеры являются адаптивными.

Согласно Дж. Прокису [369], первыми работами в области канального выравнивания для цифровых систем связи, являются работы Р. В. Лакки [338,339]. В них рассматриваются ЛЭ, коэффициенты которых удовлетворяют критерию минимизации пикового искажения<sup>1</sup>, и адаптивная настройка их коэффициентов производится на основе анализа тренирующей последовательности с использованием алгоритма сведения к нулю (АСН) [369].

Построение линейного эквалайзера, у которого коэффициенты оптимизируются по критерию минимума среднеквадратической ошибки (СКО), вносимой МСИ, было предложено Б. Уидроу в работе [420]. Для настройки

---

<sup>1</sup> В литературе ЛЭ, коэффициенты которого оптимизируются на основе минимизации пикового искажения, имеют следующие названия: фильтр с нулевыми взаимными помехами; нуль-форсирующий фильтр; эквалайзер с нулевыми взаимными помехами (ЭНВП)

коэффициентов данного типа эквалайзера по тренирующей последовательности автором был предложен алгоритм, реализующий метод наименьших квадратов (МНК). Согласно [369] основными подходами к реализации МНК являются: 1) обращение ковариационной матрицы отсчётов входных сигналов, с помощью, например, алгоритма Левинсона-Дурбина; 2) итеративная процедура, позволяющая избежать обращение ковариационной матрицы и, тем самым, улучшить сходимость алгоритма адаптации к параметрам канала. Реализующую данную процедуру базовый алгоритм, использующий метод наискорейшего спуска, впервые был предложен Б. Уидроу и М. Хоффом в работе [408], Для адаптивного эквалайзинга комплексных сигналов его применение было проанализировано в статье Дж. Прокиса и Дж. Миллера [367].

Среди перечисленных критериев оптимизации коэффициентов эквалайзера, наибольшее распространение получил второй из них [369]. В частности, это обусловлено тем, что полная компенсация МСИ на выходе эквалайзера с нулевыми взаимными помехами (ЭНВП) возможна только при бесконечном числе ячеек трансверсального фильтра [369].

Оценки вероятности ошибки на символ для ЛЭ, чьи коэффициенты оптимизируются по критерию минимума СКО, вносимой МСИ, представлены в работах [291, 302, 340, 367, 373, 376, 390, 410, 411]. Детальный анализ данных работ совместно с [369,289,399] и обзорной работы Дж. Прокиса [368], охватывающей период с 1965 по 1975 гг. позволяет сделать следующие выводы о недостатках ЛЭ:

- Высокая чувствительность ЛЭ к шагу временной дискретизации входного сигнала.
- В большинстве случаев невозможность применения ЛЭ для компенсации МСИ в каналах радиосвязи<sup>1</sup>, поскольку для них в общем случае справедливы

---

<sup>1</sup> Согласно мнению Дж. Прокиса «линейный эквалайзер приводит к хорошему качеству для таких каналов как телефонные линии, у которых спектральные характеристики хорошо себя ведут и не содержат нулей. С другой стороны, линейный эквалайзер не годится как компенсатор МСИ для каналов со спектральными нулями, которые встречаются в радиосвязи» [172, с.528].

следующие свойства: а) большой диапазон изменения амплитуд АЧХ (более 15 дБ); б) наличие спектральных нулей или их диапазонов у АЧХ.

Это связано с тем, что коэффициенты эквалайзера определяются с использованием сложенного спектра (англ. folded spectrum [369, с.606]), при оценке которого используется АЧХ канала. При этом всякий раз, когда АЧХ канала достигает нуля или имеет малое значение, устранение эквалайзером МСИ, приводит к увеличению аддитивного шума, который, в том числе, может быть вызван ошибками измерений ИХ канала. С математической точки зрения это объясняется тем, что процесс преобразования сигнала эквалайзером описывается свёрточной моделью представления измерительного процесса, в которой рассматривается решение интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода, являющейся некорректной задачей [25]. Применение в этом случае широко используемых методов регуляризации на основе преобразования Фурье с регуляризацией Тихонова и метода фильтрации Винера, который использует регуляризирующий компонент  $R(\omega)$ , также приводит к некорректной задаче при  $R(\omega) \rightarrow 0$  [29,25,189].

- При использовании адаптивного ЛЭ наличие спектральных нулей или большого диапазона изменения амплитуд АЧХ приводит к медленной сходимости алгоритма МНК.
- Полная компенсация МСИ<sup>1</sup> на выходе ЛЭ возможна только при условии того, что трансверсальный фильтр эквалайзера имеет бесконечное число ячеек (коэффициентов эквалайзера).
- Невозможность адаптации коэффициентов ЛЭ при быстрых изменениях параметров канала, обусловленной невозможностью произвольного выбора их шага решения, используемого в алгоритме<sup>2</sup>. Это обусловлено тем, что значительное

---

<sup>1</sup> На выходе линейного эквалайзера с конечным числом ячеек трансверсального фильтра будет всегда наблюдаться остаточная МСИ.

<sup>2</sup> Поэтому при быстрых изменениях канала в условиях сильных МСИ будет наблюдаться возрастание ошибок, обусловленных инерционностью работы эквалайзера

увеличение шага решения итерационного метода для ускорения его сходимости приводит к возрастанию флуктуаций значений коэффициентов эквалайзеров около их оптимальных значений, а, следовательно, и к увеличению СКО МСИ на выходе эквалайзера. В то же время уменьшение шага решения приводит к возрастанию требований по используемому аналого-цифровому преобразователю и точности вычислений («на уровне 16 бит, из которых 10-12 значащих бита используются для арифметических операций по выравниванию сигнала, а оставшиеся наименее значащие биты – для обеспечения необходимой точности процесса адаптации» [172, с.555]).

- Уменьшение скорости сходимости итерационного метода определения коэффициентов адаптивного ЛЭ, реализующего критерий минимума СКО МСИ, с увеличением их числа.

Преодоление первого из вышеперечисленных недостатков достигается за счёт применения дробных эквалайзеров (ДЭ), в которых стробирование входного сигнала происходит со скоростью не меньше скорости Найквиста [369] по сравнению с ЛЭ.

Впервые анализ свойств ДЭ был произведен Г. Унгербоеком в работе [401]. В дальнейшем анализ свойств ДЭ был продолжен и развит в работах К. Куреши и Дж. Форни [374], Р. Гитлина и С. Вайнштейна [290]. В данных работах были представлены результаты моделирования, которые подтверждают отсутствие чувствительности ДЭ при изменении скорости стробирования входного сигнала и возможности компенсации искажений, вызванных значительной нелинейностью ФЧХ канала. В этих работах был отмечен ряд особенностей, которые с учётом результатов работы [336], можно рассматривать, как недостатки ДЭ:

- повышение скорости стробирования входного сигнала приводит к тому, что матрица ковариаций входных сигналов становится вырожденной, а поскольку при определении коэффициентов эквалайзера требуется её обращение, то, таким образом, нарушается единственность получаемого решения при их определении. Данная ситуация, согласно результатам работы [290], может возникать, когда

ширина спектра сигнала превышает полосу пропускания канала не менее чем в два раза, что можно рассматривать как передачу информации при сильных МСИ со скоростью, превышающей скорость Найквиста [369]. Наличие спектральных нулей у АЧХ канала связи в этом случае является дополнительным неблагоприятным фактором, ухудшающим качество работы ДЭ, как и в случае с ЛЭ, когда имеет место наличие спектральных нулей у АЧХ. В тоже время, если ширина спектра сигнала не превышает указанную величину, то влияние спектральных нулей у АЧХ может быть снижено за счёт подбора периода стробирования входного сигнала;

- увеличение вычислительной сложности и уровня собственных шумов у ДЭ по сравнению с ЛЭ из-за возрастания необходимого числа ячеек трансверсального фильтра для выравнивания АЧХ канала.

Попытки использования свойства вырожденной матрицы ковариации входных сигналов для настройки коэффициентов эквалайзера были предприняты Г. Лонгом и др. в работах [336,337]. При этом в работе [337] также было отмечено, что, несмотря на полученные результаты по настройке коэффициентов ДЭ, в ряде случаев, в условиях значительных МСИ, имеются определенные проблемы при обработке сигналов, вызванных спектральными нулями АЧХ канала связи, которые выражаются в зависимости остаточного уровня МСИ от скорости стробирования входного сигнала.

Уменьшение влияния формы АЧХ канала на помехоустойчивость в ряде случаев позволяют обеспечить ЭОСР, также у них отсутствует чувствительность к ошибкам квантования сигнала и параметрам эквалайзера [369]. Впервые такой эквалайзер был представлен М. Остиным в работе [421], а детальное исследование их свойств было проведено в работах [288, 349, 377, 365, 369]. К недостаткам ЭОСР можно отнести следующие особенности, которые детально описываются в работах Д. Джорджа [288], Дж. Сальца [377], Дж. Прокиса [369]:

- Размножение ошибок в виде их пачки при восстановлении символов, обусловленное работой ОСР и некорректным восстановлением первого из её

символов. В этом случае проигрыш по отношению сигнал-шум может достигать до 2 дБ относительно случая, когда ошибки по решению отсутствуют.

- Возрастание уровня СКО МСИ на выходе эквалайзера при увеличении объема алфавита канальных символов.
- При скорости передачи выше скорости Найквиста происходит резкое возрастание уровня СКО МСИ на выходе эквалайзера. Невозможность передачи информационного сообщения с символьной скоростью равной или близкой к пропускной способности канала связи.
- Существенное ухудшение качества работы эквалайзера в каналах связи с сильными (большими) МСИ по отношению к оптимальным методам обработки особенно для тех каналов, где АЧХ имеет спектральные нули или диапазон спектральных нулей, или, в случае большого диапазона изменений амплитуды АЧХ канала.

Одним из интересных направлений развития ЭОСР является эквалайзер с обратной связью по решению и предсказанием. Такой подход был представлен К. А. Бельфиоре и Дж. Н. Парком в работе [262]. Его достоинство – возможность применения к обработке решетчато-кодированных сигналов по сравнению с традиционными ЭОСР, однако вероятность ошибки на символ данного типа эквалайзера эквивалентно показателям традиционных ЭОСР [369].

Простейшая реализация динамической адаптации коэффициентов ЭОСР производится рекуррентным образом с помощью несколько измененного алгоритма МНК, используемого для адаптивного ЛЭ. Однако, при этом, характеристики качества алгоритма МНК, по существу, такие же, как и для адаптивного ЛЭ [369].

Для улучшения скорости сходимости МНК при адаптации коэффициентов эквалайзера был предложен новый подход, который базируется на минимизации квадратичного показателя качества, определяемого через временное среднее, в то время как ранее значение квадратичного показателя качества определялось через статистическое среднее [369]. Данный алгоритм получил название рекуррентного

алгоритма наименьших квадратов (РАНК) или алгоритма Калмана и впервые был представлен Д. Годардом в работе [292], особенности его реализации были также рассмотрены Б. Пикинбоно в работе [422]. Несмотря на быструю сходимость РАНК [304], достаточную для его применения в быстро изменяемых во времени каналах (например, в каналах коротковолнового диапазона (КВ-каналы)), он имеет два выраженных недостатка [265,304,369,381]:

- алгоритм достаточно чувствителен к ошибкам округления, которые накапливаются при рекуррентных операциях. В свою очередь, это приводит к его неустойчивости, что в ряде случаев снижает помехоустойчивость до таких значений, при которых его применение становится неоправданным [265];
- требуемое число вычислительных операций для определения коэффициентов эквалайзера пропорционально квадрату числа используемых коэффициентов эквалайзера [369,381].

Попытка преодоления второго недостатка первоначально была осуществлена в работе [279], но имела те же недостатки, которые были перечислены выше. Дальнейшие попытки создания быстрых РАНК с линейной вычислительной сложностью относительно числа используемых коэффициентов эквалайзера, представленные в [330], не дали положительных результатов по сравнению с традиционной формой его реализации в условиях сильных МСИ.

Теоретические исследования, направленные на преодоление первого недостатка, нашли отражения в работах Г. Бирмана [265,266], Н. Карлсона [270], А. Эндрюса [249], В. Джентльмена [287].

Следует отметить, что получение практических результатов в виде алгоритма настройки коэффициентов ЭОСР было представлено в работе Ф. Хшу [304] применительно для КВ-каналов связи. В своей работе Ф. Хшу [304] создал новые алгоритмы настройки, основываясь на совместном использовании алгоритма Калмана-Годарда и  $U-D$  факторизованного фильтра ковариационной матрицы Карлсона-Бирмана [265,266,270], при этом вычислительная сложность немного превосходила традиционный алгоритм Калмана.

Последующее развитие адаптивной настройки коэффициентов эквалайзера, во-первых, связано с созданием лестничных рекуррентных методов наименьших квадратов, в которых используется классическая схема настройки, реализуемая на основе анализа обучающей последовательности, а во-вторых, связано с созданием класса алгоритмов, обеспечивающих слепое выравнивание канала, то есть, когда настройка их производится без использования обучающей последовательности,

Создание теоретических основ по рекуррентным лестничным методам наименьших квадратов для общего оценивания сигналов были разработаны М. Морфом и др. в работах [350,351,352]. В дальнейшем эти результаты были переработаны Дж. Макхоули [342], Э. Саториусом, Дж. Паком, С. Александером [380,381], Ф. Лингом и Дж. Прокисом [331-334] и использованы для создания алгоритмов адаптированного выравнивания каналов.

В качестве достоинств адаптивных лестничных эквалайзеров, которые реализуют рекуррентный метод наименьших квадратов, можно отнести [342,369 380,381]: 1) отсутствие чувствительности к ошибкам округления; 2) меньшая чувствительность к ошибкам квантования по сравнению с традиционными адаптивными алгоритмами выравнивания каналов; 3) более быстрая сходимость алгоритма по сравнению с ранее рассмотренными типами эквалайзеров; 4) число секций лестничного эквалайзера можно легко увеличить или уменьшить без влияния на коэффициенты оставшихся секций.

Несмотря на перечисленные выше достоинства такого типа эквалайзеров, из результатов работ [272,342,381,332] следуют их недостатки:

- Увеличение вычислительной сложности в 4,5 раза по сравнению с традиционными методами прямой оценки информационной последовательности на базе обработки тренирующей последовательности, которые были рассмотрены выше.
- Реализация рекуррентного метода наименьших квадратов с прямоугольным окном является неустойчивой, так как ошибка при определении коэффициентов эквалайзера будет линейно нарастать с увеличением времени.

Непосредственно сами алгоритмы слепого выравнивания канала можно классифицировать следующим образом [43]: 1) алгоритмы, основанные на стохастическом градиентном методе адаптации коэффициентов эквалайзера (данный класс алгоритмов также называют алгоритмами Базганга [43]); 2) алгоритмы, основанные на анализе статистик принимаемого сигнала выше первого порядка, необходимых для определения начальных характеристик и синтеза эквалайзера; 3) алгоритмы, основанные на правиле максимального правдоподобия.

Исторически первым был создан класс алгоритмов, основанных на стохастическом градиентном методе адаптации параметров эквалайзера. Так первой работой, посвященной созданию слепого метода выравнивания, является работа И. Сато [378] применительно к амплитудно-манипулированным сигналам. В дальнейшем его алгоритм был обобщен Д. Годардом [293] применительно к амплитудно-фазовой модуляции и получил название «алгоритма постоянных модулей» [43]. Последующее развитие данного направления нашло отражение в работах А. Бенвиниста и М. Гоурсата [263], И. Сато [379], Г. Фошини [283], Г. Пичи и Г. Прати (алгоритм «Stop-and-Go») [362], О. Шалви и Э. Вайнштейна [385].

Основным недостатком данного класса алгоритмов является относительно медленная сходимость и требование достоверных начальных условий [43]. Так, по мнению Дж. Прокиса [369], для данного класса алгоритмов наблюдается проигрыш по скорости сходимости примерно на порядок относительно методов, где настройка эквалайзера производится с помощью известной обучающей последовательности.

Первой работой, относящейся ко второму из перечисленных методов слепого выравнивания, является работа Х. Л. Никиаса и М.Р. Рагувера [164], в которой для решения поставленной задачи используется биспектр. В ней были получены результаты по «слепой» идентификации информационных последовательностей, чья статистика существенно отличается от гауссовой. Корректность таких результатов обусловлена тем, что спектры высших порядков в этом случае

обладают информацией о ФЧХ канала. Дальнейшее развитие такого подхода было представлено в работе Д. Хатзинакоса и К. Никиаса [298]. В ней авторы ввели полиспектральный метод адаптивного слепого выравнивания, называемый трикепстр-алгоритмом выравнивания.

Для данного класса алгоритмов основной недостаток заключается в большом объеме требуемых данных для их реализации и их высокой вычислительной сложности, возникающей, в том числе и при оценивании у принимаемого сигнала моментов высоких порядков.

Использование статистик второго порядка, хотя и позволяет уменьшить число вычислений, но обеспечивает низкую помехоустойчивость [397,43] по сравнению с методами, которые используют обучающую последовательность.

Использование правила МП в задачах слепой обработки сигналов было рассмотрено в работах Н. Сешадри [383], Э. Зерваса и др. [414] и Р. Рахели и др. [370]. Основным недостатком данного класса является высокая вычислительная сложность и/или высокие требования, аналогичные тем, что у алгоритма Витерби [369], к требуемому объему памяти, используемой вычислителем.

Кроме вышеуказанных методов выравнивания, необходимо отметить следующие алгоритмы для оценки импульсных характеристик каналов, которые могут быть применены для построения алгоритмов выравнивания канала [43,160]: 1) алгоритмы взаимных отношений [247,305]; среди их недостатков можно отметить необходимость точной оценки памяти канала и работу с разреженными матрицами большого размера [160]; 2) алгоритм канального подпространства [357]; среди его недостатков – это необходимость точного знания значения памяти канала.

Подход к преодолению недостатков методов второй и третьей форм реализаций применительно к РСПИ ППИ представлен в докторской диссертации Е.О. Хабарова [198] в 2013 году. Автор производит совмещение корреляционных методов обработки и идей, заложенных в методе ПЦППР научной школы Д.Д. Кловского, а также методов канального выравнивания.

Так, в частности, в ней был «предложен метод демодуляции сигнальных последовательностей при наличии МСИ, предусматривающий на первом этапе проецирование принимаемой сигнальной последовательности на некоторое конечномерное линейное пространство, а на втором этапе – принятие решения на основе субоптимального алгоритма переборного типа» [198, с.11-12]. Несмотря на существенное упрощение вычислений за счёт проецирования на конечномерное пространство, вычислительная сложность алгоритма растёт по показательному закону, как с увеличением объема канального алфавита, так и от числа символов, вносящих наибольший вклад в энергетику рассеянного сигнала.

Альтернативным подходом к «вышеуказанному алгоритму является методы двунаправленной демодуляции сигнальных пакетов с помощью выравнивания с ОСР, а также с помощью АКН, с арбитражем на основе «мягких» решений, полученных при демодуляции в прямом и обратном направлениях» [198,с.12]. Их достоинствами является то, что «их характеристики занимают промежуточное положение между теми, которые достигаются с помощью канального выравнивания с ОСР и характеристиками алгоритмов оптимальной обработки, а также субоптимальными алгоритмами переборного типа, требуя при этом существенно меньшего объема вычислительных операций» [198, с.78]. К факторам, ограничивающим их применение относится то, что их можно применять в «пакетных системах передачи информации при отсутствии строгих ограничений на задержку в принятии решения и достаточный объем буферной памяти, позволяющей запоминать сигнальную последовательность<sup>1</sup> или последовательность достаточных статистик этой последовательности необходимой длины» [198, с.79]; при этом решающее правило также требует вычисления и сравнения метрик ( $m^D$ ).

В той же работе был также «предложен алгоритм двунаправленного мягкого декодирования с ОСР по кодовой решётке сигнальных последовательностей с

---

<sup>1</sup> размерностью равной удвоенному значению числа символов памяти канала

решётчатой кодовой модуляцией (РКМ) на основе свёрточных кодов, при котором каждому предыдущему состоянию (узлу) кодовой решетки ставится в соответствие свой регистр обратной связи, с последующим арбитражным принятием решения. При этом оценки сигнальных амплитуд для регистров ОСР определяются на основе жёстких решений по максимуму правдоподобия из всех путей, входящих в данное состояние» [198, с.12]. Однако, при детальном рассмотрении полученных результатов, возникает ряд вопросов, связанных с поведением алгоритма в условиях наличия спектральных нулей у АЧХ или их диапазона на частотной оси у АЧХ канала, при котором она принимает нулевые значения по амплитуде, а также его работе в условиях сильных МСИ. Это связано с тем, что автор производит сравнение результатов, полученных данным методом, с результатами, представленными в работе Дж. Прокиса [369], для канала связи, не имеющего перечисленных выше особенностей [198, с.167, с.170], или для канала, в котором отсутствуют сильные МСИ, поскольку задержка между лучами не превосходит 1,5 раз от длительности канального символа. При этом для метода двунаправленной демодуляции сигнальных пакетов с помощью выравнивания с ОСР и арбитражем, был рассмотрен именно канал со спектральными нулями [198, с.134].

Также, в данной работе «предложена процедура декодирования по правилу максимума апостериорной вероятности (МАНВ-декодирования) сигнальных последовательностей с ТРКМ при наличии МСИ с использованием ОСР по кодовой решётке» [198, с.12]. При умеренной МСИ к достоинствам такого подхода можно отнести тот факт, что «характеристики предложенного турбо-декодера и классического турбо-выравнивателя с подавлением МСИ практически идентичны» [198, с.227], «а при значительных МСИ преимущество разработанного декодера становится более выраженным» [198, с.227]. Однако следует отметить, что «предложенный подход при значительном уровне МСИ имеет существенный энергетический проигрыш по сравнению с результатами, получаемыми при обработке отсчётов с помощью выравнивателя с ОСР при идеальной обратной связи по решению, а также с аналогичными характеристиками турбо-выравнивателя

с подавлением МСИ» [198, с.221]. Также следует отметить, что для вынесения итоговых решений о значении символов информационной последовательности необходимо произвести расчёт матрицы априорных вероятностей размерностью  $m \times L$ , где  $L$  - длина информационной последовательности, которая используется при вычислении вероятностных метрик рёбер, что приводит к существенным требованиям, как по объему буферной памяти, так и объему вычислений при больших значениях  $m$  и  $L$ .

Применение перечисленных методов и алгоритмов к задачам передачи информации со скоростью выше скорости Найквиста, было также исследовано в диссертационной работе [198], однако, как было показано ранее в данном разделе их применение приводит к ряду существенных ограничений.

В результате выполненного анализа (в краткой форме они представлены в табл. 1.2) становится очевидным следующее: реализация альтернативного подхода к повышению удельной пропускной способности является актуальной научной проблемой, требующей проведения соответствующих научных и экспериментальных (на основе математического, в том числе имитационного моделирования) исследований применительно к ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигналам с учётом основных особенностей, возникающих при обработке радиосигналов в современных РСПИ ППИ.

Это требует углубленного развития современной теории оценки пропускной способности составных частотно-селективных каналов связи при значительных МСИ, на базе т.н. параметра «разрешающего времени» применительно к ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигналам. Создание такой теории для фазовых РСПИ ППИ позволит интегрально учитывать ключевые факторы функционирования данных систем, которые необходимы для их практической реализации, оптимизации и обеспечения эффективной работы в неустойчивых каналах связи, например ионосферных каналах. В дальнейшем такую теорию будем называть теорией «разрешающего времени». А её создание для фазовых РСПИ ППИ непосредственно связано с необходимостью анализа переходных процессов для оценки разрешающего времени.

Табл. 1.2. Сравнительная характеристика методов приема и обработки сигналов используемых в РСПИ ППИ в ЧСКС

1-я форма (теория разреженного времени)	2-я форма корреляционные методы или методы сблещивания корреляционную и субоптимальную обработку при скорости передачи выше скорости Найквиста	3-я форма передача информации корреляционными канальными символами с контролируемой МСИ, обычно близкой к скорости Найквиста
<p>1. Низкая вычислительная сложность демодулятора.</p> <p>2. Решение некоррктной задачи достигается за счет выбора предела минимальной длительности символа, при которой достигается различие уровней следующих друг за другом канальных символов на основании анализа ЧСКС и сигнально-помеховой обстановки.</p> <p>3. Отсутствие недостатков собственных оптимальным и субоптимальным методам приема.</p> <p>3. Возможности работы со скоростью превышающей скорость Найквиста или близкой к ней.</p> <p>4. Использование в полной мере частотно-селективных свойств реального канала, отсутствие необходимости траты ресурсов системы на помехоустойчивое кодирование, которое должно обеспечивать коррекцию ошибок вызванных МСИ, что снижает пропускную способность.</p>	<p><b>Алгоритм Витерби и его модификации</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Существенное влияние линейных искажений, возникающих в линейных радиотрактах на помехоустойчивость, приводящих к значительному ее ухудшению.</li> <li>- Высокая вычислительная сложность, экспоненциальное время исполнения</li> <li>+ Высокая помехоустойчивость</li> </ul> <p><b>Алгоритм разработанный Хайдаровым сдвигущий АКН и субоптимальные методы при использовании ТРМ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Относительно высокая вычислительная сложность требуется рассчитать все метрики размерностью <math>m \cdot (m-1)</math> - объем канального алфавита, длина информационной последовательности,</li> <li>- отсутствие результатов его тестирования, при наличии спектральных нулей, или их диапазоне при скоростях выше скорости Найквиста</li> </ul>	<p>1-й класс – методы реализующие принцип минимизации ошибки при приеме сообщения или символа</p> <p>1-й подкласс базируется на правиле МАВ, обеспечивается наименьшая вероятность в отдельном принятом символе или их блоке.</p> <p><b>Алгоритм Клодского</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ низкая задержка на принятие решения,</li> <li>- недостаточная помехоустойчивость, из-за не полного использования энергии рассеянного сигнала.</li> </ul> <p><b>Алгоритм ЦПНР</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ хорошая помехоустойчивость,</li> <li>- высокая вычислительная сложность, имеющая экспоненциальную зависимость от объема канального алфавита и памяти канала.</li> </ul> <p><b>Разнобидности ЦПНР</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- В.Г. Карташевский – алгоритм для пространственно-временных каналов с памятью, имеющий те же недостатки, что ЦПНР</li> <li>- Д.В. Мишин – алгоритм блокавого и позиционного принятия решений с использованием скользящего «оконного» режима анализа, те же недостатки, что ЦПНР</li> </ul> <p>2-й подкласс базируется на правиле МП, обеспечивая наименьшую вероятность ошибки всей информационной последовательности в целом</p> <p><b>Алгоритм Витерби (АВ)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Существенное влияние линейных искажений, возникающих в линейных радиотрактах, на помехоустойчивость, приводящих к значительному ее ухудшению</li> <li>- Экспоненциальное время исполнения алгоритма</li> <li>+ Высокая помехоустойчивость</li> </ul> <p><b>Модификация АВ с фиксированной задержкой по решению</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Его реализация возможна только при нормированных скоростях не более 4 бит/с Гц, при четвертичном объеме канального алфавита и значении памяти канала не более 7 символов.</li> </ul> <p><b>Модификация АВ – пороговый алгоритм</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Возрастающий требуемый объем памяти устройства по сравнению с АВ. Рост составляет от 5 до 60 раз и использование двоичного и четвертичного алфавита</li> </ul>
<p>Обозначения: Недостатки Достоинства</p>		

Табл. 1.2. Сравнительная характеристика методов приема и обработки сигналов используемых в РСПИ ППИ в ЧКС

<p style="text-align: center;"><i>3-ья форма</i></p> <p style="text-align: center;">передача информации коррелированными канальными символами с контролируемой МСИ обычно близкой к скорости Найквиста</p>	<p style="text-align: center;"><i>2-й класс – методы канального выравнивания</i></p> <p><b>Линейные эквалайзеры (ЛЭ):</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ Низкая вычислительная сложность.</li> <li>- Высокая чувствительность шагу временной дискретизации входного сигнала.</li> <li>- Невозможность применения в каналах радиосвязи.</li> <li>- Полная компенсация МСИ на выходе ЛЭ возможна только при бесконечное число ячеек трансверсального фильтра</li> <li>- Невозможность адаптации коэффициентов ЛЭ при быстрых изменениях параметров канала</li> <li>- Уменьшение скорости сходимости итерационного метода определения коэффициентов адаптивного ЛЭ, реализующего критерий минимума СКО МСИ, с увеличением их числа</li> </ul> <p><b>Дробные эквалайзеры (ДЭ):</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ Отсутствие чувствительности ДЭ при изменении скорости стробирования входного сигнала</li> <li>+ Возможность компенсации искажений, вызванных значительной нелинейностью ФЧХ канала</li> <li>- Плохая сходимость алгоритма по оценке коэффициентов трансверсального фильтра при скоростях близких к скорости Найквиста</li> <li>- Чувствительность помехоустойчивости при наличии спектральных нулей у АЧХ канала</li> <li>- Увеличение вычислительной сложности и уровня собственных шумов у ДЭ по сравнению с ЛЭ из-за возрастания необходимого числа ячеек трансверсального фильтра для выравнивания АЧХ канала</li> </ul> <p><b>Эквалайзеры с обратной связью по решению (ЭОСР):</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ Уменьшение влияния формы АЧХ канала на помехоустойчивость в ряде случаев.</li> <li>+ Отсутствие чувствительности к ошибкам квитирования сигнала и параметрам эквалайзера.</li> <li>- Разнонажение ошибок в виде их пачки при восстановлении символов, обусловленное первым делом из ее символов.</li> <li>- При скорости передачи выше скорости Найквиста происходит резкое возрастание уровня СКО МСИ на выходе эквалайзера. Невозможность передачи информации сооднения с символами высокой скорости радиной или близкой к пропускной способности канала связи.</li> <li>- Существенное ухудшение качества работы эквалайзера в каналах связи с сильными (большими) МСИ по отношению к оптимальным методам обработки оседенно для тех каналов, где АЧХ имеет спектральные нули или диапазон спектральных нулей, или, в случае большого диапазона измененной амплитуды АЧХ канала</li> </ul> <p><b>Эквалайзеры с обратной связью по решению (ЭОСР):</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ Уменьшение влияния формы АЧХ канала на помехоустойчивость в ряде случаев.</li> <li>+ Отсутствие чувствительности к ошибкам квитирования сигнала и параметрам эквалайзера.</li> <li>- Разнонажение ошибок в виде их пачки при восстановлении символов, обусловленное первым делом из ее символов.</li> <li>- При скорости передачи выше скорости Найквиста происходит резкое возрастание уровня СКО МСИ на выходе эквалайзера. Невозможность передачи информации сооднения с символами высокой скорости радиной или близкой к пропускной способности канала связи.</li> <li>- Существенное ухудшение качества работы эквалайзера в каналах связи с сильными (большими) МСИ по отношению к оптимальным методам обработки оседенно для тех каналов, где АЧХ имеет спектральные нули или диапазон спектральных нулей, или, в случае большого диапазона измененной амплитуды АЧХ канала</li> </ul> <p><b>Алгоритмы слепого выравнивания канала:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>+ Отсутствие необходимости в применении тренирующей последовательности</li> <li>- Низкая сходимость существующих алгоритмов.</li> <li>- Повышенные требования к С/Ш по отношению к эквалайзерам работающим по тренирующей последовательности</li> <li>- Плохая сходимость алгоритма по оценке коэффициентов трансверсального фильтра при скоростях близких к скорости Найквиста</li> <li>- Большом объеме требуемых данных для их реализации и их высокой вычислительной сложности</li> </ul> <p style="text-align: right;"><i>Обозначения: Недостатки Достоинства</i></p>
--	---

### **1.3 Требования, предъявляемые при разработке математической модели информационного канала фазовой РСПИ ППИ, работающей в частотно-селективных каналах связи и использующей теорию разрешающего времени**

В данном разделе приводятся основные свойства и критерии, которые должны быть учтены в создаваемой модели информационного ЧСКС для фазовой РСПИ ППИ, необходимые для реализации нового метода приема и обработки сигналов на базе теории разрешающего времени.

#### **1.3.1 Основные положения**

Предположение о том, что у канала связи отсутствует память, то есть длительность сигнала на приемной и на передающей стороне является одинаковой, является достаточно сильной идеализацией, поскольку любые неоднородности среды, отражения от различных поверхностей в форме эхо-сигналов, элементы радиотракта, которые накапливают энергию, приводят к тому, что импульсная характеристика (ИХ) канала связи становится не идеальной. Это приводит к расширению во времени сигнала, к его временной дисперсии (к временному рассеянию) на выходе канала связи.

Так при  $L \ll T_0$ , где  $T_0$  – длительность канального символа и  $L$  – длительность ИХ, наблюдаются искажения у краевых участков элементов сигнала, соответствующему передаче канального символа. Преодоление данного эффекта в данном случае можно осуществить, вводя на передающей стороне защитные временные интервалы между элементами сигнала или исключая из обработки пораженные участки сигнала на приемной стороне [163].

При  $L > 0,5T_0$ , будут наблюдаться МСИ [163], порождающие взаимные помехи между соседними элементами сигнала («память» канала). Их уровень будет

зависеть от соотношения  $T_0$  и  $L$ , порождая существенные проблемы при демодуляции.

Указанные выше помехи относятся к классу мультипликативных помех<sup>1</sup>, которые нельзя уменьшить за счёт увеличения отношения сигнал-шум [163]. Это приводит к тому, что ошибка в определении значения информационного символа возможна даже в отсутствии аддитивных помех. При этом к мультипликативным помехам в месте приема добавляются аддитивные помехи в форме шума, в основном, в форме аддитивного белого гауссовского шума в полосе пропускания приемника [163,347,348,393,394].

Необходимо отметить, что в зависимости от того, каким образом формируются МСИ, эффекты от их воздействия будут разные [163]. Так, если МСИ обусловлены фазочастотными искажениями, то при нарушении отсчётности сохраняется взаимная ортогональность импульсных откликов канала, сдвинутых на целое число тактовых интервалов. Если же МСИ формируются за счёт амплитудно-частотных искажений, то результат – это потеря ортогональности ряда импульсных откликов. В зависимости от уровня МСИ, возможны следующие исходы при восстановлении принимаемого сигнала на приемной стороне: 1) при малом уровне МСИ – полное восстановление за счёт использования ЛЭ или ДЭ на приемной стороне, это в наименьшей степени свойственно радиоканалам; 2) невозможность восстановления на приемной стороне определенных пар комбинаций канальных символов передаваемого сообщения из-за при потере различимости отдельных составляющих на частотах занимаемой полосы сигнала, что свойственно радиоканалам при глубоких частотно-селективных замираниях сигнала.

Необходимо отметить, что частотно-селективная избирательность канала, вызванная многолучевым распространением сигнала, которая проявляется во временных задержках каждого луча относительно другого приводит к фазовому

---

<sup>1</sup> поскольку воздействие КЧХ канала на сигнал является мультипликативным

сдвигу, зависящему от частоты. В результате на одних частотах образуется «пучность» у АЧХ передаточной характеристики канала, а на других - «узел». При этом расположение «пучностей» и «узлов» на частотной оси изменяется с течением времени.

С учётом выбранного метода приема и обработки сигналов в частотно-селективных каналах связи (см. раздел 1.2) и анализа результатов работ [52,69,163,371], к реальным частотно-селективным каналам связи, для которых может быть применена разрабатываемая теория разрешающего времени, можно отнести следующие типы радиоканалов: 1) декаметровые каналы с ионосферным отражением; 2) метровые радиоканалы с эхосигналами и ионосферным рассеянием.

Следует отметить, что основные характеристики второго из перечисленных типов каналов по доплеровскому расширению спектра и задержек, обусловленных многолучевым распространением, имеют близкие характеристики с первым типом каналов в отсутствии ионосферных возмущений в них, что следует из результатов работы [52]. Характеристики ионосферных каналов с отражением представлены в табл. 1.3 и они являются предельными<sup>1</sup>.

Согласно работе [156] к каналам, перечисленным в таблице 1.3, в предельных случаях можно отнести трассы, протяженность которых или немного меньше, чем 800 км или слегка превосходит значение в 2000 км, поскольку:

- естественные неоднородности обуславливают временное рассеяние около  $20 \div 40$  мкс для каждого из лучей;
- наличие магнитоионной обыкновенной и необыкновенной компоненты обеспечивает временную дисперсию до 200 мкс;
- односкачковые трассы длиной  $800 \div 2\ 000$  км обычно имеют временную дисперсию в 100 мкс;

---

<sup>1</sup> Данное значение доплеровского расширения на основании анализа результатов, представленных в работе [69], соответствует 50% всех ионосферных каналов.

- многолучевое распространение при временной дисперсии 1—2 мс свойственны на трассах с протяженностью до 800 км или на очень длинных трассах от 2000 до 10000 км.

В тоже время ТРВ для РСПИ ППИ может быть использована для трасс протяженностью от 800 до 2000 км, у которых предельные значения доплеровского расширения спектра и временного рассеяния (задержками между лучами), удовлетворяют значениям в табл. 1.3.

Детально частно-селективные свойства таких каналов, в том числе, и длительность их квазистационарности, будут рассмотрены в разделе 1.3.3.

К дополнительным факторам по отношению к аддитивному шуму, которые снижают помехоустойчивость фазовых РСПИ ППИ, работающих в ЧСКС, согласно [163] относятся: 1) элементы канала, которые обеспечивают нелинейные преобразования; 2) пространственный вид рассеяния, обусловленный искажением плоского фронта волны; 3) линейные преобразования, такие как смещение несущей

Табл. 1.3 Характеристики парциальных КВ каналов, согласно классификация МСЭ [16,371], удовлетворяющие параметрам использования ТРВ

Тип канала	Доплеровское расширение по частоте, Гц	Временное рассеяние, мс	Условия распространения, согласно [56]
Среднеширотный спокойный (mid-latitude quiet)	0,1	0,5	Хорошие
Среднеширотный умеренный (mid-latitude moderate)	0,5	1	Средние

частоты за счёт эффекта Доплера и доплеровское расширение спектра<sup>1</sup>, обусловленное движением среды распространения, т.е. ионосферы [163,52] с учётом её неоднородностей; 4) атмосферные и промышленные помехи

<sup>1</sup>Сам эффект обусловлен тем, что сигнал, принимаемый приемником, представляет собой ансамбль отраженных/рассеянных с разных позиций сигналов вокруг средней точки

(индустриальные помехи) в форме импульсных помех, а также помехи от посторонних каналов связи, обусловленных некорректной работой передатчика большой мощности или внутрисистемными помехами.

Преодоление факторов, связанных с нелинейностью элементов, представлено в подразделе 1.3.2, благодаря которым канал связи можно считать линейным при построении модели канала.

Преодоление пространственного рассеяния осуществляется или с помощью использования разнесенного приема на несколько антенн, или временного перемежения. Техническая реализация схемы выбора антенны и временного перемежения в полном объеме представлены в работах [163,347,348] и поэтому в данном диссертационном исследовании не рассматриваются.

Атмосферные и индустриальные помехи в форме импульсных помех, а также помехи от посторонних каналов связи, обусловленные некорректной работой передатчика большой мощности или внутрисистемными помехами, в данной диссертационной работе, не учитываются. Это обусловлено тем, что согласно модели К. Ваттерсона [407], применяемой в рекомендациях МСЭ F.1487<sup>1</sup> [371], используются только аддитивный квазибелый гауссовский шум. Такие же рекомендации даны в стандарте ГОСТ Р 51820-2001 [226], в котором изложены основные требования к аппаратуре модемов КВ-диапазона с полосой 3 кГц.

### **1.3.2 Нелинейные искажения и их компенсация для обеспечения линейности частотно-селективного канала связи**

Прежде чем рассматривать конкретный вклад различных источников в уровень нелинейных искажений необходимо отметить, что согласно ГОСТ Р 51820-2001 [226], уровень нелинейных искажений во всей

---

<sup>1</sup> Данная рекомендация используется в т.ч. при сравнении КВ-модемов с полосой до 12 кГц занимаемой сигналом

каналообразующей аппаратуре, оцениваемый по коэффициенту нелинейных искажений, не должен превосходить 1,5%.

Согласно работам [92,163] к источникам нелинейных искажений в частотно-селективных каналах связи можно отнести: 1) подсистему автоматической регулировки усиления (АРУ) в приемнике; 2) аналоговый цифровой преобразователь (АЦП), работающий при перегрузке и неправильном согласовании уровня подаваемого на его вход сигнала; 3) модулятор; 4) нелинейные эффекты, обусловленные средой распространения при больших мощностях излучения; 5) выходные каскады передатчика, работающие в нелинейном режиме, для достижения высоких значений коэффициента полезного действия (КПД) без использования линеаризации их характеристик.

Учитывая результаты работ [21,92,163,181,220,280,384] нелинейные эффекты, обусловленные данными источниками, или имеют незначительный уровень, или могут быть скомпенсированы таким образом, что позволяет считать линейным реальный частотно-селективный составной канал связи.

Так нелинейные искажения, вызванные работой АРУ могут быть полностью скомпенсированы за счёт правильного выбора её скорости работы. Для этого согласно [163] параметры АРУ должны обеспечивать отслеживание медленного изменения общего коэффициента передачи среды для поддержания пикового значения мощности сигнала вблизи максимально допустимого значения с учетом запаса линейности демодулятора и используемого в нём АЦП, то есть производить регулировку только по медленным изменениям сигналов. Общие рекомендации по выбору параметров АРУ и АЦП в этом случае приведены в работе [163]. В тоже время конкретные технические требования для декаметровых ионосферных каналов, предъявляемые к этим подсистемам, получены в работе [92], там же представлены их технические реализации. В работе [92] также показано что для обеспечения наименьших уровней искажений требуется использовать АЦП с

числом значащих разрядов, равных 14, а период оценки уровня сигнала должен составлять 300 мс<sup>1</sup>.

Уровень нелинейных искажений, вносимых модулятором, обычно составляет 0,01 – 0,5% [78], что позволяет говорить о его высокой степени линейности и позволяет использовать линейную модель для составной канал связи.

Нелинейные эффекты, вызванные средой распространения, проявляются при достаточно большой мощности передатчика (не менее нескольких десятков, сотен киловатт [44,30]), что доступно лишь для специализированных стендов типа «Сура» или для мощных радиовещательных станций, которые не используются для передачи информации в цифровой форме. Это, в частности, следует из работ [16,93,168]. Поэтому в дальнейшем полагается, что среда распространения не вносит нелинейных искажений [30].

Согласно работе [163] наибольший вклад в создание нелинейных искажений вносят выходные каскады передатчика, которые работают в нелинейном режиме усиления без применения коррекции его характеристик. При этом в работе [163] было показано, что данный вид источников нелинейных искажений является безынерционным, то есть не вносит МСИ.

Устранение нелинейных искажений в данных источниках происходит по-разному.

Так для передатчиков в «декаметровом диапазоне усилители мощности работают в линейном режиме, коэффициент полезного действия которых в режиме немодулированной несущей, как известно, ограничен теоретическим пределом 78%, а на практике обычно лежит в пределах 60...65%». [21, с.106]. При этом в работе [21, с.106] был разработан макет усилителя мощности класса DE с минимальным КПД в 86%, для которого уровень высших гармоник не превосходит -52 дБ. Там же [21, с.107] было показано, что «при проведении экспериментальных исследований интерес представляла также оценка характеристик при усилении

---

<sup>1</sup> Выбирается на основании периода квазистационарности канала, который составляет 300 мс

сигналов с изменяющейся огибающей. Установлено, что энергетические и спектральные характеристики усилителя мощности класса DE не претерпевают существенного изменения, а саму модуляционную характеристику можно полагать близкой к линейной».

Из работ [181,220,280] следует, что для других частотных диапазонов используются нелинейные усилители мощности с коррекцией характеристик. В итоге это приводит к линейному преобразованию входного сигнала.

Для коррекции характеристики с целью достижения линейных преобразований в настоящее время используется технология, суть которой заключается в использовании цифровых предсказаний сигнала на входе усилителя, при этом их требуемые формы достигаются с помощью обратной связи, используемой для отслеживания параметров сигнала на его выходе. Сама технология имеет две формы реализации: без использования учёта предшествующих состояний усилителя и с их учётом.

Построение первого из перечисленных форм усилителей с коррекцией было продемонстрировано в работе [280] и заключается в использовании специальных справочных таблиц преобразований (англ. LUT) сигнала. Существенное улучшение характеристик такого подхода было достигнуто в работе [384] за счёт использования генетического алгоритма. Использование генетического алгоритма позволило снизить коэффициент утечки мощности в соседний канал со значения -35 дБн в отсутствие коррекции характеристик до значения -65 дБн [384], что близко к минимальному уровню шума (-75 дБн) при использовании АЦП с 13 значащими разрядами для оценок получаемых характеристик.

При использовании второй формы происходит «создание специальной меняющейся матрицы предсказаний с использованием полиномов. Корректировка входного сигнала на усилитель зависит не только от выходного сигнала, но и от предыдущего состояния усилителя» [181, с.11]. Применение коррекции с использованием памяти позволяет дополнительно снизить

коэффициент утечки мощности в соседний канал и уровень модуля вектора ошибки (EVM) дополнительно на 5 дБн относительно методов первого класса.

В результате, согласно работе [181], «установка модуля предискажений вносит изменение в констелляционную диаграмму входного сигнала, тем самым позволяя получить на выходе практически идеальную манипуляцию, с EVM, близким к нулевому [17]<sup>1</sup>» [181, с.10].

Таким образом с учетом вышеизложенного можно говорить, что математическую модель для рассматриваемого класса фазовых РСПИ ППИ, работающих в частотно-селективных каналах связи, можно считать линейной из-за малого уровня нелинейных искажений. Это подтверждается работами [16,168].

### **1.3.3 Требования к математической модели частотно-селективного канала связи в рамках теории разрешающего времени для ионосферного канала связи [144].**

В данном подразделе рассматриваются особенности, которые должны быть учтены при создании математической модели для ионосферного канала связи, чьи характеристики приведены в табл. 1.3, для разрабатываемой теории разрешающего времени применительно к фазовым РСПИ ППИ.

При создании математической модели для указанного типа каналов в рамках разрабатываемой теории разрешающего времени будем использовать фенологический подход, в рамках которого модель канала связи должна быть представлена таким образом, чтобы отражать с требуемой точностью только процессы, наблюдаемые на его выходе. При таком подходе канал связи представляется как полосовой фильтр [30]. А описание его характеристик

---

<sup>1</sup> В списке данной диссертационной работы источнику [17] соответствует [220]

происходит на использовании аппарата системных функций (передаточной или импульсной характеристик).

Корректность применения такого подхода для моделирования ионосферного КВ-канала обусловлена тем, что она в частности реализована в модели Ваттерсона [407] (см. рис 1.3), на основе которой созданы рекомендации МСЭ F.1487 [371], используемые в том числе при тестировании КВ-модемов, в современных стандартах MIL-DOT STD 188-110B/C/D [347,348] и STANAG 4539 [394].

В модели Ваттерсона каждому  $i$ -ому лучу (моде) ставится в соответствие отвод от линии задержки с комплексным коэффициентом  $G_i(t)$ , который определяет амплитуду и фазу каждого из лучей. Распределение  $G_i(t)$  задается комплексным гауссовым распределением с нулевым математическим ожиданием. Также каждому лучу соответствует доплеровский сдвиг по частоте, воздействие которого на луч также отражено на рисунке 1.3.

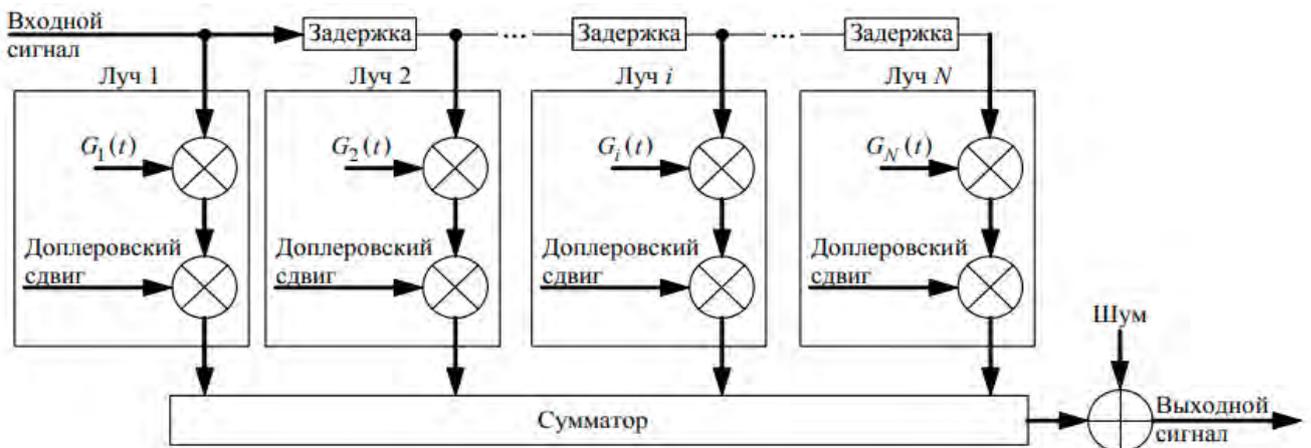


Рисунок 1.3. Структурная схема, реализующая модель Ваттерсона [56]

Модель Ваттерсона описывает ионосферный канал, как канал, который можно считать стационарным в полосе частот до 12 кГц и в течении промежутка времени (до 10 мин) [56,407], что было экспериментально подтверждено в работе [407].

При доказательстве корректности своей модели К. Ваттерсон провел ряд натуральных экспериментов, в ходе которых он уделив особое внимание анализу параметров ионосферного канала, с наиболее типичными, по его мнению,

характеристиками: 1) доплеровское расширение составляет 0,1 – 0,2 Гц (в рассматриваемом случае оно составляло 0,14 Гц); 2) доплеровское смещение по частоте – 0,0171 Гц; 3) временная дисперсия ИХ канала – 0,52 мкс. Экспериментальные данные были получены на частоте 9,259 МГц, 30 ноября 1967 г. в период с 11:10 – 11:20 (GMT -7:00) на трассе длиной 1294 км, между координатами (40'13' N, 90'01' W) и (40'08' N, 105'14' W), что соответствует среднеширотным ионосферным декаметровым каналам. Полученные результаты в виде графических зависимостей, представлены на рисунках 1.4 – 1.7.

На рисунке 1.4 представлены спектры сигнала непрерывной синусоиды после её передачи по ионосферному каналу и разделения по модам для наиболее типичного случая. Как видно из данного рисунка наибольший вклад по мощности вносят 1-2 лучи (мощность второго луча существенно снижена по сравнению с первым).

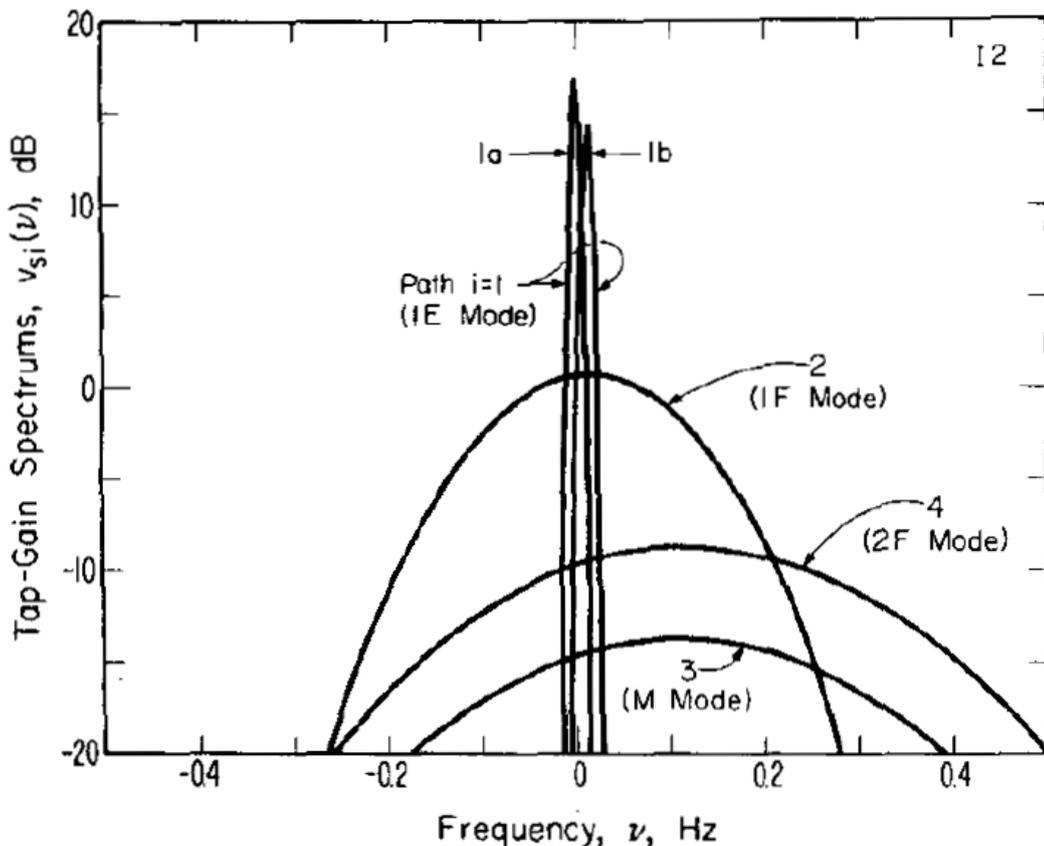


Рисунок 1.4. Спектры сигнала непрерывной синусоиды на отводах канальной модели Ваттерсона для наиболее типичного случая [407]

Этот факт необходимо учитывать при анализе зависимостей, представленных на рисунке 1.4, с точки зрения оценки длительности квазистационарности канала.

На рисунках 1.5 и 1.6 используются общие обозначения: результаты, полученные в ходе натуральных экспериментов, обозначаются кружками.

На рисунке 1.5 используются следующие дополнительные обозначения:  $\overline{C}_{si}(\Delta t)$  и  $\overline{C}_{di}(\Delta t)$  – нормированные корреляционные функции коэффициентов  $G_i(t)$ , полученные в ходе проведения натурального эксперимента и на основании математической модели Ваттерсона, соответственно. Под  $\Delta t$  понимается интервал корреляции по времени.

На рисунке 1.6 – под параметрами  $\overline{R}_s(\Delta f, 0)$ ,  $\overline{R}_m(\Delta f, 0)$  понимаются корреляционные частотные функции ионосферного канала, полученные в ходе проведения натурального эксперимента и на основании математической модели Ваттерсона, соответственно. По факту данные характеристики – это усреднённые передаточные характеристики канала по мощности при  $\Delta t = 0$ , при различных значениях частотного интервала корреляции  $\Delta f$ , соответственно.

Анализ результатов, представленных на рисунках 1.5 и 1.6, позволяет говорить о следующих особенностях свойственных наиболее типичному случаю (типичному каналу), по мнению К. Ваттерсона:

- 1) полоса пропускания парциального канала близка к значениям в 3 кГц;
- 2) наихудшее значение длительности квазистационарности канала может быть положена равной 300 мс;
- 3) КЧХ парциального канала относительно центральной частоты канала, на которой наблюдаются максимум по передачи мощности, имеет достаточно выраженную симметрию в полосе пропускания (по уровню -3дБ) относительно центральной частоты канала. А сама АЧХ парциального канала имеет гауссову форму, что обусловлено интерференцией лучей, чьи параметры задаются за счёт гауссова закона распределения в комплексной форме.

Указанная длительность квазистационарности полностью согласуется с результатами работы [92], в которой были получены значения длительности

квазистационарности для широкополосных ионосферных каналов связи с полосой занимаемой сигналом до 25 ... 30 кГц на трассах протяженностью 1300 и 2200 км, когда интенсивность помех (станционных и атмосферных) не велика, то есть когда ситуация соответствует модели Ваттерсона, а шум, описывается моделью аддитивного белого гауссовского шума.

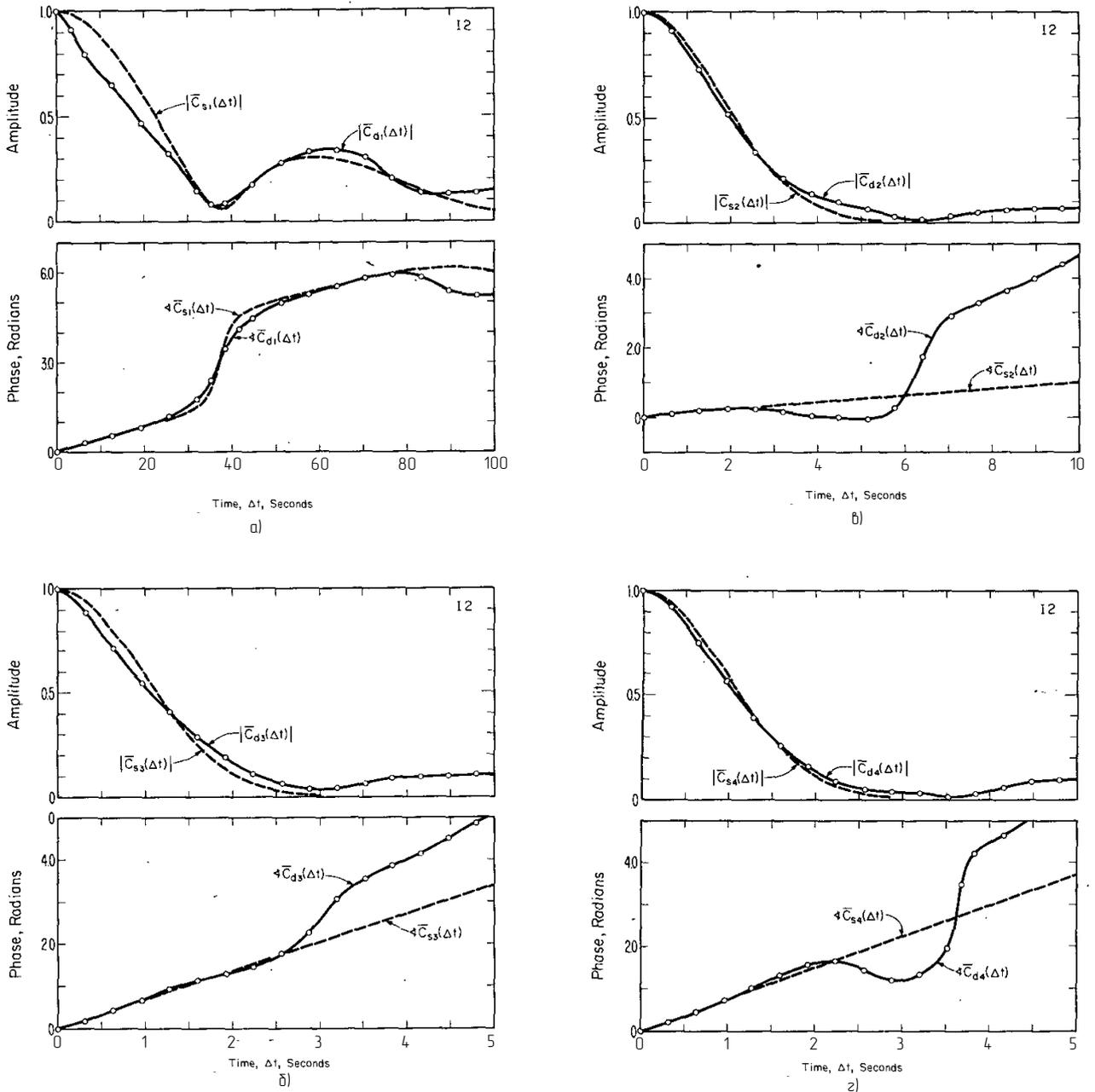


Рисунок 1.5 Зависимости корреляционной функции коэффициентов  $G_i$  в зависимости длительности временного корреляционного интервала [407]. Номера лучей: 1-й луч (а); 2-й луч (б); 3-й луч (в); 4-й луч (з)

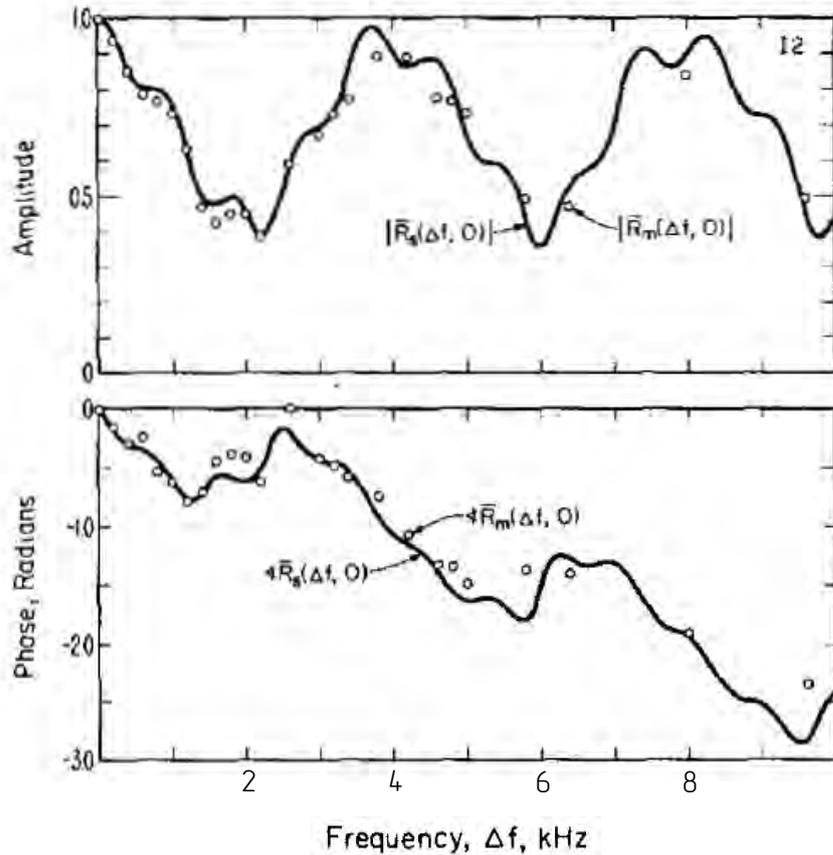


Рисунок 1.6 Зависимости корреляционной функций КЧХ КВ-канала от частотного интервала корреляции  $\Delta f$  [407]

Данные экспериментальные зависимости [92] после статической обработки представлены на рисунке 1.7 в форме зависимостей отклонения математического ожидания средней принимаемой амплитуды сигнала  $\Delta m$  и дисперсии относительного её отклонения  $\Delta \sigma$ . Из анализа зависимостей, представленных на рисунке 1.7, следует, что при длительности квазистационарности в 300 мс обеспечиваются следующие значения параметров  $\Delta m \approx 3\%$ , а  $\Delta \sigma \approx 6\%$ .

Указанное значение квазистационарности канала также полностью согласуется с результатами теоретических исследований, приведенных в работе [56], для ионосферных каналов с полосой пропускания 3 кГц (см. рисунок 1.8). Так при хороших условиях распространения для указанного периода квазистационарности коэффициент корреляции составляет 0,99, а для средних условий – 0,89 (см. табл. 1.3, рис. 1.8).

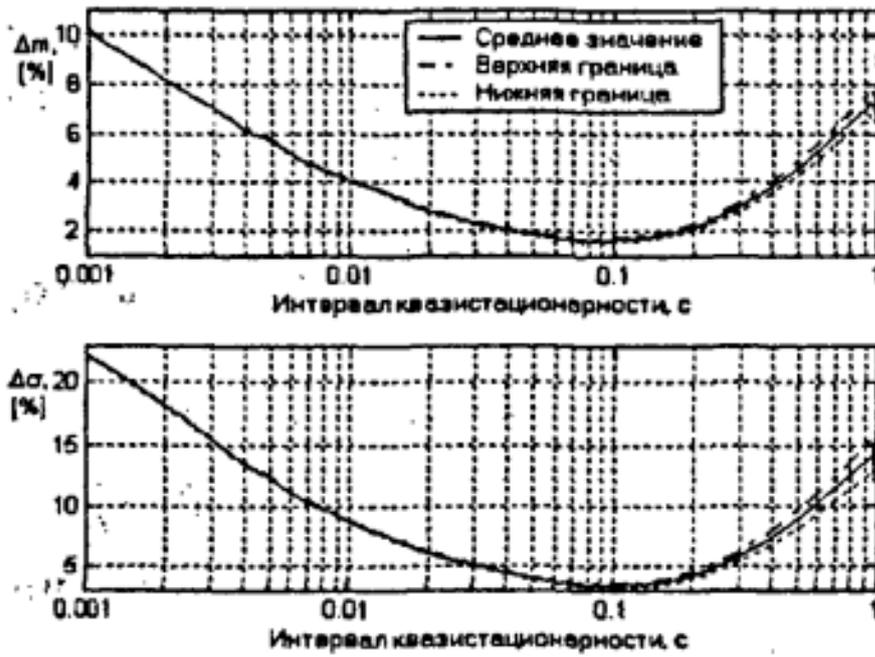


Рисунок 1.7. Распределение относительных отклонений математического ожидания и дисперсии, полученных в ходе трассовых испытаниях (3.04.2005) на средней частоте 9231 кГц [92]

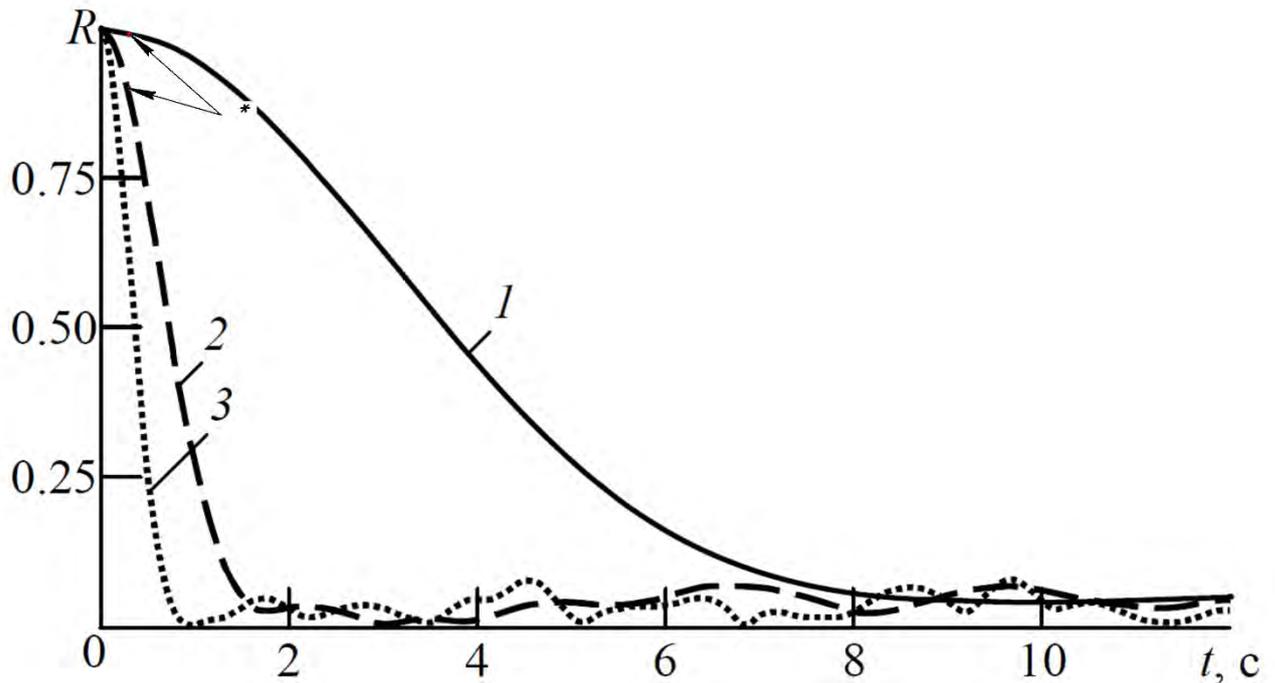


Рисунок 1.8 Коэффициенты корреляции КЧХ для различных условий распространений в ионосферных каналах [56]. Условия распространения: 1 – хорошие; 2 – средние; 3 – плохие. Красные точки (указаны стрелками (\*)) на зависимостях соответствуют периоду квазистационарности в 300 мс

К такому же результату приводит высокоточная модель ДАСФ<sup>1</sup> (динамическая адаптивная структурно-физическая модель), созданная профессором Г.Г. Вертоградовым и представленная им в работах [12,30], реализующая структурно-физический подход, в основу которого положено изучение реальных преобразований переданного в канале сигнала, его физических принципов, благодаря которому происходят искажение сигнала.

Так результаты по расчёту АЧХ и ФЧХ, представленные на рис. 1.9, были получены с помощью модели ДАСФ для среднеширотного ионосферного КВ-канала на центральной рабочей частоте равной 0,8 от максимально применимой частоты (МПЧ)<sup>2</sup>, подтверждают корректность изложенных особенностей, учитываемых при построении математической модели канала для теории разрешающего времени. Протяженность трассы составляла 1000 км, а условия были следующими [30]: 1) полуденные часы периода равноденствия (март), максимальная солнечная активность; 2) параметры среднемасштабных волновых возмущений (ВВ) — типичных для этих условий: амплитуда – 5%, длина волны ВВ – 150 км, период 20 мин.

Следует отметить, что указанные выше особенности по форме АЧХ и зависимостям длительности стационарности канала также подтверждаются в диссертационной работе Р.Р. Бельгибаева [16], выполненной под руководством член-корр. РАН Д.В. Иванова, и диссертационной работе [149].

Кроме того в работе [71] научной школы член-корр. РАН Д.В. Иванова показано, что в течении суток наибольшей доступностью для передачи информации обладают каналы с полосой пропускания близкой к 3 кГц среди каналов с полосой пропускания 3 – 24 кГц. Это, в частности, подтверждает выводы К. Ваттерсона. Более детально результаты представлены в табл. 1.4.

---

<sup>1</sup> Погрешность предсказания параметров в данной модели для реального ионосферного канала не превосходит 10 – 15% при использовании наклонного ЛЧМ-зондирования

<sup>2</sup> оптимальна по минимальному количеству лучей

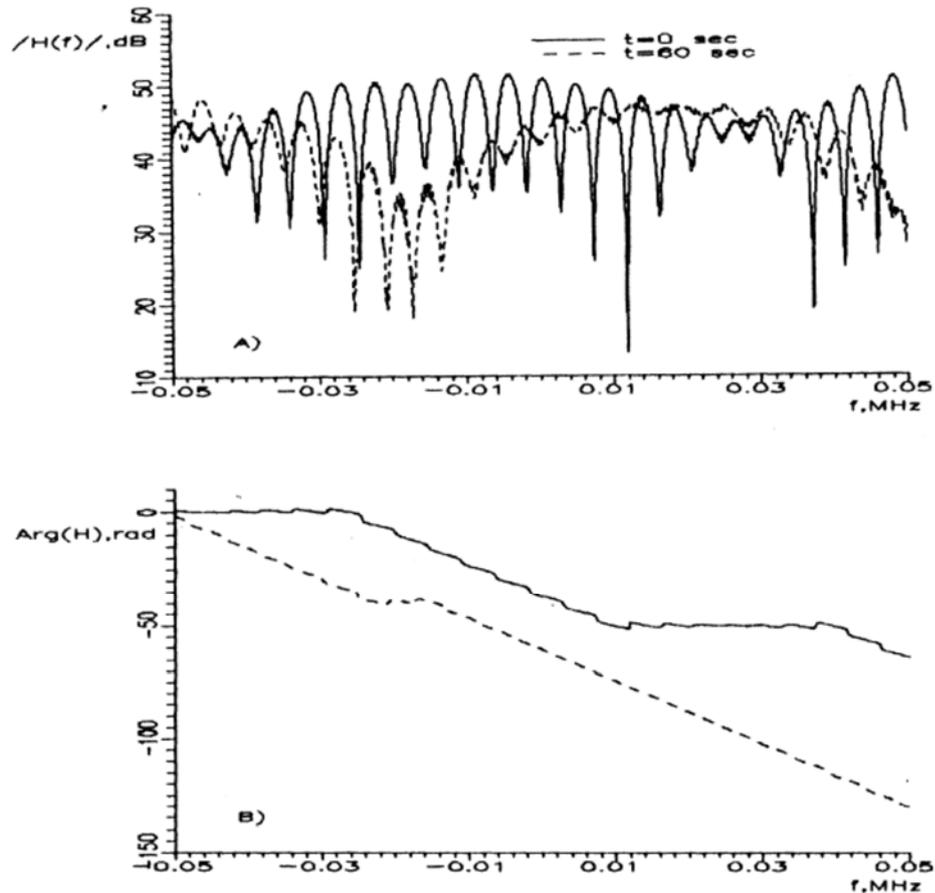


Рисунок 1.9. АЧХ и ФЧХ ионосферного канала в полосе пропускания 100 кГц, следующие друг за другом с минутным интервалом, снятые через интервал времени 60 с [12,30]

Табл. 1.4 Доступность парциальных ионосферных КВ-каналов связи с полосе 3-24 кГц [71]

Полоса парциального канала, кГц	Доступность, %
3	в среднем в ночное и вечернее время – 68% в дневное время 79%
6	в среднем в ночные и вечерние интервалы – 46 % в дневное время – 61 %
9	в среднем, в ночное и вечернее время – 32 % в дневное – 48%
12	в среднем, в ночное и вечернее время – 24% в дневное время – 37 %
24	в среднем, в ночное и вечернее – 8 % в дневное – 14 %

В докторской диссертации профессора Г.Г. Вертоградова [30] для каналов с полосой 3 кГц для среднеширотных трасс длиной от 800 км до 2000 км были получены экспериментальные результаты по оценке их характеристик: изменение во времени  $\delta f$  доплеровского смещения частоты каждого из лучей и динамические свойства их амплитуд  $a$ . Данные зависимости представлены на рисунках 1.10 – 1.11.

Необходимо отметить, что амплитуды лучей на рисунках 1.10 – 1.11 приведены в дБ относительно максимальной разрядности использованного АЦП, которая составляла 14.

Из анализа зависимостей представленных на рисунках 1.10 – 1.11, анализ которых был проведен в работе [30], следует что «поле в точке приема формируется небольшим количеством (до 3-5) дискретных лучей, параметры которых (частота и амплитуда) медленно меняются от времени» [30, с.287]. Данное утверждение можно дополнить тем, что доплеровский сдвиг по частоте на длительности квазистационарности 300 мс является постоянным.

Кроме того «из-за малого столкновительного поглощения в пределах полосы частотного рассеяния присутствуют множество дискретных компонент с близкими амплитудами» [30, с.290] (см. рис. 1.10).

Указанные выше особенности нашли свое отражение в стандартах связи ГОСТ Р 51820-2001 [226], MIL-STD - 188-110B\C\D, STANAG 4285, STANAG 4539 [347,348,393,394], в том числе и на обобщенную характеристику канала и полосу пропускания.

Анализ указанных выше стандартов с учётом полученных выше результатов и работы [163] позволяет сформулировать критерии предъявляемые к разрабатываемой модели, учитывая в большинстве случаев требования, которые отражены стандарте в MIL-STD - 188-110D (введен в действие в 2017 г.), поскольку он наиболее требователен к аппаратной реализации РСПИ ППИ.

Ниже приведены данные критерии:

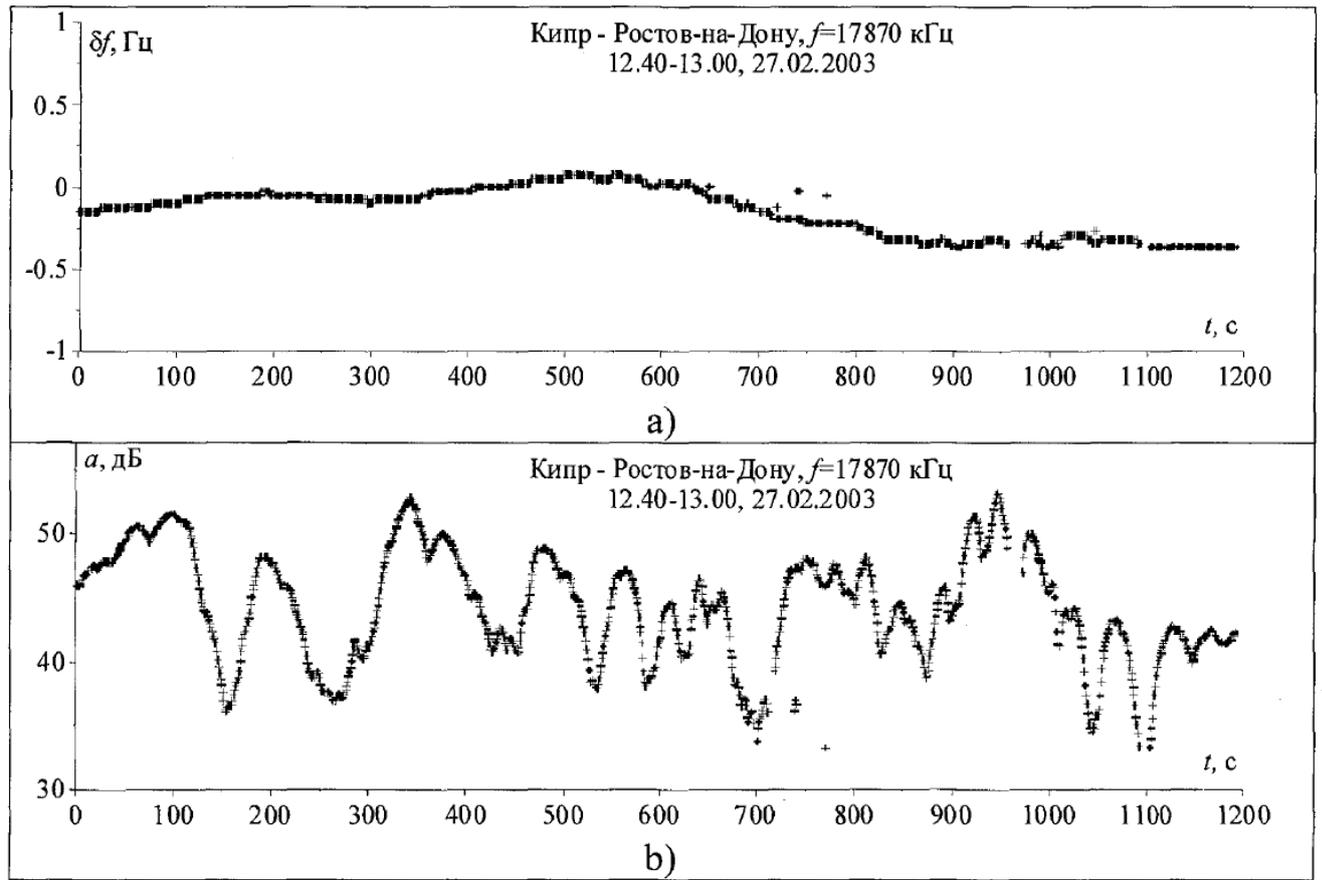


Рисунок 1.10. Зависимость от времени доплеровского смещения частоты (*a*) и амплитуды (*b*) разделенных лучей распространения при приеме сигналов вещательной станции на частоте 17870 кГц для трассы протяженностью 1400 км и азимутом  $201^{\circ} 2''$  для дневных часов суток 27.02.2003г. [30]

- 1) математическая модель должна учитывать все эффекты, связанные с наличием частотно-преобразовательных звеньев<sup>1</sup>, фильтров радиотракта, антенны, то есть все то, что связывает выход модулятора на передающей стороне со входом демодулятора на приемной стороне;
- 2) нестабильность восстановления несущей не должна превышать 0,018 Гц, что следует из анализа стандарта MIL-STD-188-110D [348]. То есть нестабильность по фазе опорного колебания на длительности квазистационарности канала в 300 мс не будет превосходить  $1,944^{\circ}$ ;

<sup>1</sup> Данная операция не нарушает линейности канала [163]

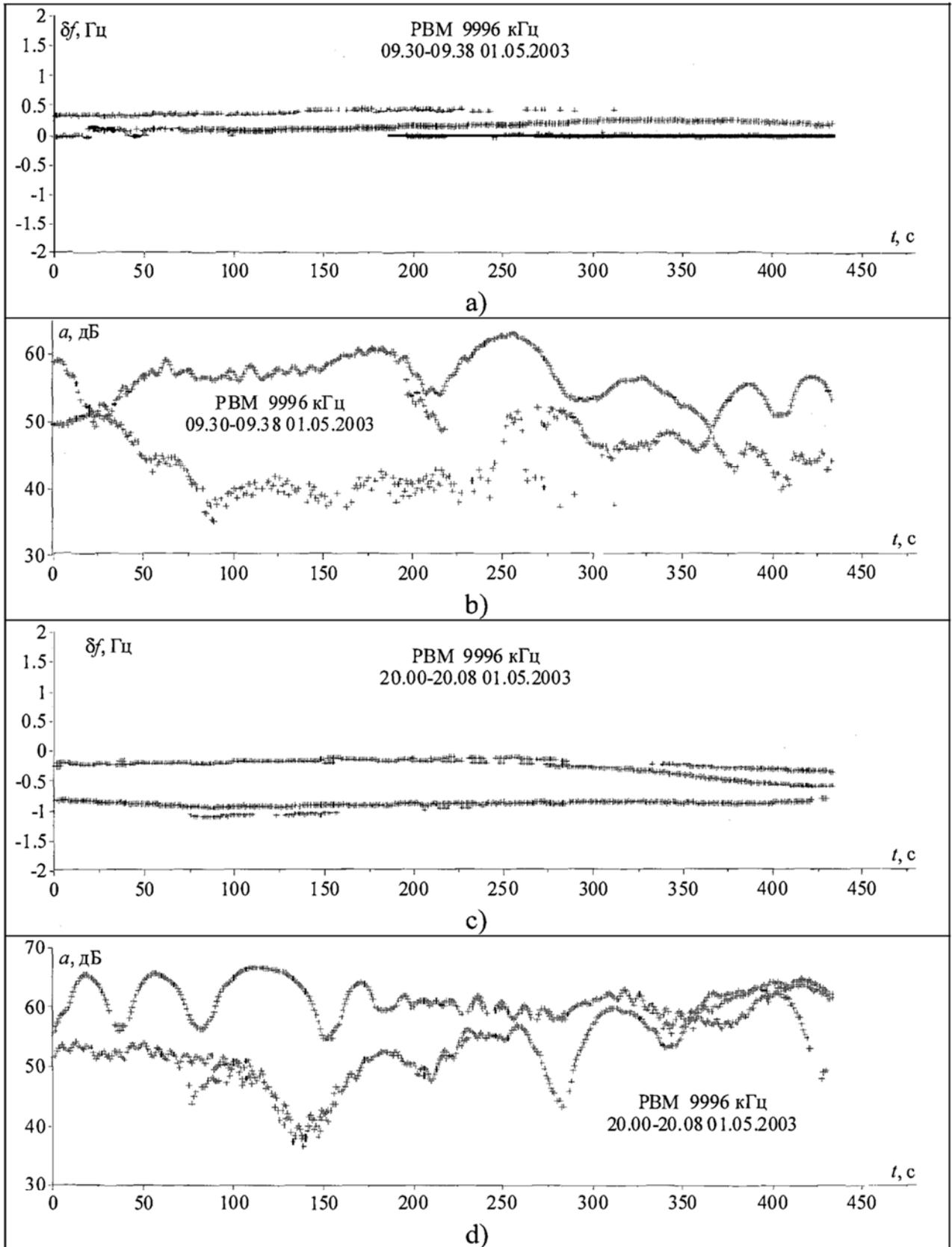


Рисунок.1.11. Зависимость от времени доплеровского смещения частоты (а,с) и амплитуды (b,d) разделенных лучей распространения при приеме сигнала станции точного времени на частоте 9996 кГц для трассы протяженностью 944 км и азимутом  $352.5^\circ$  для восходных (a,b) и заходных (c,d) часов суток 01.05.2003 г. [30]

- 3) нестабильность длительности символа во всей РСПИ ППИ не должна превышать  $10 \text{ ppm}^1$  [348];
- 4) наибольший доплеровский сдвиг не превосходит  $\pm 75 \text{ Гц}$  [347,348,393,394];
- 5) полоса пропускания приемника стандарта MIL-STD - 188-110D при полосе парциального канала 3 кГц составляет 2,7 кГц;
- 6) при формировании сигнала передатчиком в парциальном канале с полосой 3 кГц, занимаемая полоса частот сигналом по уровню -20 дБ, не должна превосходить полосу 3200 Гц ( $\pm 1600 \text{ Гц}$  относительно средней частоты канала [394, с. В-3]).
- 7) тренирующая последовательность между информационными блоками используется для обеспечения: а) компенсации постоянного фазового сдвига и модуля коэффициента передачи, вносимого линейным каналом связи, на начало передачи информационного блока на частоте приема; б) оценки импульсной характеристики канала связи; в) компенсации набега фазы за счёт доплеровского расширения спектра; г) компенсации доплеровского сдвига по частоте; г) компенсации нестабильности накопленной ошибки символьной синхронизации.

Дополнительно проанализируем указанные выше критерии в рамках их учёта в создаваемой модели канала, используя результаты работы [163] и ранее приведенные свойства рассматриваемого класса ионосферных каналов связи.

Анализ условий 3 и 4 с учётом результатов работы [163] позволяет не учитывать в разрабатываемой математической модели влияние следующих нестабильностей:

- а) связанных с растяжением или сжатием сигнала, обусловленных эффектом Доплера, влияющих на работу символьной синхронизации<sup>2</sup>. Поскольку в работе

<sup>1</sup> 1 PPM (parts per million) от величины А (с англ.) – соответствует 0.0001% от величины А

<sup>2</sup> Данный эффект, согласно работе [163], приведет к заметному сдвигу сигнала относительно тактовой сетки без использования систем символьной синхронизации лишь по прошествию передачи  $1 / d_{\min} = \min_f (f_c / \max |f_{с.д.}|)$  канальных символов, здесь  $f_{с.д.}$  – доплеровское смещение частоты;  $f_c$  – частота сигнала. Согласно стандарту MIL-STD - 188-110D  $\max |f_{с.д.}| = 75 \text{ Гц}$ , для всех видов трасс в том, числе при сильных возмущениях ионосферы, однако, учитывая результаты работы [30] для среднеширотных трасс, указанных в таблице 1.3, типичное

[163] представлены решения по символьной синхронизации, компенсирующие данный эффект для каждого принимаемого канального символа.

б) связанных с нестабильностью длительности символа в 10 ppm. Это обусловлено тем, что при используемой в стандарте MIL-STD - 188-110D символьной скорости в 2400 симв/с и длительности информационного блока в 106,6 мс накопленная ошибка по расхождению тактовой сетки без учёта работы систем символьной синхронизации не превысит 0,256% от длительности символа

Необходимо отметить, что возникающий набег фазы на выходе канала из-за доплеровского расширения спектра, можно оценить с помощью следующего выражения [184]

$$\theta_{\text{ош}} \left[ ^\circ / \text{симв} \right] = \frac{f_d \left[ \text{Гц} \right]}{R_c \left[ \text{симв/с} \right]} \times 360^\circ, \quad (1.3.1)$$

где  $f_d$  – доплеровское расширение спектра;  $R_c$  – скорость передачи символа.

Учитывая, что символьная скорость в стандартах MIL-STD -188-110B/C/D и STANAG 4285, 4539 [347,348,393,394] составляет 2400 симв/с, то  $\theta_{\text{ош}} \left[ ^\circ / \text{симв} \right] = 0,075^\circ$ . Поскольку число состояний по фазе в перечисленных стандартах не превосходит 8, а минимальный скачок по фазе ( $45^\circ$ ) во много раз превосходит значение  $2\theta_{\text{ош}} = 0,15^\circ$ , то следовательно набег фазы можно учитывать, как дополнительный постоянный фазовый сдвиг при переходном процессе, обусловленный передачей канального символа

Следует отметить, что в этом случае компенсация набега фазы должна происходить не для каждого канального символа, а для блока канальных символов, что может быть осуществлено двумя подходами:

1) посредством анализа тренирующей последовательности, реализованной в рамках стандарта MIL-STD-188-110D и STANAG 4539;

---

доплеровское смещение, не превышает 2 Гц. Таким образом без учета компенсации влияние данного эффекта, он в худшем случае окажет воздействие на качество приема после передачи 40000 символов при  $\max |f_{\text{с.д}}| = 75 \text{ Гц}$ , а при  $\max |f_{\text{с.д}}| = 2 \text{ Гц}$  после передачи 1 500 000 символов, поскольку  $\min f_c = 3 \times 10^6 \text{ Гц}$ .

2) на базе оценки ИХ канала с помощью подходов, представленных в работе [149] и дальнейшим использованием данной оценки для оценки набега фазы и его компенсации методами, представленными в работе [163]. Это в результате позволяет отказаться от использования передачи тренирующей последовательности внутри информационных блоков и производить компенсацию на малом числе информационных символов (10-15 канальных символов).

При использовании приемника, построенного по квадратурной схеме с двумя синхронными детекторами, для компенсации возникающего дисбаланса фаз между квадратурными составляющими целесообразно использовать метод, представленный в работе [358], при котором осуществляется снижение данного эффекта до уровня дисбаланса по фазе до значений  $0,025^\circ \dots 0,05^\circ$ , а по амплитуде до значений менее 0,1%

При построении математической модели будем полагать, что устройство, осуществляющее дискретизацию сигнала не оказывает влияние на работу решающего устройство, при условии, что его реализация производится в соответствии с результатами работы [163].

Коррекция фазовых дрожаний, обусловленных угловой модуляцией гетеродинных колебаний, происходящих с частотой сети и ее гармоник осуществляется с помощью гребенчатого синхронного фильтра, реализация которого представлена в работе [163].

Анализ методов оценки импульсной характеристики для ионосферного канала, представленных в работах [163,295,254] показал, что оценка импульсной характеристики для каналов, чьи характеристики представлены в табл. 1.3, может производиться с погрешностью 1,43% при использовании предсказания импульсной характеристики во времени, а без предсказания 0,76% (при С/Ш = 20 дБ). Последнее из перечисленных значений (0,76%) будем использоваться, как справочное для оценки результатов в рамках разрабатываемой теории разрешающего времени.

Необходимо отметить, что расчёт переходной характеристики для каждого из квадратурных каналов может быть произведён с использованием методов аппроксимации [11,20,257–260] на базе анализа результатов по оценке импульсной характеристики.

### 1.3.4 Заключительные положения [139]

В заключении данного раздела на основании проведенного анализа можно сформулировать следующие требования, которые должны быть учтены при построение математической модели ЧСКС канала связи для теории разрешающего времени, а также методов и алгоритмов оценки разрешающего времени и пропускной способности:

1) Модель информационного ЧСКС должна быть построена на основании феноменологического подхода, с учётом особенностей, приведенных в подразделе 1.3.3. Она должна быть сформулирована в рамках типовой обобщенной модели [87], представленной на рисунке 1.12. При этом структура кодирующего и декодирующего устройства остаётся вне рассмотрения данной диссертационной работы.

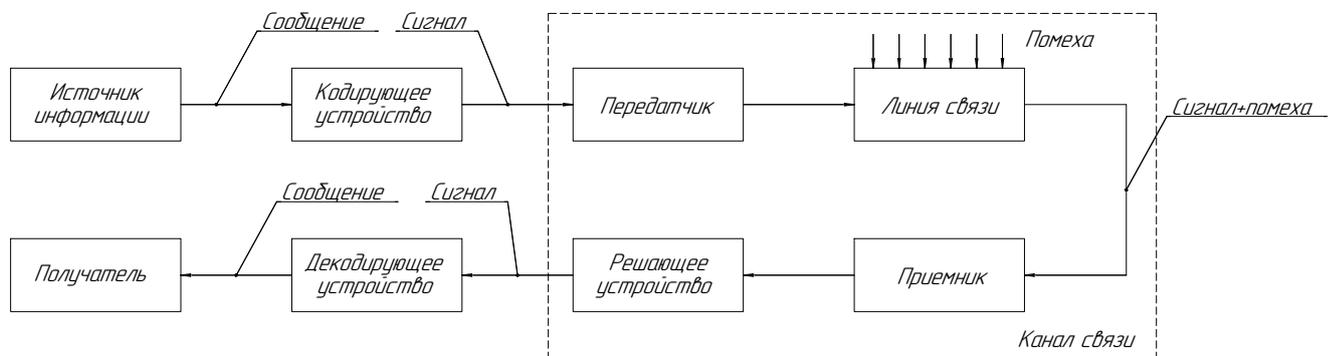


Рисунок 1.12 Обобщенная структурная схема информационной системы [87]

1. Наличие постоянного частотного сдвига в процессе передачи информационной посылки, обусловленного как работой передатчика, так и средой распространения. В рамках разрабатываемой математической модели канала это целесообразно представить как передачу от передатчика к приемнику модулированного радиосигнала на частоте, которая имеет расстройку по частоте относительно средней частоты эквивалентного ПФ, определяющего частотно-избирательные свойства составного канала.

2. В силу того, что в современных РСПИ перед передачей информационной посылки производится передача преамбулы для настройки параметров приемника, то можно считать, что приемник компенсирует постоянный фазовый сдвиг, вносимый составным каналом, и влияние значения коэффициента передачи на частоте приема [343]. Кроме того, преамбула позволяет точно определить частоту приема и использовать это в процессе оценки информационных символов на приемной стороне, и использовать для обеспечения подстройки частоты [369].

3. Применение стохастических методов и моделей, в том числе, построенных на базе марковских цепей и стохастических дифференциальных уравнений, является нецелесообразным для рассматриваемых в данной диссертационной работе ЧСКС. Это обусловлено тем, что характер поведения информативных параметров сигнала на выходе непрерывного ЧСКС с дискретным источником является немарковским [366, с.421]. А попытки модификации марковских моделей для данного типа каналов, в частности предложенные в работе [264], приводят к резкому усложнению модели, обусловленного ростом числа её состояний и памяти. Это в результате дает хорошие результаты только для относительно простых случаев [366, с.422].

В тоже время простые марковские модели не обеспечивают в принципе требуемую точность аппроксимации спектральной плотности мощности сигнала на выходе ЧСКС [366, с.421]. В этой связи становится актуальна дискуссия в работах [363,364,264,294,300,391] о принципиальной применимости марковского процесса для моделирования замираний, что дополнительно указывает на справедливость

данного положения. При этом интересно мнение С. Примака, В. Конторовича, В. Лиандреса, изложенного в работе [366], где указывается, что такие модели помогает выявить лишь общие тенденции и проанализировать производительность сложных кодов.

4. При построении модели ЧСКС необходимо полагать, что вероятность появления символов информационной последовательности имеет независимый характер и подчиняется равновероятному распределению. Справедливость такого подхода обусловлена тем, что: во-первых, как минимум, достигается нижняя граница пропускной способности [386], которая с уменьшением мощности шума и ошибок измерений стремится к верхней её границе, а, во-вторых, при использовании широко распространённых методов канального кодирования, особенно в ЧСКС с изменяемыми параметрами, распределение значений символов передаваемой последовательности является равновероятным [271,369].

Кроме того, в условиях быстро изменяющихся параметров ЧСКС, рассматриваемых в данной работе, осуществить выбор наилучшего способа кодирования в реальном масштабе времени, обеспечивающего верхнюю границу пропускной способности, является крайне затруднительными или практически невозможным в силу больших накладных расходов на процедуру оценки и передачи настроек на передающую сторону при малых длительностях квазистационарности канала [271,387].

В тоже время применение широко используемых методов кодирования, например, ТРКМ также не лишено недостатков. Так согласно [271], для РСПИ ППИ, функционирующих в ЧСКС, процесс детектирования и декодирования нельзя производить отдельно, что требует применения итеративных процедур, обладающих высокой вычислительной сложностью, в ряде случаев это ставит вопрос о возможности практической реализации. В частности, на это также указывает результаты, полученные Е.О. Хабаровым [198], которые были детально обсуждены в разделе 1.2.

Применение методов, направленных на уменьшение влияния МСИ в ЧСКС, таких как перемежение, кодирование, паузы при передаче между информационными блоками приводят к заранее предсказываемому проигрышу по пропускной способности канала в широком диапазоне соотношений сигнал-шум [387]. Этот проигрыш, согласно [387] возникает из-за того, что у реальной РСПИ ППИ имеются неидеальности, которые достаточно часто не учитываются при разработке самого кода и приводят к различию в характеристиках между предполагаемым и реальным каналами. Данная особенность, в частности, была продемонстрирована для следующих типов кодирования в работе [387]: 1) Tomlinson – Harashima precoding (THP); 2) Laroia, Tretter, and Farvardin (LTF) precoding; 3) Laroia's ISI-coding (LIC).

5. Модель должна строиться исходя из особенностей поведения информативных параметров радиосигнала, вызванных протеканием переходных процессов в линейных избирательных системах, и обеспечивать экономичность и обобщенность расчётов. А при использовании ФМн-*n*-сигнала для передачи информации необходимо учесть влияние амплитуды принимаемого сигнала на работу решающего устройства.

6. Модель канала связи должна учитывать влияние ошибок восстановления фазы несущего колебания, как наибольшего их значения, неизменного в процессе приема информационной посылки [162]. Это также может быть использовано для описание набега фазы при малых значениях доплеровского расширения спектра.

7. Задание уровня ошибок измерений информативных параметров должно происходить в форме предельного их уровня, поскольку переход между различными случайными законами распределения происходит способом, изложенным в работе [75].

#### 1.4 Обзор основных методов оценки пропускной способности РСПИ в каналах с МСИ при последовательной передаче информации [143]

Для определения наиболее подходящего подхода к оценке пропускной способности в рамках предлагаемой теории «разрешающего времени» для РСПИ ППИ, произведем анализ методов оценки пропускной способности в каналах с МСИ, которые отличны от подхода, представленного в работе [75].

Представленный в работе [75] метод оценки пропускной способности для ИИС был создан для АИМ-сигналов, то есть сигналов, сформированных в основной полосе, и по сути, является решением задачи Р. Хартли [297]. Там же впервые было показано, что пропускная способность зависит от динамического диапазона измерительной системы и наименьшей длительности следования импульсов АИМ-сигнала (в рамках предложенного авторами метода [75] эта длительность называется «разрешающим временем»<sup>1</sup>), при которой достигается заданная точность измерения амплитуды импульсов.

Необходимо отметить, что при получении результатов [75] использования какого-либо кодирования отсутствовало, а значения амплитуд АИМ- сигналов, которые поступают на вход канала являются равновероятны и независимы от предшествующих значений. Корректность использование идей такого подхода к оценке пропускной способности применительно к фазовым РСПИ ППИ, как было отмечено в подразделе 1.3.4, обусловлено тем, что, согласно работам [386, 271] ведущего учёного в области теории информации S. Shamai, в этом случае получаемая оценка во-первых, как минимум, определяет нижнюю границу пропускной способности, которая с уменьшением мощности шума и ошибок измерений стремится к верхней её границе, а, во-вторых, применение кодирования,

---

<sup>1</sup> Данный подход в несколько ином виде, в терминах спектральной эффективности и требуемого С/Ш, представлен в работе [24] для канала без памяти с аддитивным белым гауссовским шумом, что дополнительно говорит о корректности предлагаемого в данной работе подхода

учитывающее частотно селективные свойства канала является нецелесообразным, поскольку параметры ЧСКС меняются слишком быстро<sup>1</sup>.

В работе [75] было показано, что пропускная способность является величиной ограниченной, как в условиях отсутствия шума, так и при его наличии, поскольку разрешающее время зависит от динамического диапазона и точности измерения амплитуды импульсов АИМ-сигнала. Важно отметить, что определение разрешающего времени, как основного параметра ИИС, в обязательном порядке требует анализа переходных процессов, возникающих в канале.

Развитие идей Р. Хартли по созданию общей теории оценки предельной скорости передачи нашли свое отражение в основополагающей работе К.Э. Шеннона [388,389]. В работе были получены оценки пропускной способности дискретного канала без шума, введено понятие энтропии источника, представление операций кодирования и декодирования, представлена теорема для канала без шума, представлены математические соотношения для дискретного канала с шумом, введено строгое понятие информации для непрерывных величин. Там же [216, с.301-303]<sup>2</sup> показано, что в линейных фильтрах происходит потеря энтропии, что, несомненно, указывает на снижение пропускной способности, и тем самым, еще раз подчеркивает корректность идей Р. Хартли [297].

В дальнейшем К.Э. Шеннон в своих работах [216] уделяет серьезное внимание вопросам, которые актуальны для каналов без памяти: оценке пропускной способности канала при ограничении пиковой мощности, скорости создания сообщений для непрерывного источника, созданию основ теории кодирования, методу геометрического представления системы связи, оценке пропускной способности при произвольном гауссовом шуме, а затем и при произвольном типе шума, формированию подхода к оценке пропускной способности при нулевой ошибке, исследованию каналов с обратной связью,

---

<sup>1</sup> В данной диссертационной работе параметры канала в худшем случае меняются каждые 300 мс, а число передаваемых канальных символов не превышает 255, если рассматривать стандарт STANAG 4539..

<sup>2</sup> Ссылка дана на сборник переводов работ К.Э. Шеннона по теории информации, в том числе там же представлены переводы работ [388,389].

двухсторонних каналов связи, а также исследованию вероятности ошибки для оптимальных кодов в гауссовском канале.

Оценки потерь информации за счёт снижения энтропии при прохождении сигналов через линейные избирательные системы, приводящие к уменьшению пропускной способности, были в дальнейшем рассмотрены И.С. Гоноровским в работе [41], а обобщенные выводы с практической точки зрения применительно к АИМ-сигналам были получены Г.И. Ильиным в работе [76]. Так, в частности, в [76] оценки потерь информации использовались для выбора полосы пропускания фильтров радиоэлектронных систем (РЭС), обеспечивающую заданную точность воспроизведения сигнала на их выходе.

Развитие направления, связанного с оценкой пропускной способности в каналах с конечной памятью, можно встретить в фундаментальных работах А.Я. Хинчина [202], Р.Л. Добрушина [51] и А. Фейнштейна [281]. Однако, применение полученных в них результатов на практике для оценки пропускной способности составного канала, имеет ряд затруднений: каналы с конечной памятью являются некоторой абстракцией [419,369], особенно, когда канал является частотно селективным, а переход к такому ограничению (конечной памяти канала) требует проведения дополнительных исследований [55]. Это обусловлено тем, что оценка длины ИХ в виде значения числа символов информационной последовательности не может быть получена методом максимального правдоподобия и, при увеличении числа символов, определяющих длину ИХ, значение минимума будет уменьшаться, а функция правдоподобия возрастать. При этом отсутствие экстремума обусловлено влиянием шума и требует использования дополнительных априорных знаний [55].

Первые попытки оценки влияния МСИ на пропускную способность частотно-селективного канала с практической стороны были представлены в работах Э.Д. Санде [395, 396]. Им показано, что наличие МСИ приводит к ограничению пропускной способности такого канала даже в отсутствии шумов, поскольку полностью их скомпенсировать нельзя даже за счёт увеличения

отношения мощности у передаваемых сигналов [395, с.723]. Тем самым, это приводит к ограничению пропускной способности для таких каналов при стремлении отношения сигнал-шум (С/Ш) к бесконечно большой величине [396, с.1009]. Последнее возможно или при отсутствии шумов, или при мощности сигнала, стремящейся к бесконечно большой величине при фиксированной мощности шума. Там же им в явном виде было указано, что выражения для оценки пропускной способности, полученные в работах [388,389], К.Э. Шенноном [388,389], могут быть применены только для систем передачи информации, когда КЧХ таких каналов соответствуют идеальному фильтру низких частота, с прямоугольной АЧХ, или фильтру с ФЧХ линейно зависящей от частоты [396, с.1007]. При этом аналитические выражения, позволяющие оценить пропускную способность в ЧСКС с МСИ, были получены Э.Д. Санде для сигналов с импульсно-кодовой модуляцией.

Корректность полученных результатов Э.Д. Санде для рассматриваемого класса сигналов была подтверждена И.А. Овсевицем и М.С. Пинскером в работе [167]<sup>1</sup>, опубликованной в 1958 г. В работе получены оценки пропускной способности некоторых реальных каналов (в том числе и при фиксированных параметрах канала) при наличии МСИ, обусловленных их частотной селективностью.

В то же время необходимо отметить ограничения метода, который был использован в работе [167]. Так авторы [167, с.16] указывают, что «вместе с тем, эти оценки продолжают оставаться достаточно эффективными и при сравнительно больших параметрических воздействиях, лишь бы аддитивный в канале шум не был слишком малым». В противном случае – «в случае исчезающего малого шума, как следует из работы В.И. Сифорова [5]<sup>2</sup>, при параметрическом эффекте как угодно большом, но с шириной спектра, меньшей передаваемой полосы сигнала, пропускная способность канала может неограниченно возрастать». Поскольку, в

---

<sup>1</sup> Непосредственно работа [167], является продолжением работы [166]. В работе [166] представлен метод оценки пропускной способности каналов связи, параметры которых являются случайными функциями времени.

<sup>2</sup> Под работой [5] понимается работа [180] из списка литературы данной диссертационной работы

случае отсутствия параметрического изменения характеристик канала, влияние на спектр, вызванного данным явлением, отсутствует, то это указывает на ограничения применимости данного метода [167]. В свою очередь, это ставит вопрос о поиске новых подходов по оценке пропускной способности, которые позволили бы преодолеть указанные ограничения.

К результатам такого поиска можно отнести методы, представленные в работах [91,196,206,286,301,413,419], позволяющие произвести более точные, по мнению авторов, оценки пропускной способности для каналов связи с МСИ. Однако данные методы обладают тем же самым недостатком, который был отмечен выше: стремлением к бесконечно большой величине пропускной способности при уменьшении мощности шума до нуля. При этом представленные ограничения на применение самих методов носят качественный характер, что не позволяет аналитически оценить корректность получаемых с их помощью результатов для каждого конкретного случая<sup>1</sup>.

В качестве следующего этапа развития можно отметить работу [261]. В ней представлена теорема, в которой показано, что для непрерывного канала связи с памятью, у которого КЧХ задается в виде дробно рациональной функции (теорема 1, [261]), пропускная способность ограничена при стремлении отношения сигнал-шум к бесконечно большой величине, при условии, что мощность шума не равна нулю. Также «из теоремы 1, следует, что большие значения отношения сигнал-шум не обязательно означают большие значения количества информации, оцениваемые в натах, переносимые одним канальным символом, а также, что большие значения сигнал-шум не означают сигнальные созвездия большой размерности»<sup>2</sup>.

Этап развития, определяющий уровень современного развития теории информации, соответствует тому, что оценка пропускной способности при наличии

---

<sup>1</sup> Имеется в виду значения мощности шума или соотношения сигнал-шум, при котором результаты будут все еще корректными.

<sup>2</sup> «From Theorem 1 we conclude that high SNR does not necessarily imply high nats per channel use, and that high SNR does not imply a large constellation size». [261, с.1065]

МСИ производится с учётом конкретной процедуры обработки принимаемого сигнала и решающего правила в приемнике.

Так, для дискретных по времени каналов с памятью решение данной задачи было получено Ш. Шамаем [386, 387]. В этих работах представлены решения по оценке пропускной способности для АИМ-сигналов при использовании оптимального метода приема (на основе использования дискретного обеляющего согласованного фильтра – на англ. *sampled-whitened matched filter* и МАВ) и субоптимальных подходов к обработке сигналов с МСИ (ЭОСР, ЭОСР по критерию минимизации среднеквадратичной ошибки). Авторы указывают, что разработанный ими метод оценки пропускной способности, после соответствующего преобразования, можно применить для КАМ-сигналов [386]. К данному утверждению можно отнестись скептически, поскольку в работе [255] говорится об обратном, что также подтверждается результатами численного моделирования для бинарных сигналов в работе [386]. Это же самое можно утверждать относительно возможности по адаптации результатов, полученных в работе [387], на случай использования КАМ-сигналов, поскольку эти результаты получены за счёт применения метода, представленного Ш. Шамаем в работе [386].

Дальнейшее развитие методов оценки пропускной способности в каналах с памятью на основе оценок информационных скоростей для АИМ-сигналов можно найти в работах [255, 256, 361, 406, 412].

Так в работе [255] представлен численный метод, позволяющий оценить пропускную способность бинарного канала с памятью на основе оценок информационных скоростей, когда распределение вероятностей появления символов в информационной последовательности может быть равновероятным, так и отличным от него. Развитие метода [255] можно обнаружить в работе [256] для каналов, у которых канальный алфавит представляет непрерывное множество значений. Метод оценки пропускной способности при эргодических источниках информации, питающих эргодический стационарный канал, можно обнаружить в работе [361], когда на выходе канала процессы также будут эргодическими.

Получение результатов оценки пропускной способности, при использовании указанных выше работ для каналов связи с конечной памятью, в том числе и с обратной связью, и для каналов с искажениями шума линейной избирательной системой, представлены в работе [412]. При этом, в работе [406] представлен уже обобщенный алгоритм Блахута-Аримото для дискретных каналов с памятью.

Несмотря на значимость перечисленных работ [255, 256, 361, 406, 412], в общем случае можно привести следующие особенности, которые не позволяют их применить для современных РСПИ, в которых используются ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигналы:

- При работе в условиях МСИ, то есть в динамическом режиме, которые вызваны частотно - селективными свойствами составного радиоканала (передаточные характеристики линейного тракта и среды распространения), процесс, наблюдаемый на выходе канала, в общем случае является нестационарным процессом и преобразуется в циклостационарный процесс при определенных условиях, что следует из совместного анализа работ [43,62,63,66,177,285,369].
- Вычислительная сложность оптимальных алгоритмов приема сигналов в условиях МСИ, реализующих корреляционную обработку, возрастает по экспоненциальному закону с увеличением числа интерферируемых символов [162, 367], то есть, как  $n^{G+1}$  или  $N^{G+1}$ , где  $G$  – память канала, что особенно ярко выражено для передачи информации со скоростью выше скорости Найквиста. Субоптимальные методы приема, реализующие канальное выравнивание не удовлетворяют требованиям, предъявляемым к ним при приеме сильных МСИ (рассмотрено ранее в данной главе).

Последними работами в области оценки пропускной способности и способами её достижения являются работы научной школы проф. А.К. Цыцулина и Л.И. Хромова [67,203–205,207–210]. Ими был предложен новый принцип равновесного согласования в теории информации, обеспечивающий возможность поиск триад параметров, необходимый для согласования пары «источник-фильтр» для достижение пропускной способности [203]. В дальнейшем данный принцип

был развит, с точки зрения его практического применения в работах [67,207,208] для дискретных, непрерывных систем связи и систем связи с непрерывным источником и дискретным каналом, при этом оставляя вопрос решения данной задачи для дискретного источника и непрерывного канала открытым<sup>1</sup>. Решение по созданию кодеров для дискретных, непрерывных систем связи и систем связи с непрерывным источником и дискретным каналом представлены в работе [208]. Построение теории линейного кодирования зашумленных сигналов для непрерывных систем изложено в работе [207]. Получение ряда новых результатов для непрерывных систем в том числе по построению новых фильтров-кодеров и доказательство множественности решений уравнения связи для непрерывных систем связи представлено в работе [209]. А детальный обзор результатов по развитию теории информации научной школой проф. А.К. Цыцулина и Л.И. Хромов приведено в работах [210,204,205].

В заключении данного аналитического обзора по методам оценки пропускной способности в ЧСКС с МСИ необходимо отметить следующее:

1) Рассмотренные в разделе альтернативные методы оценки пропускной способности применительно к РСПИ ППИ, использующим ФМ $n$ - $n$ - или АФМ $n$ - $n$ - сигналы, без учета разрешающего времени, имеют ограниченное применение. В результате это приводит к необходимости развития идей, изложенных в работе [75], применительно к указанному классу РСПИ ППИ.

2) Относительно малое количество работ по оценке каналов связи с памятью, в частности дискретный источник – непрерывный канал, обусловленных его частотной селективностью, за весь период существования математической теории связи, связано с большой сложностью исследования таких каналов, что следует из мнения С. Янга, которое изложено в работе [412]. Корректность данного мнения находит подтверждение в обзорной статье С. Верду [405] по математической теории связи и теории информации.

---

<sup>1</sup> Решение данной задачи для данного класса систем представлено в данной диссертационной работе

## 1.5 Обзор исследований и методов для анализа переходных процессов в линейных системах с сосредоточенными параметрами [139]

Для повышения пропускной способности фазовых РСПИ ППИ требуется осуществить выбор наиболее подходящего метода анализа переходных процессов, в линейных избирательных системах и его развитие применительно к рассматриваемым в данной работе сигналам для проведения модельных исследований, которые позволят выявить новые требуемые для этого общие свойств и явления.

Анализ переходных процессов в указанных выше системах сопряжен с решением линейных дифференциальных уравнений, для чего используются следующие основные классы методов:

1. Классический метод, его рассмотрению посвящено значительное число работ, среди которых можно отметить Л.Э. Эльсгольца [222], В.И. Смирнова [183], Л.С. Понтрягина [171], Л. Шварца [215];
2. Метод, основанный на использовании операционного исчисления, рассмотрен в работах А.И. Лурье [147], В.А. Диткина и А.П. Прудникова [49], М.И. Конторовича [95], Г. Деча [48];
3. Метод интеграла Фурье (спектральный метод) рассмотрен в работах К.Черри [211], Л.А. Мееровича и Л.Г. Зелинченко [155], Г.Е. Пухова [173], А.М. Заездного [59], А.А. Харкевича [200], В.И. Сифорова [182];
4. Метод медленно меняющихся амплитуд рассмотрен в работах Л.И. Мандельштама и Н.Д. Папалекси [152], Д.В. Агеева и Ю.Б. Кобзарева [2], А.Н. Щукина [219], С.И. Евтянова [54], И.С. Гоноровского [40], С.И. Баскакова [14].

Ретроспективный обзор указанных классов методов для анализа переходных процессов в линейных избирательных системах представлен в данном разделе. Классический метод применяется достаточно редко для анализа переходных процессов, а история современной теории переходных процессов в линейных

системах основана на применении преобразований Фурье и Лапласа и развита на базе операционного исчисления. Основные идеи операционного исчисления были впервые изложены в 1862 г. русским математиком М. Е. Ващенко - Захарченко [26], а его применение к решению задач электротехники было представлено О. Хэвисайдом [299] в 1892 – 1893 гг. Однако полученные результаты не были подкреплены математическими доказательствами. Решение данного вопроса можно обнаружить в работах Т. Бромвича [267,268,269], Б. Ван-дер-Поля [402,403,404], Д. Карсона [81]. При этом в [81] рассмотрено приложение операционного исчисления к задачам электротехники и распространению телеграфных сигналов через длинные линии.

Строгое доказательство операторного метода Хэвисайда при помощи контурных интегралов Мелина-Римана представлено в работе А.М. Эфроса и А.М. Данилевского [223]. В работе также приведен ряд примеров применения операционного решения для задач анализа переходных процессов, вызванных включением постоянного напряжения и радиоскачка на входе многозвенного полосового фильтра (ПФ), фильтра высоких и низких частот (ФВЧ и ФНЧ, соответственно), и в искусственных линиях задержки. К работам того же периода практической направленности в данной области можно отнести работы М.Ю. Юрьева [224], К.А. Круга [101], М.И. Конторовича [94].

Дальнейшее развитие теории переходных процессов в радиотехнике связано с особенностью избирательных колебательных цепей и характером высокочастотных сигналов с «медленно» меняющимися огибающими. В работе [23] Б. Ван-дер-Поль предложил заменить исходное дифференциальное уравнение системой дифференциальных уравнений для медленно меняющихся амплитуды и фазы для анализа процессов установления. Данный метод в дальнейшем был теоретически обоснован и углублен Л.И. Мандельштамом и Н.Д. Папалекси [152]. Они дали его строгое обоснование, ввели понятие укороченных дифференциальных уравнений для медленно меняющихся амплитуд, чей порядок

ниже порядка исходного дифференциального уравнения, а, следовательно, найти его решение проще.

Первая работа, в которой представлено применение метода Б. Ван-дер Поля [23] к исследованию процессов установления избирательных системах является работа Д.В. Агеева и Ю.Б. Кобзарева [2]. Вариация метода Б. Ван-дер-Поля также представлена в работе А.Н. Щукина [219], в виде нового метода. В данных работах был произведен анализ переходных процессов в резонансных и полосовых усилителях.

В основополагающей работе С.И. Евтянова [54] представлено всестороннее развитие метода медленно меняющихся амплитуд Б. Ван-дер-Поля [23], основанное на использовании приближенных символических уравнений. В работе сформулированы общие правила получения данных уравнений и предложен специальный математический аппарат для вычисления процессов установления в избирательных четырехполосниках. Там же представлено большое число решений для переходных процессов в избирательных системах. Рассмотрены вопросы установления огибающей отклика при подаче на вход узкополосной линейной системы (УЛС)<sup>1</sup> единичного ступенчатого воздействия, радиоскачка и линейно нарастающего напряжения. Уделено внимание вопросу анализу свойств установления огибающей отклика при воздействии радиоскачка в условиях наличия расстройки по частоте. В качестве УЛС С.И. Евтянов использует п-каскадный резонансный усилитель, полосовой фильтр, звенья которого являются фильтрами к-типа, фильтр, построенный на каскадах из двух связанных контуров с различными вариантами включений и трехконтурный фильтр с двумя связанными контурами. В работе [54] также произведен анализ и определены искажения огибающей радиоимпульсов с прямоугольной и треугольной формами при их

---

<sup>1</sup> Учитывая результаты, приведенные в работах [14,42,54,116] можем заключить, что под УЛС следует понимать фильтры, у которых отношение средней частоты к полосе пропускания составляет не менее 15. Таким образом, согласно мнению И.С. Гоноровского [42, с.72-74, с.184], их можно применять к обработке широкополосных сигналов, которые можно рассматривать как узкополосный процесс, поскольку занимаемая ими полоса частот также мала по сравнению с несущей частотой.

прохождении через некоторые из рассмотренных автором УЛС. С.И. Евтяновым рассмотрена возможность применения разработанного им метода для анализа переходных процессов, вызванных скачком фазы при отсутствии расстройки по частоте и при скачке частоты гармонического колебания.

Развитие применения операционного метода в электрических цепях нашло свое отражение в работе М.И. Конторовича [95] и Э. Вебера [27]. Так в работе [95] рассмотрено применение операционного метода для анализа переходных процессов на примерах колебательного контура и двух связанных RL контуров при единичном ступенчатом воздействии и радиоскачке, в работе [27] также было рассмотрено решение схожих задач.

В зарубежной научной литературе того периода необходимо отметить работу М.Ф. Гарднера и Дж. Бернса [36], в которой содержится систематическое изложение метода преобразования Лапласа, лежащего в основе операторного метода, и практических правил его использования в применении к широкому классу задач из области механики, теории регулирования, электротехники.

Последующее развитие операционного исчисления основано на применении контурных интегралов. Так в работе Ф.В. Лукина [146] предложено их применение к изучению переходных процессов в линейных элементах радиотехнических устройств и рассмотрено установление амплитуды сигнала при импульсном воздействии.

Среди спектральных методов того времени, используемых для анализа переходных процессов, можно выделить методы П.К. Акульшина [4,175] и В.В. Солодовникова [185,186].

Метод П.К. Акульшина [4,175] был разработан для анализа установления огибающей в линейных системах при воздействии пачек радиоимпульсов и основан на замене интеграла Фурье его рядом. Ограничение метода заключается в необходимости обеспечения заданного уровня скважности для обеспечения нарастания величины тока до величины установившегося режима (90-95%) и его уменьшения практически до нуля (10-5%).

Метод В.В. Солодовникова [185,186] был разработан для анализа систем автоматического управления и заключается в кусочно-линейной аппроксимации вещественной частотной характеристики замкнутой системы, с последующим представлением площади, ограниченной аппроксимирующей кривой, суммой площадей элементарных прямоугольных трапеций. Недостаток метода – большое число вычислений, необходимость использования специальных таблиц и зависимость точности получаемых результатов от числа трапеций.

Результаты работ данного периода по анализу переходных процессов в линейных системах были обобщены И.И. Теумином в виде специализированного справочника [191]. В нём представлен материал по применению классического, спектрального, операторного методов, и метода медленно меняющихся амплитуд С.И. Евтянова [54] к задачам анализа переходных процессов в линейных цепях с сосредоточенными и распределенными параметрами. При этом последнему из перечисленных методов уделено особое внимание – новые результаты, представленные в виде выражений для огибающей отклика на радиоскачок для УЛС. При этом необходимо отметить, что во всех перечисленных случаях рассмотрены только вопросы, связанные с установлением огибающей.

Решению аналогичных задач так же посвящены работы С.Г. Гинзбурга [37], В.А. Котельникова и А.М. Николаева [99].

Значительный интерес представляет работа И.С. Гоноровского [40], в ней академиком Ю.Б. Кобзыревым было отмечено, что автором “развивается оригинальная трактовка метода медленно меняющихся амплитуд, отличающаяся стройностью и законченностью” [40, с.3-4]. В данной работе также применен способ А.И. Лурье [147] для нахождения решений дифференциальных уравнений с периодической правой частью. С практической точки зрения это соответствует анализу переходных процессов, вызванных воздействием периодической последовательности сигналов на линейную систему. Этот метод был применен к анализу переходных процессов, вызванных прохождением последовательности видеоимпульсов с пилообразной, прямоугольной формой через апериодический

усилитель, а также к задачам анализа переходных процессов, возникающих при умножении частоты, и при исследовании работы автогенератора.

Там же, для исследования прохождения частотно-модулированных колебаний через линейные системы, И.С. Гоноровским представлен «метод аналитического продолжения», основанный на разложении коэффициента передачи цепи по степеням расстройки. Решение аналогичных вопросов нашло свое отражение в периодических научных изданиях, в виде работ И.С. Гоноровского [38], И.Т. Турбовича [192].

В периодической литературе (50-60 г.г. XX века) [13, 33, 225, 102, 39] значительное внимание было уделено прохождению видеоимпульсов различной формы через RL- и RLC- цепи. При этом наиболее полно данный вопрос изложен в книге Г.И. Атабекова [7].

Развитию спектрального метода анализа переходных процессов в тот период времени посвящены работы Г.В. Добровольского [50], К. Черри [211], А.М. Заездного [59]. В работах [50,211] применен спектральный метод совместно с методом ортогональных составляющих, который был разработан Г. Найквистом и К. Пелегером [355] применительно к сигналам с однополосной модуляцией, и в дальнейшем этот метод был описан в монографии Г. Картьяну [82].

В своей монографии Г.В. Добровольским [50] предложен метод анализа переходных процессов в линейных системах с использованием вторичных параметров четырехполюсника (затухание и фазовое смещение). Недостатком метода является то, что амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики канала связи аппроксимируются кусочно-линейным способом, что не позволяет его использовать для фазовых систем [66]. В работе [50] автором исследовано влияние формы амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик каналов связи для наиболее часто встречающихся на практике частотных характеристик на процессы установления импульсов постоянного и переменного тока. Также рассмотрены искажения, вызванные несимметричным ограничением спектра передаваемого

радиосигнала и МСИ для сигналов с амплитудной манипуляцией, обусловленных частотно селективными свойствами канала связи.

В монографии [211] К. Черри представлено широкое обсуждение каналов с асимметричными боковыми полосами и протекающих в них переходных процессов при воздействии на них однотонального амплитудно-модулированного колебания и сигналов с амплитудно-импульсной модуляцией. В работе [211] представлен метод анализа переходных процессов, основанный на явлениях отражения в цепях с использованием частотных характеристик установившегося режима. Метод может быть применен как к цепям с сосредоточенными, так и распределенными параметрами. Взятое не в основном значении, явление электрического отражения для анализа переходных процессов является средством оценки искажения сигнала по внешнему виду частотных характеристик. К недостаткам данного метода, согласно замечаниям автора, можно отнести то, что метод обеспечивает тем точнее результаты, чем лучше выполняется условие линейности фазовой характеристики.

Точные и приближенные методы гармонического синтеза применительно к задачам радиотехники изложены в работе А.М. Заездного [59]. В работе данные методы были применены к одной из задач радиотехники - к анализу переходных процессов в линейных системах и продемонстрированы значительным числом примеров, в которые вошли как апериодические, так и колебательные системы. В качестве сигналов были выбраны последовательности видеоимпульсов различных форм со скважностью, радиоимпульсы с прямоугольной огибающей при наличии скважности, модулируемые по амплитуде, по фазе, по частоте. Автором для решения задач по переходным процессам, применительно к спектральному методу, был развит метод С.И. Евтянова [54], который заключался в сведении УЛС к двум апериодическим системам.

Своеобразный приближенный метод анализа переходных процессов в линейных цепях, основанный на операционном исчислении, представлен в работе А. Д. Артыма [6]. Метод был продемонстрирован на примере процессов установления, вызванных подачей  $\delta$ -импульса для определения импульсной

характеристики и при подаче радиоскачка в отсутствие расстройки по частоте на вход фильтра из двух симметрично расстроенных колебательных контуров. В результате были получены соотношения, описывающие поведение огибающей и мгновенной фазы. Однако, применение данного метода для обобщенного анализа переходных процессов затруднено.

Расширение области применения операторного метода было представлено в монографии А.С. Розенфельда и Б.И. Яхинсона [176]. Так, в ней он был расширен на решение задач анализа переходных процессов в избирательных системах с начальными ненулевыми условиями, определяющие запасенную энергию в их элементах, исследованию линейных цепей в режиме многократных переключений, вызванных особенностями изменения параметров потребителей, параметрами источников энергии, изменениями структуры самой схемы. Достижение данных результатов было осуществлено за счёт строгой методики применения обобщенных функций и преобразования Лапласа с расширенным нижним пределом.

Среди приближенных методов, отличных от ранее перечисленных классов методов (классический, спектральный, операторный, метод медленно меняющихся амплитуд), которые внесли вклад в исследование переходных процессов в линейных системах, можно отметить: 1) метод моментов; он был использован Н. Ахиезером и М. Крейном [9], И.Г. Мамонкиным [151] для анализа переходных процессов в импульсных схемах при воздействии импульсов постоянного тока, а В. Элмором [221,278] для анализа параметров переходных процессов в многокаскадных широкополосных усилителях. В дальнейшем метод моментов был развит в работах Л.А. Мееровича и Г.П. Тартаковского [153,154]; 2) близкие аппроксиматические методы анализа переходных процессов представлены в работах С.Я. Щаца [213,214] и Б.Н. Файзулаева [193]; 3) ряд методов анализа переходных процессов в линейных системах также описан в работах Г.К. Гаврилова [35] и О.Б. Лурье [148].

Каждый из упомянутых выше методов, согласно Я.С. Ицхоки [79] (кроме метода моментов, являющегося универсальным), предназначен для решения задач определенного узкого типа. Так, например, аппроксиматический метод применим для анализа процессов, содержащих одну резко выделяющуюся «медленную» и ряд «быстрых» составляющих процесса. Напротив, метод «эталонных функций» [35] эффективен при близости корней характеристического уравнения системы. Однако все указанные выше методы применяются при анализе только монотонно изменяющихся процессов. Хотя, в работе Л.А. Мееровича [154] было показано, что при представлении немонотонного процесса суммой экспоненциальных функций, можно расширить применение метода моментов. Но, согласно работе [79], данный метод практически не применим для анализа существенно колебательных процессов. Значительные методические трудности при анализе колебательных процессов возникают и при использовании метода, изложенного в работе [148].

Устранение указанных недостатков в перечисленных выше приближенных методах исследования переходных процессов было произведено в работе Я.С. Ицхоки [79], в которой автор предложил разработанный им метод для поиска переходной характеристики линейной системы. Однако применение данного метода для анализа переходных процессов при воздействии импульсных радиосигналов в УЛС предусмотрено не было.

Создание современных методов анализа переходных процессов в избирательных линейных системах при воздействии на них радиосигналов сопряжено с использованием аналитического сигнала (АС), который обеспечивает однозначную связь между амплитудой, фазой и частотой радиосигнала [284]. Методы, анализа переходных процессов, которые его используют, представлены в работах И.Д. Золотарева [62,63] и И.С. Гоноровского [42].

Так в работах И.Д. Золотарева [62,63] представлен метод анализа переходных процессов, построенный на основе АС с применением быстрого обратного преобразования Лапласа (БОПЛ) [62, с.8-10; 63, с.146-148]. Разработанный И.Д. Золотаревым метод анализа был применен к решению следующих задач:

I. К анализу переходных процессов, вызванных прохождением одиночных радиоимпульсов с различными формами огибающих через однокаскадный и  $n$ -каскадный резонансный фильтр и избирательный фильтр на двух симметрично расстроенных контурах;

II. К анализу переходных процессов, вызванных переключением амплитуды, фазы, частоты радиосигнала при наличии и отсутствии расстройки по частоте для  $n$ -каскадного резонансного усилителя и фильтра на двух расстроенных контурах.

В дальнейшем результаты работ [62,63] вошли в монографию [66] И.Д. Золоторева и Я.Э. Миллера (2010 г.), совместно с работами [64,65,158,159,415–418]. В работе [66] представлен метод анализа переходного процесса в избирательных трактах РТС, использующий БОПЛ и метод ортогональных составляющих. Данный метод был применен для анализа прохождения одиночных радиоимпульсов с огибающей различной формы через избирательные системы и к анализу переходных процессов, вызванных прохождением бинарных фазоманипулированных сигналов (изменение фазы высокочастотного заполнения производится скачком на  $\pi$ ) (ФМн-сигнал) и частотно-манипулированных сигналов (ЧМн- сигналов) через данные системы.

В работе И.С Гоноровского [42] рассмотрен метод, использующий АС, для анализа переходных процессов в избирательных линейных цепях с помощью спектрального и временного подходов. Применение метода рассмотрено на примере прохождения радиоимпульса с прямоугольной огибающей через одиночный колебательный контур при расстройке по частоте. Также в работе для бинарных ЧМн- и ФМн- сигналов с прямоугольной огибающей рассмотрены переходные процессы на выходе настроенного одиночного колебательного контура (РФ).

Однако, в работе И.Д. Золоторева и Я.Э Миллера [66] было также показано, что использование АС имеет ряд недостатков. Так, в работе [66] были «рассмотрены причины, приводящие к неверному определению АФЧ (АФЧ – амплитуда фаза частота, прим. от автора) через АС, впервые рассмотрен дефект

нахождения АФЧ через АС для произвольного вида модуляции исследуемого радиосигнала» [66, стр.131]. «В этой связи в первую очередь следует отказаться от АС и построить новую модель КС (КС – комплексный сигнал, прим от автора), позволяющую корректно решить проблему. При этом должна обеспечиваться адекватность найденных огибающих и фазы радиосигнала их физическому содержанию» [66, стр.136]. Вышеизложенное мнение находит свое подтверждение в работах А.Г. Ильина, Г.И. Ильина [73,74] и В.К. Игнатьева, А.В. Никитина [72].

С учётом вышеизложенного а также учитывая сравнительный анализ, проведенный в работах М.Ф. Гарднера и Дж. Бернса [36], Г.Е. Пухова [173], М.И. Конторовича [95], Л.А. Мееровича и Л.Г. Зелинченко [155], Г. Деча [48], Г.И. Атабекова [8], оценку основных классов методов, используемых для анализа переходных процессов в линейных избирательных системах, можно представить следующим образом, в том числе для фазовых систем:

1. Классический метод анализа переходных процессов применим для сравнительно простых схем. Его использование сводится к решению дифференциальных уравнений и определению постоянных интегрирования, при этом сложность их определения возрастает с увеличением порядка дифференциального уравнения, описывающего систему, делая в ряде случаев объем необходимых математических преобразований слишком большим и громоздким, не позволяющим получить конечные результаты.

2. Спектральный метод, хотя и обеспечивает простоту решения при получении результата анализа переходного процесса, однако, существенным его недостатком является то, что форма полученного решения в ряде случаев неудобна, так как имеет вид бесконечной суммы спектральных составляющих. При этом оказывается, что суммирование спектральных составляющих аналитическим путем либо весьма затруднительно, либо не приводит к известным функциям.

3. Операторный метод изначально является наилучшим подходом для решения задач, связанных с переходными процессами, поскольку обеспечивает рациональный подход к решению дифференциальных уравнений. Его большим

достоинством является возможность в большинстве случаев обойти трудности, связанные с процессом интегрирования, встречающиеся при применении спектрального метода.

Следует, однако, отметить, что применение методов операционного исчисления для решения конкретных задач по переходным процессам в радиотехнических системах обычно или не позволяет сразу получить искомые решения из-за сложности исходных уравнений, или полученные решения малоприспособлены для технического расчета. Это подтверждается мнением Я.С. Ицхоки, изложенного в работе [79, с.5]: «при анализе переходных процессов в сложных линейных цепях приходится находить решения дифференциальных уравнений высоких порядков. Независимо от трудностей получения такого решения громоздкий результат строгого анализа плохо обозрим и неудобен для технических расчетов». Вышесказанное особенно актуально для колебательных цепей.

4. Метод медленно меняющихся амплитуд С.И. Евтянова [54] обладает следующими достоинствами, которые делают его наилучшим выбором для анализа переходных процессов в линейных избирательных системах, обусловленных воздействием на них ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигналов:

а) Строгое математическое обоснование возможности применения метода медленно меняющихся амплитуд к анализу переходных процессов в линейных избирательных системах, вызванных скачкообразным изменением информативных параметров радиоклебания, таких как амплитуда, фаза, частота гармонического колебания и обоснованием однозначности определения параметров комплексной амплитуды, определяющей результаты переходного процесса на выходе линейной избирательной системы. Это следует из работ И.С. Гоноровского [40], А.М. Заездного [59; 58, с.142]. Простота получаемых аналитических решений.

б) Развитие метода в рамках научной школы С.И. Евтянова, применительно к полиномиальным фильтрам [18] и его последующее обобщение в виде «метода укороченных операторных уравнений» [19].

в) Высокая точность при анализе переходного процесса на выходе УЛС, вызванного скачком фазы и амплитуды гармонического колебания (элементов ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигналов), в том числе при наличии расстройки по частоте с использованием подхода, изложенного в работе [116]. Так, погрешность между результатами, полученными на базе метода медленно меняющихся амплитуд и подхода в [116,117] и моделями, реализованными в Matlab, не превосходит по информативным параметрам 1% и 0,6% при отношении средней частоты УЛС к его результирующей полосе пропускания, равно 15 и 25, соответственно.

В наглядной форме, полученные выше результаты представлены в таблице 1.4

Табл. 1.4. Сравнительная характеристика методов анализа переходных процессов в линейных избирательных системах

Классический метод	Операторный метод	Метод интеграла Фурье	Метод медленно меняющихся амплитуд
Его использование сводится к решению дифференциальных уравнений (ДУ) и определению постоянных интегрирования, сложность решения возрастает с увеличением порядка ДУ. В ряде случаев объем необходимых математических преобразований слишком большой и громоздкий, не позволяющим получить конечные результаты.	Операторный метод изначально является наилучшим подходом для решения задач, связанных с переходными процессами, поскольку обеспечивает рациональный подход к решению ДУ. Его большим достоинство - преодоление трудности, которые есть у применения метода интеграла Фурье. Однако при решении задач по переходным процессам в радиотехнических системах обычно или не позволяет сразу получить искомые решения из-за сложности исходных уравнений, или полученные решения малоприспособны для технического расчета.	Спектральный метод, хотя и обеспечивает простоту решения при получении результата анализа переходного процесса, однако, существенным его недостатком является то, что форма полученного решения в ряде случаев неудобна, так как имеет вид бесконечной суммы спектральных составляющих. При этом оказывается, что суммирование спектральных составляющих аналитическим путем либо весьма затруднительно, либо не приводит к известным функциям.	<p>Достоинства:</p> <p>а) Строгое математическое обоснование возможности применения метода к анализу переходных процессов в линейных избирательных системах, вызванных скачкообразным изменением информативных параметров радио колебания. Простота получаемых аналитических решений.</p> <p>б) Развитие метода к полиномиальным фильтрам и последующим его обобщением в виде «метода укороченных операторных уравнений».</p> <p>в) Высокая точность при анализе переходного процесса на выходе УЛС, вызванного скачком фазы и амплитуды гармонического колебания (элементов ФМН-и и АФМН-<i>N</i>-сигналов).</p>

Недостатки – красный цвет  
Достоинства – синий цвет

## 1.6 Обзор исследований, посвященных переходным процессам, вызванным скачком фазы и амплитуды гармонического колебания

Для определения подходов к повышению удельной пропускной способности требуется произвести анализ переходных процессов, вызванных прохождением ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигналов по каналу связи, описываемого эквивалентным ПФ. При этом, для получения предварительных результатов, целесообразно рассмотреть вопросы, связанные с процессом установления огибающей и мгновенной фазы гармонического колебания на выходе УЛС, при скачках амплитуды и фазы гармонического на её входе. Данный анализ необходимо производить с учётом дестабилизирующих факторов, таких как расстройка по частоте.

В данном разделе будут рассмотрены полученные ранее результаты в области исследования такого типа переходных процессов. При этом следует учитывать, что анализу переходного процесса, вызванного скачком фазы гармонического колебания в УЛС, в общедоступной научной литературе уделено ограниченное внимание, а сами результаты в большей части носят частный характер. В то же время исследованию переходных процессов, вызванных одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания, в известной автору литературе вообще не уделено какого-либо внимания.

К числу работ, в которых произведен анализ переходных процессов, вызванный скачком фазы, относятся исследования С.И. Евтянова [54], Н.В. Таланиной [187], И.Д. Золотарева [66], С.И. Баскакова [14], И.С. Гоноровского [42].

В работе С.И. Евтянова [54] рассмотрен анализ переходных процессов при скачке фазы и отсутствии расстройки по частоте в общей форме. С.И. Евтяновым представлено выражение, описывающее поведение огибающей, и уравнение, определяющее поведение мгновенной фазы. Однако из представленного уравнения не следует однозначного описания динамики изменения мгновенной фазы по

четвертям комплексной плоскости. Также автором не дано представление переходного процесса в форме квазигармонического колебания с учётом вносимого УЛС постоянного фазового сдвига. В результате это не позволяет адекватно учитывать динамику установления мгновенной фазы и постоянный фазовый сдвиг при создании алгоритма работы решающего устройства.

В работе Н.В. Таланиной [187] был предложен анализ переходного процесса, вызванного только скачком фазы или только скачком амплитуды гармонического сигнала в резонансном усилителе. Однако, необходимо отметить, что подход к решению данного вопроса не был корректным, что отразилось на полученных результатах, которые не соответствуют частным результатам, полученным в основополагающих работах [14,54].

В работе [42] И.С. Гоноровского рассмотрен частный случай анализа переходного процесса на выходе колебательного контура, вызванного прохождением двоичного ФМн-сигнала с прямоугольной огибающей, у которого фаза колебания скачком изменяется на  $\pi$ .

С.И. Баскаковым в работе [14] с помощью метода медленно меняющихся амплитуд выполнен анализ переходного процесса на выходе настроенного одиночного колебательного контура, вызванного скачком фазы гармонического колебания на его входе. При исследовании переходного процесса значение фазового скачка изменялось в диапазоне от 0 до  $\pi$ . Однако, анализ переходного процесса произведен недостаточно полно, поскольку полученное выражение для мгновенной фазы не учитывает её изменения по четвертям комплексной плоскости. Этот факт отразился на результатах, которые отражены в виде зависимостей для мгновенной фазы при больших значениях скачков фазы (в диапазоне от  $90^\circ$  до  $180^\circ$ ) (см. рис. 9.10 в [14]). Кроме того, автором не рассмотрен вопрос о динамике изменения огибающей и мгновенной фазы при скачках фазы в диапазоне от  $180^\circ$  до  $360^\circ$ . А поведение огибающей продемонстрировано только для двух частных случаев  $90^\circ$  и  $180^\circ$ .

В монографии И.Д. Золотарева и Я.Э. Миллера [66] рассмотрены переходные процессы в линейных избирательных системах при скачке фазы на  $180^\circ$ , вызванных прохождением ФМн-сигнала через одиночный,  $n$ -каскадный резонансный усилитель и трехконтурный фильтр. Таким образом, из вышесказанного следует, что в работе [66] рассмотрены частные случаи анализа переходных процессов при скачках фазы.

Таким образом, из анализа вышеуказанных работ [14, 42, 54, 66, 187] следует, что в них не рассмотрен вопрос поведения мгновенной фазы по четвертям комплексной плоскости, что необходимо для создания корректного алгоритма работы решающего устройства в приемнике рассматриваемого класса фазовых РСПИ, работающих при сильных МСИ.

Кроме того, в перечисленных выше работах не рассматривались время достижения огибающей своего минимального значения от значений фазового скачка, что необходимо учитывать при проектировании РСПИ, поскольку он характеризует jitter (англ. *jitter* — фазовое дрожание цифрового сигнала).

Таким образом, еще раз можно подчеркнуть, что число работ, посвященных анализу переходных процессов данного типа не так велико, а результаты проведенных в них исследований или носят частный характер, или обладают рядом недостатков, которые можно сформулировать следующим образом:

1. отсутствует описание наблюдаемого переходного процесса в виде квазигармонического колебания, с учетом вносимых УЛС постоянных фазовых сдвигов и расстроек по частоте;
2. отсутствует анализ динамики мгновенной фазы, с учетом её изменения по четвертям комплексной плоскости;
3. отсутствуют зависимости временных параметров переходных процессов при произвольных значениях фазового скачка в широком диапазоне его значений.

В результате возникает необходимость в развитии метода анализа переходного процесса С.И. Евтянова в виде нового подхода с целью анализа переходного процесса, вызванного скачком фазы и амплитуды гармонического

колебания с учётом возможной расстройки по частоте, для определения новых свойств и разработки новых методов, позволяющих повысить удельную пропускную способность фазовой РСПИ ППИ, работающей при сильных МСИ.

## ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1

1. Повышение пропускной способности была и остается одной из ключевых научных проблем радиотехники и теории связи, которая требует решения при создании новых РСПИ. На данный момент ключевым решением данной проблемы является необходимость обеспечения корректной работы РСПИ при наличии МСИ, обусловленных частотно селективными свойствами реального канала связи.

Наилучшими свойствами среди РСПИ и возможностями по повышению пропускной способности, в том числе и удельной, обладают те из них, в которых передача информации происходит последовательно. Несмотря на достаточно продолжительный период развития методов приема и обработки сигналов (с 1960-х по настоящее время), которые используются РСПИ ППИ, они имеют существенные проблемы как практического, так и теоретического характера при большом алфавите канальных символов, памяти канала и информационных скоростях передачи, что отчетливо наблюдается при скоростях передачи информации близких к скорости Найквиста и при её превышении.

2. Преодоление недостатков свойственных фазовым РСПИ ППИ, в которых используются существующие методы обработки, можно достичь за счёт развития идей о разрешающем времени для ИИС путем создания теории разрешающего времени для РСПИ ППИ. Это требует создания новых математических моделей частотно-селективных каналов связи, которые учитывают:

- возможный постоянный частотный сдвиг по частоте относительно средней частоты канала, в том числе из-за эффекта Доплера;

- ошибки восстановления фазы несущего колебания как наибольшего их значения, неизменного в процессе приема информационной посылки;
- учета ошибок измерений, в том числе и обусловленных флуктуационными шумами;
- набега фазы из малых значений доплеровского расширения частоты;
- создание более точной процедуры оценки памяти канала;
- создание новых, более точных методов оценки пропускной способности канала и длительности канального символа (разрешающего времени) с малой вычислительной сложностью, необходимой для реализации систем связи в условиях реального масштаба времени.

В итоге создание теории разрешающего времени должно обеспечить адаптируемость режимов работы РСПИ ППИ в целом к условиям приёма, наиболее полно используя частотно-селективные свойства канала, в том числе за счёт выбора скорости передачи и типа сигнального созвездия.

3. Достоинствами такого подхода, реализуемого в рамках новой теории разрешающего времени, является то, что метод используемый при этом метод приема относится к классу линейных приемников, имеет низкую вычислительную сложность и обеспечивает априорное знание длительности символа в информационном канале на приемной стороне, что дополнительно повышает качество символьной синхронизации при использовании методов символьной синхронизации, разработанных Б.И. Николаевым [163].

4. Создание алгоритмов обработки для фазовых РСПИ ППИ и соответствующей теории разрешающего времени должно быть произведено для декаметровых каналов с ионосферным отражением и метровых радиоканалов с эхосигналами и ионосферным рассеянием, как частотно-селективных каналов в которых последовательная форма передача информации является основной на данный момент.

5. Повышение пропускной способности за счёт теории разрешающего времени для фазовых РСПИ ППИ требует глубокого изучения свойств переходных

процессов в линейных избирательных системах и определения новых обобщенных свойств и явлений, которые позволяют это сделать. Для этого необходимо развить метод медленно меняющихся амплитуд, который позволяет производить такие исследования, но обладает следующими недостатками: а) отсутствует описание наблюдаемого переходного процесса в виде квазигармонического колебания, с учетом вносимых УЛС постоянных фазовых сдвигов и расстройек по частоте; б) отсутствует анализ динамики мгновенной фазы, с учетом её изменения по четвертям комплексной плоскости; в) отсутствуют зависимости временных параметров переходных процессов при произвольных значениях фазового скачка в широком диапазоне его значений.

**Глава 2. Определение физических и системных свойств и явлений, позволяющих повысить пропускную способность фазовых РСПИ ППИ на основе анализа переходных процессов в узкополосных линейных избирательных системах**

С целью определения физических и системных свойств и явлений, позволяющих повысить пропускную способность фазовых РСПИ ППИ, работающих при МСИ в ЧСКС в различных режимах, в том числе при режиме «выше скорости Найквиста», требуется выполнить анализ переходного процесса в УЛС, вызванного скачком фазы гармонического колебания или одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания, при изменении скачка фазы в широком диапазоне (от  $0^\circ$  до  $360^\circ$  или от  $-180^\circ$  до  $+180^\circ$ ), с учетом постоянного фазового сдвига, вносимого УЛС, и изменения мгновенной фазы по четвертям комплексной плоскости.

Для анализа были выбраны УЛС, удовлетворяющие следующим требованиям [105,107,108,129,139]: 1) результирующие амплитудно- и фазочастотная характеристики обладают четной и нечетной симметрией, соответственно, относительно средней (резонансной) частоты УЛС  $\omega_0$ ; 2)  $\omega_0 / 2\Delta\Omega_0 \geq 15$ , где  $2\Delta\Omega_0$  – результирующая полоса пропускания или полоса прозрачности УЛС. Согласно [54] для указанного типа избирательных систем, если настроенная УЛС вносит постоянный фазовый сдвиг  $-\frac{\pi}{2}n'$  ( $n'$  – число звеньев, вносящих сдвиг  $-\pi/2$ ), то симметрия ФЧХ выполняется относительно данного постоянного фазового сдвига.

При демонстрации особенностей процесса установления использовались КЧХ резонансного фильтра и полосового фильтра (ПФ), состоящего из звеньев  $k$ -типа, нагруженного на характеристическое сопротивление.

Выбор данного класса УЛС и относящихся к ним указанных типов фильтров, обусловлен результатом анализа работ [12,16,43,50,68,369], из которого следует,

что данный класс УЛС наиболее полно отражают ИХ реальных каналов с памятью, а данные типы фильтров, можно рассматривать, как предельные случаи реализации интересующих ИХ.

## 2.1 Постановка задачи при анализе переходного процесса, вызванного скачком фазы гармонического колебания на входе УЛС

[77,104,105,107,110,111,319,320]

Задачу анализа переходного процесса, обусловленного скачкообразным изменением фазы гармонического колебания при условии отсутствия расстройки по частоте с учётом постоянного фазового сдвига, вносимого УЛС, представим следующим образом.

До момента времени ( $t = 0$ ) переключение фазы гармонического колебания, все переходные процессы считаются законченными, а на входе УЛС действует гармоническое колебание  $\exp(j(\omega_0 t + a))$  с единичной амплитудой, частотой колебания  $\omega_0$ , совпадающей со средней (резонансной, среднее геометрическое из частот среза ПФ и т.д.) частотой УЛС и начальной фазой гармонического колебания  $a$ . Скачкообразное переключение фазы гармонического колебания производится в момент времени ( $t = 0$ ) и происходит от значения  $a$  до  $b$ .

В силу справедливости принципа суперпозиции для УЛС скачок фазы в момент ( $t = 0$ ) можно представить, как процесс выключения действующего колебания  $\exp(j(\omega_0 t + a))$  и одновременного включения гармонического колебания  $\exp(j(\omega_0 t + b))$ . Это можно представить следующим процессом, действующим на входе УЛС,

$$\dot{s}_{\text{вх}}(t) = [1 - 1(t)] \exp(j(\omega_0 t + a)) + 1(t) \exp(j(\omega_0 t + b)), \quad (2.1.1)$$

где  $1(t)$  - функция Хэвисайда, определяемая, согласно [176], как

$$1(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t < 0; \\ 1, & \text{при } t > 0. \end{cases} \quad (2.1.2)$$

С учётом (2.1.1), ограничений на класс УЛС, принципа суперпозиции и результатов работы [54], результирующее колебание переходного процесса на выходе УЛС  $\dot{H}(t) \exp(j(\omega_0 t + \xi_{\text{улс}}))$  можно представить следующим образом

$$\dot{H}(t) \exp(j(\omega_0 t + \xi_{\text{улс}})) = \dot{k}_y(0) \exp(j\omega_0 t) \left[ (1 - \dot{B}_0(t)) \exp(ja) + \dot{B}_0(t) \exp(jb) \right], \quad (2.1.3)$$

где  $\dot{k}_y(0) = \dot{k}_y(j\Delta\omega) \Big|_{\Delta\omega=0} = k_y(0) \exp(j\xi_{\text{улс}}) = \exp(j\xi_{\text{улс}})$  – укороченный коэффициент передачи настроенной УЛС [54];  $k_y(0) = 1$  согласно [54];  $\xi_{\text{улс}}$  – вносимый настроенной УЛС постоянный фазовый сдвиг;  $\dot{B}_0(t) = \dot{B}(t) / \dot{k}_y(0)$  – функция установления при отсутствии расстройки по частоте, здесь  $\dot{B}(t)$  – огибающая отклика настроенной УЛС на радиоскачок [54].

В данной главе для рассматриваемого класса настроенных УЛС постоянный фазовый сдвиг  $\xi_{\text{улс}}$ , согласно [54], или равен 0, или  $-\frac{\pi}{2}n'$ , где  $n'$  – число секций УЛС, которые вносят постоянный фазовый сдвиг, равный  $-\pi/2$ .

Определим влияние постоянного фазового сдвига, вносимого УЛС, на функцию установления, и огибающую отклика на радиоскачок, рассматривая их взаимосвязь с огибающей отклика на единичное ступенчатое воздействие<sup>1</sup>  $\dot{A}(\tau)$ . Так, согласно работе [54], огибающая отклика на радиоскачок для настроенной УЛС  $\dot{B}(t)$  определяется следующим выражением

$$\dot{B}(t) = \frac{\omega_0}{2} \int_0^t \dot{A}(\tau) d\tau, \quad (2.1.4)$$

<sup>1</sup> Определяется из решения укороченных символических уравнений, составленные по правилам, изложенным в [54].

При наличии постоянного фазового сдвига, вносимого настроенной УЛС  $\xi_{\text{улс}} = -\frac{\pi}{2}n'$ , огибающую отклика на единичное ступенчатое воздействие  $\dot{A}(\tau)$ , согласно [54], можно представить следующим образом  $\dot{A}(\tau) = (-j)^{n'} A(\tau)$ , а если  $\xi_{\text{улс}} = 0$ , то  $\dot{A}(\tau) = A(\tau)$ .

С учетом выражения (2.1.4), свойств комплексных чисел [98] и изложенного выше, функция установления  $\dot{B}_0(t)$  для настроенной УЛС будет иметь вид

$$\begin{aligned} \dot{B}_0(t) &= \frac{\omega_0}{2} \int_0^t \frac{\dot{A}(\tau)}{k_y(0)} d\tau = \frac{\omega_0}{2} \int_0^t \frac{(-j)^{n'} A(\tau)}{k_y(0) \exp\left(-j \frac{\pi}{2} n'\right)} d\tau = \\ &= \frac{\omega_0}{2} \int_0^t \frac{\exp\left(n' [\ln|-j| + j \arg(-j)]\right) A(\tau)}{k_y(0) \exp\left(-j \frac{\pi}{2} n'\right)} d\tau = \frac{\omega_0}{2} \int_0^t \frac{\exp\left(-j \frac{\pi}{2} n'\right) A(\tau)}{k_y(0) \exp\left(-j \frac{\pi}{2} n'\right)} d\tau = \\ &= \frac{\omega_0}{2} \int_0^t A(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (2.1.5)$$

Из (2.1.5) следует, что функция установления  $\dot{B}_0(t)$  в отсутствие расстройки по частоте для рассматриваемого класса УЛС является вещественной функцией, а когда  $\xi_{\text{улс}} = 0$ , выполняется следующее соотношение  $\dot{B}(t) = B_0(t)$

## **2.2 Переходной процесс, вызванный скачком фазы гармонического колебания на входе настроенного резонансного фильтра [77,104,105,110,319]**

В данном разделе выполнен анализ переходного процесса, который вызван скачком фазы гармонического колебания в диапазоне от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ . В качестве УЛС используем резонансный фильтр. Переходной процесс на выходе УЛС представим в виде квазигармонического колебания

$$s_{\text{вых}}(t) = H(t) \cos\left(\omega_0 t + \psi(t) + \xi_{\text{улс}}\right), \quad (2.2.1)$$

где  $H(t) = |\dot{H}(t)|$  – физическая огибающая переходного процесса (в дальнейшем далее для краткости будем её называть "огибающей"),  $\psi(t) = \arg \dot{H}(t)$  – мгновенная фаза. Для настроенного резонансного фильтра (РФ)  $\xi_{\text{улс}} = 0$ , что следует из результатов работы [54].

Определим оставшиеся параметры переходного процесса в форме (2.2.1), полагая, что значение скачка фазы изменяется в широких пределах от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ . Для этого в выражении (2.1.3) положим  $a = 0$  и  $b = \varphi$  и преобразуем его, используя формулу Эйлера и выражение, определяющее функцию установления для настроенного РФ [54]

$$\dot{B}(t) = B_0(t) = 1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t) = 1 - \exp(-x), \quad (2.2.2)$$

где  $x = \Delta\Omega_0 t$  – безразмерное время,  $\Delta\Omega_0$  – половина полосы пропускания.

В результате получим

$$\begin{aligned} \dot{H}(t) \exp(j\omega_0 t) &= \exp(j\omega_0 t) \left[ (1 - B_0(t)) + B_0(t) \exp(j\varphi) \right] = \\ &= \exp(j\omega_0 t) \left[ 1 - 1 + \exp(-\Delta\Omega_0 t) + (1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t)) \exp(j\varphi) \right] = \\ &= \exp(j\omega_0 t) \left[ \exp(-\Delta\Omega_0 t) + (1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t)) (\cos \varphi + j \sin \varphi) \right] = \\ &= \exp(j\omega_0 t) \left( \left[ (1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t)) \cos \varphi + \exp(-\Delta\Omega_0 t) \right] + j \left[ 1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t) \right] \sin \varphi \right) = \\ &= \exp(j\omega_0 t) (\operatorname{Re} \dot{H}(t) + j \operatorname{Im} \dot{H}(t)), \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

где  $\operatorname{Re} \dot{H}(t) = (1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t)) \cos \varphi + \exp(-\Delta\Omega_0 t)$ ;  $\operatorname{Im} \dot{H}(t) = (1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t)) \sin \varphi$ .

Из равенства (2.2.3) выражение для огибающей переходного процесса, определяется следующим образом

$$\begin{aligned} H(t) = |\dot{H}(t)| &= \left[ \left( \exp(-x) + (1 - \exp(-x)) \cos \varphi \right)^2 + \left( (1 - \exp(-x)) \sin \varphi \right)^2 \right]^{1/2} = \\ &= \left[ \cos^2 \varphi (1 - \exp(-x))^2 + 2(1 - \exp(-x)) \exp(-x) \cos \varphi + \exp(-2x) + \right. \\ &\quad \left. + \sin^2 \varphi (1 - \exp(-x))^2 \right]^{1/2} = \left[ (1 - \exp(-x))^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) + \right. \\ &\quad \left. + 2(1 - \exp(-x)) \exp(-x) \cos \varphi + \exp(-2x) \right]^{1/2} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[ (1 - \exp(-x))^2 + 2(1 - \exp(-x))\exp(-x)\cos\varphi + \exp(-2x) \right]^{1/2} = \\
&= \left[ (1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t))^2 + 2(\exp(-\Delta\Omega_0 t) - \exp(-2\Delta\Omega_0 t))\cos\varphi + \exp(-2\Delta\Omega_0 t) \right]^{1/2}. \quad (2.2.4)
\end{aligned}$$

Определим выражение, описывающее изменение мгновенной фазы переходного процесса  $\psi(t) = \arg \dot{H}(t)$  с учётом её изменения по четвертям комплексной плоскости. Для этого воспользуемся следующими соотношениями

$$\psi(t) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{Im} \dot{H}(t)}{\operatorname{Re} \dot{H}(t)} \right), & \text{при } \operatorname{Re} \dot{H}(t) \geq 0, \operatorname{Im} \dot{H}(t) \geq 0, \\ \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{Im} \dot{H}(t)}{\operatorname{Re} \dot{H}(t)} \right), & \text{при } \operatorname{Re} \dot{H}(t) \geq 0, \operatorname{Im} \dot{H}(t) < 0; \\ \pi - \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{Im} \dot{H}(t)}{|\operatorname{Re} \dot{H}(t)|} \right), & \text{при } \operatorname{Re} \dot{H}(t) < 0, \operatorname{Im} \dot{H}(t) \geq 0; \\ -\pi + \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{Im} \dot{H}(t)}{\operatorname{Re} \dot{H}(t)} \right), & \text{при } \operatorname{Re} \dot{H}(t) < 0, \operatorname{Im} \dot{H}(t) < 0. \end{cases} \quad (2.2.5)$$

Из анализа (2.2.5) с учётом  $\varphi \in [0; 2\pi]$ , можно прийти к следующему выводу. Для значений скачков фазы  $\varphi \in \left( \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right)$  в процессе установления мгновенной фазы переходного процесса будет происходить переход между четвертями комплексной плоскости, обуславливающий изменение выражений для её оценки (переход между четвертями I и II, а также между четвертями III и IV). Изменение выражений обусловлено сменой знака  $\operatorname{Re} \dot{H}(t)$  в момент времени  $t_{\text{пер}}$  при заданном значении фазового скачка  $\varphi \in \left( \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right)$ . Для определения  $t_{\text{пер}}$  необходимо решить уравнение

$\operatorname{Re} \dot{H}(t_{\text{пер}}) = 0$ . Его решение имеет вид

$$\cos\varphi(1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t_{\text{пер}})) + \exp(-\Delta\Omega_0 t_{\text{пер}}) = 0;$$

$$\exp(-\Delta\Omega_0 t_{\text{пер}})(1 - \cos\varphi) + \cos\varphi = 0;$$

$$\ln \left[ \exp(-\Delta\Omega_0 t_{\text{пер}}) \right] = \ln \frac{\cos\varphi}{\cos\varphi - 1};$$

$$\Delta\Omega_0 t_{\text{пер}} = \ln \frac{\cos\varphi - 1}{\cos\varphi};$$

$$t_{\text{пер}} = \ln(1 - \sec \varphi) / \Delta\Omega_0. \quad (2.2.6)$$

С учётом (2.2.6), выражение для мгновенной фазы переходного процесса на выходе РФ примет вид

$$\psi(t) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \left( \frac{(1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t)) \sin \varphi}{(1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t)) \cos \varphi + \exp(-\Delta\Omega_0 t)} \right), & \varphi \in \left[ 0; \frac{\pi}{2} \right] \cup \left[ \frac{3\pi}{2}; 2\pi \right]; \\ \operatorname{arctg} \left( \frac{(1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t)) \sin \varphi}{(1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t)) \cos \varphi + \exp(-\Delta\Omega_0 t)} \right) & \text{при } t \leq t_{\text{пер}}, \varphi \in \left( \frac{\pi}{2}; \pi \right] \cup \left( \pi; \frac{3\pi}{2} \right); \\ \pi - \operatorname{arctg} \left( \frac{(1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t)) \sin \varphi}{|(1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t)) \cos \varphi + \exp(-\Delta\Omega_0 t)|} \right) & \text{при } t > t_{\text{пер}}, \varphi \in \left( \frac{\pi}{2}; \pi \right]; \\ -\pi + \operatorname{arctg} \left( \frac{(1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t)) \sin \varphi}{(1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t)) \cos \varphi + \exp(-\Delta\Omega_0 t)} \right) & \text{при } t > t_{\text{пер}}, \varphi \in \left( \pi; \frac{3\pi}{2} \right). \end{cases} \quad (2.2.7)$$

Из выражения (2.2.7) следует, при значении фазового скачка  $\varphi = 180^\circ$  изменение мгновенной фазы определяется соотношением  $\pi \times 1(t - t_{\text{пер}}) = \pi \times 1(t - \ln 2 / \Delta\Omega_0)$ , поскольку до момента  $t < t_{\text{пер}}$  она равна нулю, а при  $t > t_{\text{пер}}$  она равна  $\pi$ .

Так же с помощью полученных соотношений (2.2.4) и (2.2.7) можно оценить поведение огибающей и мгновенной фазы для случая, когда скачок по фазе гармонического колебания осуществляется от  $360^\circ$  ( $0^\circ$ ) к  $180^\circ$  (т.е.  $\varphi_1 = -\pi$ ). В этом случае мгновенная фаза определяется следующим образом  $\psi_1(t) = -\psi(t)|_{\varphi=\pi} = -\pi \times 1(t - t_{\text{пер}}) = -\pi \times 1(t - \ln 2 / \Delta\Omega_0)$ , а огибающая – также как и в случае  $\varphi = \pi$ .

Необходимо отметить, что полученные выше результаты полностью согласуются с частными результатами в работах [14,42,66].

С помощью (2.2.4) были построены зависимости огибающей при различных значениях фазового скачка, которые представлены на рисунке. 2.1. Из представленных зависимостей следует, что огибающая претерпевает провал по амплитуде

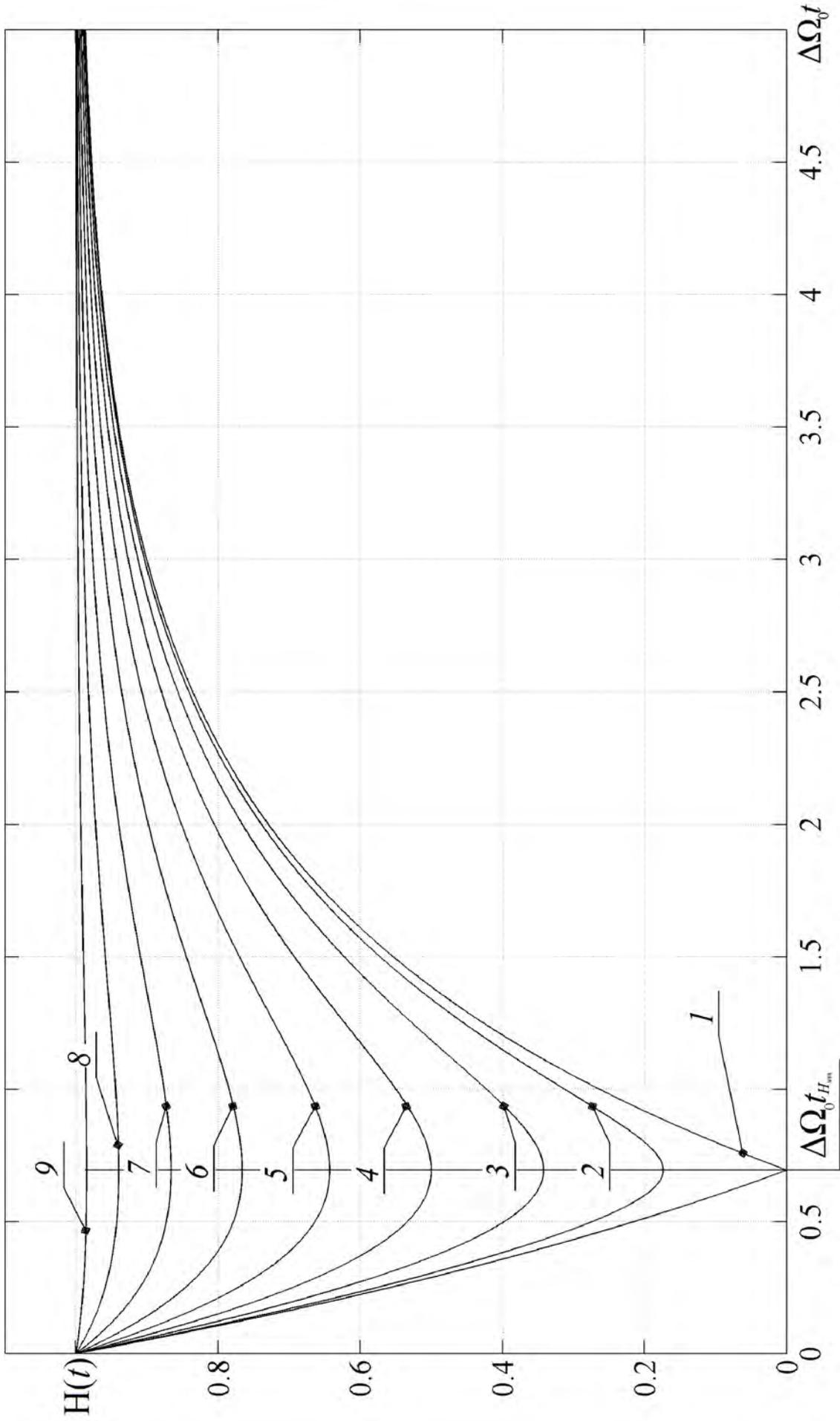


Рис. 2.1. Зависимости огибающей  $H(t)$  результирующего колебания переходного процесса на выходе ОКК

от фазового скачка  $\varphi$  и  $\varphi_1$ .  $\varphi_1^\circ$ : 180 (1), 160 и 200 (2), 140 и 220 (3), 120 и 240 (4), 100 и 260 (5), 80 и 280 (6), 60 и 300 (7), 40 и 320 (8), 20 и 340 (9).  $\varphi_1^\circ$ : -180 (1).

переходного процесса, достигая наименьшего значения в момент времени  $t_{H_{\min}}$ . При фазовом скачке, равном  $\pm 180^\circ$ , минимальное значение огибающей равно нулю.

Определим  $t_{H_{\min}}$ , для этого решим уравнение  $dH(t_{H_{\min}})/dt = 0$ . Вначале оценим  $dH(t)/dt$ :

$$\begin{aligned} \frac{dH(t)}{dt} &= \frac{d}{dt} \left[ \left( (1 - \exp(-\Delta\Omega_0 t))^2 + 2(\exp(-\Delta\Omega_0 t) - \exp(-2\Delta\Omega_0 t)) \times \right. \right. \\ &\times \cos \varphi + \exp(-2\Delta\Omega_0 t) \left. \left. \right)^{1/2} \right] = \frac{1}{2H(t)} \left[ 2\Delta\Omega_0 \exp(-\Delta\Omega_0 t) - 2\Delta\Omega_0 \exp(-2\Delta\Omega_0 t) + \right. \\ &+ 2(2\Delta\Omega_0 \exp(-2\Delta\Omega_0 t) - \Delta\Omega_0 \exp(-\Delta\Omega_0 t)) \cos \varphi - 2\Delta\Omega_0 \exp(-2\Delta\Omega_0 t) \left. \right] = \\ &= \frac{1}{2H(t)} \left[ 2\Delta\Omega_0 \exp(-\Delta\Omega_0 t) - 4\Delta\Omega_0 \exp(-2\Delta\Omega_0 t) + 2 \cos \varphi \times \right. \\ &\times (2\Delta\Omega_0 \exp(-2\Delta\Omega_0 t) - \Delta\Omega_0 \exp(-\Delta\Omega_0 t)) \left. \right] = \\ &= \frac{\Delta\Omega_0 (\exp(-\Delta\Omega_0 t) - 2\exp(-2\Delta\Omega_0 t))(1 - \cos \varphi)}{H(t)}. \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

Решение  $dH(t_{H_{\min}})/dt = 0$  с учётом (2.2.8) и замены  $t$  на  $t_{H_{\min}}$  имеет вид

$$t_{H_{\min}} = \ln 2 / \Delta\Omega_0. \quad (2.2.9)$$

Решение (2.2.9) также справедливо при  $\varphi = 180^\circ$  и  $\varphi_1 = -180^\circ$ , несмотря на то, что для данного случая производная не существует. Это объясняется тем, что выражение для огибающей определено как модуль от комплексной функции, а в рамках классического математического анализа непрерывных функций производной от модуля не существует, когда модуль равен нулю [165].

Из выражения (2.2.9) следует, что  $t_{H_{\min}}$  (см. рис.2.1) зависит только от значения половины результирующей полосы пропускания  $\Delta\Omega_0$  и не зависит от значения фазового скачка  $\varphi$ .

Определим наименьшее значение огибающей  $H_{\min}$ , достигаемое в течение переходного процесса, используя (2.2.4) и (2.2.9), следующим образом

$$\begin{aligned}
H_{\text{мин}} = H(t_{H_{\text{мин}}}) &= \left[ \left( 1 - \exp\left(-\Delta\Omega_0 \frac{\ln 2}{\Delta\Omega_0}\right) \right)^2 + 2 \cos \varphi \left( \exp\left(-\Delta\Omega_0 \frac{\ln 2}{\Delta\Omega_0}\right) - \right. \right. \\
&- \left. \left. \exp\left(-2\Delta\Omega_0 \frac{\ln 2}{\Delta\Omega_0}\right) \right) + \exp\left(-2\Delta\Omega_0 \frac{\ln 2}{\Delta\Omega_0}\right) \right]^{1/2} = \left[ (1 - \exp(-\ln 2))^2 + 2 \cos \varphi (\exp(-\ln 2) - \right. \\
&- \left. \exp(-2 \ln 2)) + \exp(-2 \ln 2) \right]^{1/2} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos \varphi)} = \cos \frac{\varphi}{2}. \quad (2.2.10)
\end{aligned}$$

Из (2.2.10) следует, что  $H_{\text{мин}}$  зависит только от величины фазового скачка  $\varphi$ .

Величину  $H_{\text{мин}}$  целесообразно определять с использованием коэффициента модуляции  $m$  [50,230]:

$$m = \frac{(H_{\text{макс}} - H_{\text{мин}})}{(H_{\text{макс}} + H_{\text{мин}})} = \frac{1 - \sqrt{0,5(1 + \cos \varphi)}}{1 + \sqrt{0,5(1 + \cos \varphi)}} = \frac{1 - \cos \varphi / 2}{1 + \cos \varphi / 2}, \quad (2.2.11)$$

где  $H_{\text{макс}} = 1$ .

Зависимость изменения коэффициента модуляции  $m$  от фазового скачка  $\varphi$  представлена на рисунке 2.2. Из рисунка следует, что уменьшение и увеличение значения фазового скачка  $\varphi$  относительно  $180^\circ$  приводит к уменьшению коэффициента модуляции  $m$  ( $\varphi_1 = -180^\circ$  соответствует  $\varphi = 180^\circ$  на рисунке 2.2).

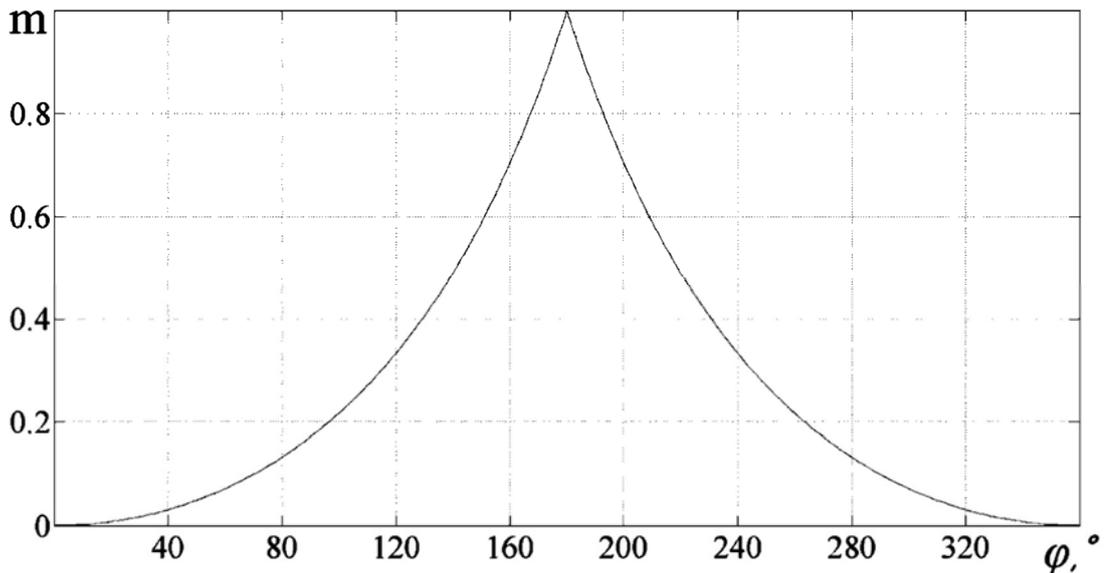


Рис. 2.2. Зависимость коэффициента модуляции  $m$  от фазового скачка  $\varphi$ .

С помощью выражения (2.2.7) были построены зависимости изменения мгновенной фазы переходного процесса при различных значениях фазового скачка.

Данные зависимости представлены на рисунках 2.3 и 2.4. Из графиков видно, что изменение мгновенной фазы является плавным во всех рассматриваемых случаях  $\varphi \in [10^\circ; 170^\circ] \cup [190^\circ; 350^\circ]$ , за исключением значений  $\varphi = \pi$  и  $\varphi_1 = -\pi$ , при которых изменение является скачкообразным. Стоит отметить одну важную особенность, при изменении значений фазовых скачков от  $\varphi \in [10^\circ; 90^\circ] \cup [270^\circ; 350^\circ]$  к  $\varphi \in [100^\circ; 170^\circ] \cup [190^\circ; 260^\circ]$  происходит изменения хода кривых мгновенной фазы переходного процесса от гиперболического к s-образному виду. Наиболее отчетливо это видно для  $\varphi \in [140^\circ; 170^\circ] \cup [190^\circ; 220^\circ]$ . При этом значение фазового скачка, при котором время установления мгновенной фазы с заданной ошибкой установления является наибольшим, будет близко к скачкам фазы, равным  $\pi/2$  и  $3\pi/2$ , а степень близости определяется величиной ошибки установления по фазе.

Вышеуказанная особенность позволяет говорить о том, что выбор длительности символа при наличии МСИ в частотно селективном канале приводит к необходимости выбора длительности символа с учётом наибольшего времени установления среди всех возможных фазовых скачков, зависящих, в том числе, от ошибки установления по фазе.

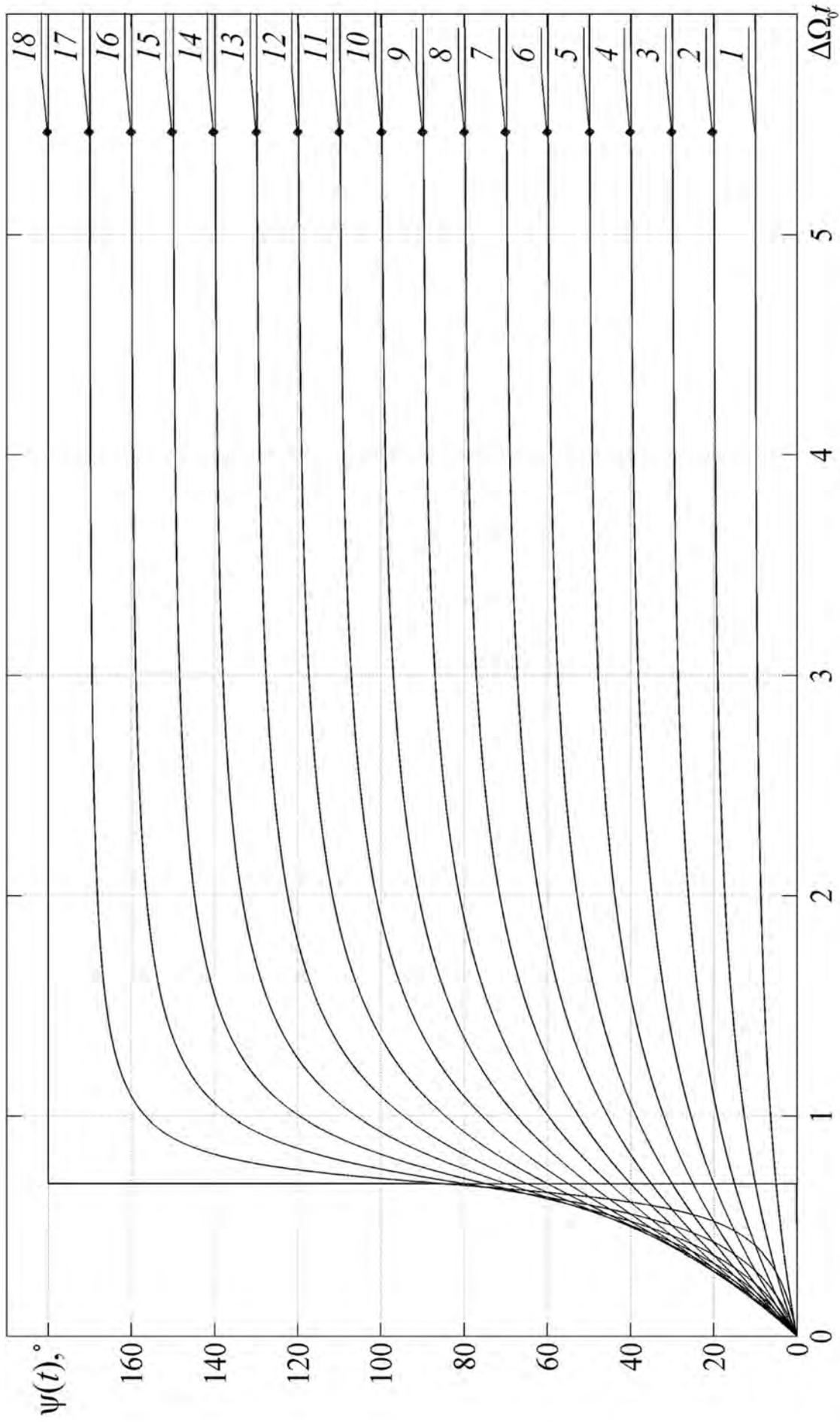


Рис. 2.3. Зависимости медленно меняющейся фазы  $\psi(t)$  результирующего колебания переходного процесса на выходе ОКК от фазового скачка  $\varphi$ .  $\varphi^\circ$ : 10 (1), 20 (2), 30 (3), 40 (4), 50 (5), 60 (6), 70 (7), 80 (8), 90 (9), 100 (10), 110 (11), 120 (12), 130 (13), 140 (14), 150 (15), 160 (16), 170 (17), 180 (18)

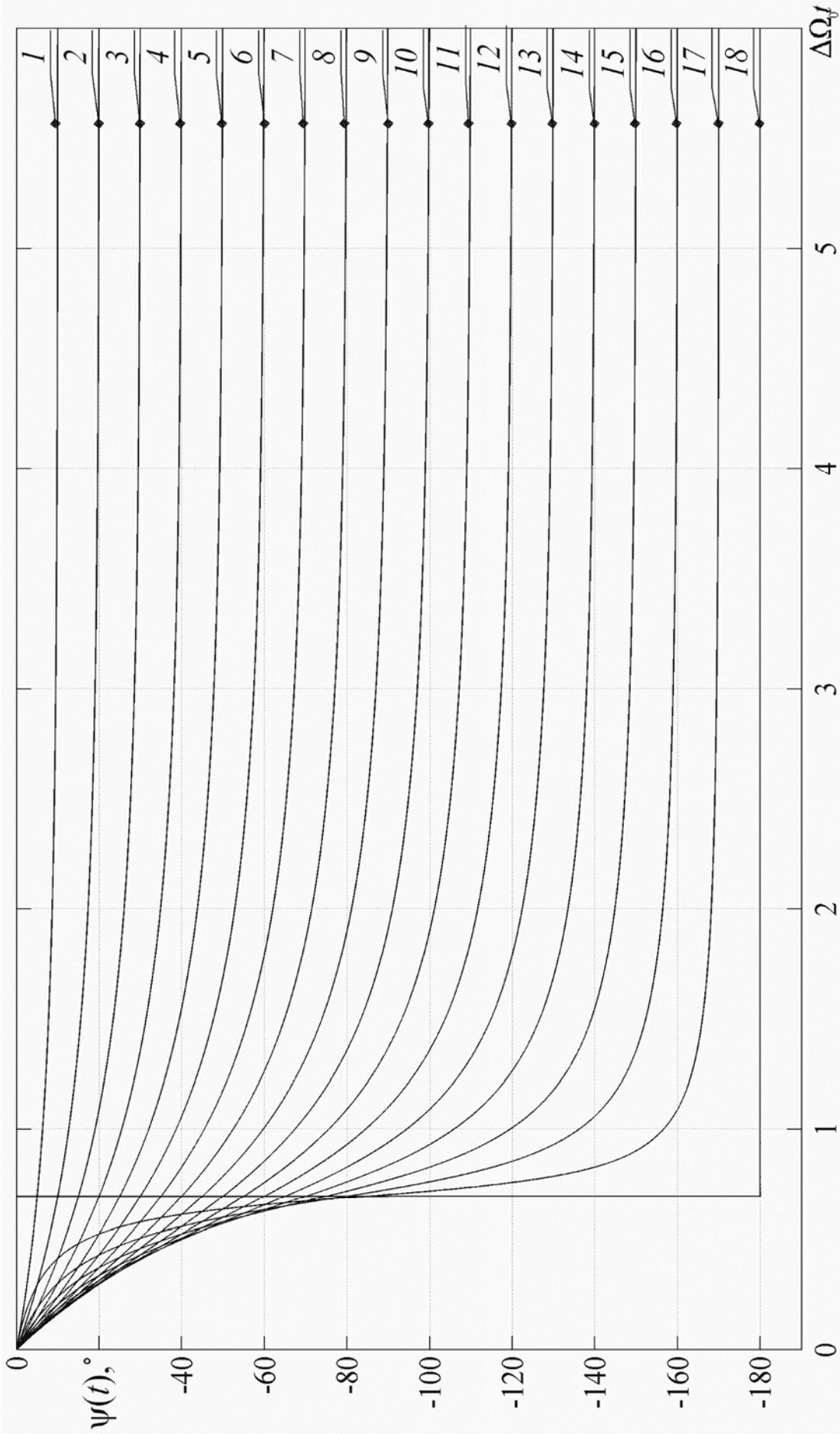


Рис. 2.4. Зависимости медленно меняющейся фазы  $\psi(t)$  результирующего колебания переходного процесса на выходе ОКК от фазового скачка  $\varphi$  и  $\varphi_1$ .  $\varphi, ^\circ$ : 350 (1), 340 (2), 330 (3), 320 (4), 310 (5), 300 (6), 290 (7), 280 (8), 270 (9), 260 (10), 250 (11), 240 (12), 230 (13), 220 (14), 210 (15), 200 (16), 190 (17);  $\varphi_1, ^\circ$ : -180 (18).

### 2.3 Переходной процесс, вызванный скачком фазы гармонического колебания на входе настроенного ПФ $k$ – типа [106,107,111,320]

В данном разделе производится анализ переходного процесса, который вызван скачком фазы гармонического колебания в диапазоне от  $-180^\circ$  до  $180^\circ$ . Анализ переходного процесса производится на примере настроенного ПФ, состоящего из  $r'$  звеньев  $k$ -типа (рисунок 2.5) и нагруженного на характеристическое сопротивление.

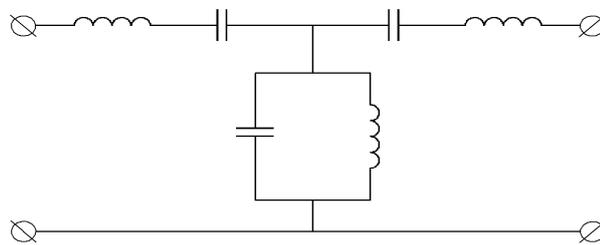


Рис. 2.5. Звено полосового фильтра  $k$ -типа

Для данного полосового фильтра укороченный коэффициент передачи фильтра  $\dot{k}_y(j\Delta\omega_1)$  и его фазовая характеристика  $\varphi(\Delta\omega_1)$ , в зависимости от текущей расстройки  $\Delta\omega_1 = \omega - \omega_0$ , определяется следующим образом, согласно [54]

$$\dot{k}_y(j\Delta\omega_1) = \left[ \frac{j\Delta\omega_1}{\Delta\Omega_0} + \sqrt{1 + \left( \frac{j\Delta\omega_1}{\Delta\Omega_0} \right)^2} \right]^{-2r'} \quad (2.3.1)$$

$$\varphi(\Delta\omega_1) = -2r' \arcsin \frac{\Delta\omega_1}{\Delta\Omega_0}, \quad (2.3.2)$$

где  $\Delta\Omega_0$  - половина результирующей полосы прозрачности фильтра;  $\Delta\omega_1 = \omega - \omega_0$  – текущая расстройка;  $\omega_0$  – среднегеометрическое от частот среза ПФ .

Частотные характеристики рассматриваемого фильтра представлены на рисунках 2.6 а и 2.6 б, и были построены с помощью (2.3.1) и (2.3.2),

соответственно. Из анализа данных рисунков следует, что возрастание числа звеньев  $r'$  фильтра приводит к уменьшению коэффициента прямоугольности<sup>1</sup>.

Определим параметры переходного процесса в форме квазигармонического колебания (2.2.1). Для настроенного ПФ  $\xi_{\text{улс}} = 0$ , что следует из результатов работы [54].

Определим оставшиеся параметры переходного процесса в (2.2.1) полагая, что значение скачка фазы изменяется в широких пределах от  $-180^\circ$  до  $180^\circ$ . Для этого в выражении (2.1.3) положим  $a = -\theta$  и  $b = +\theta$  и преобразуем его, используя формулу Эйлера. Для рассматриваемого случая скачок фазы составляет  $2\theta \in [-\pi; \pi]$  и, если  $2\theta > 0$ , то  $-\theta < 0$ ,  $+\theta > 0$ , а если  $2\theta < 0$ , то  $-\theta > 0$ ,  $+\theta < 0$ .

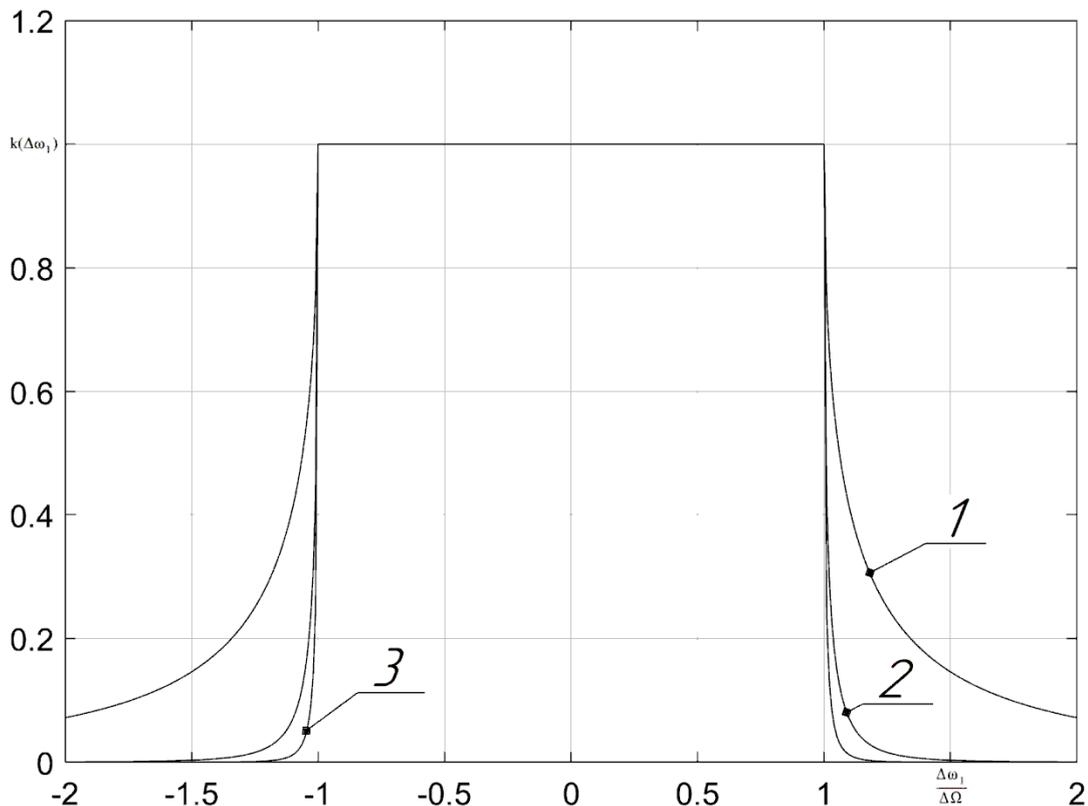


Рис. 2.6 а. АЧХ полосового фильтра  $k$ -тппа. Число звеньев  $r'$ : 1 (1), 3 (2), 5 (3).

<sup>1</sup> Коэффициент прямоугольности здесь и далее определяется, как отношение полосы пропускания по нормированному уровню модуля КЧХ равному 0,1 к значению полосы пропускания по нормированному уровню  $1/\sqrt{2}$ .

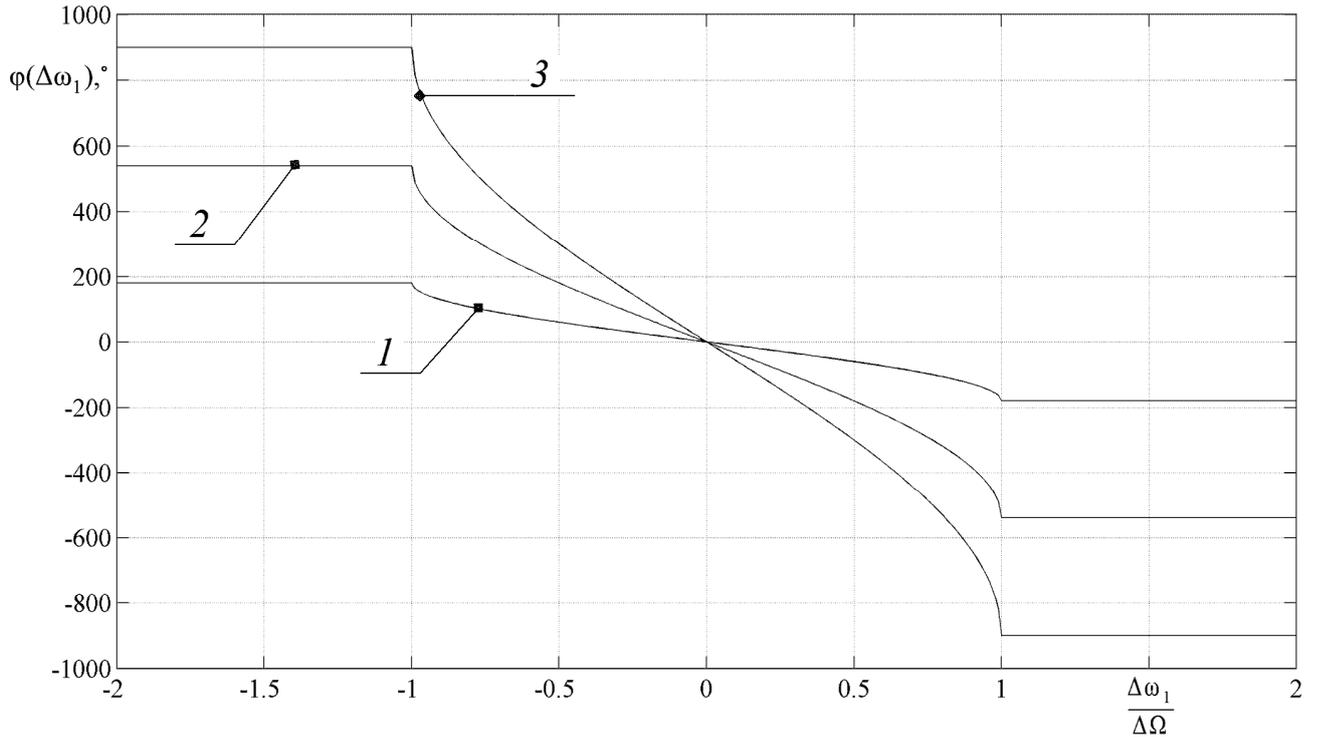


Рис. 2.6 б. ФЧХ полосового фильтра  $k$ -типа. Число звеньев  $r'$ : 1 (1), 3 (2), 5 (3)

В результате преобразования (2.1.3) получим

$$\begin{aligned} \dot{H}(t) \exp(j(\omega_0 t + \xi_{\text{усл}})) &= \exp(j\omega_0 t) \left[ (1 - B_0(t)) \exp(-j\theta) + B_0(t) \exp(j\theta) \right] = \\ &= \exp(j\omega_0 t) \left[ (1 - B_0(t)) (\cos \theta - j \sin \theta) + B_0(t) (\cos \theta + j \sin \theta) \right] = \\ &= \exp(j\omega_0 t) \left[ \cos \theta - j \sin \theta (1 - 2B_0(t)) \right] = \exp(j\omega_0 t) \left[ \operatorname{Re} \dot{H}(t) - j \operatorname{Im} \dot{H}(t) \right], \end{aligned} \quad (2.3.3)$$

где  $\operatorname{Re} \dot{H}(t) = \cos \theta$ ;  $\operatorname{Im} \dot{H}(t) = -\sin \theta (1 - 2B_0(t))$ .

Выражение, описывающие изменение огибающей переходного процесса, на основании (2.3.3), примет вид:

$$H(t) = \left[ \cos^2 \theta + [1 - 2B_0(t)]^2 \sin^2 \theta \right]^{1/2}. \quad (2.3.4)$$

А выражение для мгновенной фазы, с учетом её изменения по четвертям комплексной плоскости примет вид

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{Im} \dot{H}(t)}{\operatorname{Re} \dot{H}(t)} \right) = \operatorname{arctg} \left( \frac{-\sin \theta (1 - 2B_0(t))}{\cos \theta} \right) = \\ &= \operatorname{arctg} \left( -(1 - 2B_0(t)) \operatorname{tg} \theta \right), \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

Из выражения (2.3.5) следует, что для фазового скачка  $2\theta = \pm \pi$  изменение мгновенной фазы представляет соотношение  $\pm \pi \left( 1(t - t_{H_{\min}}) - 1/2 \right)$ , где  $t_{H_{\min}}$  определяется из решения уравнения  $B_0(t_{H_{\min}}) = 1/2$ . Это обусловлено тем, что  $\psi(t) = \mp \pi/2$  при  $t < t_{H_{\min}}$  и  $\psi(t) = \pm \pi/2$  при  $t > t_{H_{\min}}$ .

Необходимо отметить, что выражение (2.3.4) было получено в работе [54], как и уравнение из которого следует выражение (2.3.5), однако, не было учтено изменение мгновенной фазы по четвертям комплексной плоскости и возможный постоянный фазовый сдвиг, вносимый УЛС.

Произведем анализ поведения огибающей и мгновенной фазы переходного процесса на выходе рассматриваемого настроенного ПФ. Для этого определим его огибающую отклика на радиоскачок  $\dot{B}(t)$ , используя равенства (2.1.4), (2.1.5), табличный интеграл и свойства функции Бесселя [243], а также выражение для  $\dot{A}(t)$ , полученное в работе [54]

$$\dot{A}(t) = A(t) = \mu \frac{2r'}{\Delta\Omega_0 t} J_{2r'}(\Delta\Omega_0 t), \quad (2.3.6)$$

где  $J_{2r'}(\Delta\Omega_0 t)$  – функция Бесселя 1-го рода  $2r'$  порядка;  $\mu = 2\Delta\Omega_0 / \omega_0$  – относительная полоса прозрачности.

В результате получим

$$\begin{aligned} \dot{B}(t) = B_0(t) &= \frac{\omega_0}{2} \int_0^t A(\tau) d\tau = \frac{\omega_0}{2} \int_0^t \frac{2\Delta\Omega_0}{\omega_0} \frac{2r'}{\Delta\Omega_0 \tau} J_{2r'}(\Delta\Omega_0 \tau) d\tau = \\ &= \int_0^t \frac{2r'}{\tau} J_{2r'}(\Delta\Omega_0 \tau) d\tau = \left( \begin{array}{l} x_1 = \Delta\Omega_0 \tau \\ d\tau = \frac{dx_1}{\Delta\Omega_0} \end{array} \right) = \int_0^{x=\Delta\Omega_0 t} \frac{2r'}{\Delta\Omega_0 \tau} J_{2r'}(x_1) dx_1 = \int_0^{x=\Delta\Omega_0 t} \frac{2r'}{x_1} J_{2r'}(x_1) dx_1 = \\ &= 1 - \frac{2}{x} \sum_{k=1}^{r'} (2k-1) J_{2k-1}(x) = 1 - \sum_{k=1}^{r'} [J_{2k-2}(x) + J_{2k}(x)] = \\ &= 1 - \sum_{k=1}^{r'} [J_{2k-2}(\Delta\Omega_0 t) + J_{2k}(\Delta\Omega_0 t)]. \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

С учетом (2.3.4), (2.3.5), (2.3.7) выражения для огибающей и мгновенной фазы переходного процесса, вызванного скачком фазы на входе рассматриваемого ПФ, примут вид

$$H(t) = \sqrt{\cos^2 \theta + \left[ 1 - 2 \left[ 1 - \sum_{k=1}^{r'} (J_{2k-2}(\Delta\Omega_0 t) + J_{2k}(\Delta\Omega_0 t)) \right] \right]^2} \sin^2 \theta, \quad (2.3.8)$$

$$\psi(t) = -\arctg \left[ \left[ 1 - 2 \left[ 1 - \sum_{k=1}^{r'} (J_{2k-2}(\Delta\Omega_0 t) + J_{2k}(\Delta\Omega_0 t)) \right] \right] \operatorname{tg} \theta \right]. \quad (2.3.9)$$

С их использованием (выражения (2.3.8) и (2.3.9)) были построены зависимости изменения огибающей и мгновенной фазы переходного процесса для  $r' = 1, 3$  и  $5$  и при  $2\theta \in [0; \pi]$ , представленные на рисунках 2.7 и 2.8, соответственно.

Из рисунка 2.7 видно, что огибающая на выходе ПФ также как в случае с РФ, в течение переходного процесса претерпевает изменение от исходного значения до наименьшего  $H_{\min}$  с дальнейшим возвращением к устанавливаемому значению. Увеличение числа звеньев ПФ  $r'$  приводит к возрастанию  $t_{H_{\min}}$ , что свидетельствует об увлечении длительности переходного процесса. При этом, также как и для РФ, значение  $H_{\min}$  уменьшается с увеличением значения фазового скачка  $2\theta \in [0; \pi]$  и достигает  $H_{\min} = 0$  при  $2\theta = \pi$  и не зависит от наличия затухающих колебаний.

В отличие от РФ, на выходе ПФ, после первого достижения устанавливаемого значения, огибающая совершает относительно него затухающие колебания. При этом максимальная величина выброса  $\Delta H_{\max}$  зависит от количества звеньев  $r'$  в ПФ. Для одного звена величина выброса составляет 27%, для трех 38%, для пяти 42%. Указанные выбросы являются предельно возможными для рассматриваемого ПФ.

Из рисунка 2.8 видно, что изменение мгновенной фазы на выходе ПФ, в отличии от случая с РФ, после первого достижения устанавливаемого значения  $+\theta$  процесс установления переходит в затухающий колебательный процесс. При

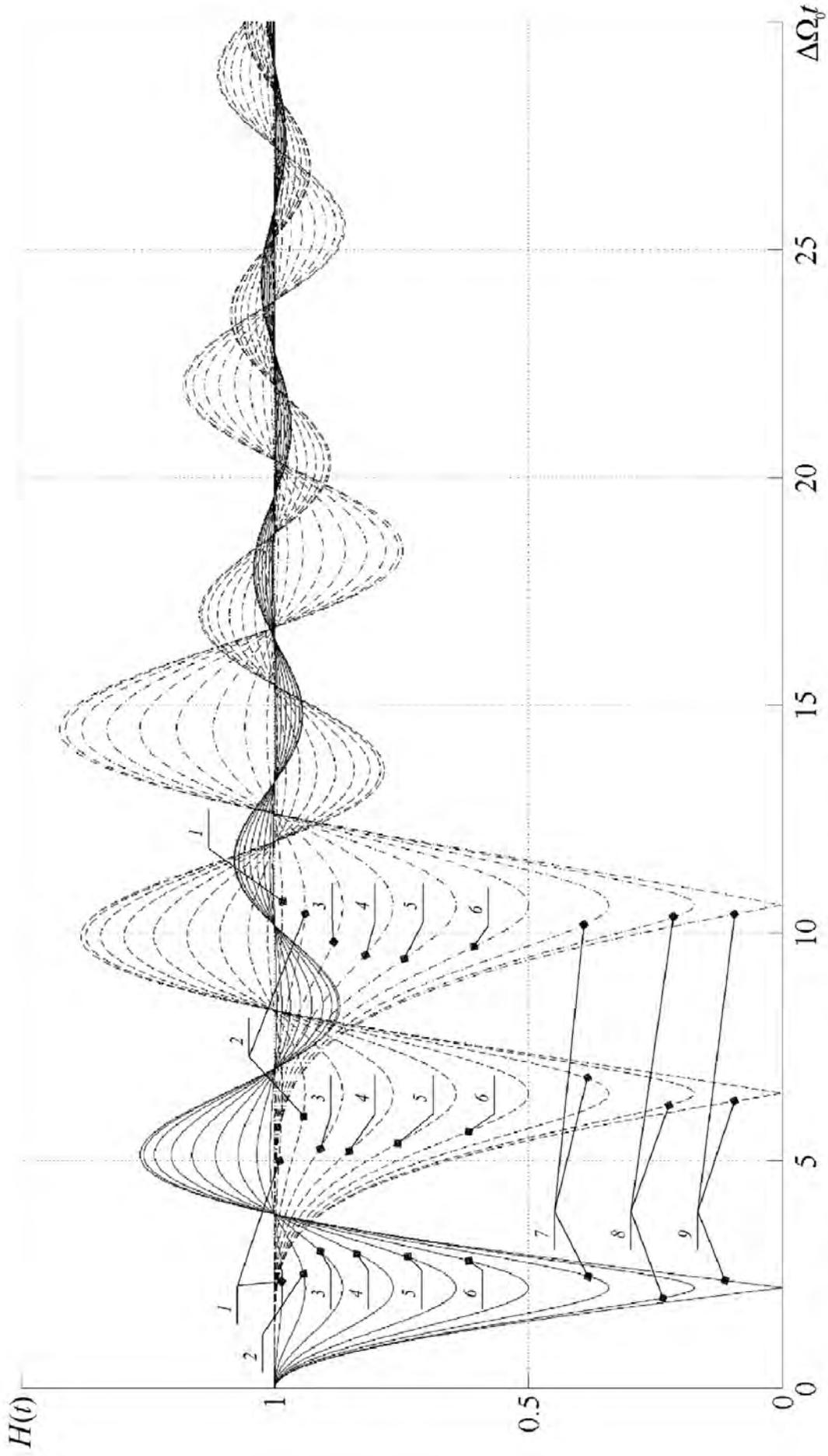


Рис. 2.7 . Семейство зависимостей огибающей переходного процесса  $H(t)$  от фазового скачка  $2\theta$

(диапазон изменения фазового скачка  $2\theta = 20^\circ - 180^\circ$ ).  $2\theta, ^\circ = 20$  (1), 40 (2), 60 (3), 80 (4), 100 (5), 120 (6), 140 (7), 160 (8), 180 (9).

Число звеньев  $r = 1$  (сплошная линия),  $r=3$  (штриховая линия),  $r=5$  (штрихпунктирная).

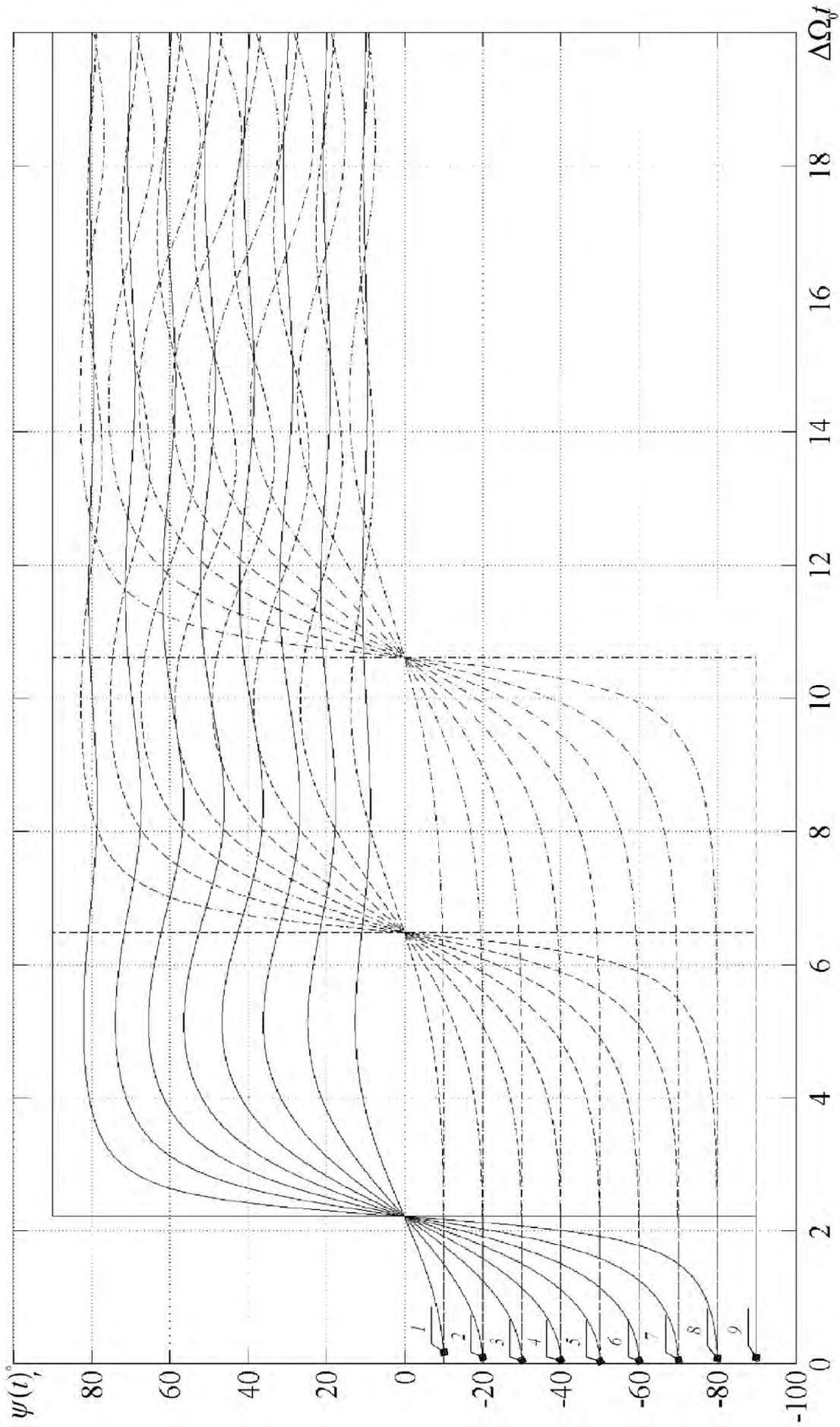


Рис. 2.8 . Семейство зависимостей медленно меняющейся фазы  $\psi(t)$  от фазового скачка  $2\theta$

( диапазон изменения фазового скачка  $2\theta = 20^\circ - 180^\circ$  ).  $2\theta, ^\circ = 20$  (1), 40 (2), 60 (3), 80 (4), 100 (5), 120 (6), 140 (7), 160 (8), 180 (9)

Число звеньев  $r = 1$  (сплошная линия),  $r = 3$  (штриховая линия),  $r = 5$  (штрихпунктирная).

этом возрастание числа звеньев фильтра  $r'$  приводит к задержке переходного процесса по мгновенной фазе.

Следует отметить, что в моменты времени, соответствующие большим отклонениям по фазе, относительно устанавливаемого значения, у огибающей также наблюдаются наибольшие отклонения относительно своего устанавливаемого значения.

Наличие затухающего колебательного процесса у информативных параметров радиосигнала при достижении ими устанавливаемых значений позволяет увеличить скорость передачи информации, при условии, что могут быть выделены временные области для информативных параметров вблизи точек, где они достигают устанавливаемых значений, которые обеспечивают отличие информативных параметров от их устанавливаемого значения на любую наперед заданную допустимую ошибку установления для всех возможных реализаций передаваемых символов информационной последовательности.

#### **2.4 Постановка задачи при анализе переходного процесса на выходе УЛС, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания, при наличии и отсутствии расстройки по частоте [108,112-116,321]**

Из результатов предыдущего раздела следует, что огибающая на выходе УЛС в течение переходного процесса, вызванного скачком фазы, претерпевает уменьшение до своего минимального значения  $H_{\min}$ , обусловленного скачком фазы, с последующим достижением устанавливаемого значения. Таким образом, очевидно, что при сокращении длительности символа будет изменяться амплитуда, начиная с которой будет происходить процесс установления, что можно

рассматривать как паразитный скачок по амплитуде дополнительно к скачку по фазе. Кроме этого, в первой главе уже отмечалось, что в современных РТС широко применяется радиоаппаратура, в которой скачок фазы сопровождается скачком амплитуды гармонического колебания.

Это требует исследования переходного процесса, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания. При этом, особый интерес представляет влияние расстройки по частоте на характер переходного процесса, которая может быть вызвана такими дестабилизирующими факторами как доплеровский сдвиг по частоте, неточность настройки и др. [66].

Таким образом, возникает необходимость разработки метода, позволяющего произвести анализ переходного процесса, вызванного одновременным скачком фазы и амплитуды гармонического колебания, в том числе и при наличии расстройки в УЛС на основе метода медленно меняющихся амплитуд [54]. Он должен позволить выявить общие свойства переходного процесса данного типа в интересах повышения пропускной способности фазовых РСПИ ППИ.

Задачу анализа переходного процесса, обусловленного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания с учётом вносимого УЛС постоянного фазового сдвига, представим следующим образом.

До момента времени ( $t = 0$ ) переключение амплитуды и фазы гармонического колебания, все переходные процессы считаются законченными, а на входе УЛС действует гармоническое колебание  $M_1 \exp(j((\omega_0 \pm \Delta\omega)t - \theta + \xi_{\text{пост}}))$  с амплитудой  $M_1$ , начальной фазой  $-\theta$ , постоянным фазовым сдвигом  $\xi_{\text{пост}}$  и расстройкой по частоте  $\Delta\omega$ , которая может принимать как положительные ( $+\Delta\omega$ ), так и отрицательные ( $-\Delta\omega$ ) значения относительно средней (резонансной, среднегеометрическое от частот среза ПФ и т.д.) частоты УЛС  $\omega_0$ .

Скачкообразное одновременное переключение фазы и амплитуды гармонического колебания производится в момент времени ( $t = 0$ ). Так значение

фазы изменяется от  $-\theta$  до  $+\theta$ , то есть фазовый скачок составляет  $2\theta \in [-\pi; \pi]$  ( $2\theta > 0$ , то  $-\theta < 0$ ,  $+\theta > 0$ , а если  $2\theta < 0$ , то  $-\theta > 0$ ,  $+\theta < 0$ ), а амплитуда гармонического колебания изменяется скачком от значения  $M_1$  до  $M_2$ . В результате после окончания переходного процесса на выходе УЛС должно установиться колебание  $M_2 \exp(j((\omega_0 \pm \Delta\omega)t + \theta + \xi_{\text{пост}}))$ .

В силу справедливости принципа суперпозиции для УЛС одновременный скачок фазы и амплитуды в момент ( $t = 0$ ) можно представить как процесс выключения действующего колебания  $M_1 \exp(j((\omega_0 \pm \Delta\omega)t - \theta + \xi_{\text{пост}}))$  и одновременного включения гармонического колебания  $M_2 \exp(j((\omega_0 \pm \Delta\omega)t + \theta + \xi_{\text{пост}}))$ . Это можно представить следующим процессом, действующим на входе УЛС,

$$\begin{aligned} \dot{s}_{\text{вх}}(t) = & [1 - 1(t)] M_1 \exp(j((\omega_0 \pm \Delta\omega)t - \theta + \xi_{\text{пост}})) + \\ & + 1(t) M_2 \exp(j((\omega_0 \pm \Delta\omega)t + \theta + \xi_{\text{пост}})). \end{aligned} \quad (2.4.1)$$

С учётом (2.4.1), ограничений на рассматриваемый класс УЛС, принципа суперпозиции и результатов работы [54], результирующее колебание переходного процесса на выходе УЛС  $\dot{H}_{\pm}(t) \exp(j([\omega_0 \pm \Delta\omega]t \pm \varphi(\Delta\omega) + \xi_{\text{улс}} + \xi_{\text{пост}}))$  можно представить следующим образом<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} \dot{H}_{\pm}(t) \exp(j([\omega_0 \pm \Delta\omega]t \pm \varphi(\Delta\omega) + \xi_{\text{улс}} + \xi_{\text{пост}})) = & \exp(j([\omega_0 \pm \Delta\omega]t + \xi_{\text{пост}})) \times \\ & \times [M_1 (\dot{k}_y(\pm j\Delta\omega) - \dot{B}(\pm j\Delta\omega, t)) \exp(-j\theta) + M_2 \dot{B}(\pm j\Delta\omega, t) \exp(j\theta)]. \end{aligned} \quad (2.4.2)$$

Здесь  $\dot{B}(\pm j\Delta\omega, t)$  – огибающая отклика УЛС на радиоскачок при расстройке по частоте, определяемая согласно [54] следующим образом,

$$\dot{B}(j\Delta\omega, t) = \dot{k}_y(j\Delta\omega) \dot{B}_0(j\Delta\omega, t), \quad (2.4.3)$$

<sup>1</sup> Здесь и далее: верхний знак в индексе и в выражениях соответствует случаю положительной, а нижний – отрицательной расстройки по частоте.

где  $\dot{B}_0(j\Delta\omega, t)$  - функция установления при наличии расстройки по частоте  $\Delta\omega$ . Для рассматриваемого в данной главе класса УЛС, выражения для укороченного коэффициента передачи и функции установления определяются следующими равенствами, согласно работе [54]:

$$\left. \begin{aligned} \dot{k}_y(\pm j\Delta\omega) &= k_y(\pm\Delta\omega) \exp\left(j\left(\varphi(\pm\Delta\omega) + \xi_{\text{улс}}\right)\right) \\ k_y(-\Delta\omega) &= k_y(\Delta\omega), \varphi(-\Delta\omega) = -\varphi(\Delta\omega) \end{aligned} \right\}, \quad (2.4.4)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) &= \text{Re } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) + j \text{Im } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \\ \text{Re } \dot{B}_0(-j\Delta\omega, t) &= \text{Re } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \\ \text{Im } \dot{B}_0(-j\Delta\omega, t) &= -\text{Im } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \end{aligned} \right\}, \quad (2.4.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Re } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) &= \frac{\omega_0}{2} \int_0^t \frac{A(\tau)}{k_y(\Delta\omega)} \cos[\Delta\omega\tau + \varphi(\Delta\omega)] d\tau \\ \text{Im } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) &= -\frac{\omega_0}{2} \int_0^t \frac{A(\tau)}{k_y(\Delta\omega)} \sin[\Delta\omega\tau + \varphi(\Delta\omega)] d\tau \end{aligned} \right\}, \quad (2.4.6)$$

где  $k_y(\Delta\omega)$  и  $\varphi(\Delta\omega)$  - модуль укороченного коэффициента передачи и фазовый сдвиг, вносимый УЛС при расстройке по частоте  $\Delta\omega$  относительно  $\xi_{\text{улс}}$ .

Отметим ряд свойств, характеризующих поведение составляющих функции установления  $\text{Re } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)$  и  $\text{Im } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)$  [54]:

$$\left. \begin{aligned} \text{Re } \dot{B}_0(j\Delta\omega, 0) &= 0, \text{Im } \dot{B}_0(j\Delta\omega, 0) = 0, \text{ в момент включения } (t = 0); \\ \text{Re } \dot{B}_0(j\Delta\omega, \infty) &= 1, \text{Im } \dot{B}_0(j\Delta\omega, \infty) = 0, \text{ в конце процесса установления } (t = \infty); \\ \text{при } \Delta\omega = 0, \text{ Re } \dot{B}_0(0, t) &= B_0(t), \text{Im } \dot{B}_0(0, t) = 0, k_y(0) = 1; \varphi(0) = 0; \\ \text{Re } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \Big|_{t < 0} &= 0, \text{Im } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \Big|_{t < 0} = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (2.4.7)$$

**2.5 Анализ переходного процесса, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания на входе УЛС, в том числе при расстройке по частоте. Определение обобщенных свойств, позволяющих повысить пропускную способность фазовых РСПИ ППИ [113–116,321]**

Переходной процесс на выходе УЛС представим в виде квазигармонического колебания

$$s_{\text{вых}}(t) = H'_{\pm}(t) \cos\left([\omega_0 \pm \Delta\omega]t + \psi_{\pm}(t) \pm \varphi(\Delta\omega) + \xi_{\text{улс}} + \xi_{\text{пост}}\right), \quad (2.5.1)$$

где  $H'_{\pm}(t) = |\dot{H}'_{\pm}(t)|$  – физическая огибающая переходного процесса,  $\psi_{\pm}(t) = \arg \dot{H}'_{\pm}(t)$  – мгновенная фаза.

Для определения  $H'_{\pm}(t)$  и  $\psi_{\pm}(t)$  в выражении (2.5.1), преобразуем выражение (2.4.2), используя равенства (2.4.3) – (2.4.5) и формулу Эйлера  $\exp(\pm j\theta) = \cos(\theta) \pm j\sin(\theta)$ . В результате получим выражение, описывающее комплексную огибающую  $\dot{H}'_{\pm}(t)$  при наличии положительной ( $+\Delta\omega$ ) или отрицательной расстройки ( $-\Delta\omega$ ) по частоте:

$$\begin{aligned} & \dot{H}'_{\pm}(t) \exp\left(j([\omega_0 \pm \Delta\omega]t \pm \varphi(\Delta\omega) + \xi_{\text{улс}} + \xi_{\text{пост}})\right) = \\ & = k_y(\pm\Delta\omega) \exp\left(j([\omega_0 \pm \Delta\omega]t \pm \varphi(\Delta\omega) + \xi_{\text{улс}} + \xi_{\text{пост}})\right) \times \\ & \quad \times \left[ M_1 \cos\theta + (M_2 - M_1) \operatorname{Re} \dot{B}_0(\pm j\Delta\omega, t) \cos\theta - \right. \\ & \quad \left. - (M_2 + M_1) \operatorname{Im} \dot{B}_0(\pm j\Delta\omega, t) \sin\theta + j(-M_1 \sin\theta + (M_2 + M_1) \operatorname{Re} \dot{B}_0(\pm j\Delta\omega, t) \times \right. \\ & \quad \left. \times \sin\theta + (M_2 - M_1) \operatorname{Im} \dot{B}_0(\pm j\Delta\omega, t) \cos\theta) \right] = \\ & = k_y(\Delta\omega) \exp\left(j([\omega_0 \pm \Delta\omega]t \pm \varphi(\Delta\omega) + \xi_{\text{улс}} + \xi_{\text{пост}})\right) \times \\ & \quad \times \left[ M_1 \cos\theta + (M_2 - M_1) \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos\theta \mp \right. \\ & \quad \left. \mp (M_2 + M_1) \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin\theta) + j(-M_1 \sin\theta + (M_2 + M_1) \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin\theta \pm \right. \\ & \quad \left. \pm (M_2 - M_1) \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos\theta) \right] = \left( \operatorname{Re} \dot{H}'_{0\pm}(t) + j \operatorname{Im} \dot{H}'_{0\pm}(t) \right) \times \\ & \quad \times k_y(\Delta\omega) \exp\left(j([\omega_0 \pm \Delta\omega]t \pm \varphi(\Delta\omega) + \xi_{\text{улс}} + \xi_{\text{пост}})\right) = \end{aligned}$$

$$= k_y(\Delta\omega) \dot{H}_{0\pm}(t) \exp\left(j\left([\omega_0 \pm \Delta\omega]t \pm \varphi(\Delta\omega) + \xi_{\text{улс}} + \xi_{\text{пост}}\right)\right), \quad (2.5.2)$$

где  $\dot{H}_{0\pm}(t)$  - нормированная комплексная огибающая переходного процесса.

Определим огибающую переходного процесса  $H'_{\pm}(t)$  и мгновенную фазу  $\psi_{\pm}(t)$  в выражении (2.5.1), используя равенство (2.5.2). Для этого произведем ряд преобразований выражения (2.5.2). Так для  $H'_{\pm}(t)$  получим

$$\begin{aligned} H'_{\pm}(t) &= k_y(\Delta\omega) |\dot{H}_{0\pm}(t)| = k_y(\Delta\omega) \sqrt{(\operatorname{Re} \dot{H}_{0\pm}(t))^2 + (\operatorname{Im} \dot{H}_{0\pm}(t))^2} = \\ &= k_y(\Delta\omega) \left[ M_1^2 \cos^2 \theta + (M_2 - M_1)^2 (\operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t))^2 \cos^2 \theta + \right. \\ &+ (M_1 + M_2)^2 (\operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t))^2 \sin^2 \theta + 2M_1(M_2 - M_1) \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos^2 \theta \mp \\ &\mp 2M_1(M_1 + M_2) \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos \theta \sin \theta \mp 2(M_2^2 - M_1^2) \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \times \\ &\times \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos \theta \sin \theta + (M_1 + M_2)^2 (\operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t))^2 \sin^2 \theta + (M_2 - M_1)^2 \times \\ &\times (\operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t))^2 \cos^2 \theta + M_1^2 \sin^2 \theta \pm 2(M_1^2 - M_2^2) \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \times \\ &\times \sin \theta \cos \theta - 2M_1(M_1 + M_2) \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin^2 \theta \mp 2M_1(M_2 - M_1) \times \\ &\times \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos \theta \sin \theta \left. \right]^{1/2} = k_y(\Delta\omega) \left[ M_1^2 + \left( [M_2^2 - 2M_1M_2 + M_1^2] \cos^2 \theta + \right. \right. \\ &+ \left. \left. [M_1^2 + 2M_1M_2 + M_2^2] \sin^2 \theta \right) \left( [\operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)]^2 + [\operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)]^2 \right) + \right. \\ &+ 2M_1 \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \left( M_2 [\cos^2 \theta - \sin^2 \theta] - M_1 [\cos^2 \theta + \sin^2 \theta] \right) \mp \\ &\mp 2M_1M_2 \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin 2\theta \left. \right]^{1/2} = k_y(\Delta\omega) \left[ M_1^2 + \left( [M_2^2 + M_1^2] \times \right. \right. \\ &\times \left. \left. [\cos^2 \theta + \sin^2 \theta] - 2M_1M_2 [\cos^2 \theta - \sin^2 \theta] \right) B_0^2(\Delta\omega, t) + \right. \\ &+ 2M_1 \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) (M_2 \cos 2\theta - M_1) \mp 2M_1M_2 \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin 2\theta \left. \right]^{1/2} = \\ &= k_y(\Delta\omega) \left[ M_1^2 (1 - 2 \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)) + (M_2^2 + M_1^2 - 2M_1M_2 \cos 2\theta) B_0^2(\Delta\omega, t) + \right. \\ &+ \left. 2M_1M_2 (\operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos 2\theta \mp \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin 2\theta) \right]^{1/2}. \end{aligned}$$

Здесь  $B_0(\Delta\omega, t) = \sqrt{(\operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t))^2 + (\operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t))^2}$ .

Тогда для случая положительной расстройки по частоте ( $+\Delta\omega$ ) имеем

$$H'_+(t) = k_y(\Delta\omega) |\dot{H}_{0+}(t)| = k_y(\Delta\omega) \sqrt{(\operatorname{Re} \dot{H}_{0+}(t))^2 + (\operatorname{Im} \dot{H}_{0+}(t))^2} =$$

$$= k_y(\Delta\omega)M_1 \left[ (1 - 2 \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)) + (1 + z^2 - 2z \cos 2\theta)(B_0(\Delta\omega, t))^2 + 2z(\operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos 2\theta - \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin 2\theta) \right]^{1/2}, \quad (2.5.3)$$

а для случая отрицательной расстройки ( $-\Delta\omega$ )

$$H'_-(t) = k_y(\Delta\omega) |\dot{H}_{0-}(t)| = k_y(\Delta\omega) \sqrt{(\operatorname{Re} \dot{H}_{0-}(t))^2 + (\operatorname{Im} \dot{H}_{0-}(t))^2} = k_y(\Delta\omega)M_1 \left[ (1 - 2 \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)) + (1 + z^2 - 2z \cos 2\theta)(B_0(\Delta\omega, t))^2 + 2z(\operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos 2\theta + \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin 2\theta) \right]^{1/2}, \quad (2.5.4)$$

где  $z = M_2 / M_1$ .

Выражение, описывающее изменение мгновенной фазы  $\Psi_{\pm}(t)$  переходного процесса, имеют следующий вид:

$$\Psi_{\pm}(t) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{Im} \dot{H}_{0\pm}(t)}{\operatorname{Re} \dot{H}_{0\pm}(t)} \right), & \text{при } \operatorname{Re} \dot{H}_{0\pm}(t) \geq 0, \operatorname{Im} \dot{H}_{0\pm}(t) \geq 0, \\ \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{Im} \dot{H}_{0\pm}(t)}{\operatorname{Re} \dot{H}_{0\pm}(t)} \right), & \text{при } \operatorname{Re} \dot{H}_{0\pm}(t) \geq 0, \operatorname{Im} \dot{H}_{0\pm}(t) < 0; \\ \pi - \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{Im} \dot{H}_{0\pm}(t)}{|\operatorname{Re} \dot{H}_{0\pm}(t)|} \right), & \text{при } \operatorname{Re} \dot{H}_{0\pm}(t) < 0, \operatorname{Im} \dot{H}_{0\pm}(t) \geq 0; \\ -\pi + \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{Im} \dot{H}_{0\pm}(t)}{\operatorname{Re} \dot{H}_{0\pm}(t)} \right), & \text{при } \operatorname{Re} \dot{H}_{0\pm}(t) < 0, \operatorname{Im} \dot{H}_{0\pm}(t) < 0; \end{cases} \quad (2.5.5)$$

где при положительной расстройке по частоте ( $+\Delta\omega$ )

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Im} \dot{H}_{0+}(t) &= -M_1 \sin \theta + (M_2 + M_1) \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin \theta + \\ &+ (M_2 - M_1) \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos \theta \\ \operatorname{Re} \dot{H}_{0+}(t) &= M_1 \cos \theta + (M_2 - M_1) \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos \theta - \\ &- (M_2 + M_1) \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin \theta \end{aligned} \right\}, \quad (2.5.6)$$

а при отрицательной расстройке по частоте ( $-\Delta\omega$ )

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Im} \dot{H}_{0-}(t) &= -M_1 \sin \theta + (M_2 + M_1) \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin \theta - \\ &- (M_2 - M_1) \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos \theta \\ \operatorname{Re} \dot{H}_{0-}(t) &= M_1 \cos \theta + (M_2 - M_1) \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos \theta + \\ &+ (M_2 + M_1) \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin \theta \end{aligned} \right\}. \quad (2.5.7)$$

С использованием полученных выражений (2.5.3) – (2.5.7) проведём анализ свойств переходного процесса, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания, в том числе и при наличии расстройки по частоте.

Анализ свойств начнем с рассмотрения динамики изменения огибающей переходного процесса. Первоначально рассмотрим влияние скачка амплитуды, осуществляемого одновременно со скачком фазы, в условиях отсутствия расстройки по частоте посредством оценки зависимости времени достижения огибающей наименьшего значения  $t_{H_{\min}}$  от соотношения амплитуд  $z$ .

Определим  $t_{H_{\min}}$ , решив уравнение  $dH(t_{H_{\min}})/dt = 0$ . Для этого найдем выражение, описывающее поведение огибающей переходного процесса при одновременном скачке амплитуды и фазы гармонического колебания в отсутствие расстройки по частоте ( $\Delta\omega = 0$ ), используя выражения (2.5.3), (2.5.4) и свойства указанные в виде равенств в (2.4.7):

$$\begin{aligned} H(t) &= k_y(0)M_1 \left[ (1 - 2\operatorname{Re} \dot{B}_0(0,t)) + (1 + z^2 - 2z \cos 2\theta)(B_0(0,t))^2 + \right. \\ &\quad \left. + 2z(\operatorname{Re} \dot{B}_0(0,t) \cos 2\theta \mp \operatorname{Im} \dot{B}_0(0,t) \sin 2\theta) \right]^{1/2} = \\ &= M_1 \left[ (1 - 2B_0(t)) + [1 + z^2 - 2z \cos 2\theta](B_0(t))^2 + 2zB_0(t) \cos 2\theta \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (2.5.8)$$

Определим  $dH(t)/dt$ , используя выражение (2.5.8) и (2.4.7):

$$\begin{aligned} \frac{dH(t)}{dt} &= \frac{M_1}{2} \frac{-2 \frac{\omega_0}{2} \frac{A(t)}{k_y(0)} + 2[1 + z^2 - 2z \cos 2\theta] \frac{\omega_0}{2} \frac{A(t)}{k_y(0)} B_0(t) + 2z \frac{\omega_0}{2} \frac{A(t)}{k_y(0)} \cos 2\theta}{H(t)} = \\ &= \frac{M_1}{2} A(t) \omega_0 \frac{-1 + [1 + z^2 - 2z \cos 2\theta] B_0(t) + z \cos 2\theta}{H(t)}. \end{aligned} \quad (2.5.9)$$

С учётом (2.5.9) уравнение  $dH(t_{H_{\min}})/dt = 0$  примет вид

$$\frac{A(t_{H_{\min}}) \left( -1 + [1 + z^2 - 2z \cos 2\theta] B_0(t_{H_{\min}}) + z \cos 2\theta \right)}{H(t_{H_{\min}})} = 0. \quad (2.5.10)$$

Решение (2.5.10) необходимо искать при  $(-1 + [1 + z^2 - 2z \cos 2\theta] B_0(t_{H_{\min}}) + z \cos 2\theta) = 0$ . Это обусловлено следующими причинами: 1) наличием колебательной составляющей у процесса установления на выходе полосовых УЛС, что является свойственной им особенностью и, как было показано ранее, в данной главе, в отношении переходного процесса, вызванного скачком фазы, не влияет на наименьшее значение его огибающей  $H_{\min}$ , достигаемое ею в момент времени  $t_{H_{\min}}$ ; 2) в течение переходного процесса  $H_{\min}$  наблюдается только один раз при конечных значениях  $t_{H_{\min}}$ . При этом из теории переходных процессов [54,66] следует, что в общем случае  $A(t)$  для УЛС<sup>1</sup> принимает значение равное нулю только по окончанию переходного процесса.

Решение  $(-1 + [1 + z^2 - 2z \cos 2\theta] B_0(t_{H_{\min}}) + z \cos 2\theta = 0)$  относительно  $B_0(t_{H_{\min}})$  имеет вид

$$\frac{1 - z \cos 2\theta}{1 + z^2 - 2z \cos 2\theta} = B_0(t_{H_{\min}}). \quad (2.5.11)$$

Полученное выражение также справедливо в том числе и для  $2\theta = \pm 180^\circ$ , хотя при этом производная отсутствует. Это объясняется тем, что выражение для огибающей определено как модуль от комплексной функции, а в рамках классического математического анализа непрерывных функций [165] производная от модуля не определена, когда модуль равен нулю. Выражение (2.5.11) однозначно связывает  $t_{H_{\min}}$  и  $B_0(t_{H_{\min}})$ , что следует из свойств (2.4.7). В том случае, если у функции установления имеется колебательная составляющая, что соответствует полосовым фильтрам, то  $t_{H_{\min}}$  определяется как наименьшее время, при котором выполняется равенство (2.5.11).

---

<sup>1</sup> Здесь, отклик на единичное ступенчатое воздействие без учета множителя  $(-j)^{n'}$

Из выражения (2.5.11) следует, что  $t_{H_{\min}}$  зависит от соотношения амплитуд и от значения фазового скачка  $2\theta$ . С использованием выражения (2.5.11) были построены зависимости значений  $B_0(t_{H_{\min}})$  от фазового скачка  $2\theta$  (см. рисунок 2.9) при различных соотношениях амплитуд  $z$  и отсутствии расстройки по частоте.

На основании представленных зависимостей на рисунке 2.9 и свойств (2.4.7) можно сделать следующие выводы: 1) при соотношении амплитуд  $z > 1$  ( $M_2 > M_1$ ) увеличение по абсолютному значению фазового скачка  $2\theta$  приводит к возрастанию  $t_{H_{\min}}$ , а при  $z < 1$  ( $M_2 < M_1$ ) к его уменьшению. При равенстве амплитуд, то есть при отсутствии скачка по амплитуде, значение  $t_{H_{\min}}$  не зависит  $2\theta$  и определяется параметрами самой УЛС; 2) длительность переходного процесса при соотношении амплитуд  $M_2 > M_1$  сокращается, а при  $M_2 < M_1$  увеличивается, относительно случая, когда амплитуды равны.

Проведем подробный анализ выражения (2.5.11), используя зависимости, приведенные на рисунке 2.9. Для этого отметим ряд особенностей  $B_0(t_{H_{\min}})$ : она не принимает отрицательных значений и не превосходит определенного максимального значения  $V_{\max}$  (для полосового фильтра  $V_{\max} > 1$  и обычно составляет  $V_{\max} = 1,1 - 1,3$ , а для резонансных систем  $V_{\max} = 1$ , согласно [54]). Из рисунка 2.9 следует, что при определенных значениях фазового скачка  $2\theta$  и при заданном соотношении амплитуд  $z \neq 1$  эти особенности не выполняются, а следовательно в этом случае провал по амплитуде у огибающей переходного процесса, обусловленный достижением  $H_{\min}$  и вызванный одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания на входе настроенной УЛС, отсутствует.

При заданных значениях  $z$  и  $V_{\max}$  определим значения фазовых скачков  $2\theta$ , при которых изменение огибающей будет плавное, без наличия провала по амплитуде, обусловленное достижением  $H_{\min}$ .

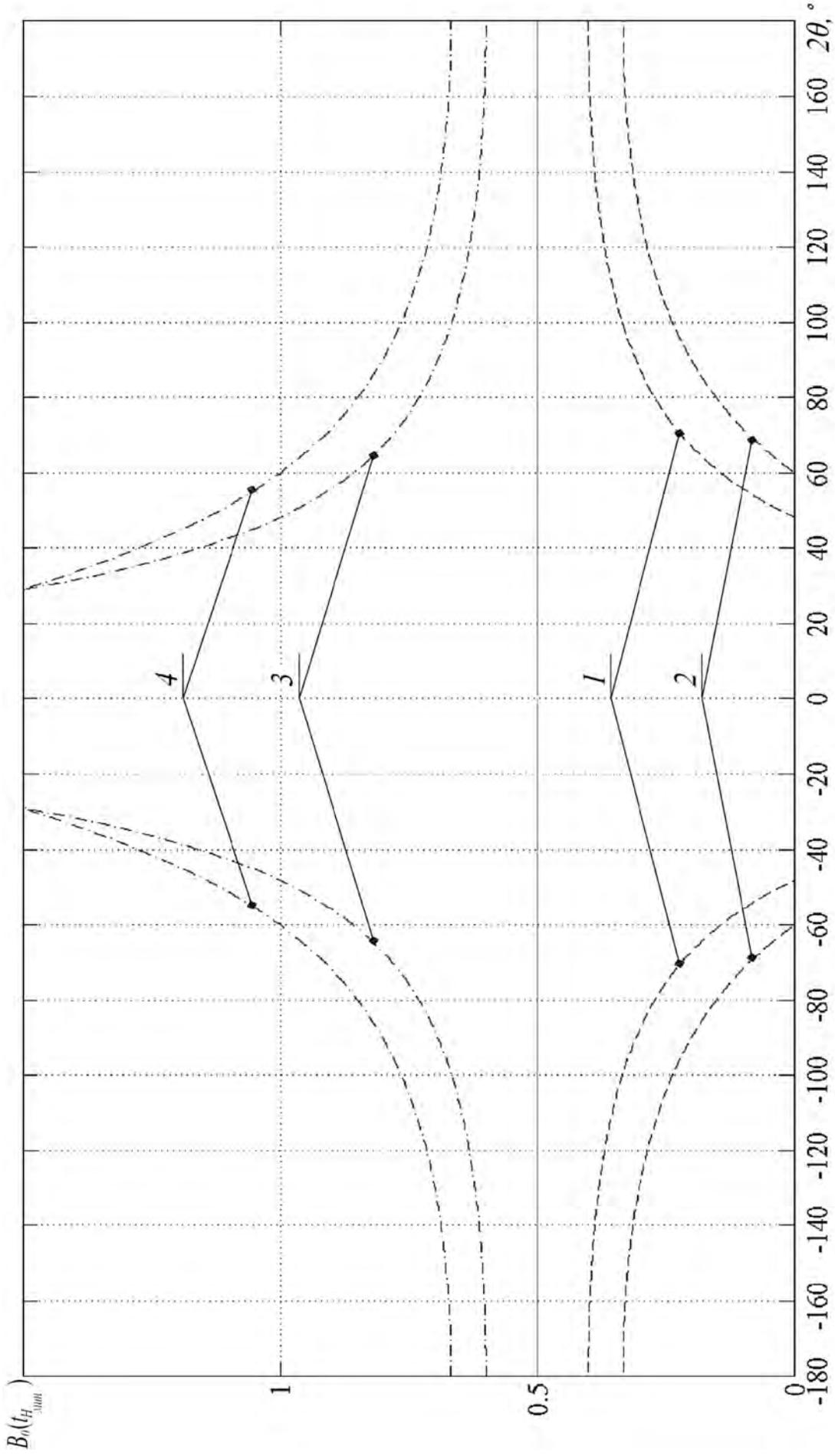


Рис. 2.9 Зависимости функции установления  $B_0(t_{\text{Пмин}})$  от фазового скачка  $2\theta$ , при которых огibaющая принимает минимальное значение в отсутствии расстройки.  $z = 1$  (сплошная линия),  $z > 1$  (штрихованная),  $z < 1$  (штрихпунктирная);  $z = 1.5$  (1), 2 (2),  $2/3$  (3), 0.5 (4).

Значения фазовых скачков  $2\theta$ , удовлетворяющих решению данной задачи, получим путем составления соответствующего неравенства на основании анализа зависимостей, представленных на рисунке 2.9, полагая  $z > 1$  и  $|\theta| \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right]$ , и учитывая выражение (2.5.11). Само неравенство в этом случае имеет вид

$$\frac{1 - z \cos 2\theta}{1 + z^2 - 2z \cos 2\theta} < 0. \quad (2.5.12)$$

Получим его решение, для этого преобразуем знаменатель  $1 + z^2 - 2z \cos 2\theta$  в неравенстве (2.5.12), следующим образом

$$1 + z^2 - 2z \cos 2\theta = 1 + z^2 - 2z + 2z - 2z \cos 2\theta = (1 - z)^2 + 2z(1 - \cos 2\theta). \quad (2.5.13)$$

Из соотношения (2.5.13) видно, что оно будет принимать только положительные значения при ограничениях  $z \geq 0$  и  $|\theta| \in (0, \pi/2]$ , поэтому решение (2.5.12) будем искать из условия, когда числитель принимает отрицательные значения, что происходит при выполнении следующего соотношения

$$|2\theta| \in \left(0; \arccos\left(\frac{1}{z}\right)\right). \quad (2.5.14)$$

Решим аналогичную задачу для случая, когда  $z < 1$ , учитывая, что  $|\theta| \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right]$ .

Так из анализа зависимостей, приведенных на рисунке 2.9, и выражения (2.5.11), искомое неравенство примет вид

$$\frac{1 - z \cos 2\theta}{1 + z^2 - 2z \cos 2\theta} > B_{\max} \quad (2.5.15)$$

Преобразуем (2.5.15) к виду

$$\frac{1 - z \cos 2\theta - B_{\max} (1 + z^2 - 2z \cos 2\theta)}{1 + z^2 - 2z \cos 2\theta} > 0. \quad (2.5.16)$$

Как было показано выше, знаменатель дроби в левой части неравенства (2.5.16) принимает только положительные значения, а, следовательно, не влияет на решение неравенства, поэтому его решение следует искать в следующем виде

$$1 - z \cos 2\theta - B_{\text{макс}} (1 + z^2 - 2z \cos 2\theta) > 0. \quad (2.5.17)$$

Решение неравенства (2.5.17) относительно  $2\theta$  произведем методом интервалов. Для этого первоначально определим значения фазовых скачков, при которых происходит смена знака, используя уравнение  $1 - z \cos 2\theta - B_{\text{макс}} (1 + z^2 - 2z \cos 2\theta) = 0$ .

Его решение имеет вид

$$2\theta = \pm \arccos \left( \frac{B_{\text{макс}} (1 + z^2) - 1}{z(2B_{\text{макс}} - 1)} \right). \quad (2.5.18)$$

Используя решение (2.5.18) и зависимости, представленные на рисунке 2.9, можем прийти к выводу, что решение (2.5.15) будет иметь следующий вид

$$|2\theta| \in \left( 0; \arccos \left( \frac{B_{\text{макс}} (1 + z^2) - 1}{z(2B_{\text{макс}} - 1)} \right) \right). \quad (2.5.19)$$

Таким образом, при выполнении условия (2.5.14) для случая  $z > 1$  и (2.5.19) для  $z < 1$  изменение огибающей переходного процесса, вызванное одновременным скачком фазы и амплитуды гармонического колебания на входе настроенной УЛС, происходит плавно без наличия провала по амплитуде, которое обусловлено достижением  $H_{\text{мин}}$ .

При этом стоит отметить, что в случае, когда соотношения (2.5.14) и (2.5.19) становятся равенствами, значения фазового скачка являются критическими, а скорость изменения огибающей будет наибольшей при условии отсутствия провала амплитуды у огибающей, обусловленное достижением  $H_{\text{мин}}$ . Так для случая  $z > 1$  это обусловлено тем, что нарастание огибающей происходит с некоторой задержкой по времени относительно момента начала переходного процесса, поскольку  $H_{\text{мин}}$  достигается при  $t_{H_{\text{мин}}} = 0$ , вследствие<sup>1</sup>  $B_0(t_{H_{\text{мин}}}) = 0$ . Для  $z < 1$  это следует из анализа условия  $B_0(t_{H_{\text{мин}}}) = B_{\text{макс}}$ , которое для резонансных УЛС выполняется, когда переходной процесс завершен, а для полосовых УЛС –

---

<sup>1</sup> следует из свойств (2.4.7)

соответствует времени, когда функция установления достигает значения первого выброса.

Вышеуказанные особенности поведения огибающей при скачке амплитуды и фазы гармонического колебания в условиях отсутствия расстройки по частоте, продемонстрированы на рисунках 2.10 – 2.12, где в качестве УЛС были использованы РФ и однозвенный ПФ к-типа, нагруженный на характеристическое сопротивление, при построении зависимостей были использованы выражения (2.5.8), (2.2.2), (2.3.7).

Следует отметить, что для демонстрации поведения огибающей при критических скачках фазы были выбраны следующие параметры: 1) при  $z > 1 - z = 2$ ;  $2\theta = 60^\circ$ ; 2) при  $z < 1$  для РФ –  $z = 0.5$ ;  $2\theta = 60^\circ$ , а для ПФ с числом каскадов<sup>1</sup>  $r' = 1 - z = 0.5$ ;  $2\theta = 48,93^\circ$ .

В заключении исследования данных свойств огибающей, определим значение  $H_{\min}$  с помощью выражений (2.5.8) и (2.5.11), учитывая ограничения (2.5.14) и (2.5.19).

Так  $H_{\min}$ , достигаемое при  $t_{H_{\min}}$ , будет иметь вид

$$\begin{aligned}
 H_{\min} &= M_1 \left[ \left( 1 - 2 \frac{1 - z \cos 2\theta}{1 + z^2 - 2z \cos 2\theta} \right) + \left[ 1 + z^2 - 2z \cos 2\theta \right] \left( \frac{1 - z \cos 2\theta}{1 + z^2 - 2z \cos 2\theta} \right)^2 + \right. \\
 &\quad \left. + 2z \frac{1 - z \cos 2\theta}{1 + z^2 - 2z \cos 2\theta} \cos 2\theta \right]^{1/2} = \\
 &= M_1 \left[ 1 + \frac{(1 - z \cos 2\theta)}{1 + z^2 - 2z \cos 2\theta} (-2 + 1 - z \cos 2\theta + 2z \cos 2\theta) \right]^{1/2} = \\
 &= M_1 \sqrt{1 - \frac{(1 - z \cos 2\theta)^2}{1 + z^2 - 2z \cos 2\theta}}. \tag{2.5.20}
 \end{aligned}$$

<sup>1</sup>  $B_{\max} = 1,1323$ , определено на основании выражения (2.3.7)

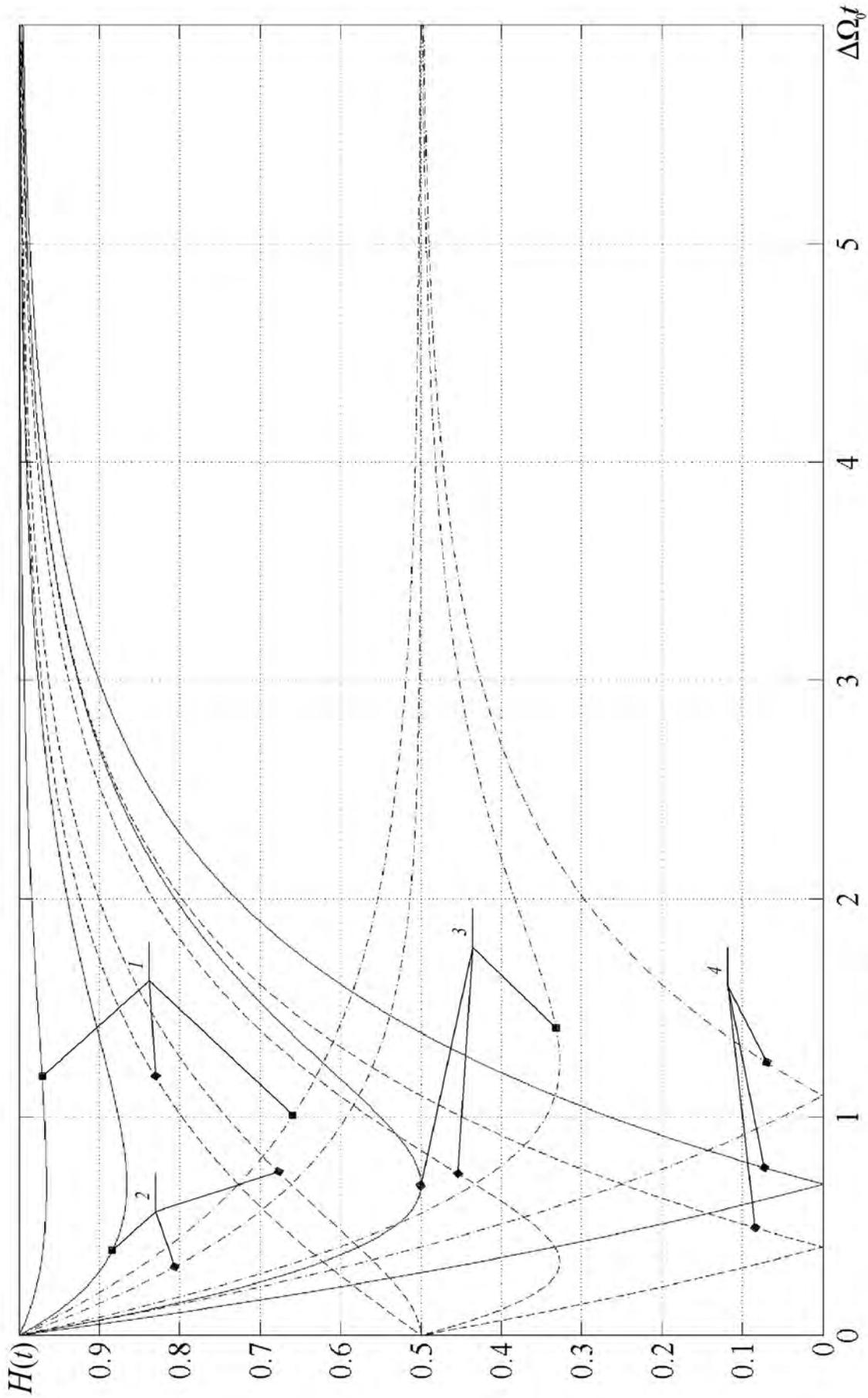


Рис. 2.10 Семейство зависимостей гнбающей переходного процесса  $H(t)$  на выходе ОКК, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания на его входе, расстройка отсутствует.  $2\theta, ^\circ = 30$  (1), 60 (2), 120 (3), 180 (4).  $M_1 = M_2 = 1$  (сплошная линия),  $M_1 = 0.5, M_2 = 1$  (штриховая линия),  $M_1 = 1, M_2 = 0.5$  (штрихпунктирная).

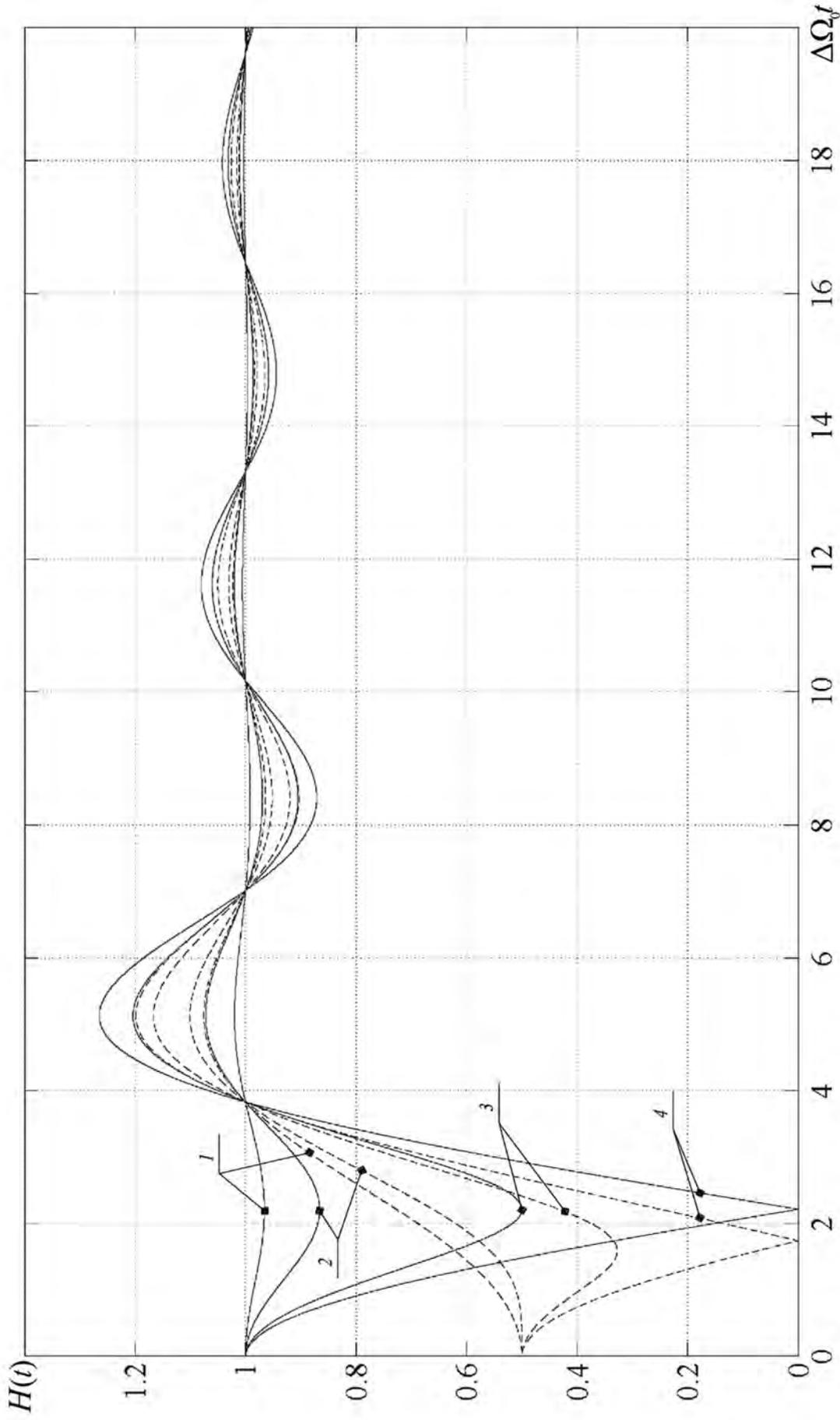


Рис. 2.11 Семейство зависимостей огибающей переходного процесса  $H(t)$ , вызванного скачком амплитуды и фазы гармонического колебания на входе ПФ (к-типа,  $\gamma = 1$ ), нагруженного на характеристическое сопротивление, расстройка отсутствует.  $2\theta^{\circ} = 30$  (1) 60 (2), 120 (3), 180 (4).  
 $M_1 = M_2 = 1$  (сплошная линия),  $M_1 = 0,5$   $M_2 = 1$  (штриховая линия).

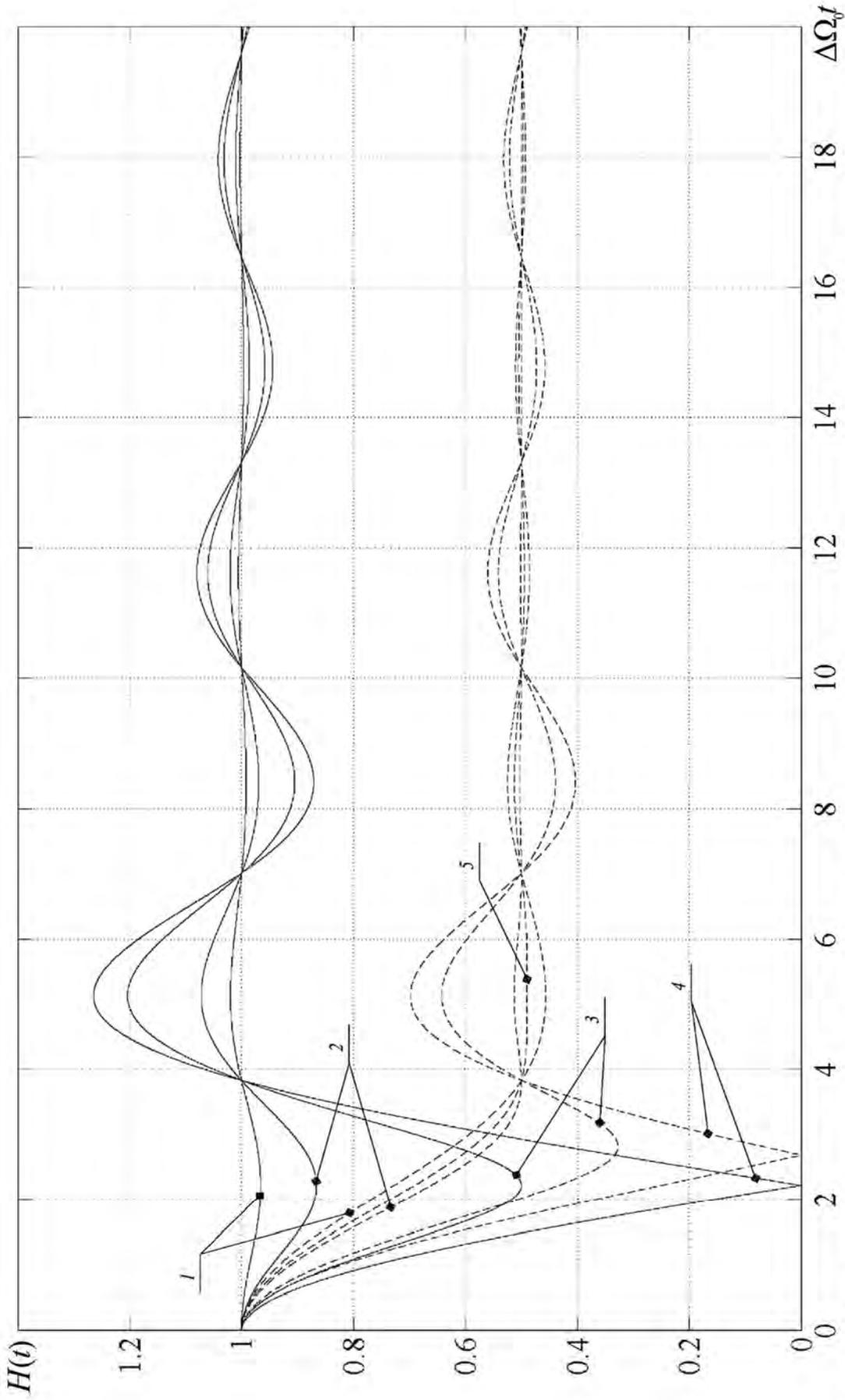


Рис.2.12. Семейство зависимостей огибающей переходного процесса  $H(t)$ , вызванного скачком амплитуды и фазы гармонического колебания на входе ПФ (к-типа,  $\gamma = 1$ ), нагруженного на характеристическое сопротивление, расстройка отсутствует.  $2\theta = 30$  (1) 60 (2), 120 (3), 180 (4), 48,93 (5)  
 $M_1 = M_2 = 1$  (сплошная линия),  $M_1 = 1$   $M_2 = 0,5$  (штриховая линия).

Соотношение (2.5.20) справедливо только при выполнении одного из следующих

условий: 1)  $|2\theta| \in [\arccos z^{-1}; \pi]$  и  $z > 1$ ; 2)  $z < 1$  и  $|2\theta| \in \left[ \arccos \left( \frac{B_{\max}(1+z^2)-1}{z(2B_{\max}-1)} \right); \pi \right]$ ;

3)  $z = 1$ .

Для случая, когда  $M_1 = 1$ ,  $z = 1$  (т.е. осуществляется только скачок по фазе),  $H_{\min}$  будет определяться следующим образом:

$$H_{\min} = \sqrt{1 - \frac{1}{2}[1 - \cos 2\theta]} = \sqrt{\frac{1}{2}[1 + \cos 2\theta]}. \quad (2.5.21)$$

Из (2.5.21) видно, что  $H_{\min}$  зависит только значения фазового скачка.

Оценим влияние расстройки по частоте на динамику изменения огибающей. Из сравнения равенств (2.5.3) и (2.5.4) видно, что они различаются знаками перед вторым членом в третьем слагаемом  $\text{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin 2\theta$ . В результате это приводит к различию в динамике изменения огибающей переходного процесса в зависимости соотношения знаков расстройки по частоте ( $\pm\Delta\omega$ ) и фазового скачка  $2\theta$  (т.е. когда  $2\theta > 0$  и  $2\theta < 0$ ), поскольку первое и второе слагаемые в данных выражениях от них не зависят.

Рассмотрим третье слагаемой более подробно. Так, оно при  $2\theta > 0$  представляет разность входящих в него членов  $(\text{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos 2\theta - \text{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin 2\theta)$ , когда расстройка по частоте принимает положительные значения по частоте ( $+\Delta\omega$ ), а при отрицательных её значениях ( $-\Delta\omega$ ) – их сумму  $(\text{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos 2\theta + \text{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin 2\theta)$ . Учитывая данное свойство, совместно с (2.4.7) и поведением  $\text{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)$  для УЛС, представленных в работе [54], можно сделать вывод о том, что при  $2\theta > 0$  и положительной расстройке по частоте ( $+\Delta\omega$ ), огибающая принимает меньшие значения, чем при её отрицательных значениях ( $-\Delta\omega$ ). При инвертировании знака фазового скачка, т.е.  $2\theta < 0$  ( $2\theta = -2\theta_1$ ,  $\theta_1 > 0$ ) характер поведения огибающей

изменяется на противоположный, поскольку при положительной расстройке по частоте  $(+\Delta\omega)$  третье слагаемое является суммой, входящих в него членов  $(\operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos 2\theta_1 + \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin 2\theta_1)$ , а при отрицательной расстройке по частоте  $(-\Delta\omega)$  – их разностью  $(\operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos 2\theta_1 - \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin 2\theta_1)$ .

Таким образом, для УЛС, удовлетворяющих свойствам (2.4.4), можно заключить, что при различии знаков фазового скачка  $(2\theta)$  и расстройке по частоте  $(\Delta\omega)$ , у огибающей  $H(t)$  переходного процесса наблюдается менее выраженный провал по амплитуде по сравнению со случаем, когда знаки у данных параметров совпадают. Исключением из данного правила является значение фазового скачка  $2\theta = \pm\pi$ , при котором наблюдается полное совпадение огибающих.

Демонстрация данных особенностей представлена на рисунках 2.13 – 2.15 при этом в качестве УЛС использовался РФ. Построение зависимостей производилось с помощью выражений (2.5.3), (2.5.4), с учетом свойств (2.4.7), а также составляющих функции установления для РФ при наличии расстройки по частоте, определяемых следующим образом [54]:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \dot{B}_0(x, j\rho) &= 1 - \exp(-x) \cos(\rho x); \\ \operatorname{Im} \dot{B}_0(x, j\rho) &= \exp(-x) \sin(\rho x), \end{aligned} \quad (2.5.22)$$

где  $x = \Delta\Omega_0 t$  - безразмерное время;  $\rho = \Delta\omega / \Delta\Omega_0$  - безразмерная расстройка;  $\rho x = \Delta\omega t$ .

Перейдем к анализу свойств мгновенной фазы  $\psi_{\pm}(t)$ , используя выражения (2.5.5) – (2.5.7). Из сравнения (2.5.6) и (2.5.7) следует, что при положительной  $(+\Delta\omega)$  и отрицательной  $(-\Delta\omega)$  расстройках по частоте, составляющие  $\operatorname{Re} \dot{H}_{0\pm}(t)$  и  $\operatorname{Im} \dot{H}_{0\pm}(t)$  отличаются знаком перед третьим слагаемым в обоих из них. Кроме того, на характер их поведения влияет знак фазового скачка  $2\theta$ .

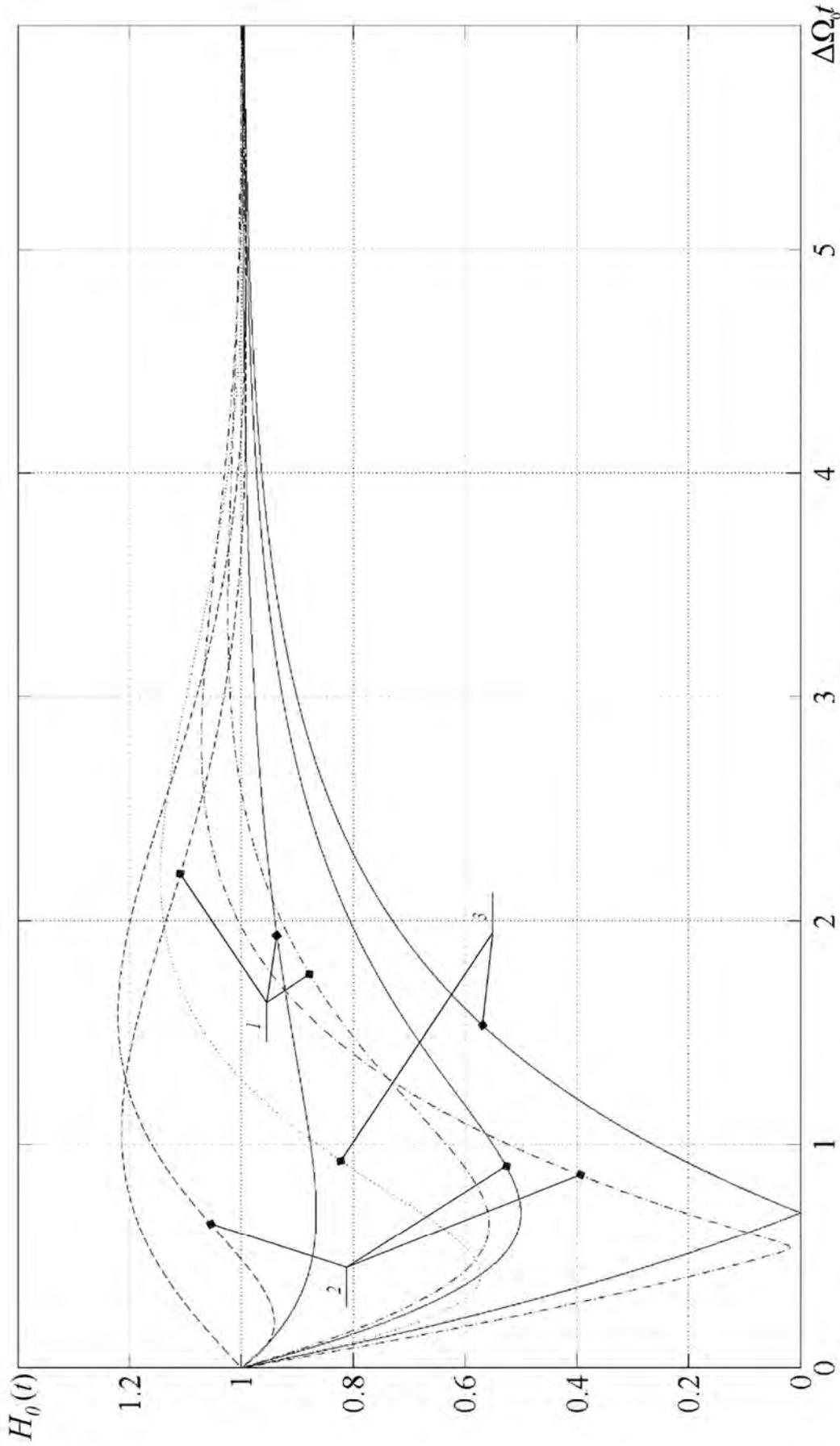


Рис. 2.13 Семейство зависимостей нормированной огибающей  $H_0(t)$  при скачке фазы гармонического колебания, при  $\frac{\Delta\omega}{\Delta\Omega} = \pm 1$ : сплошная линия - отсутствие расстройки по частоте, штриховая - различие знаков расстройки и фазового скачка, штрихпунктирная - совпадение знаков расстройки и фазового скачка, пунктир - при наличии расстройки по частоте и фазовом скачке  $2\theta = 180^\circ$ ;  $2\theta = 20^\circ$ ;  $2\theta = 60^\circ$  (1),  $120^\circ$  (2),  $180^\circ$  (3).

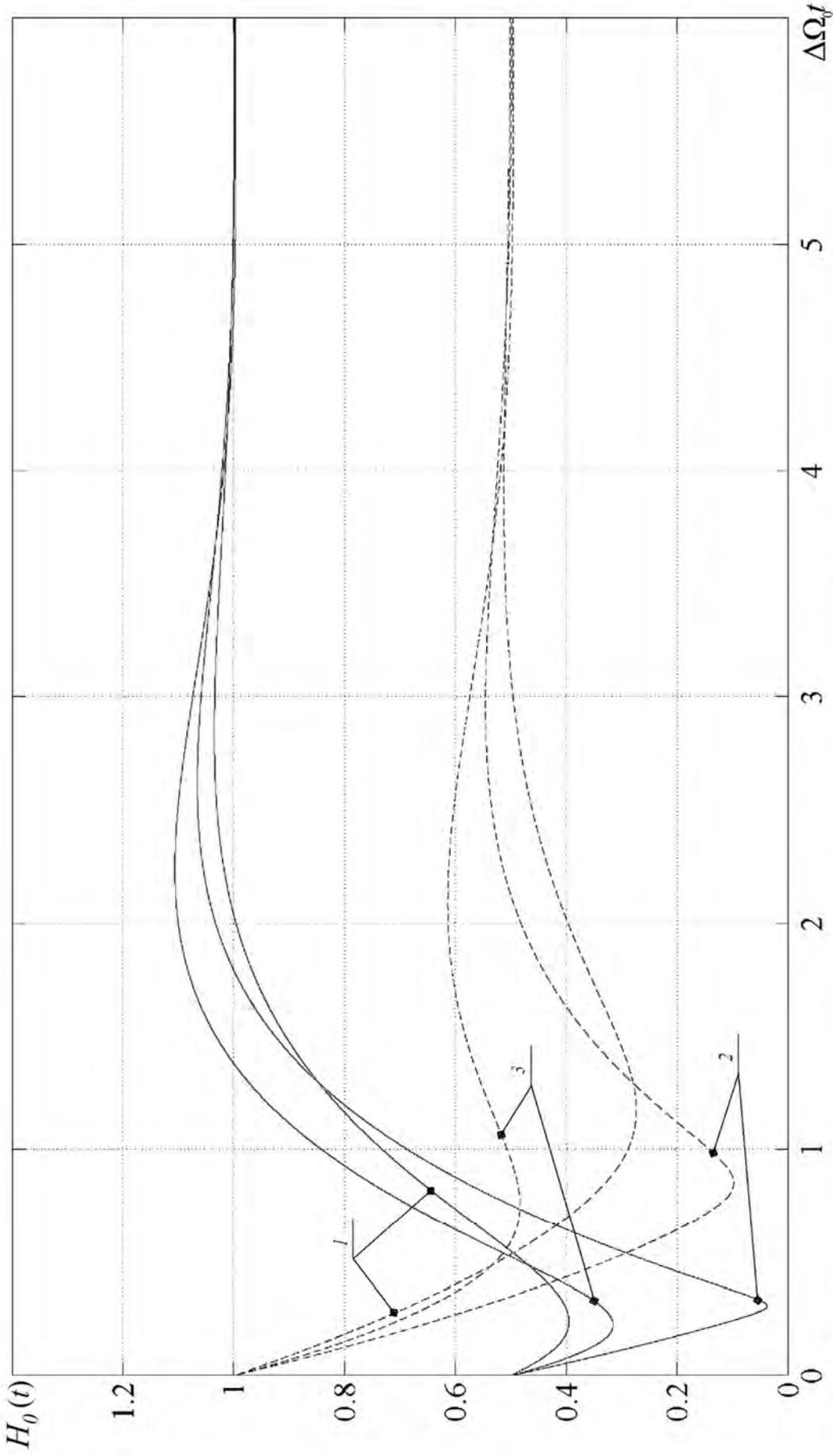


Рис. 2.14 Семейство зависимостей нормированной огибающей  $H_0(t)$  переходного процесса, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания на входе ОКК, при наличии расстройки по частоте  $\frac{\Delta\omega}{\Delta\Omega} = \pm 1$  и совпадении знаков фазового скачка и расстройки.  $M_1 = 0.5$ ,  $M_2 = 1$  (сплошная линия),  $M_1 = 1$ ,  $M_2 = 0.5$  (штриховая линия).  $2\theta = \pm 60$  (1),  $\pm 120$  (2),  $\pm 180$  (3).

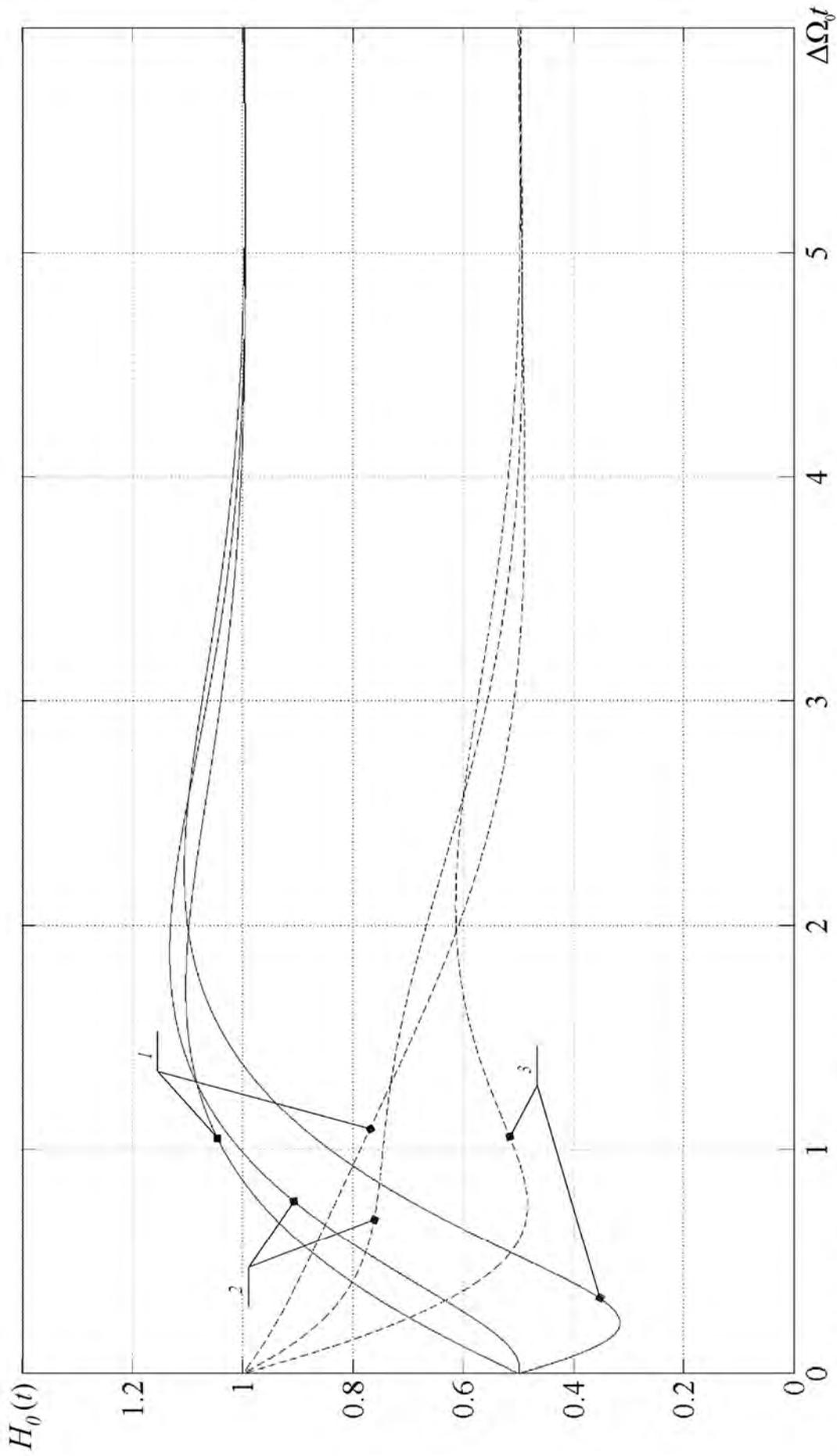


Рис. 2.15 Семейство зависимостей нормированной огибающей  $H_0(t)$  переходного процесса, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания на входе ОКК, при наличии расстройки по частоте  $\frac{\Delta\omega}{\Delta\Omega} = \pm 1$  и различии знаков фазового скачка и расстройки.  $M_1 = 0.5$ ,  $M_2 = 1$  (сплошная линия),  $M_1 = 1$ ,  $M_2 = 0.5$  (штриховая линия).  $2\theta = \pm 60$  (1),  $\pm 120$  (2),  $\pm 180$  (3).

Первоначально рассмотрим влияние вышеуказанных особенностей на динамику мгновенной фазы  $\psi_{\pm}(t)$  для случая, когда осуществляется только скачок по фазе гармонического колебания, т.е.  $M_1=M_2=1$ . В этом случае выражения (2.5.6) и (2.5.7) примут вид:

1) для  $2\theta > 0$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Im} \dot{H}_{0\pm}(t) &= -\sin\theta + 2 \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin\theta \\ \operatorname{Re} \dot{H}_{0+}(t) &= \cos\theta - 2 \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin\theta \\ \operatorname{Re} \dot{H}_{0-}(t) &= \cos\theta + 2 \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin\theta \end{aligned} \right\}; \quad (2.5.23)$$

2) для  $2\theta < 0$  (с учётом замены  $2\theta = -2\theta_1$ ,  $2\theta_1 > 0$ )

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Im} \dot{H}_{0\pm}(t) \Big|_{2\theta < 0} &= -\left[ -\sin\theta_1 + 2 \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin\theta_1 \right] = -\operatorname{Im} \dot{H}_{0\pm}(t) \Big|_{2\theta > 0} \\ \operatorname{Re} \dot{H}_{0+}(t) \Big|_{2\theta < 0} &= \cos\theta_1 + 2 \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin\theta_1 = \operatorname{Re} \dot{H}_{0-}(t) \Big|_{2\theta > 0} \\ \operatorname{Re} \dot{H}_{0-}(t) \Big|_{2\theta < 0} &= \cos\theta_1 - 2 \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin\theta_1 = \operatorname{Re} \dot{H}_{0+}(t) \Big|_{2\theta > 0} \end{aligned} \right\}. \quad (2.5.24)$$

Из равенств (2.5.23) и (2.5.24) следует, что влияние знака расстройки на знак перед третьим слагаемым для данного случая отражается только на составляющей  $\operatorname{Re} \dot{H}_{0\pm}(t)$ . Скорость изменения мгновенной фазы  $\psi_{\pm}(t)$  определяется соотношением  $\operatorname{Im} \dot{H}_{0\pm}(t) / \operatorname{Re} \dot{H}_{0\pm}(t)$ , являющимся аргументом функции арктангенса (см. (2.5.5)), которая монотонно возрастает при изменении её аргумента от  $-\infty$  к  $+\infty$ .

Так, для  $2\theta > 0$  из равенств (2.5.23) следует, что выражение для  $\operatorname{Re} \dot{H}_{0+}(t)$  представляет собой разность членов, а для  $\operatorname{Re} \dot{H}_{0-}(t)$  - их сумму. Учитывая свойства (2.4.7) и исходя из анализа поведения составляющей  $\operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)$  для различных УЛС, представленных в работе [54], можно сделать вывод, что скорость изменения  $\psi_{\pm}(t)$  будет выше при положительной, чем при отрицательной расстройке.

Для  $2\theta < 0$  из равенств (2.5.24) следует, что выражение для  $\operatorname{Re} \dot{H}_{0+}(t)$  представляет сумму членов, а для  $\operatorname{Re} \dot{H}_{0-}(t)$  - их разность. Из выражений (2.5.23) и

(2.5.24) следует, что составляющая  $\text{Im} \dot{H}_{0\pm}(t)$  отличается лишь знаком для случая  $2\theta < 0$  от случая  $2\theta > 0$ , из чего следует, что  $\text{Im} \dot{H}_{0\pm}(t)$  не влияет на скорость изменения мгновенной фазы  $\psi_{\pm}(t)$ , а влияет на направление хода кривых. Следовательно, скорость изменения  $\psi_{\pm}(t)$  для  $2\theta < 0$  будет выше при отрицательной расстройке, чем при положительной, т.е. обратно той закономерности, которая свойственна для  $2\theta > 0$ .

Таким образом, можно сделать вывод о том, что при различии знаков фазового скачка ( $2\theta$ ) и расстройки ( $\Delta\omega$ ), характер изменения мгновенной фазы является более плавным по сравнению со случаем, когда знаки этих параметров совпадают. Исключением является  $2\theta = \pm 180^\circ$ , в этом случае скорость изменения  $\psi_{\pm}(t)$  одинакова, но ход кривых имеет противоположное направление, что обусловлено различием знака  $\text{Re} \dot{H}_{0\pm}(t)$  при положительной и отрицательной расстройках по частоте для данного значения фазового скачка.

Демонстрация указанных особенностей для мгновенной фазы  $\psi_{\pm}(t)$  показана на рисунке 2.16 на примере РФ. Сами зависимости построены с помощью выражений (2.5.5), (2.5.23), (2.5.22) и с учетом свойств (2.4.7).

Теперь докажем справедливость данного свойства для общего случая, когда одновременно со скачком фазы производится скачок по амплитуде.

□ Для случая  $2\theta > 0$  выражения, описывающие поведение составляющих  $\text{Re} \dot{H}_{0\pm}(t)$  и  $\text{Im} \dot{H}_{0\pm}(t)$ , определяются с помощью выражений (2.5.6) и (2.5.7), а для  $2\theta < 0$  – с помощью преобразования указанных выражений выражения с использованием замены  $2\theta = -2\theta_1$ ,  $2\theta_1 > 0$ .

Так при положительной расстройке по частоте ( $+\Delta\omega$ ) выражение (2.5.6) примет вид

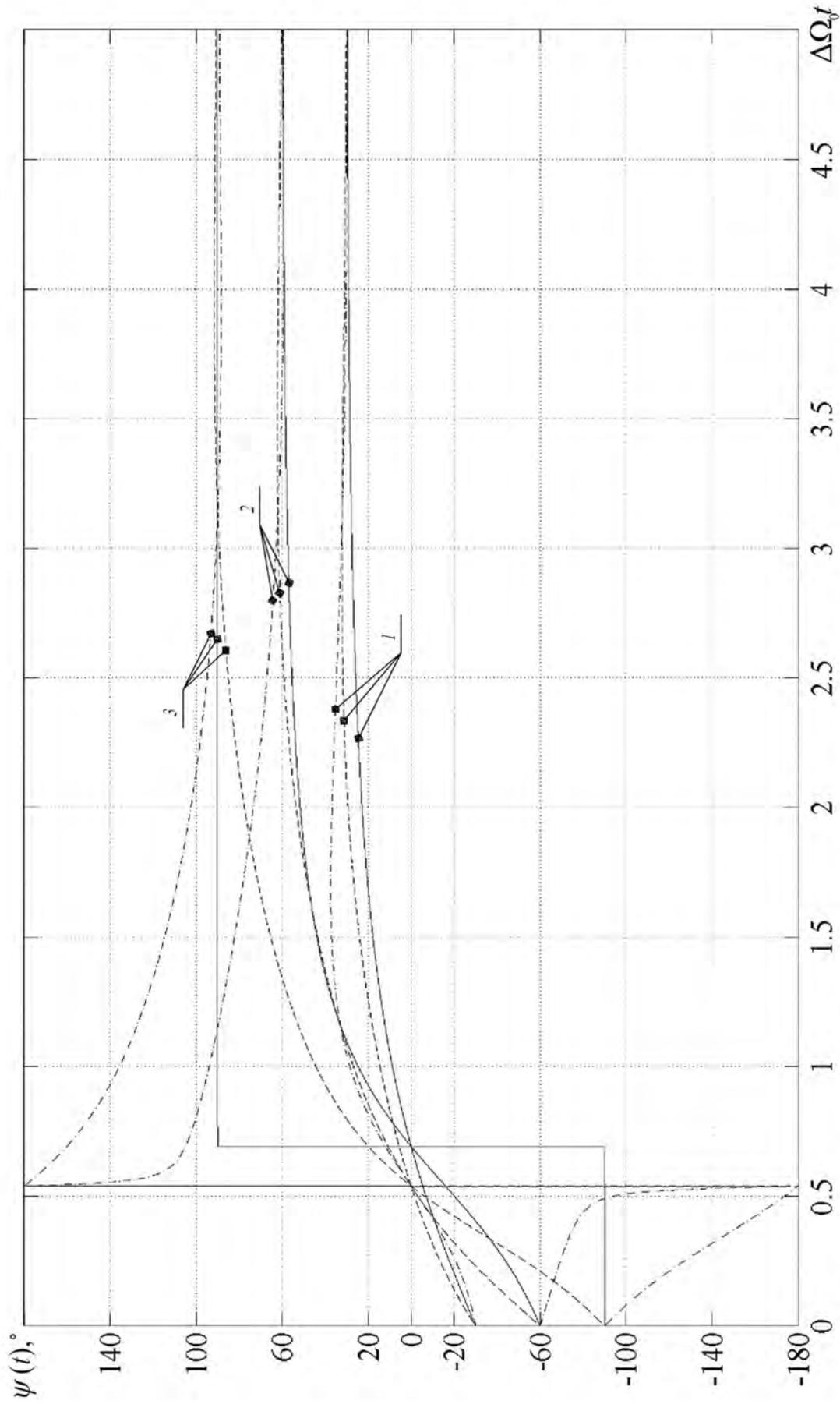


Рис.2.16 Семейство зависимостей медленно меняющейся фазы  $\psi(t)$  переходного процесса на выходе ОКК, вызванного скачком фазы гармонического колебания, при отсутствии и наличии расстройки по частоте  $\frac{\Delta\omega}{\Delta\Omega} = \pm 1$ . Отсутствие расстройки (сплошная линия); различие знаков расстройки и фазового скачка (штриховая), совпадение знаков расстройки и фазового скачка (штрихпунктирная).  $2\theta, ^\circ = 60$  (1), 120 (2), 180 (3).

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Im} \dot{H}_{0+}(t) \Big|_{2\theta < 0} &= - \left[ -M_1 \sin \theta_1 + (M_2 + M_1) \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin \theta_1 - \right. \\ &\quad \left. - (M_2 - M_1) \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos \theta_1 \right] = - \operatorname{Im} \dot{H}_{0-}(t) \Big|_{2\theta > 0} \\ \operatorname{Re} \dot{H}_{0+}(t) \Big|_{2\theta < 0} &= M_1 \cos \theta_1 + (M_2 - M_1) \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos \theta_1 + \\ &\quad + (M_2 + M_1) \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin \theta_1 = \operatorname{Re} \dot{H}_{0-}(t) \Big|_{2\theta > 0} \end{aligned} \right\}, \quad (2.5.25)$$

а при отрицательной расстройке по частоте ( $-\Delta\omega$ ) выражение (2.5.7) преобразуется к виду

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Im} \dot{H}_{0-}(t) \Big|_{2\theta < 0} &= - \left[ -M_1 \sin \theta_1 + (M_2 + M_1) \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin \theta_1 + \right. \\ &\quad \left. + (M_2 - M_1) \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos \theta_1 \right] = - \operatorname{Im} \dot{H}_{0+}(t) \Big|_{2\theta > 0} \\ \operatorname{Re} \dot{H}_{0-}(t) \Big|_{2\theta < 0} &= M_1 \cos \theta_1 + (M_2 - M_1) \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos \theta_1 - \\ &\quad - (M_2 + M_1) \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \sin \theta_1 = \operatorname{Re} \dot{H}_{0+}(t) \Big|_{2\theta > 0} \end{aligned} \right\}. \quad (2.5.26)$$

Из сравнения выражений (2.5.6), (2.5.7) с (2.5.23) для  $2\theta > 0$  и (2.5.25), (2.5.26) с (2.5.24) для  $2\theta < 0$  видно, что у составляющей  $\operatorname{Re} \dot{H}_{0\pm}(t)$  в данном случае добавляется член  $(M_2 - M_1) \operatorname{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos \theta$  относительно того, когда при наличии расстройки по частоте осуществляется только скачок по фазе. Знак перед данным членом при положительной и отрицательной расстройках одинаковый и неизменен при переходе от  $2\theta > 0$  к  $2\theta < 0$ , в силу четности функции  $\cos \theta$ . Поэтому, данный член в одинаковой степени влияет на  $\operatorname{Re} \dot{H}_{0\pm}(t)$ , а, следовательно, и на скорость изменения мгновенной фазы относительно случая, когда при наличии расстройки по частоте осуществляется только скачок по фазе.

В то же время у составляющей  $\operatorname{Im} \dot{H}_{0\pm}(t)$  добавляется член  $(M_2 - M_1) \operatorname{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) \cos \theta$  относительно случая, когда при наличии расстройки по частоте осуществляется скачок только по фазе. Знак перед данным членом положителен при положительной и отрицателен при отрицательной расстройке по частоте, и не изменяется при переходе от  $2\theta > 0$  к  $2\theta < 0$  в силу четности функции  $\cos \theta$ . Из выражений (2.5.25) и (2.5.26) следует, что характер поведения составляющей  $\operatorname{Im} \dot{H}_{0\pm}(t)$  для  $2\theta < 0$  изменяется на противоположный по отношению

к положительной и отрицательной расстройкам для  $2\theta > 0$ . Для  $2\theta > 0$  составляющая  $\text{Im } \dot{H}_{0\pm}(t)$  в данном случае, с учетом свойств (2.4.7), изменяется от  $-M_1 \sin \theta$  к  $M_2 \sin \theta$ . Таким образом, при положительной расстройке данный член увеличивает  $\text{Im } \dot{H}_{0+}(t)$ , а при отрицательной расстройке уменьшает  $\text{Im } \dot{H}_{0-}(t)$ . Это следует из анализа поведения составляющей  $\text{Im } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)$  для различных УЛС, представленных в работе [54]. Следовательно, скорость изменения мгновенной фазы выше для  $2\theta > 0$  при положительной расстройке по частоте по сравнению с тем, когда она отрицательна, а на основании (2.5.25) и (2.5.26) этот же вывод будет справедлив для случая  $2\theta < 0$  и отрицательной расстройке выше по сравнению с тем, когда она положительна. Исключением является  $2\theta = \pm 180^\circ$ , в этом случае скорость изменения  $\psi_{\pm}(t)$  одинакова, но ход кривых имеет противоположное направление при положительной и отрицательной расстройках по частоте, что следует из (2.5.25) и (2.5.26) ■

Оценим влияние соотношения амплитуд  $z$  на динамику изменения мгновенной фазы переходного процесса, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания, в том числе и при наличии расстройки по частоте.

Для этого исследуем на экстремум соотношение  $\text{Im } \dot{H}_{0\pm}(t)/\text{Re } \dot{H}_{0\pm}(t)$ , предварительно определив  $\frac{d}{dz} [\text{Im } \dot{H}_{0\pm}(t)/\text{Re } \dot{H}_{0\pm}(t)]$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \frac{\text{Im } \dot{H}_{0\pm}(t)}{\text{Re } \dot{H}_{0\pm}(t)} &= \frac{d}{dz} \frac{-\sin \theta + (z+1)\text{Re } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)\sin \theta \pm (z-1)\text{Im } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)\cos \theta}{\cos \theta + (z-1)\text{Re } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)\cos \theta \mp (z+1)\text{Im } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)\sin \theta} = \\ &= [\text{Re } \dot{H}_{0\pm}(t)]^{-2} \left( [\text{Re } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)\sin \theta \pm \text{Im } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)\cos \theta] \times \right. \\ &\quad \times [\cos \theta + (z-1)\text{Re } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)\cos \theta \mp (z+1)\text{Im } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)\sin \theta] + \\ &\quad \left. + [\text{Re } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)\cos \theta \mp \text{Im } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)\sin \theta] \times \right. \\ &\quad \left. \times [\sin \theta - (z+1)\text{Re } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)\sin \theta \mp (z-1)\text{Im } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)\cos \theta] \right) = \\ &= [\text{Re } \dot{H}_{0\pm}(t)]^{-2} \left( \text{Re } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)\sin \theta \cos \theta + (z-1)[\text{Re } \dot{B}_0(j\Delta\omega, t)]^2 \sin \theta \cos \theta \mp \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \mp(z+1)\operatorname{Re}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\operatorname{Im}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\sin^2\theta \pm \operatorname{Im}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\cos^2\theta \pm \\
& \pm(z-1)\operatorname{Re}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\operatorname{Im}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\cos^2\theta - (z+1)\left[\operatorname{Im}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\right]^2\cos\theta\sin\theta + \\
& + \operatorname{Re}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\cos\theta\sin\theta - (z+1)\left[\operatorname{Re}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\right]^2\sin\theta\cos\theta \mp \\
& \mp(z-1)\operatorname{Re}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\operatorname{Im}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\cos^2\theta \mp \operatorname{Im}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\sin^2\theta \pm \\
& \pm(z+1)\operatorname{Re}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\operatorname{Im}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\sin^2\theta + (z-1)\left[\operatorname{Im}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\right]^2\sin\theta\cos\theta) = \\
& = \left[\operatorname{Re}\dot{H}_{0\pm}(t)\right]^{-2} \left[ \operatorname{Re}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\sin 2\theta \pm \operatorname{Im}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\cos 2\theta - 2\left[\operatorname{Re}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\right]^2\sin\theta\cos\theta - \right. \\
& \quad \left. - 2\left[\operatorname{Im}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\right]^2\cos\theta\sin\theta \right] = \\
& = \left[\operatorname{Re}\dot{H}_{0\pm}(t)\right]^{-2} \left( \operatorname{Re}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\sin 2\theta \pm \operatorname{Im}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\cos 2\theta - \left[B_0(\Delta\omega,t)\right]^2\sin 2\theta \right). \quad (2.5.27)
\end{aligned}$$

Анализируя выражение (2.5.27), можно прийти к выводу, что решение уравнения  $\frac{d}{dz}\left[\operatorname{Im}\dot{H}_{0\pm}(t)/\operatorname{Re}\dot{H}_{0\pm}(t)\right]=0$  не зависит от  $z$ , а, следовательно, большим значениям  $z$  соответствует большая скорость протекания процесса установления мгновенной фазы. Дополнительно к вышеизложенному определим зависимость динамики достижения особой критической точки  $\operatorname{Re}\dot{H}_{0\pm}(t)=0$  от  $z$ , при которой  $\frac{d}{dz}\left[\operatorname{Im}\dot{H}_{0\pm}(t)/\operatorname{Re}\dot{H}_{0\pm}(t)\right]$  не существует.

Для этого исследуем решение уравнения  $\frac{d}{dz}\operatorname{Re}\dot{H}_{0\pm}(t)=0$ , и после его преобразования получим

$$\operatorname{Re}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\cos\theta \mp \operatorname{Im}\dot{B}_0(j\Delta\omega,t)\sin\theta = 0.$$

Из него видно, что его решение не зависит от  $z$ , таким образом можно прийти к выводу, что с увеличением параметра  $z$  скорость достижения особой точки  $\operatorname{Re}\dot{H}_{0\pm}(t)=0$  монотонно возрастает.

Поскольку, как было показано ранее в данной главе, изменение каждого из параметров квазигармонического колебания, описывающего переходной процесс,

является взаимосвязанным, то можем прийти к выводу, что с увеличением параметра  $z$  скорость его протекание увеличивается.

Демонстрация вышеуказанных особенностей поведения мгновенной фазы представлено на рисунках 2.17 – 2.23, где в качестве УЛС используются РФ и ПФ  $k$ -типа при числе звеньев  $r' = 1$ . Зависимости, представленные на рисунках 2.17 – 2.23, построены с помощью выражений (2.5.5) – (2.5.7), (2.5.22), (2.3.7), (2.4.7).

Анализируя полученные результаты, становится ясно, что, при наличии затухающего колебательного процесса в процессе установления информативных параметров, можно рассчитывать на увеличение скорости передачи, если при передаче каждого символа последовательности переходные процессы не будут существенным образом сказываться на моментах времени достижения своих стационарных значений информативными параметрами.

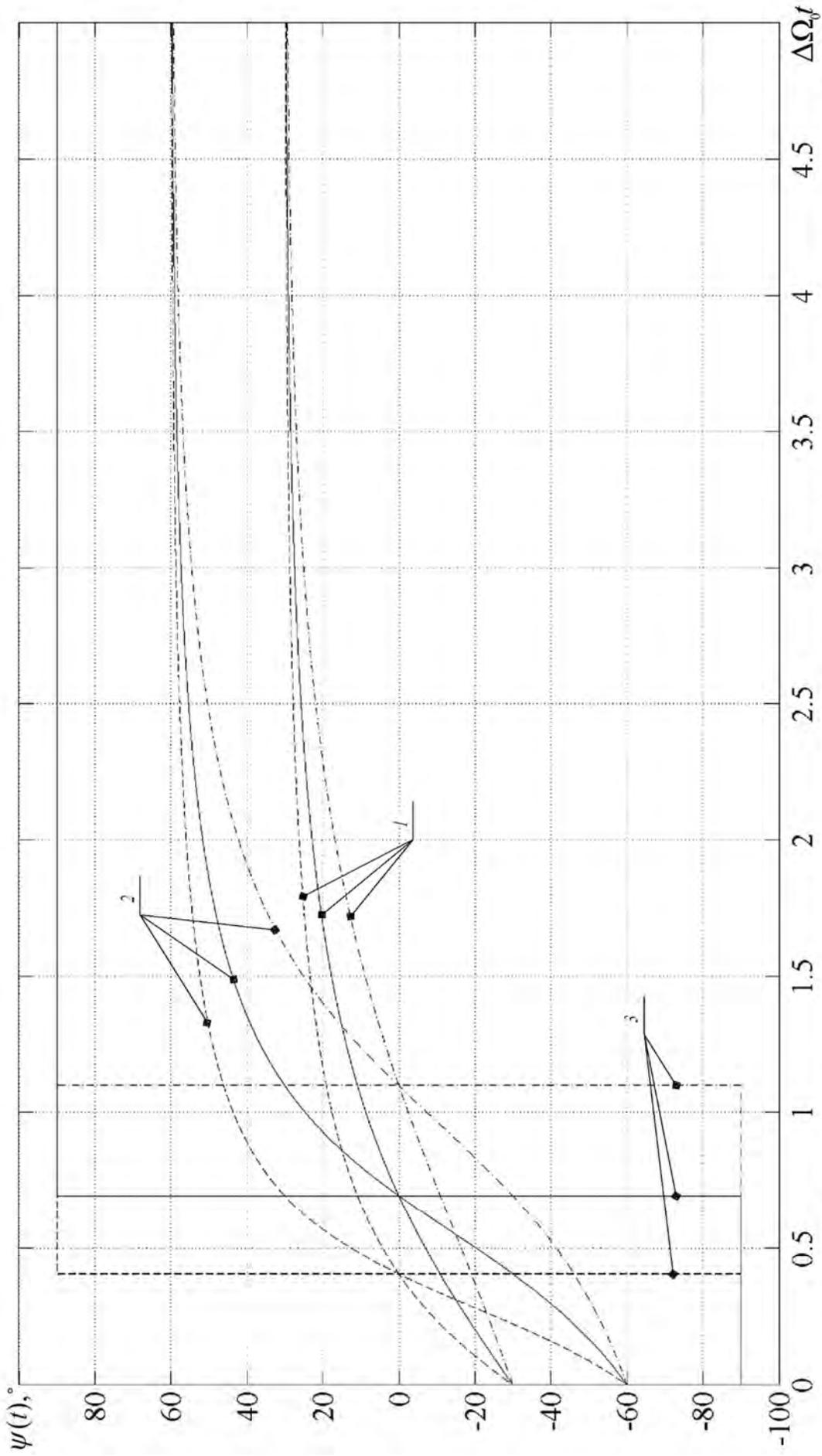


Рис. 2.17 Семейство зависимостей медленно меняющейся фазы  $\psi(t)$  переходного процесса на выходе ОКК, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания на его входе, расстройка отсутствует.  $2\theta, ^\circ = 60$  (1), 120 (2), 180 (3).  $M_1 = M_2 = 1$  (сплошная линия),  $M_1 = 0,5$   $M_2 = 1$  (штриховая линия),  $M_1 = 1$   $M_2 = 0,5$  (штрихпунктирная).

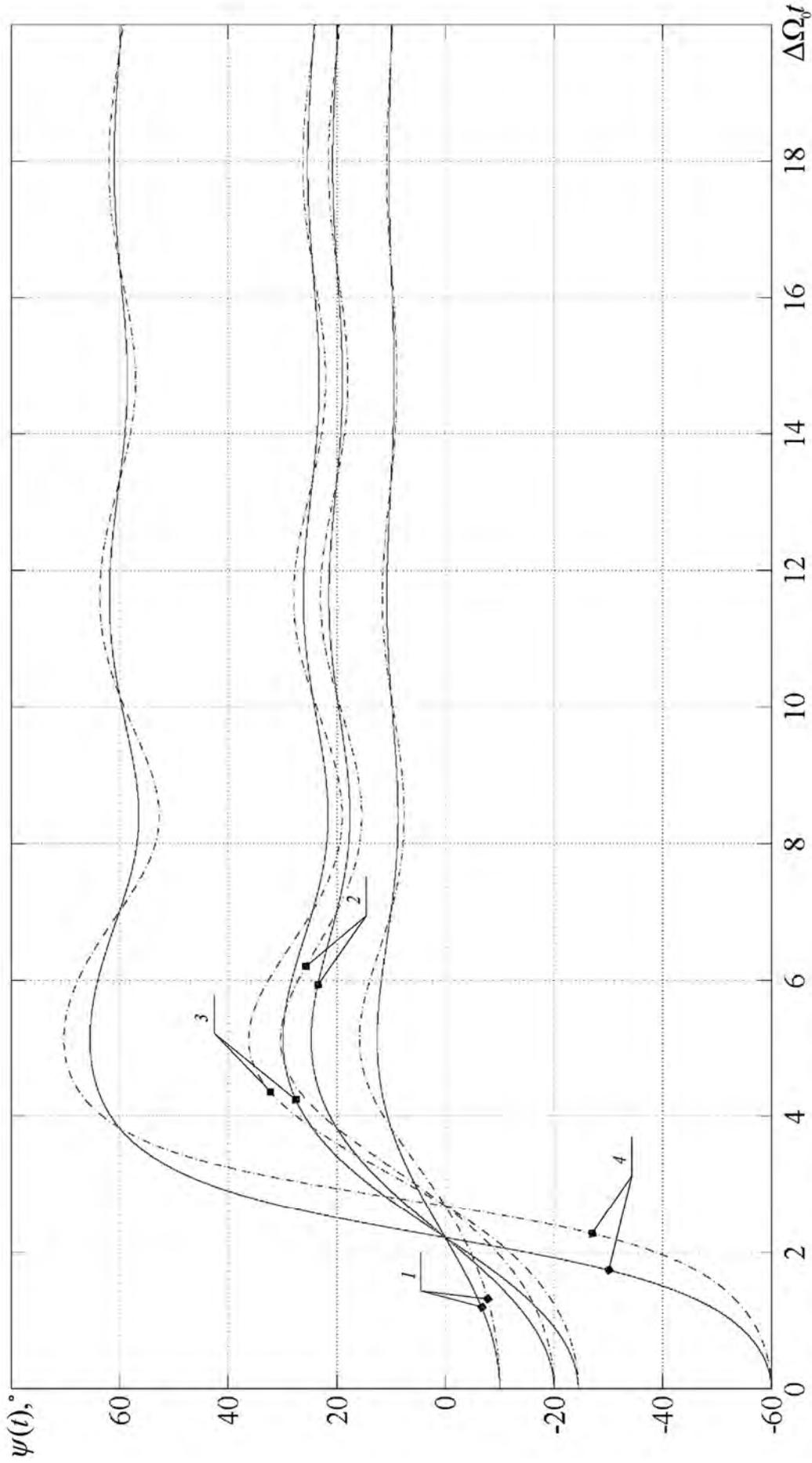


Рис. 2.18 Семейство зависимостей медленно меняющейся фазы  $\psi(t)$  переходного процесса на выходе однозвенного ПФ  $k$ -типа, нагруженного на характеристическое сопротивление, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания на его входе, расстройка отсутствует.  $2\theta,^\circ = 20$  (1), 40 (2), 48,93 (3), 120 (4).  $M_1 = M_2 = 1$  (сплошная линия),  $M_1 = 1$   $M_2 = 0,5$  (штрихпунктирная).

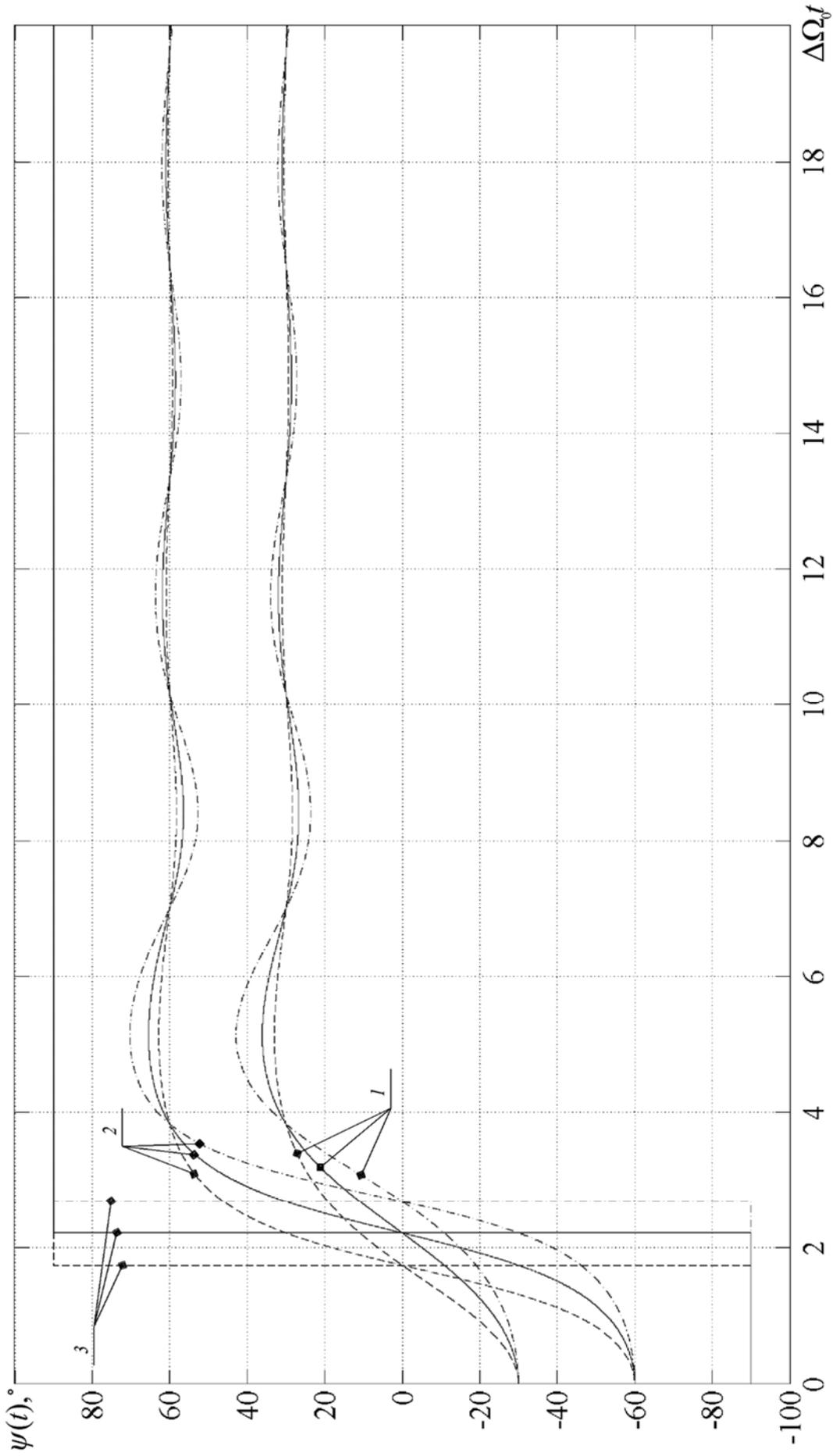


Рис. 2.19. Семейство зависимостей медленно меняющейся фазы  $\psi(t)$  переходного процесса на выходе однозвенного ПФ  $k$ -типа, нагруженного на характеристическое сопротивление, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания на его входе, расстройка отсутствует.  $2\theta, ^\circ = 60$  (1), 120 (2), 180 (3).  $M_1 = M_2 = 1$  (сплошная линия),  $M_1 = 1$   $M_2 = 0,5$  (штриховая линия),  $M_1 = 1$   $M_2 = 0,5$  (штрихпунктирная).

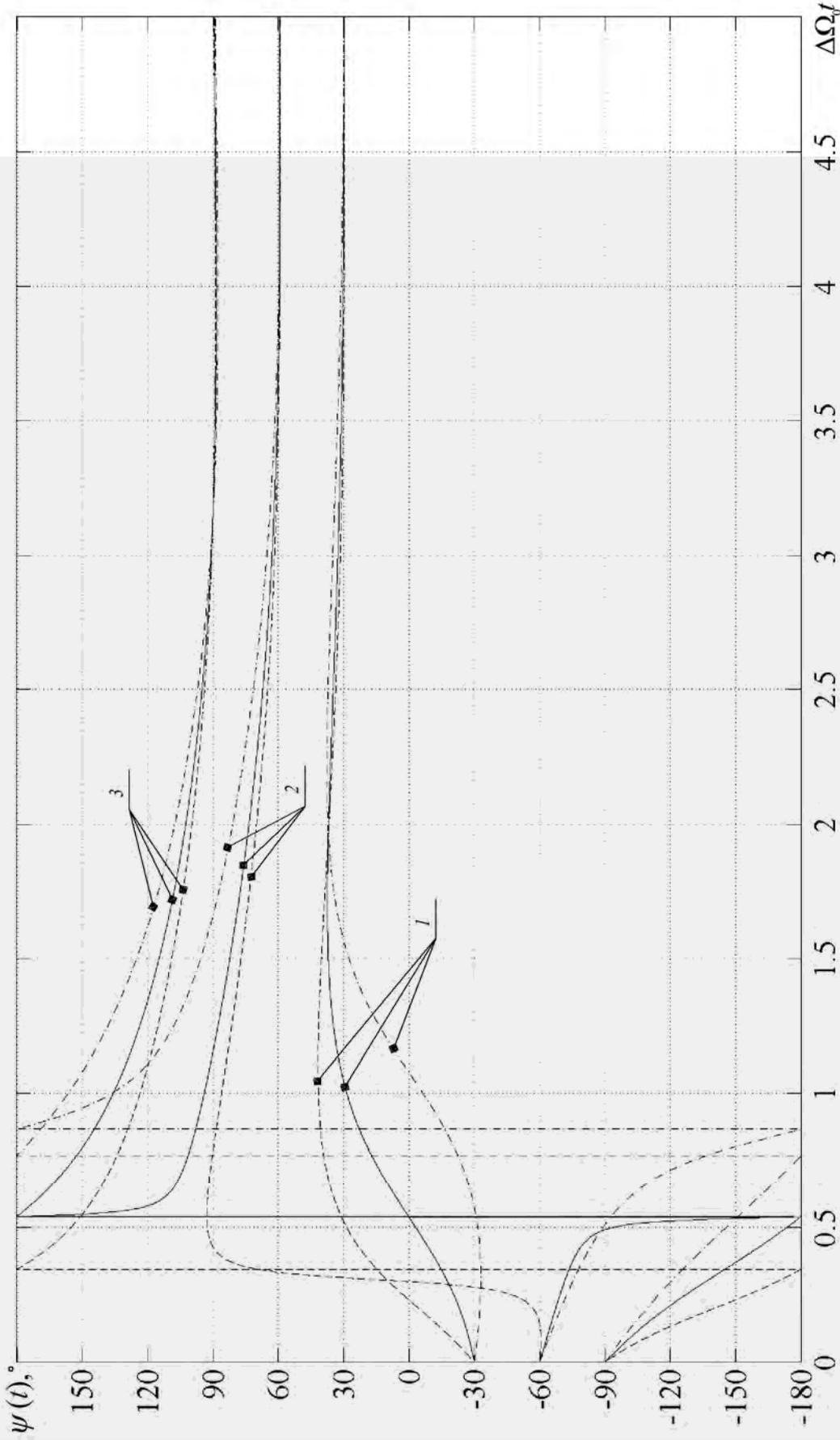


Рис. 2.20 Семейство зависимостей медленно меняющейся фазы  $\psi(t)$  переходного процесса на выходе ОКК, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания на его входе, при наличии расстройки по частоте и совпадении ее знака и фазового скачка,  $\frac{\Delta\omega}{\Delta\Omega} = 1$  и  $2\theta > 0$ .  $M_1 = M_2 = 1$  (сплошная линия),  $M_1 = 0,5$ ,  $M_2 = 1$  (штриховая линия),  $M_1 = 1$ ,  $M_2 = 0,5$  (штрихпунктирная линия).  $2\theta = 60$  (1), 120 (2), 180 (3).

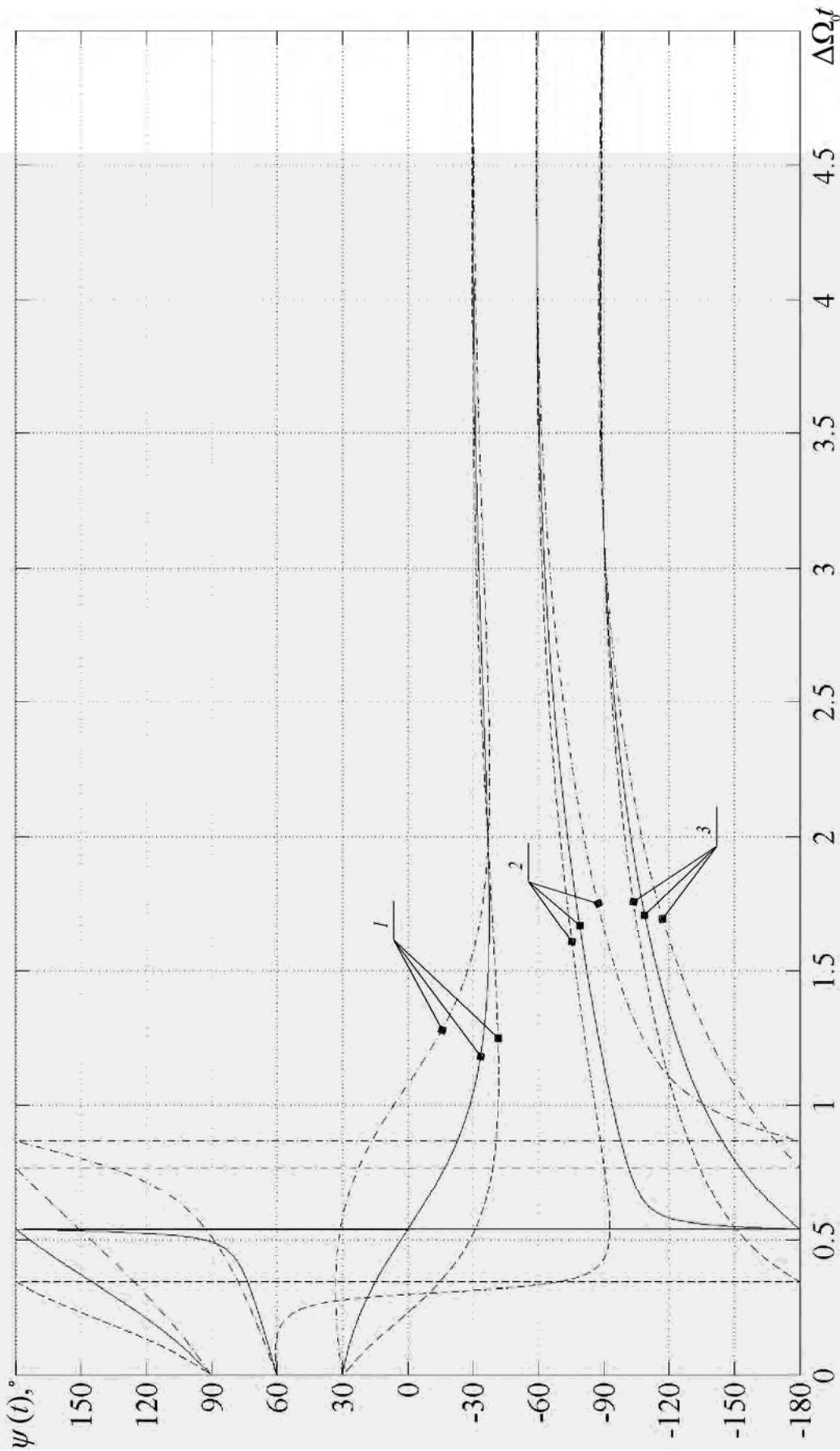


Рис. 2.21 Семейство зависимостей медленно меняющейся фазы  $\psi(t)$  переходного процесса на выходе ОКК, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания на его входе, при наличии расстройки по частоте и совпадении ее знака и фазового скачка,  $\frac{\Delta\omega}{\Delta\Omega} = -1$  и  $2\theta < 0$ .  $M_1 = M_2 = 1$  (сплошная линия),  $M_1 = 0,5$ ,  $M_2 = 1$  (штриховая линия),  $M_1 = 1$ ,  $M_2 = 0,5$  (штрихпунктирная линия).  $2\theta = -60$  (1),  $-120$  (2),  $-180$  (3).

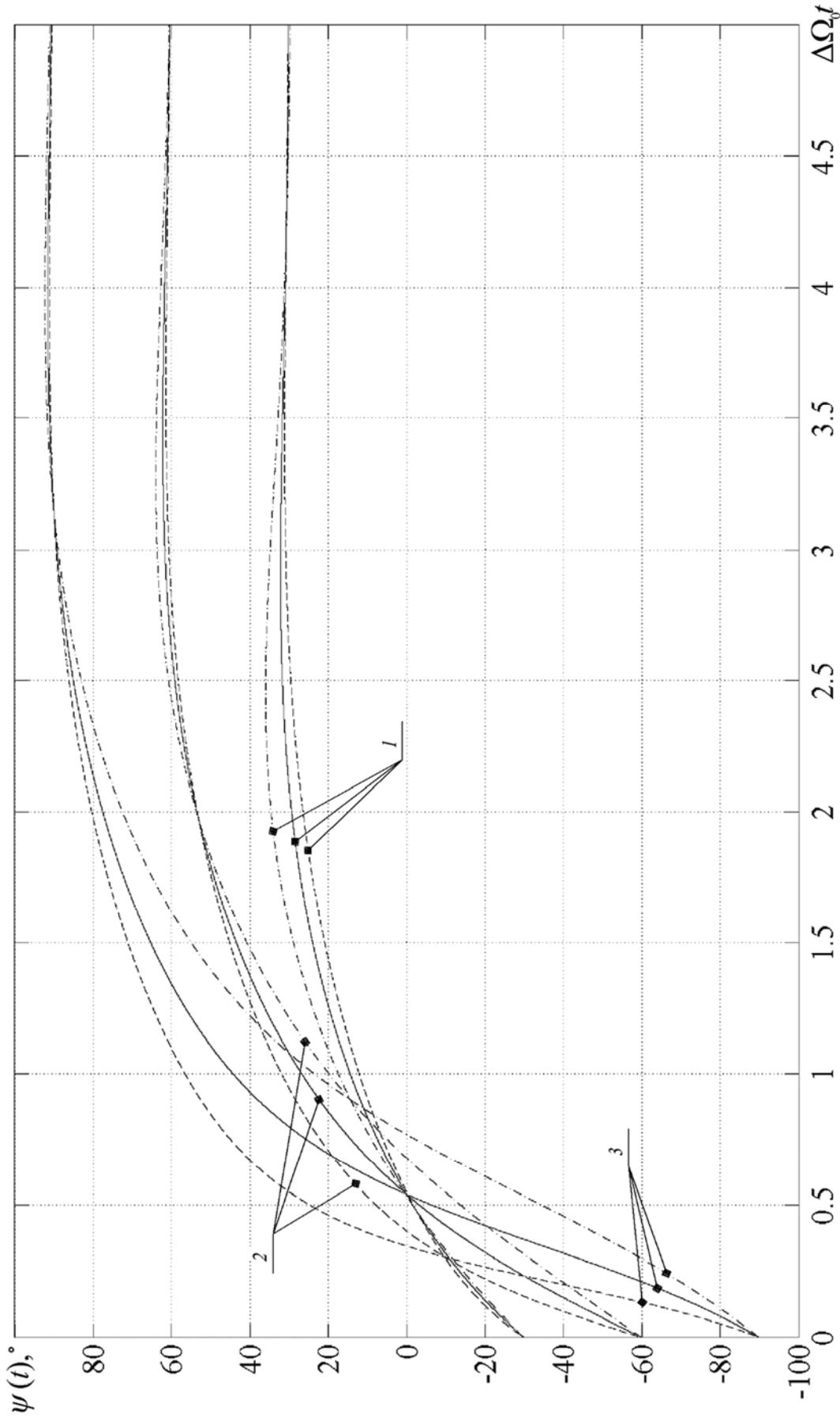


Рис. 2.22 Семейство зависимостей медленно меняющейся фазы  $\psi(t)$  переходного процесса на выходе ОКК, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания на его входе, при наличии расстройки по частоте и различии ее знака и фазового скачка,  $\frac{\Delta\omega}{\Delta\Omega} = -1$  и  $2\theta > 0$ .  $M_1 = M_2 = 1$  (сплошная линия),  $M_1 = 0,5$ ,  $M_2 = 1$  (штриховая линия),  $M_1 = 1$ ,  $M_2 = 0,5$  (штрихпунктирная линия).  $2\theta = 60^\circ$  (1),  $120^\circ$  (2),  $180^\circ$  (3).

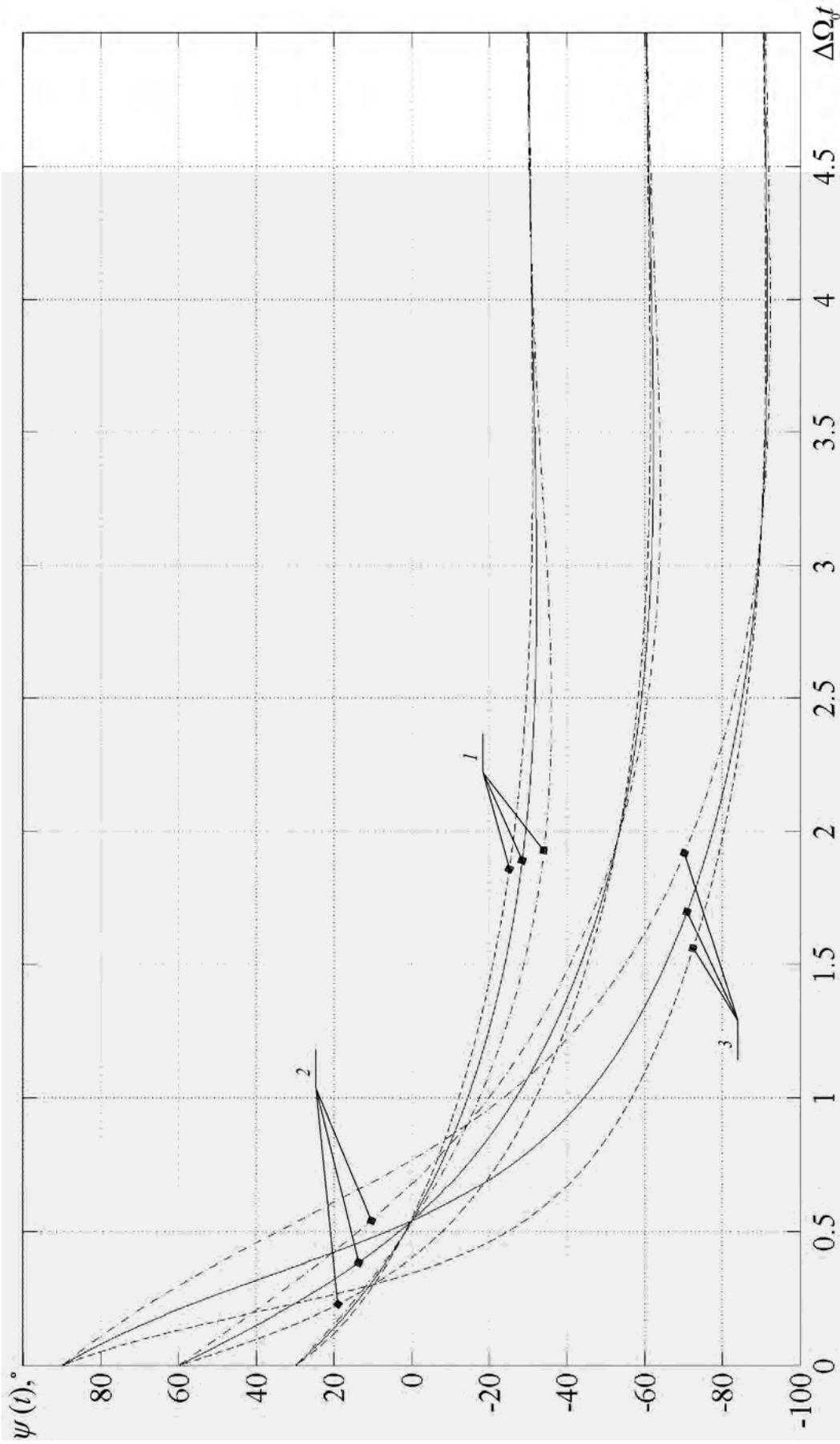


Рис. 2.23. Семейство зависимостей медленно меняющейся фазы  $\psi(t)$  переходного процесса на выходе ОКК, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания на его входе, при наличии расстройки по частоте и различии ее знака и фазового скачка,  $\frac{\Delta\omega}{\Delta\Omega} = 1$  и  $2\theta < 0$ .  $M_1 = M_2 = 1$  (сплошная линия),  $M_1 = 0,5$ ,  $M_2 = 1$  (штриховая линия),  $M_1 = 1$ ,  $M_2 = 0,5$  (штрихпунктирная линия).  $2\theta = -60$  (1),  $-120$  (2),  $-180$  (3).

## ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2

1. Развѣт метод медленно меняющихся амплитуд, который позволил адекватно осуществить анализ переходных процессов в УЛС, обусловленных скачком фазы и амплитуды гармонического колебания, в том числе и при наличии расстройки по частоте.

2. Благодаря развитию метода медленно меняющихся амплитуд были выявлены следующие новые общие свойства и явления для класса УЛС, обладающих четной симметрией АЧХ и нечетной симметрией ФЧХ относительно их средней частоты, используя которые можно повысить пропускную способность фазовых РСПИ ППИ.

– При отсутствии расстройки по частоте наблюдаются следующие свойства:

1. Изменение мгновенной фазы переходного процесса, вызванного скачком амплитуды и/или фазы в отсутствии расстройки по частоте, происходит плавно при значениях фазового скачка отличных от  $\pm 180^\circ$ . При этом, для малых значений фазового скачка по абсолютному значению соответствующих диапазону от  $10^\circ$  до  $90^\circ$ , ход кривой мгновенной фазы во времени  $\psi(t)$  имеет гиперболический вид. При переходе от диапазона значений фазового скачка, взятых по абсолютному значению, от  $100^\circ - 140^\circ$  к  $150^\circ - 170^\circ$  наблюдается изменение хода кривых от гиперболического вида к s-образному. Значение фазового скачка, при котором время установления мгновенной фазы с заданной ошибкой является наибольшим, будет близко к скачкам фазы, равным  $\pm 90^\circ$ , при этом степень близости определяется величиной ошибки установления по фазе. Отличительной особенностью процесса установления мгновенной фазы на выходе ПФ является то, что он сопровождается затухающим колебательным процессом относительно устанавливаемого значения. Увеличение числа звеньев ПФ приводит к задержке переходного процесса.

2. При наличии затухающего колебательного процесса в процессе установления большим отклонениям мгновенной фазы, относительно устанавливаемого

значения, соответствуют аналогичные наибольшие отклонения огибающей относительно стационарного, устанавливаемого значения.

3. В течение переходного процесса огибающая претерпевает уменьшение до своего наименьшего значения  $H_{\min}$ , обусловленного скачкообразным изменением информативных параметров, с последующим достижением устанавливаемого значения. У ПФ достижение огибающей устанавливаемого значения отличается от случая РФ наличием выброса с последующим переходом в затухающее колебание после достижения  $H_{\min}$ . Значение  $H_{\min}$  для переходного процесса, вызванного скачком фазы, зависит от значения фазового скачка, а для переходного процесса, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы, от значения фазового скачка и соотношения амплитуд, при этом достигая наименьшего значения, равного нулю, при  $\pm\pi$ . Время достижения огибающей наименьшего значения  $t_{H_{\min}}$  для переходного процесса, вызванного скачком фазы, не зависит от его значения и определяется только полосой пропускания для РФ, а для ПФ k-типа ещё и числом звеньев.

4. Для переходного процесса, вызванного одновременным скачком амплитуды и фазы необходимо отметить следующие дополнительные особенности относительно переходного процесса, обусловленного только скачком фазы:

- при одновременном скачке амплитуды и фазы гармонического колебания, и отсутствии расстройки по частоте, время достижения огибающей наименьшего значения  $t_{H_{\min}}$  возрастает с увеличением абсолютного значения фазового скачка  $2\theta$  при соотношении амплитуд  $M_2 > M_1$  и уменьшается при  $M_1 > M_2$ , по сравнению со случаем  $M_1 = M_2$ , когда  $t_{H_{\min}}$  постоянно.
- изменение огибающей переходного процесса при одновременном скачке амплитуды и фазы гармонического колебания в отсутствии расстройки по частоте носит плавный характер без наличия провала по амплитуде для случая  $z > 1$  ( $M_2 > M_1$ ) и значениях фазового скачка, удовлетворяющих условию (2.5.14), а для  $z < 1$  ( $M_1 > M_2$ ), когда значения фазового скачка соответствуют условию (2.5.19). В случае, когда выражения (2.5.14) и

(2.5.19) становятся равенствами, значения фазового скачка принимают критические значения. Тогда для соотношения амплитуд  $z > 1$  будет наблюдаться нарастание огибающей с задержкой по времени, а для  $z < 1$  скорость изменения огибающей имеет максимальное значение относительно случая (2.5.19).

- При наличии расстройки по частоте:
  - Характер изменения огибающей и мгновенной фазы переходного процесса различается при положительной и отрицательной расстройках по частоте. Исключением является случай, когда значения фазового скачка составляют  $2\theta = \pm 180^\circ$ , в этом случае наблюдается полное совпадение огибающих, а мгновенные фазы имеют одинаковую динамику поведения, но противоположное направление хода кривых.
  - Различие знаков фазового скачка ( $2\theta$ ) и расстройки по частоте ( $\Delta\omega$ ) приводит к тому, что у огибающей  $H_{\pm}(t)$  переходного процесса наблюдается менее выраженный провал по амплитуде, а характер изменения мгновенной фазы  $\psi_{\pm}(t)$  является более плавным по сравнению со случаем, когда знаки у данных параметров совпадают.
- Общие свойства при наличии и отсутствии расстройки по частоте: при одновременном скачке амплитуды и фазы гармонического колебания на входе УЛС длительность переходного процесса сокращается, если соотношение амплитуд  $M_2 > M_1$  и увеличивается, если  $M_1 > M_2$  относительно случая, когда  $M_1 = M_2$ .
- Наличие затухающего колебательного процесса в процессе установления информативных параметров позволяет рассчитывать на увеличение скорости передачи, если при передаче каждого символа последовательности переходные процессы не будут существенным образом сказываться на моментах времени, когда они достигают своих стационарных значений.

### **Глава 3. Теория разрешающего времени для фазовых РСПИ ППИ, работающих в ЧСКС с МСИ. Математические модели информационного канала связи. Новый подход к оценке пропускной способности**

Из выводов предыдущей главы следует, что установление мгновенной фазы переходного процесса на выходе УЛС, вызванного скачком фазы или одновременным скачком амплитуды и фазы гармонического колебания, носит  $s$ -образный характер в зависимости от величины скачка фазы, а наличие затухающих колебаний у функции установления, приводит к наличию затухающих колебаний в процессе установления огибающей и мгновенной фазы.

Совместный анализ идей разрешающего времени для информационно-измерительных систем [75] и результатов, полученных в главе 2, позволяет говорить о том, что их совместное использование применительно к РСПИ ППИ с ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ - сигналами, функционирующих в частотно селективных каналах с памятью, позволит обеспечить малую вычислительную сложность алгоритма приема и обработки информационной последовательности символов, и избежать тех недостатков, которые свойственны традиционным методам обработки сигналов в таких каналах (см. главу 1).

Таким образом, возникает необходимость создания основ теории разрешающего времени для РСПИ ППИ, использующих ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигналы, которая заключается в создании новых математических моделей каналов связи, связанных с принципиально новым параметром для РСПИ – разрешающим временем, а также разработки подхода к оценке их пропускной способности.

### 3.1 Математическая модель канала связи с памятью, функционирующего на основе теории разрешающего времени и использующего многопозиционные фазоманипулированные сигналы [80,118,120,124,126,130,136,311]

Для выработки подхода к определению разрешающего времени для реальной РСПИ ППИ, реализующей принципы теории разрешающего времени и использующей ФМн- $n$ -сигналы, воспользуемся обобщенной структурной схемой на рис. 1.12, представленной в [87], упростив её путём отбрасывания всех элементов, не относящихся к каналу связи, а затем преобразуем структурные элементы таким образом, чтобы каждый из них реализовал только одну из функций канала связи (см. рисунок 3.1), учитывая критерии, предъявляемые к математической модели, сформулированные в разделе 1.3.

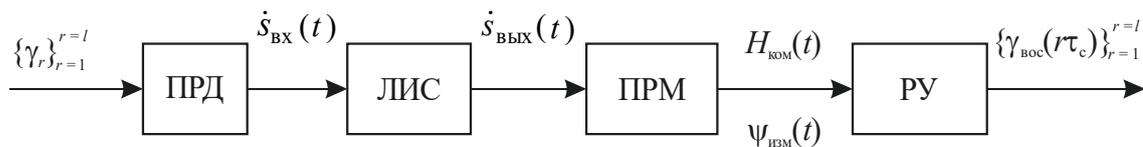


Рис. 3.1. Структурная схема математической модели канала связи с памятью, реализующая принципы теории разрешающего времени и использующая ФМн-  $n$ - сигналы. ПРД – передатчик; ЛИС – линейная избирательная система, определяющая ЧСКС; ПРМ – приемник; РУ – решающее устройство.

В представленной структурной модели канала связи ЛИС реализует частотно селективные свойства реального составного канала связи в виде обобщенной комплексно-частотной характеристики эквивалентного полосового фильтра, определяемой, как произведение комплексно-частотных характеристик выходных цепей реального передатчика и входных цепей приемника, а также комплексной передаточной характеристикой линии связи, обусловленной её частотно селективными свойствами.

В данной диссертационной работе при описании переходного процесса, вызванного прохождением сигналов через составной ЧСКС, определяемый параметрами ЛИС будем использовать – функцию установления, которая была введена С.И. Евтяновым в рамках его научной школы [54], понятие которой было развито в том числе В.М. Богачевым, в частности в работах [11,18,20,257–260].

При практическом использовании результатов теории разрешающего времени, определение функции установления можно осуществить по оценкам составляющих нормированной на коэффициент передачи комплексной огибающей переходной характеристики канала на базе определения её составляющих в каждом из квадратурных каналов приёмника на частоте приёма. Это можно осуществить используя импульсную характеристику канала с помощью методов представленных в работе [163] с последующим расчётом переходной характеристик квадратурных каналов и использования аппроксимационных методов, представленных в работах [11,20,257–260]

В тоже время при проведении имитационного моделирования в данной диссертационной работе будут использоваться ЛИС, которые удовлетворяют следующим условиям, которые следует из результатов главы 1: результирующие АЧХ и ФЧХ ЛИС обладают близкой к четной и нечетной симметрией соответственно, относительно средней частоты<sup>1</sup> ЛИС  $\omega_0$  при  $\omega_0 / 2\Delta\Omega_0 \geq 15$ . Для данного набора ограничений при анализе переходного процесса, вызванного прохождением ФМн- $n$ -сигнала через ЛИС, используются функции установления и методы их определения, представленные в работе С.И. Евтянова [54]. Расширение возможностей имитационного моделирования для определения общих свойств также можно достичь за счёт использования работы В.М. Богачева [18] для полосно-пропускающих полиномиальных фильтров, в которой представлено развитие метода медленно меняющихся амплитуд С.И. Евтянова [54].

---

<sup>1</sup> Под средней частотой понимаются её среднеарифметическая, резонансная или среднегеометрическая частота ЛИС, относительно которой выполняется условие симметрии результирующих амплитудно- и фазочастотной характеристик, определяемой в соответствии с правилами, приведенными в [54]. А в случае использования набора ограничений из [18] в соответствии с результатами работы [18].

Передатчик в данной структурной схеме модели канала связи (см. рисунок 3.1) производит формирование ФМн- $n$ -сигнала на основании поступающего на его вход первичного сигнала  $U_{\phi}(t)$ , состоящего из  $l \in \mathbb{N}^*$  символов. Длительность каждого из радиоимпульсов ФМн- $n$ -сигнала равна длительности символа  $\tau_c$  первичного сигнала. При этом до начала передачи ( $t < 0$ ) полагается, что на входе передатчика действовал бесконечно долго сигнал, равный постоянному фазовому сдвигу сигнального созвездия  $\varphi_{cc} = 2\pi\nu_{\phi c} / n$ , где  $\nu_{\phi c} \in [0; 0,5]$ ; таким образом ЛИС находилась в стационарном состоянии. А по окончании передачи последнего символа последовательности первичный сигнал сохраняет его значение бесконечно долгое время. Каждый символ  $r = \overline{1, l}$  первичного сигнала, являющийся значением  $\gamma_r$  начальной фазой  $r$ -ого радиоимпульса ФМн- $n$ -сигнала, принимает равновероятно и независимо одно из  $n$  значений начальных фаз сигнального созвездия  $\{\psi_k\}_{k=1}^n = \{\psi_k, k = \overline{1, n}\}^1$ . Здесь,  $k = \overline{1, n}$  -ое значение начальной фазы сигнального созвездия  $\psi_k$  определяется следующим образом

$$\psi_k = \left( k + \nu_{\phi c} \operatorname{sgn}(\|0,5n\| - 0,5n - 0,25) - \|0,5n\| \right) \Delta\varphi_{\text{ш}}. \quad (3.1.1)$$

где  $\| \cdot \|$  – операция округления к ближайшему целому;  $\operatorname{sgn}(\cdot)$  – функция знака;  $\Delta\varphi_{\text{ш}} = 2\pi / n$  – шаг между соседними значениями начальных фаз сигнального созвездия.

В результате первичный сигнал определяется следующим образом

$$U_{\phi}(t) = [1 - 1(t)]\varphi_{cc} + \sum_{r=1}^{l-1} \gamma_r [1(t - (r-1)\tau_c) - 1(t - r\tau_c)] + 1(t - (l-1)\tau_c)\gamma_l, \quad (3.1.2)$$

---

<sup>1</sup> Здесь и далее будет использоваться сокращенное обозначение множества  $\{i_k\}_{k=1}^n = \{i_k, k = \overline{1, n}\}$ .

где  $\gamma_r = \sum_{q=1}^r \Theta_q + \varphi_{cc}$ ;  $\Theta_q$  – скачок фазы, вызванный передачей  $q$ -го символа;  $1(t)$  – функция Хэвисайда.

А формируемый на его основе передатчиком ФМн- $n$ -сигнал на несущей частоте  $\omega_0 + \Delta\omega$  можно представить следующим образом

$$\begin{aligned} \dot{s}_{\text{вх}}(t) = & \exp(j(\omega_0 + \Delta\omega)t) \left[ [1 - 1(t)] \exp(j\varphi_{cc}) + \right. \\ & \left. + \sum_{r=1}^{l-1} [1(t - (r-1)\tau_c) - 1(t - r\tau_c)] \exp(j\gamma_r) + 1(t - (l-1)\tau_c) \exp(j\gamma_l) \right], \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

где  $\omega_0$  – средняя частота АЧХ ЛИС;  $\Delta\omega \in \mathbb{R}$  – расстройка по частоте относительно  $\omega_0$ .

На выходе ЛИС ФМн- $n$ -сигнал с момента  $t=0$  можно представить в следующем виде

$$\begin{aligned} \dot{s}_{\text{вых}}(t) = & \dot{Z}(t) \exp(j(\omega_0 + \Delta\omega)t) = \\ = & \dot{k}_0 [j(\omega_0 + \Delta\omega)] \exp(j(\omega_0 + \Delta\omega)t) \left( [1 - \dot{B}_0(t, j\Delta\omega)] \exp(j\varphi_{cc}) + \right. \\ & \left. + \sum_{r=1}^{l-1} [\dot{B}_0(t - (r-1)\tau_c, j\Delta\omega) - \dot{B}_0(t - r\tau_c, j\Delta\omega)] \exp(j\gamma_r) + \right. \\ & \left. + \dot{B}_0(t - (l-1)\tau_c, j\Delta\omega) \exp(j\gamma_l) \right), \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

где  $\dot{Z}(t)$  – комплексная огибающая ФМн- $n$ -сигнала на выходе ЛИС;  $\dot{B}_0(t, j\Delta\omega)$  – функция установления [54]. В работе [18]  $\dot{B}_0(t)$  соответствует соотношению  $H_+(t) / \dot{k}_0 [j(\omega_0 + \Delta\omega)]$ , где  $H_+(t)$  – функция, в общем случае принимающая комплексные значения;  $\dot{k}_0 [j(\omega_0 + \Delta\omega)] = k_0 [j(\omega_0 + \Delta\omega)] \exp(j\varphi_0)$  и  $\varphi_0$  – результирующий комплексный коэффициент передачи и постоянный фазовый сдвиг, вносимый ЛИС, на частоте  $\omega_0 + \Delta\omega$ , соответственно.

Перед измерением мгновенной фазы ФМн- $n$ -сигнала приемник осуществляет компенсацию статических изменений сигнала, вносимых ЛИС

$$\begin{aligned} H_{\text{ком}}(t) &= |\dot{Z}_0(t)| = |\dot{Z}(t) / \dot{k}_0(j[\omega_0 + \Delta\omega])|; \\ \psi_{\text{ком}}(t) &= \arg[\dot{Z}(t) / \dot{k}_0(j[\omega_0 + \Delta\omega])], \end{aligned} \quad (3.1.5)$$

где  $H_{\text{ком}}(t)$  и  $\psi_{\text{ком}}(t) \in [-\pi; \pi]$  – огибающая и мгновенная фаза ФМн- $n$ -сигнала, подлежащие измерению после компенсации его статических изменений.

Далее приемник осуществляет измерение значения огибающей  $H_{\text{ком}}(t)$  и мгновенной фазы  $\psi_{\text{ком}}(t)$  ФМн- $n$ -сигнала, после чего, в оценку последней из них вносится аддитивная ошибка измерения.

$$\psi_{\text{изм}}(t) = \psi_{\text{ком}}(t) + X(t), \quad (3.1.6)$$

где  $X(t)$  – стационарный случайный процесс, соответствующий ошибкам измерений мгновенной фазы, каждое из его сечений является случайной величиной с равномерным законом распределения, чья плотность распределения определяется следующим образом

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\varepsilon_\psi}, & x \in [-\varepsilon_\psi; \varepsilon_\psi]; \\ 0, & x \notin [-\varepsilon_\psi; \varepsilon_\psi]; \end{cases} \quad (3.1.7)$$

где  $\varepsilon_\psi$  – абсолютное значение предельной ошибки измерения мгновенной фазы, вносимой приемником. Её приведенное значение определяется как  $\mu_\psi = \varepsilon_\psi / \Delta\varphi_{\text{ш}}$ .

При этом будем полагать, что подсистема порогового шумоподавления разрешает передачу на выход приемника информации об оценке мгновенной фазы, только в том случае, если выполняется следующее соотношение

$$H_{\text{ком}}(d\tau_c) \geq M_{\text{пор}}, \quad (3.1.8)$$

где  $M_{\text{пор}}$  – пороговое значение амплитуды принимаемого радиосигнала;  $d = \overline{1, l}$  – номер принимаемого символа.

Необходимо отметить, что использование значений  $\varepsilon_\psi$  и  $M_{\text{пор}}$  для определения воздействия аддитивного белого гауссовского шума в полосе

пропускания приемника на решающее устройство детально рассмотрено в разделе 5.3.2

Решающее устройство производит восстановление каждого символа информационной последовательности первичного сигнала в соответствии с правилом

$$\Psi_{\text{вос}}(d\tau_c) = \Psi_k|_{k=k'}, \quad (3.1.9)$$

где  $k' \in \overline{1, n}$ :  $f(k', d) = \min_{k \in \overline{1, n}} |\Psi_{\text{изм}}(d\tau_c) - \Psi_k|$ ;  $f(k', d)$  – некоторая функция, зависящая от  $k'$  и  $d$ .

Из (3.1.8) и (3.1.9) следует, что для корректного восстановления значений каждого символа последовательности требуется сформулировать соответствующие ограничения, влияющие на выбор длительности символа, и произвести соответствующую постановку задачи для их определения.

Так из выражения (3.1.9) с учётом (3.1.1) следует, что для корректного восстановления  $\forall d$ -го символа последовательности, с точки зрения поведения мгновенной фазы ФМн- $n$ -сигнала, необходимо, чтобы выбранная длительность символа  $\tau_c$  первичного сигнала удовлетворяла множеству значений  $\tau_c \in T_c$ , где при  $T_c$  выполняется следующая система неравенств

$$\left. \begin{aligned} |\Psi_{\text{изм}}(dT_c) - \gamma_d| \leq Q_{\text{огр}} &\Leftrightarrow |\Psi_{\text{ком}}(dT_c) + X(dT_c) - \gamma_d| \leq Q_{\text{огр}} \\ Q_{\text{огр}} < 0,5\Delta\varphi_{\text{ш}}, Q_{\text{огр}} &\rightarrow 0,5\Delta\varphi_{\text{ш}} \end{aligned} \right\}. \quad (3.1.10)$$

где  $Q_{\text{огр}}$  – предельное значение, на которое может отличаться измеренная мгновенная фаза  $\Psi_{\text{изм}}$  от начальной фазы передаваемого  $d$ -го символа, при котором обеспечивается корректное восстановление каждого символа первичного сигнала.

Поскольку ошибка установления по фазе на выходе ЛИС  $d$ -ого символа определяется, как  $\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) = \Psi_{\text{ком}}(d\tau_c) - \gamma_d$ , то систему (3.1.10) можно представить в следующем виде

$$|\alpha_{\text{уст}}(dT_c) + X(dT_c)| \leq Q_{\text{огр}} < 0,5\Delta\varphi_{\text{ш}}. \quad (3.1.11)$$

При этом очевидно, для (3.1.11) справедливо следующее соотношение

$$\left| \alpha_{\text{уст}}(dT_c) + X(dT_c) \right| \leq \left| \alpha_{\text{уст}}(dT_c) \right| + \left| X(dT_c) \right| \leq \alpha_{\text{макс}}(dT_c) + \varepsilon_{\psi} \leq Q_{\text{огр}} < 0,5\Delta\varphi_{\text{ш}}, \quad (3.1.12)$$

где  $\alpha_{\text{макс}}(dT_c) = \max \left| \alpha_{\text{уст}}(dT_c) \right|$ . Здесь максимизация ошибки установления по фазе производится по всем возможным реализациям значений символов в передаваемой последовательности с числом символов  $d$  для каждого значения длительности символа из множества  $T_c$ .

Очевидно, что для заданного значения  $Q_{\text{огр}}$  и  $\varepsilon_{\psi}$  можно указать значение допустимой ошибки установления по фазе  $\alpha_{\text{доп}}$ , которая определяется с помощью следующей системы

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{доп}} &= Q_{\text{огр}} - \varepsilon_{\psi} \\ \forall d = \overline{1, l}, l \rightarrow \infty : \alpha_{\text{макс}}(dT_c) &\leq \alpha_{\text{доп}} \end{aligned} \right\}. \quad (3.1.13)$$

Для  $\alpha_{\text{доп}}$ , а соответственно и для  $Q_{\text{огр}}$ , можно поставить в соответствие множество длительностей символа, которое будем называть **разрешающим временем по фазе**  $T_{\text{Ф.раз}}$

$$T_{\text{Ф.раз}} = \left\{ t_{\text{Ф.н.ок}_\chi} \right\}_{\chi=1}^{S_\Phi} \cup \left\{ t_{\text{Ф.к.ок}_\chi} \right\}_{\chi=1}^{S_\Phi} \cup \left\{ t_{\text{Ф.гр}} \right\}, \quad (3.1.14)$$

где  $S_\Phi$  – общее число «**окон прозрачности**» по фазе, а  $\chi$ -ое «**окно прозрачности**»<sup>1</sup> по фазе – это диапазон длительностей символов  $\left[ t_{\text{Ф.н.ок}_\chi}; t_{\text{Ф.к.ок}_\chi} \right] \subset T_c$ . Здесь  $t_{\text{Ф.н.ок}_\chi}$  и  $t_{\text{Ф.к.ок}_\chi}$  – длительности символа, при которых начинается и заканчивается  $\chi$ -ое «**окно прозрачности**» по фазе, соответственно;  $t_{\text{Ф.гр}}$  – граничная длительность символа по фазе, которая определяет диапазон длительностей символов  $\left[ t_{\text{Ф.гр}}; +\infty \right) \subset T_c$ . В отсутствии «окон прозрачности» ( $S_\Phi = 0$ ) по фазе  $T_{\text{Ф.раз}} = \left\{ t_{\text{Ф.гр}} \right\}$ .

<sup>1</sup> Демонстрация формирования окон прозрачности по фазе представлена на рисунке 3.2

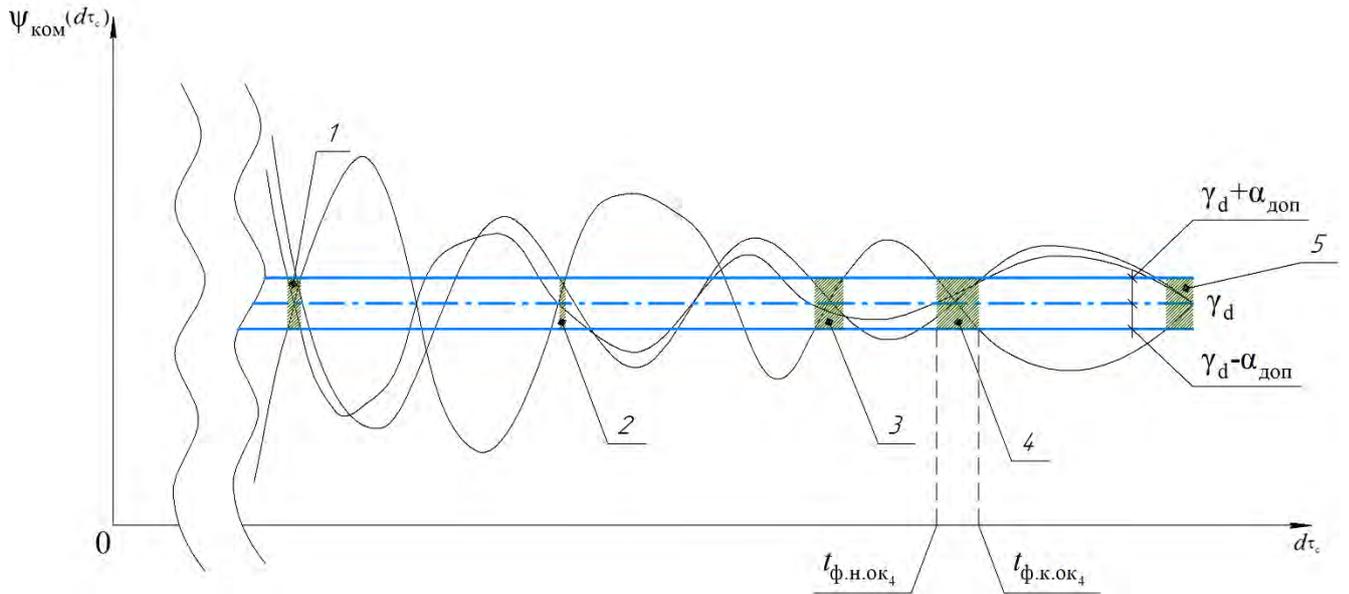


Рис. 3.2. Демонстрация формирования «окон прозрачности» по фазе. «Окно прозрачности» – зеленая штриховка. Номер «окна прозрачности»: 1-е окно (1); 2-е окно (2); 3-е окно (3); 4-е окно (4); 5-ое окно (5).

Следует отметить, что здесь и далее большим значениям окон прозрачности соответствуют большие значения длительностей символов. При этом  $t_{\text{ф.н.ок}_\chi}$  можно определить следующим образом

$$\exists d : \alpha_{\text{макс}} \left( d\dot{U}(t_{\text{ф.н.ок}_\chi} - 0, \varepsilon) \right) > \alpha_{\text{доп}}, \alpha_{\text{макс}}(dt_{\text{ф.н.ок}_\chi}) = \alpha_{\text{доп}}, \quad (3.1.15)$$

а  $t_{\text{ф.к.ок}_\chi}$  из условия

$$\exists d : \alpha_{\text{макс}} \left( d\dot{U}(t_{\text{ф.к.ок}_\chi} + 0, \varepsilon) \right) > \alpha_{\text{доп}}, \alpha_{\text{макс}}(dt_{\text{ф.к.ок}_\chi}) = \alpha_{\text{доп}}, \quad (3.1.16)$$

при этом  $t_{\text{ф.гр}}$  удовлетворяет следующей системе условий

$$\left. \begin{aligned} \exists d : \alpha_{\text{макс}} \left( d\dot{U}(t_{\text{ф.гр}} - 0, \varepsilon) \right) > \alpha_{\text{доп}}, \alpha_{\text{макс}}(dt_{\text{ф.гр}}) = \alpha_{\text{доп}} \\ \forall d : (T \in (t_{\text{ф.гр}}; +\infty) \Rightarrow \alpha_{\text{макс}}(dT) < \alpha_{\text{доп}}) \end{aligned} \right\}, \quad (3.1.17)$$

здесь  $\dot{U}(\cdot)$  – проколота окрестность  $\varepsilon$ -окрестность.

Определение  $T_{\text{ф.раз}}$  в форме (3.1.14) обусловлено тем, что из анализа результатов, полученных в главе 2, становится очевидным, что, когда  $|\dot{B}_0(t)|$  претерпевает затухающие колебания в процессе своего установления, параметры

ФМН- $n$ -сигнала, такие как огибающая, мгновенная фаза и частота, испытывают затухающие колебания около устанавливаемого значения.

Определим аналитическую зависимость  $Q_{\text{отр}} = f(\varphi_{\text{cc}})$  для этого рассмотрим особенности, которые возникают в процессе измерения мгновенной фазы ФМН- $n$ -сигнала приемником. Детектирование приемником мгновенной фазы, с точки зрения математической модели представляет операцию, реализуемую функцией главного аргумента комплексного числа  $\arg(\cdot)$  с областью определения её значений  $[-\pi; \pi]$ . При этом ошибки измерения являются аддитивными и вносятся после данной операции, при условии что должно выполняться (3.1.13). Поэтому становится очевидным (см. рис. 3.3), что когда эффективный фазовый скачок для  $d$ -го символа составляет  $|\Theta_{d,\varphi}| = |\Psi_{\text{ком}}([d-1]\tau_c) - \gamma_d| \in (\pi; 2\pi)$ , то, в процессе изменения мгновенной фазы, будет наблюдаться её скачкообразное изменение значений от  $\pm\pi$  к  $\mp\pi$ .

В этом случае изменение мгновенной фазы в процессе установления можно описать следующим образом (продемонстрировано на рисунке 3.4):

1) на первом этапе мгновенная фаза изменяется в пределах той четверти комплексной плоскости, к которой относится значение  $\Psi_{\text{ком}}([d-1]\tau_c)$ . Так, если  $\Psi_{\text{ком}}([d-1]\tau_c) > 0$ , то в пределах второй четверти, а если  $\Psi_{\text{ком}}([d-1]\tau_c) < 0$ , то в пределах третьей четвертей.

2) на втором этапе происходит переход мгновенной фазы между четвертями комплексной плоскости, что соответствует изменению её значения от  $\pm\pi$  к  $\mp\pi$ , в декартовой системе координат этому соответствует скачкообразное изменение мгновенной фазы от  $\pm\pi$  к  $\mp\pi$ , где знак «+» соответствует случаю, когда

$\Psi_{\text{ком}}\left(\overset{\circ}{U}(t_{\text{пер}} - 0, \varepsilon)\right) > 0$  и «-», если  $\Psi_{\text{ком}}\left(\overset{\circ}{U}(t_{\text{пер}} - 0, \varepsilon)\right) < 0$ , где  $t_{\text{пер}} > [d-1]\tau_c$ .

Здесь и далее  $t_{\text{пер}}$  – время перехода между второй и третьей четвертями комплексной плоскости.

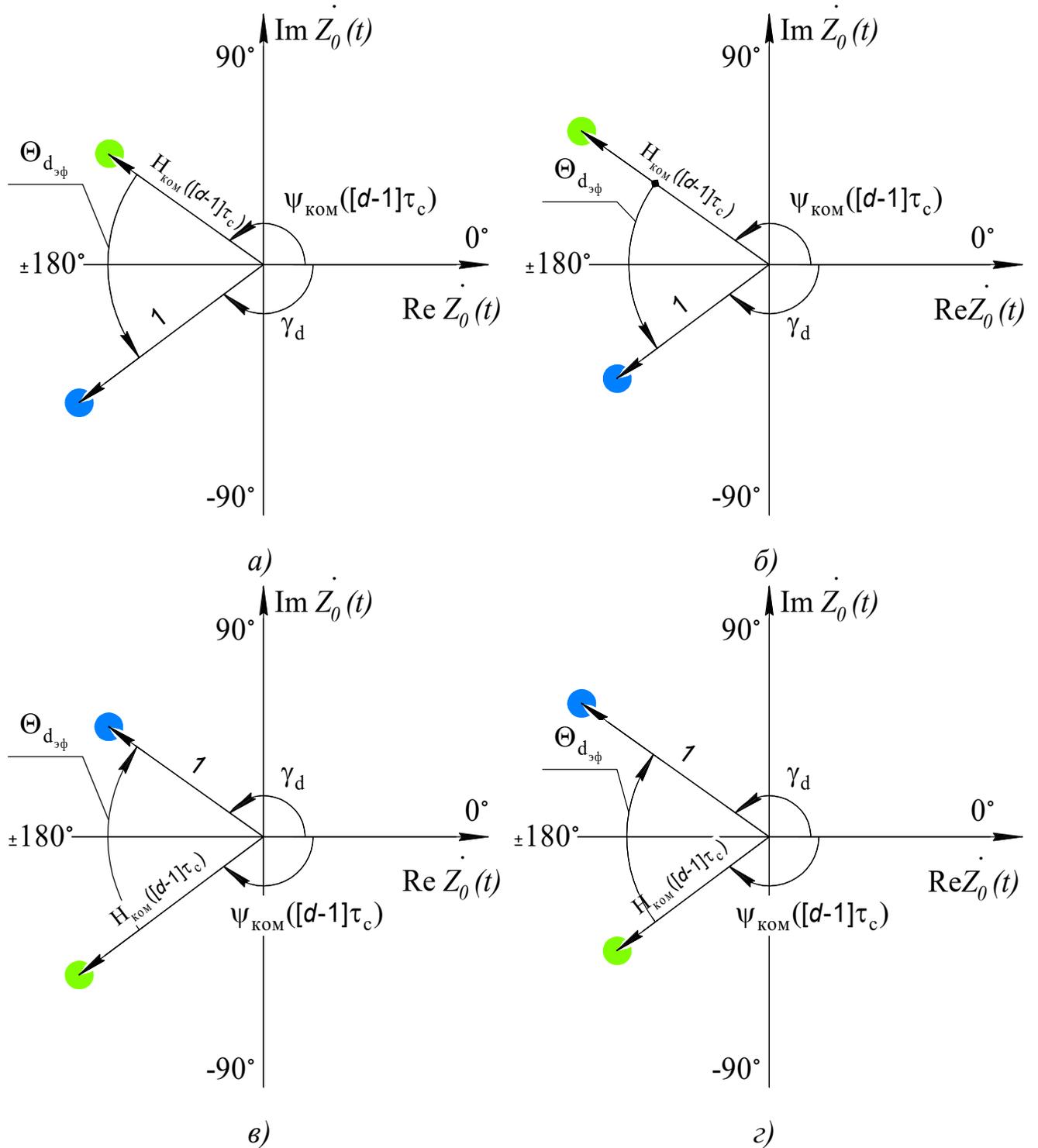


Рисунок. 3.3. К демонстрации особенности, возникающей при эффективном значении фазового скачка  $|\Theta_{d_{\text{эф}}}| \in (\pi; 2\pi)$ . Тип комплексной амплитуды:  $H_{\text{КОМ}}([d-1]\tau_c) \exp(j\psi_{\text{КОМ}}([d-1]\tau_c))$  (круг зеленого цвета);  $\exp(j\gamma_d)$  (круг синего цвета). Значение параметров: 1)  $H_{\text{КОМ}}([d-1]\tau_c) < 1$  (а, г); 2)  $H_{\text{КОМ}}([d-1]\tau_c) > 1$  (б, в); 3)  $\psi_{\text{КОМ}}(d\tau_c) \in (0; \pi)$ ,  $\gamma_d \in (-\pi; 0)$  (а, б); 4)  $\psi_{\text{КОМ}}(d\tau_c) \in (-\pi; 0)$ ,  $\gamma_d \in (0; \pi)$  (в, г).

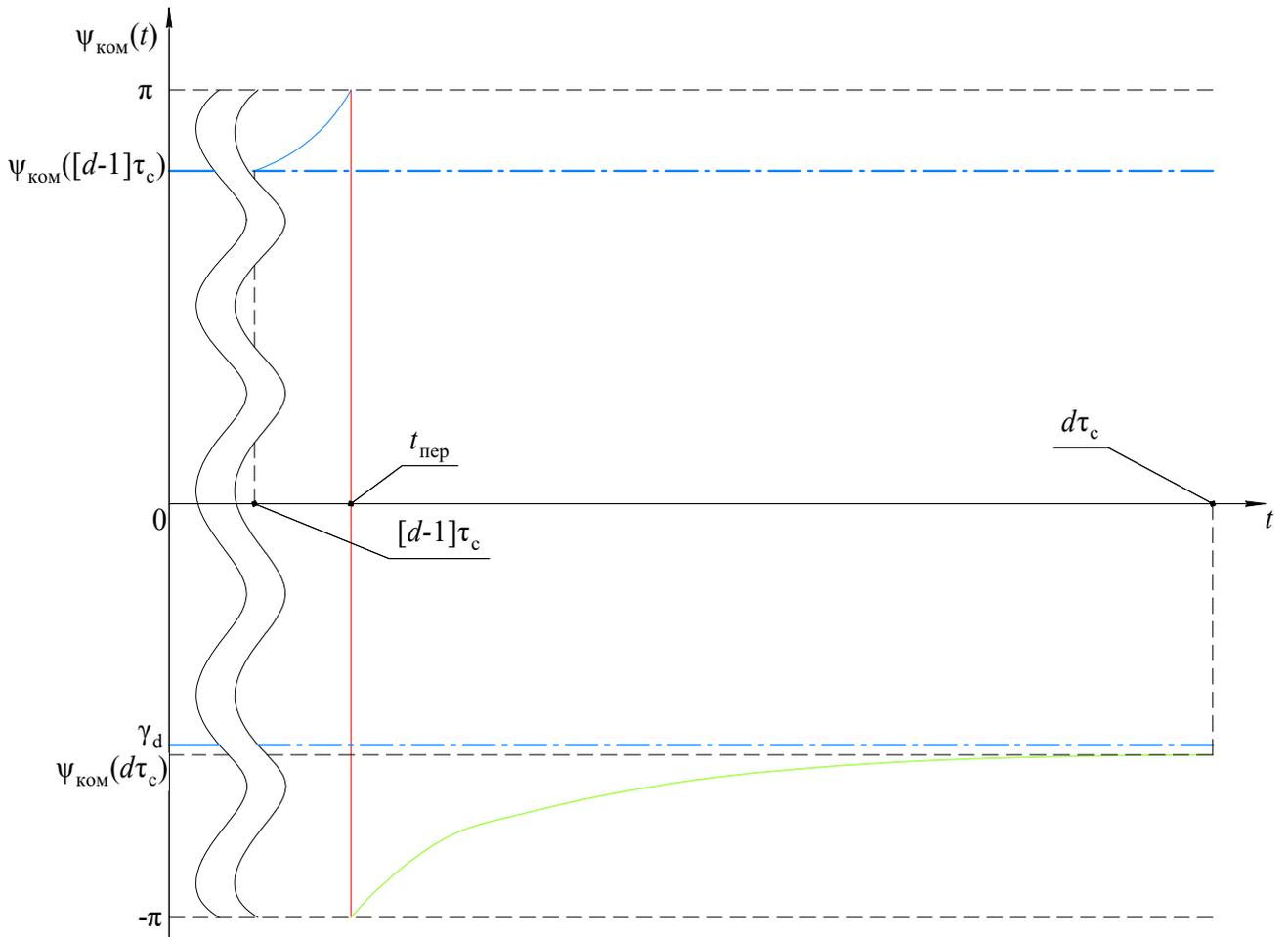


Рисунок. 3.4. К демонстрации особенности установления мгновенной фазы, возникающей при эффективном значении фазового скачка  $|\Theta_{d,эф}| \in (\pi; 2\pi)$ , в отсутствии затухающих колебаний в процессе установления. Номера этапов: 1) первый этап (синий цвет); 2) второй этап (красный цвет); 3) третий этап (зеленый этап)

3) на третьем этапе мгновенная фаза  $\psi_{ком}(t)$  изменяется в пределах той четверти комплексной плоскости, к которой принадлежит значение  $\gamma_d$ , при этом достигая значения  $\psi_{ком}(d\tau_c)$  к концу передачи  $d$ -го символа.

Следует отметить, что, если процесс установления  $\psi_{ком}(t)$  сопровождается затухающими колебаниями, то в общем случае при  $|\Theta_{d,эф}| \in (\pi; 2\pi)$  все этапы установления мгновенной фазы чередуются между собой во времени (см. рисунок 3.5). В этом случае каждому переходу между второй и третьей четвертями соответствует свое время перехода  $t_{пер,i}$ , где  $i$  – номер перехода.

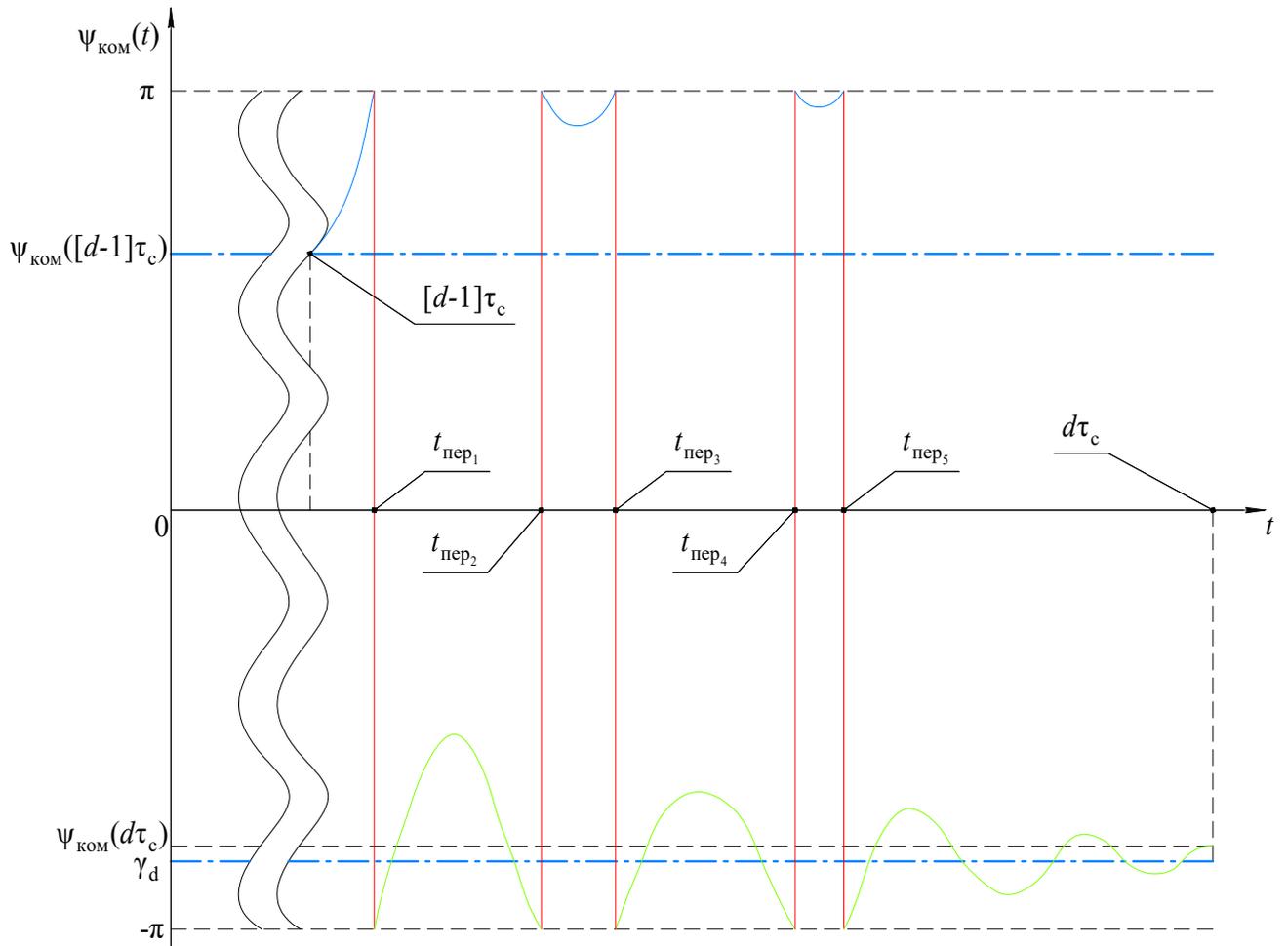


Рисунок. 3.5. К демонстрации особенности установления мгновенной фазы, возникающей при эффективном значении фазового скачка  $|\Theta_{d,\phi}| \in (\pi; 2\pi)$ , при наличии затухающих колебаний в процессе установления. Номера этапов: 1) первый этап (синий цвет); 2) второй этап (красный цвет); 3) третий этап (зеленый этап)

Предельные значения длительностей символов, при которых наблюдается третий этап установления, определяются разрешающим временем по фазе, для которого в пределе  $Q_{\text{орп}} = 0,5\Delta\varphi_{\text{ш}}$ .

Поскольку разрешающему времени ставится в соответствие  $Q_{\text{орп}}$ , а скачкообразное изменение мгновенной фазы происходит от  $\pm\pi$  к  $\mp\pi$ , то соответственно  $Q_{\text{орп}}$  определяется следующим образом

$$\begin{aligned}
Q_{\text{орп}} &= \min_{k=1,n} (\pi - |\psi_k|) = \pi - \psi_n = \pi - (n - \|0,5n\|) \Delta\varphi_{\text{ш}} - \\
&\quad - v_{\text{фс}} \operatorname{sgn}(\|0,5n\| - 0,5n - 0,25) \Delta\varphi_{\text{ш}} = \\
&= \pi - (n - \|0,5n\|) \frac{2\pi}{n} - \operatorname{sgn}(\|0,5n\| - 0,5n - 0,25) \varphi_{\text{сц}} = \\
&= \|0,5n\| \frac{2\pi}{n} - \pi - \operatorname{sgn}(\|0,5n\| - 0,5n - 0,25) \varphi_{\text{сц}}. \tag{3.1.18}
\end{aligned}$$

Упростим выражение (3.1.18), рассматривая его отдельно для четного и нечетного числа дискретных состояний по фазе:

- при чётном числе дискретных состояний  $n = 2b$ ,  $b \in \mathbb{N}^*$  выражение примет вид

$$Q_{\text{орп}} = 0,5n \frac{2\pi}{n} - \pi - \operatorname{sgn}(0,5n - 0,5n - 0,25) \varphi_{\text{сц}} = \varphi_{\text{сц}}; \tag{3.1.19}$$

- при нечётном числе дискретных состояний  $n = 2b + 1$ ,  $b \in \mathbb{N}^*$

$$\begin{aligned}
Q_{\text{орп}} &= \|0,5(2b+1)\| \frac{2\pi}{2b+1} - \pi - \operatorname{sgn}(\|0,5(2b+1)\| - 0,5(2b+1) - 0,25) \varphi_{\text{сц}} = \\
&= \|b+0,5\| \frac{2\pi}{2b+1} - \pi - \operatorname{sgn}(\|b+0,5\| - b - 0,5 - 0,25) \varphi_{\text{сц}} = \\
&= (b+1) \frac{2\pi}{2b+1} - \pi - \operatorname{sgn}(b+1 - b - 0,5 - 0,25) \varphi_{\text{сц}} = \\
&= \frac{(2b+2)\pi}{2b+1} - \pi - \varphi_{\text{сц}} = \pi + \frac{\pi}{2b+1} - \pi - \varphi_{\text{сц}} = \\
&= \frac{\pi}{2b+1} - \varphi_{\text{сц}} = \frac{\pi}{n} - \varphi_{\text{сц}}. \tag{3.1.20}
\end{aligned}$$

Из выражений (3.1.19) и (3.1.20) видно:

- наибольшие значения  $Q_{\text{орп}}$  для чётного числа дискретных состояний по фазе достигаются при  $\varphi_{\text{сц}} \rightarrow \frac{\pi}{n}$ , а для нечётного – при  $\varphi_{\text{сц}} \rightarrow 0$ . В этом случае,

целесообразно для чётного числа дискретных состояний использовать  $\varphi_{\text{сц}} = \frac{\pi}{n}$ , а

для нечётного  $\varphi_{\text{сц}} = 0$ , поскольку в этом случае достигается наименьшее влияние от ошибок измерений и наименьшая возможная длительность символа;

- в том случае, когда  $Q_{\text{ор}} = 0$  будет наблюдаться ошибка восстановления тех символов передаваемого ФМН- $n$ -сигнала, чье значение начальной фазы соответствует  $\pi$ . Это наблюдается среди сигнальных созвездий, у которых для чётного числа дискретных состояний по фазе постоянный фазовый сдвиг  $\varphi_{\text{cc}} = 0$ , а для нечётного –  $\varphi_{\text{cc}} = \frac{\pi}{n}$ ;

- учёт ошибок определения фазы несущего колебания  $\varphi_{\text{несг}} \in (-\pi/n; \pi/n)$  у реальной РСПИ за счёт её наибольшего значения  $\varphi_{\text{ош}} = \max |\varphi_{\text{несг}}|$ , который в том числе может быть обусловлен малым доплеровским расширением спектра, когда минимальное значение скачка фазы многократно превышает набег фазы на один символ, может быть осуществлен при определении символьной скорости передачи за счёт оценки  $T_{\text{ф.раз}}$  на основании значений  $Q_{\text{ор}}$  и  $\varepsilon_{\psi}$ , последнее определяется с помощью (3.1.19) и (3.1.20) на основании использования следующих соотношений для сигнальных созвездий с чётным числом дискретных состояний  $\varphi_{\text{cc}} = \frac{\pi}{n} - \varphi_{\text{ош}}$ , а для нечетного числа дискретных состояний по фазе при  $\varphi_{\text{cc}} = \varphi_{\text{ош}}$ .

Из выражения (3.1.8) следует, что для корректного восстановления  $\forall d$ -ого символа первичного сигнала при любой реализации первичного сигнала также требуется, чтобы выбранная длительность символа  $\tau_c$  первичного сигнала удовлетворяла множеству значений  $\tau_c \in T_A$ , где при  $T_A$  выполняется следующее соотношение

$$\min H_{\text{ком}}(dT_A) \geq M_{\text{пор}}. \quad (3.1.21)$$

Здесь минимизация производится по всем возможным реализациям значений символов в передаваемой последовательности с числом символов  $d$  при заданном значении длительности символа  $\tau_c \in T_A$ .

Для  $M_{\text{пор}}$  при  $l \rightarrow \infty$  можно поставить в соответствие множество длительностей символа, которое будем называть **разрешающим временем по огибающей**  $T_{\text{ог.раз}}$ ,

$$T_{\text{ог.раз}} = \left\{ t_{\text{ог.н.ок}_{i_n}} \right\}_{i_n=1}^{S_{\text{ог}}} \cup \left\{ t_{\text{ог.к.ок}_{i_n}} \right\}_{i_n=1}^{S_{\text{ог}}} \cup \{ t_{\text{ог.гр}} \}, \quad (3.1.22)$$

где  $S_{\text{ог}}$  – общее число «окон прозрачности» по огибающей, вызванных работой пороговой подсистемой шумоподавления. «Окно прозрачности» по огибающей<sup>1</sup> – это диапазон длительностей символов  $\left[ t_{\text{ог.н.ок}_{i_n}}; t_{\text{ог.к.ок}_{i_n}} \right] \subset T_A$ . Здесь  $t_{\text{ог.н.ок}_{i_n}}$  и  $t_{\text{ог.к.ок}_{i_n}}$  – длительности символа, при которых начинается и заканчивается  $i_n$ -ое «окно прозрачности», вызванное работой пороговой подсистемой шумоподавления, соответственно;  $t_{\text{ог.гр}}$  – граничная длительность символа по огибающей, обусловленная работой пороговой подсистемой шумоподавления, определяет диапазон длительностей символов  $\left[ t_{\text{ог.гр}}; +\infty \right) \subset T_A$ .

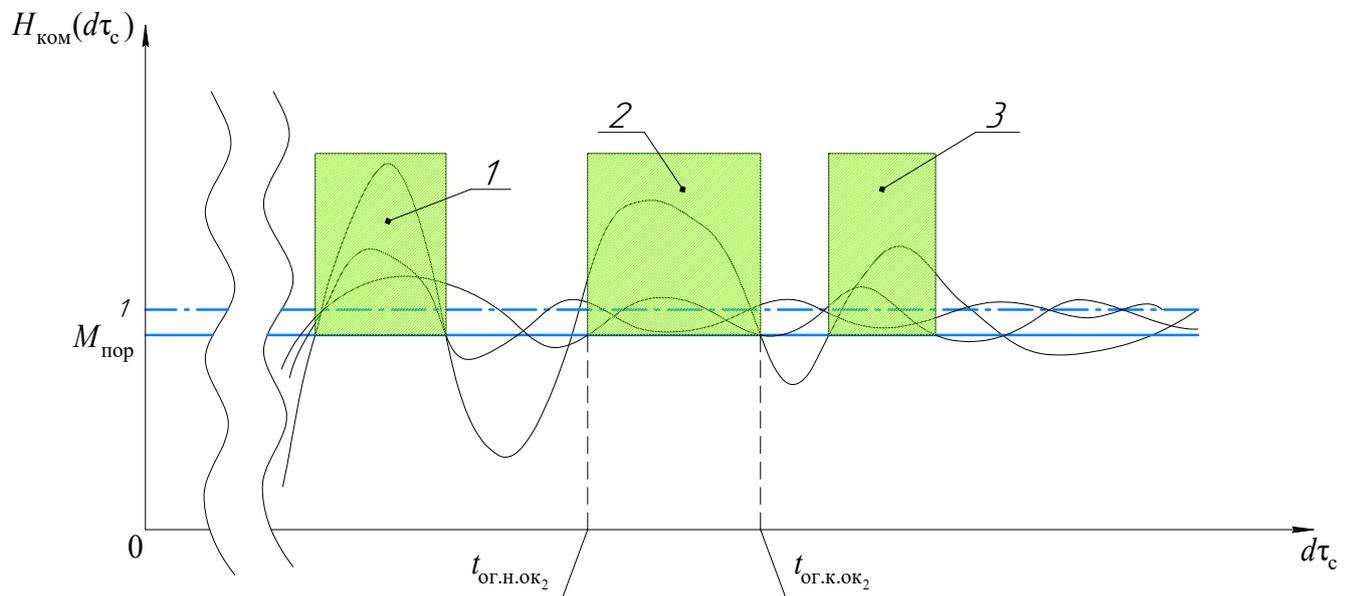


Рис. 3.6. Демонстрация формирования «окон прозрачности» по огибающей из-за работы подсистемы порогового шумоподавления. «Окно прозрачности» – зеленая штриховка. Номер окна прозрачности: 1-е окно (1); 2-е окно (2); 3-е окно (3).

<sup>1</sup> Демонстрация формирования окон прозрачности по фазе представлена на рисунке 3.6

В отсутствии «окон прозрачности» ( $S_{ор} = 0$ ) разрешающим временем по огибающей является  $T_{ор.раз} = \{t_{ор.гр}\}$ .

При этом  $t_{ор.н.ок_{i_н}}$  можно определить следующим образом

$$\exists d : \min H_{ком} \left( d\dot{U}(t_{ор.н.ок_{i_н}} - 0, \varepsilon) \right) < M_{пор}, \min H_{ком} (dt_{ор.н.ок_{i_н}}) = M_{пор}, \quad (3.1.23)$$

а  $t_{ор.к.ок_{i_н}}$  —

$$\exists d : \min H_{ком} \left( d\dot{U}(t_{ор.к.ок_{i_н}} + 0, \varepsilon) \right) < M_{пор}, \min H_{ком} (dt_{ор.к.ок_{i_н}}) = M_{пор}. \quad (3.1.24)$$

При этом  $t_{ор.гр}$  удовлетворяет следующей системе условий

$$\left. \begin{aligned} \exists d : \min H_{ком} \left( d\dot{U}(t_{ор.гр} - 0, \varepsilon) \right) < M_{пор}, \min H_{ком} (dt_{ор.гр}) = M_{пор} \\ \forall d : \left( T' \in (t_{ор.гр}; +\infty) \Rightarrow \min H_{ком} (dT') > M_{пор} \right) \end{aligned} \right\}, \quad (3.1.25)$$

здесь  $\dot{U}(\cdot)$  — проколота окружность  $\varepsilon$ -окрестность.

На основании полученных выше результатов, **разрешающее время** для рассматриваемого канала связи  $t_{раз}$ , определяющее динамику его работы, в том числе и предельную скорость передачи, можно представить следующим образом

$$t_{раз} = \left\{ \tau_{н.ок_k} \right\}_{k=1}^{S_{ФМ}} \cup \left\{ \tau_{к.ок_k} \right\}_{k=1}^{S_{ФМ}} \cup \left\{ \tau_{ф.гр} \right\}, \quad (3.1.26)$$

где  $S_{ФМ}$  — число «окон прозрачности» для мгновенной фазы с учётом функционирования пороговой подсистемы шумоподавления;  $\tau_{н.ок_k}$  и  $\tau_{к.ок_k}$  — длительности символа, при которых начинается и заканчивается  $k$ -ое «окно прозрачности»;  $\tau_{ф.гр}$  — граничная длительность символа по фазе с учётом функционирования пороговой подсистемы шумоподавления. В отсутствии «окон прозрачности» ( $S_{ок} = 0$ ) разрешающее время  $t_{раз} = \tau_{ф.гр}$ .

При этом составляющие разрешающего времени в (3.1.26) определяются с использованием следующего соотношения, представленного в виде числовых отрезков

$$\bigcup_{k=1}^{S_{\text{ФМ}}} [\tau_{\text{н.ок}_k}; \tau_{\text{к.ок}_k}] \cup [\tau_{\text{ф.гр}}; +\infty) = T_A \cap T_c, \quad (3.1.27)$$

где  $T_c = \bigcup_{\chi=1}^{S_{\text{Ф}}} [t_{\text{ф.н.ок}_\chi}; t_{\text{ф.к.ок}_\chi}] \cup [t_{\text{ф.гр}}; +\infty);$   $T_A = \bigcup_{i_{\text{н}}=1}^{S_{\text{ог}}} [t_{\text{ог.н.ок}_{i_{\text{н}}}}; t_{\text{ог.к.ок}_{i_{\text{н}}}}] \cup [t_{\text{ог.гр}}; +\infty);$

$T_{\text{ФМн}} = \bigcup_{k=1}^{S_{\text{ФМ}}} [\tau_{\text{н.ок}_k}; \tau_{\text{к.ок}_k}] \cup [\tau_{\text{ф.гр}}; +\infty)$  – допустимые длительности символов,

обеспечивающие корректное восстановление символов информационной последовательности в условиях МСИ и работы пороговой подсистемы шумоподавления.

### 3.2 Математическая модель канала связи с памятью, функционирующего на основе теории разрешающего времени и использующего многопозиционные амплитудно-фазоманипулированные сигналы [128,129,132,133,136,329]

Для выработки подхода к определению разрешающего времени для реальной РСПИ, реализующей принципы теории разрешающего времени и использующей АФМн- $N$ -сигналы, воспользуемся моделью канала связи, которая представлена в предыдущем разделе для ФМн- $n$ -сигнала, и доработаем её. При этом будем рассматривать более подробно только те особенности модели, которые отличают её от рассмотренной ранее в разделе 3.1.

Непосредственно сама структурная модель канала связи для АФМн- $N$ -сигнала представлена на рисунке 3.7. Передатчик в данной математической модели формирует АФМн- $N$ -сигнал, состоящий из  $l \in \mathbb{N}^*$  символов. При этом считаем, что до начала передачи ( $t < 0$ ) на выходе передатчика неопределённо долго действует гармоническое колебание  $M_0 \exp(j[(\omega_0 + \Delta\omega)t + \varphi_{\text{cc}}])$ , а, следовательно, ЛИС находится в стационарном состоянии. После окончания передачи последнего

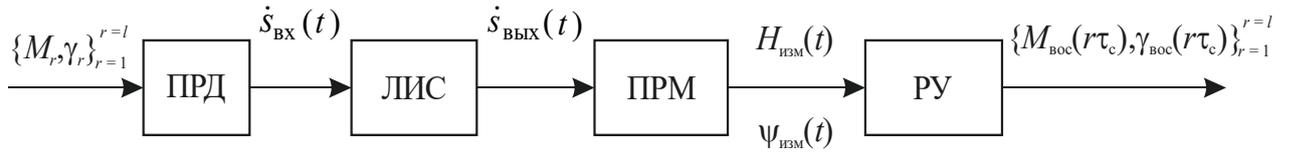


Рис. 3.7. Структурная схема математической модели канала связи с памятью, реализующая принципы теории разрешающего времени и использующая АФМн- $N$ -сигналы.

символа, на выходе передатчика продолжает действовать гармоническое колебание  $M_l \exp\left(j\left[(\omega_0 + \Delta\omega)(t - (l-1)\tau_c) + \gamma_l\right]\right)$ .

Каждый символ АФМн- $N$ -сигнала длительностью  $\tau_c$  представляет комплексную амплитуду  $M_r \exp(j\gamma_r)$ , где  $r = \overline{1, l}$ , которая принимает равновероятно одно из  $N = m \times n$  дискретных значений сигнального созвездия, где  $n$  – число дискретных состояний по фазе,  $m$  – число дискретных состояний по амплитуде в сигнальном созвездии. Здесь  $M_r$  и  $\gamma_r$  – амплитуда и начальная фаза  $r$ -го радиоимпульса АФМн- $N$ -сигнала, соответственно. Значения начальных фаз сигнального созвездия определяется соотношением (3.1.1), а амплитуд

$$M_{cc_p} = p\Delta M_{ш} + M_{cc} . \quad (3.2.1)$$

Здесь  $p = \overline{1, m}$  – номер амплитуды в сигнальном созвездии;  $\Delta M_{ш} = (M_{cc_m} - M_{cc})/m$  – шаг между соседними значениями амплитуд сигнального созвездия;  $M_{cc}$  – начальный сдвиг по амплитуде сигнального созвездия.

Комплексная амплитуда формируется на основании двух первичных сигналов, одного для начальной фазы  $U_\phi(t)$  и другого – для амплитуды  $U_A(t)$ , которые поступают на вход передатчика и определяются следующим образом

$$U_\phi(t) = [1 - 1(t)]\varphi_{cc} + \sum_{r=1}^{l-1} \gamma_r [1(t - (r-1)\tau_c) - 1(t - r\tau_c)] + 1(t - (l-1)\tau_c)\gamma_l; \quad (3.2.2)$$

$$U_A(t) = [1 - 1(t)]M_0 + \sum_{r=1}^{l-1} M_r [1(t - (r-1)\tau_c) - 1(t - r\tau_c)] + 1(t - (l-1)\tau_c)M_l. \quad (3.2.3)$$

Таким образом, формируемый передатчиком АФМН- $N$ -сигнал на несущей частоте  $\omega_0 + \Delta\omega$ , можно представить следующим образом

$$\dot{s}_{\text{вх}}(t) = \exp(j(\omega_0 + \Delta\omega)t) \left( [1 - 1(t)] M_0 \exp(j\varphi_{\text{cc}}) + \sum_{r=1}^{l-1} [1(t - (r-1)\tau_c) - 1(t - r\tau_c)] M_r \exp(j\gamma_r) + 1(t - (l-1)\tau_c) M_l \exp(j\gamma_l) \right), \quad (3.2.4)$$

На выходе ЛИС АФМН- $N$ -сигнал с учётом результатов работы [54] с момента  $t = 0$  можно представить в следующем виде

$$\begin{aligned} \dot{s}_{\text{вых}}(t) &= \dot{Z}'(t) \exp(j(\omega_0 + \Delta\omega)t) = \\ &= \dot{k}_0 [j(\omega_0 + \Delta\omega)] \exp(j(\omega_0 + \Delta\omega)t) \left( M_0 [1 - \dot{B}_0(t, j\Delta\omega)] \exp(j\varphi_{\text{cc}}) + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{r=1}^{l-1} M_r [\dot{B}_0(t - (r-1)\tau_c, j\Delta\omega) - \dot{B}_0(t - r\tau_c, j\Delta\omega)] \exp(j\gamma_r) + \right. \\ &\quad \left. + M_l \dot{B}_0(t - (l-1)\tau_c, j\Delta\omega) \exp(j\gamma_l) \right), \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

где  $\dot{Z}'(t)$  – комплексная огибающая АФМН- $N$ -сигнала на выходе ЛИС.

Перед измерением мгновенной фазы АФМН- $N$ -сигнала приемник также осуществляет компенсацию статических изменений сигнала, вносимых ЛИС

$$\begin{aligned} H_{\text{ком}}(t) &= |\dot{Z}'_0(t)| = |\dot{Z}'(t) / \dot{k}_0(j[\omega_0 + \Delta\omega])|; \\ \psi_{\text{ком}}(t) &= \arg[\dot{Z}'(t) / \dot{k}_0(j[\omega_0 + \Delta\omega])], \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

Далее приемник производит определение огибающей  $H_{\text{ком}}(t)$  и мгновенной фазы  $\psi_{\text{ком}}(t)$  АФМН- $N$ -сигнала, после чего в их оценки вносятся аддитивные ошибки измерений, то есть

$$H_{\text{изм}}(t) = H_{\text{ком}}(t) + Y(t); \quad \psi_{\text{изм}}(t) = \psi_{\text{ком}}(t) + X(t); \quad (3.2.7)$$

где  $X(t)$  и  $Y(t)$  – стационарные случайные процессы, соответствующие ошибкам измерений мгновенной фазы и огибающей, соответственно. Каждое из их сечений является случайными величинами с равномерными законами распределений. Их плотности распределений определяются следующим образом

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2\varepsilon_H}, & y \in [-\varepsilon_H; \varepsilon_H] \\ 0, & y \notin [-\varepsilon_H; \varepsilon_H] \end{cases}; f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\varepsilon_\Psi}, & x \in [-\varepsilon_\Psi; \varepsilon_\Psi] \\ 0, & x \notin [-\varepsilon_\Psi; \varepsilon_\Psi] \end{cases}, \quad (3.2.8)$$

где  $\varepsilon_H$  и  $\varepsilon_\Psi$  – абсолютные значения предельных ошибок измерений огибающей и мгновенной фазы, вносимых приемником, соответственно. Их приведенные значения определяются, как  $\mu_H = \varepsilon_H / \Delta M_{\text{ш}}$  и  $\mu_\Psi = \varepsilon_\Psi / \Delta \Phi_{\text{ш}}$ .

Необходимо отметить, что использования значений  $\varepsilon_H$  и  $\varepsilon_\Psi$  для определения воздействия аддитивного белого гауссовского шума в полосе пропускания приемника на решающее устройство детально рассмотрено в разделе 5.4.

Решающее устройство производит восстановление каждого символа, то есть комплексной амплитуды  $M_{\text{вос}}(d\tau_c) \exp(j\psi_{\text{вос}}(d\tau_c))$ , на основании восстановленных значений мгновенной фазы и амплитуды, что происходит в соответствии с правилом

$$\psi_{\text{вос}}(d\tau_c) = \psi_k \Big|_{k=k'}, M_{\text{вос}}(d\tau_c) = M_p \Big|_{p=p'}, \quad (3.2.9)$$

где  $k' \in \overline{1, n}: f(k', d) = \min_{k \in \overline{1, n}} |\psi_{\text{изм}}(d\tau_c) - \psi_k|$ ,  $p' \in \overline{1, m}: f(p', d) = \min_{p \in \overline{1, m}} |H_{\text{изм}}(d\tau_c) - M_p|$ ;

$d = \overline{1, l}$  – номер принимаемого символа.

Из (3.2.9) следует, что для корректного восстановления значений каждого символа последовательности требуется, чтобы выбранная длительность символа  $\tau_c$  первичного сигнала удовлетворяла множеству значений  $\tau_c \in T_{\text{АФ}}$ , где при  $T_{\text{АФ}}$  выполняется следующая система неравенств

$$\left. \begin{array}{l} |\psi_{\text{изм}}(dT_{\text{АФ}}) - \gamma_d| \leq Q_{\text{огр}} \\ |H_{\text{изм}}(dT_{\text{АФ}}) - M_d| \leq Q_{\text{А}} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} |\alpha_{\text{уст}}(dT_{\text{АФ}}) + X(dT_{\text{АФ}})| \leq Q_{\text{огр}} \\ |\Delta_{\text{уст}}(dT_{\text{АФ}}) + Y(dT_{\text{АФ}})| \leq Q_{\text{А}} \end{array} \right\}. \quad (3.2.10)$$

где  $\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) = \psi_{\text{ком}}(d\tau_c) - \gamma_d$ ,  $\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c) = H_{\text{ком}}(d\tau_c) - M_d$  – ошибки установления по фазе и амплитуде, соответственно, для  $d$ -го символа в момент времени  $d\tau_c$ ;  $Q_{\text{огр}}$  имеет тот же смысл, что и для ФМн- $n$ -сигнала. Также будет справедливо

соотношение  $Q_{огр} < 0,5\Delta\varphi_{ш}$ ,  $Q_{огр} \rightarrow 0,5\Delta\varphi_{ш}$ .  $Q_A$  – предельное значение, на которое может отличаться  $H_{изм}(t)$  от амплитуды передаваемого  $d$ -го символа, при котором обеспечивается корректное восстановление каждого символа передаваемой последовательности; при этом очевидно  $Q_A < 0,5\Delta M_{ш}$ ,  $Q_A \rightarrow 0,5\Delta M_{ш}$ .

Учитывая результаты, представленные в предыдущем разделе и особенности переходных процессов в ЛИС, множество  $T_{A\Phi}$  можно представить в следующем виде

$$T_{A\Phi} = \bigcup_{v=1}^{S_{A\Phi}} [\tau_{A\Phi.н.ок_v}; \tau_{A\Phi.к.ок_v}] \cup [\tau_{A\Phi.гр}; +\infty) = T_O \cap T_\Phi, \quad (3.2.11)$$

$$T_O = \bigcup_{i_o=1}^{N_A} [t_{O.н.ок_{i_o}}; t_{O.к.ок_{i_o}}] \cup [t_{O.гр}; +\infty); \quad T_\Phi = \bigcup_{i_\phi=1}^{N_\Phi} [t_{\Phi.н.ок_{i_\phi}}; t_{\Phi.к.ок_{i_\phi}}] \cup [t_{\Phi.гр}; +\infty). \quad (3.2.12)$$

Здесь  $\tau_{A\Phi.н.ок_v}$ ,  $\tau_{A\Phi.к.ок_v}$  – длительности символов, при которых начинается и заканчивается  $v$ -ое «окно прозрачности», соответственно, общее для мгновенной фазы и огибающей, то есть  $[\tau_{A\Phi.н.ок_v}; \tau_{A\Phi.к.ок_v}] \subset T_{A\Phi}$ ;  $\tau_{A\Phi.гр}$  – граничная длительность символа, общая для огибающей и мгновенной фазы, определяет диапазон длительностей символов  $[\tau_{A\Phi.гр}; +\infty) \subset T_{A\Phi}$ ;  $v = \overline{1, S_{A\Phi}}$  и  $S_{A\Phi}$  – номер «окна прозрачности», общего для амплитуды и мгновенной фазы и их общее количество;  $t_{O.н.ок_{i_o}}$ ,  $t_{O.к.ок_{i_o}}$  – длительности символов, при которых начинается и заканчивается  $i_o$ -ое «окно прозрачности» соответственно, для огибающей;  $t_{\Phi.н.ок_{i_\phi}}$ ,  $t_{\Phi.к.ок_{i_\phi}}$  – длительности символов, при которых начинается и заканчивается  $i_\phi$ -ое «окно прозрачности», соответственно, для мгновенной фазы;  $t_{O.гр}$  и  $t_{\Phi.гр}$  – граничные длительности символа для огибающей и мгновенной фазы соответственно;  $N_A$  и  $N_\Phi$  – число «окон прозрачности» для огибающей и мгновенной фазы, соответственно.

Очевидно, что  $T_{A\Phi}$  при  $l \rightarrow \infty$  определяет разрешающее время для рассматриваемой модели

$$t_{\text{раз}} = \left\{ \tau_{\text{АФ.н.ок}_v} \right\}_{v=1}^{S_{\text{АФ}}} \cup \left\{ \tau_{\text{АФ.к.ок}_v} \right\}_{v=1}^{S_{\text{АФ}}} \cup \left\{ \tau_{\text{АФ.гр}} \right\}, \quad (3.2.13)$$

поскольку  $T_{\text{О}}$  в этом случае определяет составляющие разрешающего времени по огибающей  $t_{\text{раз}_{\text{О}}} = \left\{ t_{\text{О.н.ок}_{i_0}} \right\}_{i_0=1}^{N_{\text{А}}} \cup \left\{ t_{\text{О.к.ок}_{i_0}} \right\}_{i_0=1}^{N_{\text{А}}} \cup \left\{ t_{\text{О.гр}} \right\}$ , а  $T_{\text{Ф}}$  – разрешающее время по фазе  $t_{\text{раз}_{\text{Ф}}} = \left\{ t_{\text{Ф.н.ок}_{i_{\phi}}} \right\}_{i_{\phi}=1}^{N_{\text{Ф}}} \cup \left\{ t_{\text{Ф.к.ок}_{i_{\phi}}} \right\}_{i_{\phi}=1}^{N_{\text{Ф}}} \cup \left\{ t_{\text{Ф.гр}} \right\}$  так, как:

а) при  $T_{\text{Ф}}$  для  $\forall d = \overline{1, l}$  символа последовательности при  $l \rightarrow \infty$  будет справедливо следующее соотношение

$$\left| \alpha_{\text{уст}}(dT_{\text{Ф}}) + X(dT_{\text{Ф}}) \right| \leq \alpha_{\text{макс}}(dT_{\text{Ф}}) + \varepsilon_{\psi} \leq Q_{\text{огр}} < 0,5\Delta\varphi_{\text{ш}}, \quad (3.2.14)$$

где  $\alpha_{\text{макс}}(dT_{\text{Ф}}) = \max \left| \alpha_{\text{уст}}(dT_{\text{Ф}}) \right|$ , здесь максимизация ошибки установления по фазе производится по всем возможным реализациям значений символов в передаваемой информационной последовательности с числом символов  $d$  для каждого значения длительности символа из множества  $T_{\text{Ф}}$ . При этом, также как и для ФМн- $n$ -сигнала, в рассматриваемом случае для заданного значения  $Q_{\text{огр}}$  и  $\varepsilon_{\psi}$  можно указать значение допустимой ошибки установления по фазе  $\alpha_{\text{доп}}$ , которое определяется с помощью следующей системы

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{доп}} &= Q_{\text{огр}} - \varepsilon_{\psi} \\ \forall d = \overline{1, l}, l \rightarrow \infty : \alpha_{\text{макс}}(dT_{\text{Ф}}) &\leq \alpha_{\text{доп}} \end{aligned} \right\}. \quad (3.2.15)$$

Поскольку значение амплитуды импульса влияет лишь на скорость переходного процесса, связанного с установлением мгновенной фазы, не изменяя ход кривых (что можно заключить, совместно анализируя результаты главы 2 и выражение (3.2.5)), то следовательно, аналитическая зависимость  $Q_{\text{огр}} = f(\varphi_{\text{сс}})$  и результаты, полученные для ФМн- $n$ -сигнала (см. (3.1.19) и (3.1.20)) полностью применимы и к АФМн- $N$ -сигналу.

В этом случае  $t_{\text{Ф.н.ок}_{i_{\phi}}}$  можно определить следующим образом

$$\exists d : \alpha_{\max} \left( d\dot{U} \left( t_{\Phi.н.ок_{i\phi}} - 0, \varepsilon \right) \right) > \alpha_{\text{доп}}, \alpha_{\max} \left( dt_{\Phi.н.ок_{i\phi}} \right) = \alpha_{\text{доп}}, \quad (3.2.16)$$

а  $t_{\Phi.к.ок_{i\phi}}$  –

$$\exists d : \alpha_{\max} \left( d\dot{U} \left( t_{\Phi.к.ок_{i\phi}} + 0, \varepsilon \right) \right) > \alpha_{\text{доп}}, \alpha_{\max} \left( dt_{\Phi.к.ок_{i\phi}} \right) = \alpha_{\text{доп}}. \quad (3.2.17)$$

При этом,  $t_{\Phi.гр}$  удовлетворяет следующей системе условий

$$\left. \begin{aligned} \exists d : \alpha_{\max} \left( d\dot{U} \left( t_{\Phi.гр} - 0, \varepsilon \right) \right) > \alpha_{\text{доп}}, \alpha_{\max} \left( dt_{\Phi.гр} \right) = \alpha_{\text{доп}} \\ \forall d : \left( T_{\Phi} \in \left( t_{\Phi.гр}; +\infty \right) \Rightarrow \alpha_{\max} \left( dT_{\Phi} \right) < \alpha_{\text{доп}} \right) \end{aligned} \right\}, \quad (3.2.18)$$

здесь  $\dot{U}(\cdot)$  – проколота  $\varepsilon$ -окрестность.

б) при использовании множества длительностей символа  $T_0$  для  $\forall d = \overline{1, l}$ -ого символа последовательности, когда  $l \rightarrow \infty$  будет справедливо следующее соотношение

$$\left| \Delta_{\text{уст}}(dT_0) + Y(dT_0) \right| \leq \Delta_{\max}(dT_0) + \varepsilon_H \leq Q_A < 0,5\Delta M_{\text{ш}}, \quad (3.2.19)$$

где  $\Delta_{\max}(dT_0) = \max \left| \Delta_{\text{уст}}(dT_0) \right|$ . Здесь, максимизация ошибки установления по амплитуде производится по всем возможным реализациям значений символов в передаваемой последовательности с числом символов  $d$  для каждого значения длительности символа из множества  $T_0$ . Очевидно, что, как и для мгновенной фазы, так и для огибающей для заданного значения  $Q_A$  и  $\varepsilon_H$  можно указать значение допустимой ошибки установления по амплитуде  $\Delta_{\text{доп}}$ , которая определяется с помощью следующей системы

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{\text{доп}} = Q_A - \varepsilon_H \\ \forall d = \overline{1, l}, l \rightarrow \infty : \Delta_{\max}(dT_0) \leq \Delta_{\text{доп}} \end{aligned} \right\}. \quad (3.2.20)$$

При этом  $t_{O.н.ок_{i_0}}$  можно определить следующим образом

$$\exists d : \Delta_{\max} \left( d\dot{U} \left( t_{O.н.ок_{i_0}} - 0, \varepsilon \right) \right) > \Delta_{\text{доп}}, \Delta_{\max} \left( dt_{O.н.ок_{i_0}} \right) = \Delta_{\text{доп}}, \quad (3.2.21)$$

а  $t_{O.к.ок_{i_0}}$  –

$$\exists d: \Delta_{\max} \left( d\dot{U}(t_{\text{О.к.ок}_{i_0}} + 0, \varepsilon) \right) > \Delta_{\text{доп}}, \Delta_{\max} \left( dt_{\text{О.к.ок}_{i_0}} \right) = \Delta_{\text{доп}}, \quad (3.2.22)$$

при этом  $t_{\text{О.гр}}$  удовлетворяет следующей системе условий

$$\left. \begin{aligned} \exists d: \Delta_{\max} \left( d\dot{U}(t_{\text{О.гр}} - 0, \varepsilon) \right) > \Delta_{\text{доп}}, \Delta_{\max} \left( dt_{\text{О.гр}} \right) = \Delta_{\text{доп}} \\ \forall d: \left( T'_A \in (t_{\text{О.гр}}; +\infty) \Rightarrow \Delta_{\max} \left( dT'_A \right) < \Delta_{\text{доп}} \right) \end{aligned} \right\}, \quad (3.2.23)$$

здесь  $\dot{U}(\cdot)$  – проколота окрестность  $\varepsilon$ -окрестность.

### **3.3 Оценка пропускной способности канала связи с памятью, функционирующего на основе теории разрешающего времени [124,125,128,130]**

Анализируя математические модели каналов связи, можно прийти к выводу о том, что их пропускная способность должна определяться в соответствии с правилом её определения для дискретного канала без помех. Это обусловлено тем, что эффект от памяти канала учитывается при выборе значения длительности символа с учётом ограничений, необходимых для корректного восстановления символов у всей последовательности. При этом при обработке каждого принимаемого символа, значение предшествующих ему символов не учитывается, в том числе и при наличии ошибок измерений, то есть не используется ОСР. Съём информации о символах происходит в дискретные моменты времени, кратные длительности символа, а сигнальное созвездие является дискретным множеством. Таким образом, каждое значение принимаемого символа будет определяться независимо от предыдущих, а учёт памяти канала и ошибок измерений приводит к необходимости соответствующего определения длительности символа.

Таким образом, пропускную способность такого канала на основании [87] можно определить следующим образом

$$C = \max \left\{ \overline{U}_y H(Y) \right\}, \quad (3.3.1)$$

где  $\overline{U}_y = 1 / \tau_c$  – скорость передачи элементарных сигналов (радиоимпульсов),  $H(Y)$  – энтропия символа на входе в канал.

Очевидно, что выражение (3.3.1) с учетом вышеприведенного можно представить следующим образом:

– для канала связи с ФМН- $n$ -сигналами, рассмотренного в разделе 3.1, в виде

$$C = \max \left\{ \overline{U}_y H(Y) \right\} = \max \left\{ \overline{U}_y \right\} \log_2 n, \quad (3.3.2)$$

– для канала связи с АФМН- $N$ -сигналами, рассмотренного в разделе 3.2, в виде

$$C = \max \left\{ \overline{U}_y H(Y) \right\} = \max \left\{ \overline{U}_y \right\} \log_2 N = \max \left\{ \overline{U}_y \right\} \log_2 mn. \quad (3.3.3)$$

Из выражений (3.3.2) и (3.3.3) следует, что, для определения пропускной способности, требуется определить предельную длительность символа  $\tau_c$ , при которой обеспечивается  $\max \left\{ \overline{U}_y \right\}$  с учётом ограничений, которые были определены в предыдущих разделах данной главы. Очевидно, что такой длительностью символа, которая обеспечивает  $\max \left\{ \overline{U}_y \right\}$ , является разрешающее время  $t_{\text{раз}}$ , которое при наличии «окон прозрачности» для ФМН- $n$ -сигнала есть  $\tau_{\text{н.ок}_1}$ , для АФМН- $N$ -сигнала –  $\tau_{\text{АФ.н.ок}_1}$ , а в их отсутствии равно  $\tau_{\text{ф.гр}}$  и  $\tau_{\text{АФ.гр}}$  для ФМН- $n$ - и АФМН- $N$ -сигнала, соответственно.

С точки зрения практической реализации РСПИ, построенных на основе теории разрешающего времени, целесообразно использовать дополнительные оценки пропускной способности, получаемых за счет использования всех составляющих разрешающего времени.

Таким образом общая группа оценок пропускной способности для ФМН- $n$ -сигнала определяется следующим образом на основании (3.3.2)

$$C = t_{\text{раз}}^{-1} \log_2 n, \quad (3.3.4)$$

а для АФМн- $N$ -сигнала на основании (3.3.3)

$$C = t_{\text{раз}}^{-1} \log_2 N = t_{\text{раз}}^{-1} \log_2 mn \quad (3.3.5)$$

На основании выражения (3.1.26), (3.2.13), (3.3.4), (3.3.5) набор оценок пропускной способности может быть представлен в следующем виде:

– для ФМн- $n$ -сигнала

$$C_{\text{б.ок}} = C|_{t_{\text{раз}}=\tau_{\text{ф.гр}}} ; C'_k = C|_{t_{\text{раз}}=\tau_{\text{н.ок}_k}} ; C''_k = C|_{t_{\text{раз}}=\tau_{\text{к.ок}_k}} ; \quad (3.3.6)$$

– для АФМн- $N$ -сигнала

$$C_{\text{б.ок}} = C|_{t_{\text{раз}}=\tau_{\text{АФ.гр}}} ; C'_v = C|_{t_{\text{раз}}=\tau_{\text{АФ.н.ок}_v}} ; C''_v = C|_{t_{\text{раз}}=\tau_{\text{АФ.к.ок}_v}} . \quad (3.3.7)$$

Здесь,  $C_{\text{б.ок}}$  – оценка пропускной способности без использования окон прозрачности;  $C'_k, C'_v$  – оценки верхней границы пропускной способности для  $k$ -го и  $v$  - го «окна прозрачности» при использовании ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигнала, соответственно;  $C''_k, C''_v$  – оценки нижней границы пропускной способности для  $k$ -го и  $v$  - го «окна прозрачности» при использовании ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигнала, соответственно.

При этом очевидно, что потенциальная пропускная способность, реализуемая РСПИ, построенной на базе теории разрешающего времени будет:

а) для ФМн- $n$ -сигнала, при использовании «окон прозрачности» определяться, как

$$C_{\text{пот}} = C|_{t_{\text{раз}}=\tau_{\text{н.ок}_1}}, \text{ а без их использования } C_{\text{пот}} = C|_{t_{\text{раз}}=\tau_{\text{ф.гр}}} ;$$

б) для АФМн- $N$ -сигнала при использовании «окон прозрачности» определяться,

$$\text{как } C_{\text{пот}} = C|_{t_{\text{раз}}=\tau_{\text{АФ.н.ок}_1}}, \text{ а без их использования } C_{\text{пот}} = C|_{t_{\text{раз}}=\tau_{\text{АФ.гр}}} .$$

В заключение важно отметить, что при оценке зависимостей пропускной способности от числа дискретных состояний целесообразно задаваться не абсолютными значениями  $\alpha_{\text{доп}}, \Delta_{\text{доп}}, \varepsilon_{\psi}$  и  $\varepsilon_H$ , а их приведёнными значениями  $\alpha_0 = \alpha_{\text{доп}} / \Delta\varphi_{\text{ш}}, \Delta_0 = \Delta_{\text{доп}} / \Delta M_{\text{ш}}, \mu_{\psi}$  и  $\mu_H$ , соответственно.

### ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 3

1) Разработаны математические модели информационного ЧСКС РСПИ ППИ, в котором для передачи информации используются ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигналы, а управление режимами её работы, в том числе прием и обработка сигналов реализуется на базе применения теории разрешающего времени. Модели учитывают влияние следующих неблагоприятных факторов: а) расстройки по частоте, вызванной: неточностью настройки частоты передатчика или движением среды распространения; б) набег фазы обусловленного малым доплеровским расширением частоте; в) ошибок измерений, вносимых приемником; в) ошибок восстановления (определения) начальной фазы несущего колебания. Для модели с ФМн- $n$ -сигналами дополнительно учитывается влияние работы пороговой подсистемы шумоподавления на решающее устройство.

2) Для разработанных моделей информационного ЧСКС получены аналитические выражения, позволяющие оценить пропускную способность фазовых РСПИ ППИ с использованием нового системного параметра – «разрешающее время».

3) Для достижения наибольшей помехоустойчивости при воздействии мультипликативных помех в форме МСИ требуется использовать постоянный фазовый сдвиг равный  $\pi/n$  для сигнальных созвездий с чётным числом дискретных состояний по фазе  $n$  и при нечётном  $n$  – равным 0.

4) Учёт (компенсация) у реальной РСПИ ошибки определения фазы несущего колебания  $\varphi_{\text{несг}} \in (-\pi/n; \pi/n)$  за счёт её наибольшего значения  $\varphi_{\text{ош}} = \max |\varphi_{\text{несг}}|$  в процессе передачи достигается посредством выбора символьной скорости на основании оценки разрешающего времени при  $Q_{\text{орп}}$  и  $\varepsilon_{\psi}$ , которые определяются с помощью (3.1.19) и (3.1.20). При этом полагается для сигнальных созвездий с

чётным числом дискретных состояний  $\varphi_{\text{сг}} = \frac{\pi}{n} - \varphi_{\text{ош}}$ , а для нечетного числа

дискретных состояний по фазе при  $\varphi_{\text{сг}} = \varphi_{\text{ош}}$ .

5) Для АФМн- $N$ - и ФМн- $n$ - сигналов будет наблюдаться ошибки восстановления тех символов информационной последовательности обусловленных МСИ, чье значение начальной фазы составляет  $\pi$  для сигнальных созвездий, у которых для чётного числа дискретных состояний по фазе постоянный фазовый сдвиг  $\varphi_{cc} = 0$ , а

для нечётного –  $\varphi_{cc} = \frac{\pi}{n}$ .

6) Использование теории разрешающего времени для РСПИ ППИ с ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигналами обеспечивает простоту реализации алгоритма приёма и обработки, поскольку при восстановлении символов информационной последовательности влияние памяти канала учитывается косвенно в выборе длительности символа.

7) Оценка пропускной способности информационного ЧСКС фазовой РСПИ ППИ требует определения разрешающее время канала связи, которое связано с соответствующим анализом переходных процессов, с последующим созданием методов и алгоритмов его оценки, обладающих низкой вычислительной сложностью для обеспечения достижения адаптивного управления работой фазовой РСПИ ППИ.

#### **Глава 4. Теория разрешающего времени для фазовых РСПИ ППИ, работающих в ЧСКС с МСИ. Методы для оценки пропускной способности и разрешающего времени и алгоритмы реализации**

В данной главе были получены следующие результаты с использованием разработанных моделей ЧСКС и подходов к оценке пропускной способности, представленных в предыдущей главе:

1. Выражение в замкнутой форме для оценки потенциальной пропускной способности ЧСКС с КЧХ резонансного фильтра при использовании ФМн- $n$ -сигнале;
2. Разработаны эффективные с вычислительной точки зрения аналитические и численные методы оценки разрешающего времени и пропускной способности для созданных в предыдущей главе моделей, реализующие их алгоритмы с низкой вычислительной сложностью и с высокой степенью параллельности вычислений. Показано, что вычислительная сложность аналитических методов не зависит от объема канального алфавита, а численные методы обеспечивают постоянную вычислительную сложность. Предложены новые подходы для дополнительного снижения вычислительной сложности алгоритмов на базе аналитических методов, в частности методы аналитической кластеризации вычислений повторяющихся элементов.
3. Разработаны новые нестатистические методы оценки эффективной памяти информационного ЧСКС РСПИ ППИ для ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигналов.
4. На основании *применения созданных методов оценки пропускной способности* показано, что: а) эффективная память для наиболее распространенных ЧСКС не превосходит 4 и 5 символов при  $n \leq 128$  и  $N \leq 1024$ , соответственно; б) возможна реализация режима выше скорости Найквиста для фазовых РСПИ ППИ (например, потенциальная пропускная способность в 9 бит/Гц\*с при ФМн-4-сигнале); в) впервые выявлен и исследован режим работы РСПИ ППИ при использовании «окон прозрачности» (ОП). Показано, что выигрыш по пропускной способности

для заданного объема канального алфавита при использовании ОП в среднем составляет в  $1,2 \dots 1,9$  раза по отношению к случаю, когда ОП не используются.

5. Произведена апробация разработанных методов оценки пропускной способности, определена их точность, которая позволяет говорить об корректности получаемых результатов.

#### **4.1 Аналитическая оценка потенциальной пропускной способности канала с памятью с комплексной частотной характеристикой резонансного фильтра при использовании ФМн- $n$ -сигнала, полученная с использованием теории разрешающего времени [118,119,125,307,322]**

Для решения задачи по оценке потенциальной пропускной способности ЧСКС с КЧХ РФ при использовании ФМн- $n$ -сигнала и наличии МСИ были использованы следующие методы: 1) метод медленно меняющихся амплитуд; 2) метод доказательства «от противного».

Аналитическая оценка получена при следующих дополнительных ограничениях:

1. расстройка по частоте отсутствует ( $\Delta\omega = 0$ );
2. пороговое значение амплитуды принимаемого радиосигнала, полагается равным нулю ( $M_{\text{пор}} = 0$ ). Таким образом, подсистема порогового шумоподавления не оказывает влияние на работу приемника и решающего устройства.

С целью оценки пропускной способности выполним анализ скомпенсированной комплексной огибающей ФМн- $n$ -сигнала на выходе ЛИС  $Z_0(t) = Z(t) / \dot{k}(j\omega_0)$  (см. (3.1.4), (3.1.5)), рассматривая процесс передачи  $l$ -го символа в момент времени  $t = t_l + (l-1)t_{\text{раз}}$ , где  $t_l \in [0; t_{\text{раз}}]$ . При анализе будем использовать:

- а) следующие обозначения

$$\alpha_r = \alpha_{\text{уст}}(rt_{\text{раз}}); \quad (4.1.1)$$

$$M'_r = \left| \dot{Z}_0(rt_{\text{раз}}) \right|; \quad (4.1.2)$$

б) подстановки

$$\tau_c = t_{\text{раз}}; \quad (4.1.3)$$

$$\gamma_r = \underbrace{\sum_{q=1}^r 2\theta_q}_{\sum_{q=1}^r \Theta_q} + \varphi_{\text{cc}} = \underbrace{\sum_{q=1}^{r-1} 2\theta_q + \theta_r + \varphi_{\text{cc}} + \theta_r}_{\xi_r} = \xi_r + \theta_r; \quad (4.1.4)$$

$$\xi_{r-1} + \theta_{r-1} = \xi_r - \theta_r; \quad (4.1.5)$$

$$\theta_r = \theta'_r + 0,5\alpha_{r-1}; \quad (4.1.6)$$

$$\xi_r = \xi'_r - 0,5\alpha_{r-1};$$

где  $r = \overline{1, l}$ .

в) свойства функции установления (см. (2.4.7))

$$\text{Re} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) = B_0(t), \quad \text{Im} \dot{B}_0(j\Delta\omega, t) = 0 \text{ при } \Delta\omega = 0; \quad (4.1.7)$$

г) следующие свойства функции установления для РФ, которые следуют из выражения (2.2.2)

$$\begin{aligned} \left[ 1 - B_0(t_l + (l-r)t_{\text{раз}}) \right] &= \left[ 1 - B_0(t_l + (l-r-1)t_{\text{раз}}) \right] \left[ 1 - B_0(t_{\text{раз}}) \right]; \\ B_0(t_l + (l-r)t_{\text{раз}}) - B_0(t_l + (l-r-1)t_{\text{раз}}) &= \left[ 1 - B_0(t_l + (l-r-1)t_{\text{раз}}) \right] B_0(t_{\text{раз}}). \end{aligned} \quad (4.1.8)$$

Выражение для скомпенсированной комплексной огибающей ФМн- $n$ -сигнала на выходе ЛИС с учётом (3.1.4), (4.1.3) – (4.1.5) будет определяться следующим образом

$$\begin{aligned} \dot{Z}_0(t) &= \left[ 1 - B_0(t) \right] \exp(j(\xi_1 - \theta_1)) + \sum_{r=1}^{l-1} \left[ B_0(t - (r-1)t_{\text{раз}}) - B_0(t - rt_{\text{раз}}) \right] \times \\ &\times \exp(j(\xi_r + \theta_r)) + B_0(t - (l-1)t_{\text{раз}}) \exp(j(\xi_l + \theta_l)). \end{aligned} \quad (4.1.9)$$

Её значение в момент времени  $t = t_l + (l-1)t_{\text{раз}}$  на основании (4.1.8) и (4.1.9) будет определяться следующим образом

$$\begin{aligned}
\dot{Z}_0(t_l + (l-1)t_{\text{паз}}) &= [1 - B_0(t_l + (l-1)t_{\text{паз}})] \exp(j(\xi_1 - \theta_1)) + B_0(t_l) \exp(j(\xi_l + \theta_l)) + \\
&+ \sum_{r=1}^{l-1} [B_0(t_l + (l-r)t_{\text{паз}}) - B_0(t_l + (l-r-1)t_{\text{паз}})] \exp(j(\xi_r + \theta_r)) = \\
&= B_0(t_l) \exp(j(\xi_l + \theta_l)) + \sum_{r=2}^{l-1} [B_0(t_l + (l-r)t_{\text{паз}}) - B_0(t_l + (l-r-1)t_{\text{паз}})] \exp(j(\xi_r + \theta_r)) + \\
&+ [1 - B_0(t_l + (l-2)t_{\text{паз}})] \left\{ [1 - B_0(t_{\text{паз}})] \exp(j(\xi_1 - \theta_1)) + B_0(t_{\text{паз}}) \exp(j(\xi_1 + \theta_1)) \right\}. \quad (4.1.10)
\end{aligned}$$

Анализируя выражение в фигурных скобках в равенстве (4.1.10) с учётом (2.1.3), (2.4.2) и (4.1.7), приходим к выводу, что оно представляет значение комплексной огибающей переходного процесса, вызванного скачком фазы гармонического колебания, в момент окончания передачи символа, в данном случае первого символа информационной последовательности. В результате выражение в  $\{ \cdot \}$  из (4.1.10) можно представить следующим образом, учитывая (4.1.1), (4.1.2) и (4.1.5)

$$\{ \cdot \} = M_1' \exp(j(\xi_1 + \theta_1 + \alpha_1)) = M_1' \exp(j(\xi_2 - \theta_2 + \alpha_1)). \quad (4.1.11)$$

Дальнейшее преобразование выражения (4.1.10) произведём, учитывая равенства (4.1.11), (4.1.5), (4.1.6) и (4.1.8). В результате получим

$$\begin{aligned}
\dot{Z}_0(t_l + (l-1)t_{\text{паз}}) &= B_0(t_l) \exp(j(\xi_l + \theta_l)) + [1 - B_0(t_l + (l-2)t_{\text{паз}})] M_1' \exp(j(\xi_2 - \theta_2 + \alpha_1)) + \\
&+ [B_0(t_l + (l-2)t_{\text{паз}}) - B_0(t_l + (l-3)t_{\text{паз}})] \exp(j(\xi_2 + \theta_2)) + \\
&+ \sum_{r=3}^{l-1} [B_0(t_l + (l-r)t_{\text{паз}}) - B_0(t_l + (l-r-1)t_{\text{паз}})] \exp(j(\xi_r + \theta_r)) = \\
&= [1 - B_0(t_l + (l-3)t_{\text{паз}})] \left\{ [1 - B_0(t_{\text{паз}})] M_1' \exp(j(\xi_2 - \theta_2 + \alpha_1)) + B_0(t_{\text{паз}}) \exp(j(\xi_2 + \theta_2)) \right\} + \\
&+ \sum_{r=3}^{l-1} [B_0(t_l + (l-r)t_{\text{паз}}) - B_0(t_l + (l-r-1)t_{\text{паз}})] \exp(j(\xi_r + \theta_r)) + B_0(t_l) \exp(j(\xi_l + \theta_l)) = \\
&= [1 - B_0(t_l + (l-3)t_{\text{паз}})] \left\{ [1 - B_0(t_{\text{паз}})] M_1' \exp(j(\xi_2' - \theta_2')) + B_0(t_{\text{паз}}) \exp(j(\xi_2' + \theta_2')) \right\} + \\
&+ \sum_{r=3}^{l-1} [B_0(t_l + (l-r)t_{\text{паз}}) - B_0(t_l + (l-r-1)t_{\text{паз}})] \exp(j(\xi_r + \theta_r)) + \\
&+ B_0(t_l) \exp(j(\xi_l + \theta_l)). \quad (4.1.12)
\end{aligned}$$

Анализируя выражение в фигурных скобках в равенстве (4.1.12) с учётом (2.4.2) и (4.1.7), приходим к выводу, что оно представляет значение комплексной огибающей переходного процесса, вызванного одновременным скачком фазы и амплитуды гармонического колебания, в момент окончания передачи символа, в данном случае второго символа информационной последовательности. В результате с учётом (4.1.1), (4.1.2), (4.1.5), (4.1.6) его можно представить следующим образом

$$\begin{aligned} \{ \cdot \} &= M'_2 \exp(j(\xi'_2 + \theta'_2 + \alpha_2)) = M'_2 \exp(j(\xi_2 + \theta_2 + \alpha_2)) = \\ &= M'_2 \exp(j(\xi_3 - \theta_3 + \alpha_2)). \end{aligned} \quad (4.1.13)$$

С учётом (4.1.13) выражение (4.1.12) примет вид

$$\begin{aligned} \dot{Z}_0(t_l + (l-1)t_{\text{раз}}) &= \sum_{r=4}^{l-1} [B_0(t_l + (l-r)t_{\text{раз}}) - B_0(t_l + (l-r-1)t_{\text{раз}})] \exp(j(\xi_r + \theta_r)) + \\ &+ [B_0(t_l + (l-3)t_{\text{раз}}) - B_0(t_l + (l-4)t_{\text{раз}})] \exp(j(\xi_3 + \theta_3)) + \\ &+ [1 - B_0(t_l + (l-3)t_{\text{раз}})] M'_2 \exp(j(\xi_3 - \theta_3 + \alpha_2)) + B_0(t_l) \exp(j(\xi_l + \theta_l)). \end{aligned} \quad (4.1.14)$$

Анализируя выражения (4.1.14) и (4.1.12), можно прийти к выводу, что они имеют одинаковую структуру и отличаются лишь значением номера рассматриваемого символа. Таким образом можно прийти к выводу, что ФМн- $n$ -сигнал на выходе рассматриваемой в данном разделе ЛИС, при передаче каждого символа, соответствует протеканию переходного процесса одного из двух типов: 1-ый тип вызван скачком фазы гармонического колебания, когда  $M'_{r-1} = 1$ ,  $\alpha_{r-1} = 0$ , при  $r = \overline{1, l}$ ; 2-й тип вызван одновременным скачкообразным изменением его амплитуды и фазы, когда  $M'_{r-1} < 1$ ,  $\alpha_{r-1} \neq 0$  при  $r = \overline{2, l}$ . При этом влияние предшествующего символа с номером  $(r-1)$  на следующий за ним учитывается только посредством начальных условий  $M'_{r-1}$ ,  $\alpha_{r-1}$  при использовании такой формы описания ФМн- $n$ -сигнала в данном случае. С учётом вышеизложенного выражение (4.1.14) в итоге можно представить следующим образом

$$\dot{Z}_0(t_l + (l-1)t_{\text{раз}}) = [1 - B_0(t_l)] M'_{l-1} \exp(j(\xi_l - \theta_l + \alpha_{l-1})) + B_0(t_l) \exp(j(\xi_l + \theta_l)),$$

где  $M'_{l-1} \exp(j(\xi_l - \theta_l + \alpha_{l-1}))$  – комплексная амплитуда переходного процесса ФМн- $n$ -сигнала на выходе ЛИС в момент окончания  $(l-1)$ -го символа информационной последовательности.

При этом выражение (4.1.9), когда  $t \in [0; lt_{\text{раз}}]$ , представим в виде

$$\begin{aligned} \dot{Z}_0(t) = & \sum_{r=1}^l \left[ \left( 1(t - (r-1)t_{\text{раз}}) - 1(t - rt_{\text{раз}}) \right) \left[ \left( 1 - B_0(t - (r-1)t_{\text{раз}}) \right) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times M'_{r-1} \exp(j(\xi_r - \theta_r + \alpha_{r-1})) + B_0(t - (r-1)t_{\text{раз}}) \exp(j(\xi_r + \theta_r)) \right] \right], \quad (4.1.15) \end{aligned}$$

где  $M'_{r-1} = 1$ ,  $\alpha_{r-1} = 0$  при  $r = 1$ .

Очевидно, что данные выводы справедливы для любого  $d$ -го символа из принимаемой последовательности на выходе рассматриваемой ЛИС при условии, что символ рассматривается в моменты времени  $t = t_d + (d-1)t_{\text{раз}}$ , где  $t_d \in [0; t_{\text{раз}}]$ .

Следовательно, для определения разрешающего времени требуется определить тип переходного процесса, который обеспечивает наибольшее время установления при заданной допустимой ошибке установления по фазе. Определение типа переходного процесса осуществим посредством сравнения значений функций установления в моменты наибольших времён установлений каждого из типов переходных процессов. Это обусловлено тем, что зависимость (2.2.2) монотонно возрастает с увеличением времени.

Для этого получим выражения, позволяющие оценить времена установлений по значениям функции установления для двух типов переходных процессов при заданной ошибке установления по фазе. Так выражение для первого типа переходного процесса, позволяющее оценить время установления  $t_{\text{уст}}$  на основании значения функции установления  $B_0(t_{\text{уст}})$ , получим из выражения (4.1.15). Для этого положим в нём  $t = t_{\text{уст}}$ ,  $t_{\text{уст}} \in (0; t_{\text{раз}}]$ ,  $l = 2$ ,

$\dot{Z}_0(t_{\text{уст}}) = \hat{M}_1 \exp \left[ j(\xi_1 + \theta_1 + \alpha_{\text{уст}}(t_{\text{уст}})) \right]$  и после простейших преобразований с учётом (2.4.7) получим

$$\hat{M}_1 \exp \left[ j \left( \theta_1 + \alpha_{\text{уст}} \left( t_{\text{уст}} \right) \right) \right] = \left[ 1 - B_0 \left( t_{\text{уст}} \right) \right] \exp(-j\theta_1) + B_0 \left( t_{\text{уст}} \right) \exp(j\theta_1). \quad (4.1.16)$$

Учитывая (2.3.3) и (2.3.5), преобразуем выражения (4.1.16) к уравнению, позволяющему определить  $B_0 \left( t_{\text{уст}} \right)$ . В результате оно примет вид

$$\operatorname{tg} \left( \theta_1 + \alpha_{\text{уст}} \left( t_{\text{уст}} \right) \right) = - \left( 1 - 2B_0 \left( t_{\text{уст}} \right) \right) \operatorname{tg} \theta_1. \quad (4.1.17)$$

Преобразуем выражение (4.1.17) относительно  $B_0 \left( t_{\text{уст}} \right)$

$$\begin{aligned} \frac{\sin \left( \theta_1 + \alpha_{\text{уст}} \left( t_{\text{уст}} \right) \right)}{\cos \left( \theta_1 + \alpha_{\text{уст}} \left( t_{\text{уст}} \right) \right)} &= - \left( 1 - 2B_0 \left( t_{\text{уст}} \right) \right) \frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1}; \\ \sin \left( \theta_1 + \alpha_{\text{уст}} \left( t_{\text{уст}} \right) \right) \cos \theta_1 &= - \left( 1 - 2B_0 \left( t_{\text{уст}} \right) \right) \sin \theta_1 \cos \left( \theta_1 + \alpha_{\text{уст}} \left( t_{\text{уст}} \right) \right); \\ \sin \left( \theta_1 + \alpha_{\text{уст}} \left( t_{\text{уст}} \right) \right) \cos \theta_1 + \cos \left( \theta_1 + \alpha_{\text{уст}} \left( t_{\text{уст}} \right) \right) \sin \theta_1 &= \\ &= 2B_0 \left( t_{\text{уст}} \right) \sin \theta_1 \cos \left( \theta_1 + \alpha_{\text{уст}} \left( t_{\text{уст}} \right) \right); \\ B_0 \left( t_{\text{уст}} \right) &= \frac{\sin \left( 2\theta_1 + \alpha_{\text{уст}} \left( t_{\text{уст}} \right) \right)}{2 \sin \theta_1 \cos \left( \theta_1 + \alpha_{\text{уст}} \left( t_{\text{уст}} \right) \right)}; \end{aligned}$$

в результате получим выражение для первого типа переходного процесса

$$B_0 \left( t_{\text{уст}} \right) = \frac{\sin \left( 2\theta_1 + \alpha_{\text{уст}} \left( t_{\text{уст}} \right) \right)}{\sin \left( 2\theta_1 + \alpha_{\text{уст}} \left( t_{\text{уст}} \right) \right) - \sin \alpha_{\text{уст}} \left( t_{\text{уст}} \right)}. \quad (4.1.18)$$

Выражение, позволяющее оценить время установления  $t'_{\text{уст}}$  на основании значения функции установления  $B_0 \left( t'_{\text{уст}} \right)$  для второго типа переходного процесса, получим из выражения (4.1.15), рассмотрев передачу любого  $r = \overline{2, l}$ -го информационного символа последовательности в течении времени  $t \in \left[ (r-1)t_{\text{раз}}; rt_{\text{раз}} \right]$ . Для этого положим в данном выражении  $t = (r-1)t_{\text{раз}} + t'_{\text{уст}}$ , где  $t'_{\text{уст}} \in \left( 0; t_{\text{раз}} \right]$  и  $\dot{Z}_0 \left( (r-1)t_{\text{раз}} + t'_{\text{уст}} \right) = \hat{M}_r \exp \left[ j \left( \xi_r + \theta_r + \alpha_y \left( t'_{\text{уст}} \right) \right) \right]$ ;  $\alpha_y \left( t'_{\text{уст}} \right) = \alpha_{\text{уст}} \left( (r-1)t_{\text{раз}} + t'_{\text{уст}} \right)$ .

В результате данное выражение примет вид

$$\begin{aligned}
\hat{M}_r \exp\left[j\left(\xi_r + \theta_r + \alpha_y(t'_{\text{уст}})\right)\right] &= \left(1(t'_{\text{уст}}) - 1(t'_{\text{уст}} - t_{\text{раз}})\right) \left[\left(1 - B_0(t'_{\text{уст}})\right) \times \right. \\
&\times M'_{r-1} \exp\left(j\left(\xi_r - \theta_r + \alpha_{r-1}\right)\right) + B_0(t'_{\text{уст}}) \exp\left(j\left(\xi_r + \theta_r\right)\right)\left. \right] + \\
&+ \left(1(t'_{\text{уст}} - t_{\text{раз}}) - 1(t'_{\text{уст}} - 2t_{\text{раз}})\right) \left[\left(1 - B_0(t'_{\text{уст}} - t_{\text{раз}})\right) \times \right. \\
&\times M'_r \exp\left(j\left(\xi_{r+1} - \theta_{r+1} + \alpha_r\right)\right) + B_0(t'_{\text{уст}} - t_{\text{раз}}) \exp\left(j\left(\xi_{r+1} + \theta_{r+1}\right)\right)\left. \right]. \quad (4.1.19)
\end{aligned}$$

Учитывая (4.1.5) и (2.4.7), преобразуем выражение (4.1.19)

$$\begin{aligned}
\hat{M}_r \exp\left(j\left(\xi_r + \theta_r + \alpha_y(t'_{\text{уст}})\right)\right) &= \left(1(t'_{\text{уст}}) - 1(t'_{\text{уст}} - t_{\text{раз}})\right) \left[\left(1 - B_0(t'_{\text{уст}})\right) \times \right. \\
&\times M'_{r-1} \exp\left(j\left(\xi_r - \theta_r + \alpha_{r-1}\right)\right) + B_0(t'_{\text{уст}}) \exp\left(j\left(\xi_r + \theta_r\right)\right)\left. \right] + \\
&+ \left(1(t'_{\text{уст}} - t_{\text{раз}}) - 1(t'_{\text{уст}} - 2t_{\text{раз}})\right) \left(1 - B_0(t'_{\text{уст}} - t_{\text{раз}})\right) \times \\
&\times M'_r \exp\left(j\left(\xi_r + \theta_r + \alpha_r\right)\right). \quad (4.1.20)
\end{aligned}$$

Из выражения (4.1.20) видно, что при  $t'_{\text{уст}} = t_{\text{раз}}$

$\hat{M}_r \exp\left(j\left(\xi_r + \theta_r + \alpha_y(t'_{\text{уст}})\right)\right) = M'_r \exp\left(j\left(\xi_r + \theta_r + \alpha_r\right)\right)$ , поэтому его можно

представить в следующем виде

$$\begin{aligned}
\hat{M}_r \exp\left(j\left(\xi_r + \theta_r + \alpha_y(t'_{\text{уст}})\right)\right) &= \left(1 - B_0(t'_{\text{уст}})\right) M'_{r-1} \exp\left(j\left(\xi_r - \theta_r + \alpha_{r-1}\right)\right) + \\
&+ B_0(t'_{\text{уст}}) \exp\left(j\left(\xi_r + \theta_r\right)\right),
\end{aligned}$$

а с учётом замены равенств (4.1.6) в следующей форме

$$\begin{aligned}
\hat{M}_r \exp\left(j\left(\xi'_r + \theta'_r + \alpha_y(t'_{\text{уст}})\right)\right) &= \left(1 - B_0(t'_{\text{уст}})\right) M'_{r-1} \exp\left(j\left(\xi'_r - \theta'_r\right)\right) + \\
&+ B_0(t'_{\text{уст}}) \exp\left(j\left(\xi'_r + \theta'_r\right)\right), \quad (4.1.21)
\end{aligned}$$

или

$$\hat{M}_r \exp\left[j\left(\theta'_r + \alpha_y(t'_{\text{уст}})\right)\right] = \left(1 - B_0(t'_{\text{уст}})\right) M'_{r-1} \exp\left(-j\theta'_r\right) + B_0(t'_{\text{уст}}) \exp\left(j\theta'_r\right). \quad (4.1.22)$$

Учитывая (2.5.1), (2.5.5) и (4.1.22), уравнение, позволяющее определить  $B_0(t'_{\text{уст}})$ , примет вид

$$\operatorname{tg}\left(\theta'_r + \alpha_y(t'_{\text{уст}})\right) = \frac{B_0(t'_{\text{уст}})\sin\theta'_r - M'_{r-1}(1 - B_0(t'_{\text{уст}}))\sin\theta'_r}{B_0(t'_{\text{уст}})\cos\theta'_r + M'_{r-1}(1 - B_0(t'_{\text{уст}}))\cos\theta'_r}. \quad (4.1.23)$$

Преобразуем выражение (4.1.23) относительно  $B_0(t'_{\text{уст}})$  аналогично тому, как это было сделано с (4.1.17). В результате для переходного процесса второго типа выражение для  $B_0(t'_{\text{уст}})$  примет вид

$$B_0(t'_{\text{уст}}) = \frac{M'_{r-1}\sin(2\theta'_r + \alpha_y(t'_{\text{уст}}))}{-\sin\alpha_y(t'_{\text{уст}}) + M'_{r-1}\sin(2\theta'_r + \alpha_y(t'_{\text{уст}}))}. \quad (4.1.24)$$

Здесь и далее под  $2\theta'_r = 2\theta_r - \alpha_{r-1}$  будем понимать эффективный фазовый скачок, вызванный не полным установлением мгновенной фазы в процессе передачи  $(r-1)$ -го символа. Очевидно, что  $|\alpha_{r-1}| \leq \alpha_{\text{доп}}$ , поскольку при получении выражения (4.1.24) полагалось, что длительность символа составляла  $\tau_c = t_{\text{раз}}$ .

Поскольку начальный фазовый сдвиг сигнального созвездия лишь накладывает ограничение на наибольшее значение допустимой ошибки установления по фазе, то при определении типа переходного процесса на основании анализа выражений (4.1.18) и (4.1.24) будем использовать эквивалентные значения фазовых скачков, которые определяют только динамическую составляющую переходного процесса, и не учитывают эффекты с перескоком мгновенной фазы при переходе через точку на комплексной плоскости  $\pm\pi$ , то есть статическую составляющую. Учёт данной особенности, как ранее было отмечено производится за счёт ограничения наибольшего значения допустимой ошибки установления.

Множество  $2\theta_{\text{экр}}$  эквивалентных фазовых скачков, определяется

$$2\theta_{\text{экр}} = \left\{ \left[ g - \|0,5n\| - (1 - n \bmod 2) \right] \frac{2\pi}{n} \mid g=1, n - n \bmod 2 + 1 \right\}. \quad (4.1.25)$$

Здесь  $\bmod$  – операция взятия остатка от деления.

Множество  $2\theta_{\text{экв}}$  получается из множества исходных значений фазовых скачков  $2\theta_{\text{исх}}$ , определяемых как все возможные комбинации разностей между значениями начальных фаз сигнального созвездия

$$2\theta_{\text{исх}} = \left\{ \frac{2\pi}{n}(i-n) \middle| i=1, 2n-1 \right\}, \quad (4.1.26)$$

путем использования следующего преобразования

$$2\theta_{\text{э}} = \begin{cases} 2\theta_{\text{и}}, & \text{если } 2\theta_{\text{и}} \in [-\pi; \pi]; \\ -2\pi + 2\theta_{\text{и}}, & \text{если } 2\theta_{\text{и}} \in (\pi; 2\pi); \\ 2\pi + 2\theta_{\text{и}}, & \text{если } 2\theta_{\text{и}} \in (-2\pi; -\pi); \end{cases} \quad (4.1.27)$$

где  $2\theta_{\text{и}} \in 2\theta_{\text{исх}}$ ;  $2\theta_{\text{э}} \in 2\theta_{\text{экв}}$ .

Далее при анализе выражений (4.1.18) и (4.1.24) с целью определения разрешающего времени будем полагать, что

$$2\theta_1 \in 2\theta_{\text{экв}}; 2\theta'_r \in 2\theta_{\text{экв}}, \quad (4.1.28)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\text{у}}(t'_{\text{уст}}) &= \alpha'_{\text{доп}} \\ \alpha_{\text{уст}}(t_{\text{уст}}) &= \alpha'_{\text{доп}} \end{aligned} \right\}, \quad (4.1.29)$$

здесь

$$\alpha'_{\text{доп}} = \pm \alpha_{\text{доп}}, \quad (4.1.30)$$

где  $\alpha_{\text{доп}} > 0$ ; «+» при  $2\theta_1 \in (-\pi; 0)$  и  $2\theta'_r \in (-\pi; 0)$ , и «-» при  $2\theta_1 \in (0; \pi)$  и  $2\theta'_r \in (0; \pi)$ . Вышеуказанное следует из результатов главы 2.

При этом необходимо отметить, что

$$\alpha'_{\text{доп}} = 0 \text{ при } 2\theta_1 = 2\theta'_r = \pm\pi. \quad (4.1.31)$$

Это обусловлено тем, что при данных скачках фазы изменение мгновенной фазы носит скачкообразный характер, что также следует из результатов главы 2.

Перед проведением анализа докажем ряд свойств зависимостей (4.1.18) и (4.1.24):

1. *Свойство чётности*, которое заключается, что зависимости (4.1.18) и (4.1.24) не изменяют своего значения при изменении знака переменной  $2\theta_1$  и  $2\theta_1'$ , соответственно.

□ Данное свойство для (4.1.18) доказывается следующим образом. Пусть  $2\theta_1 \in (-\pi; 0)$ , тогда  $\alpha_{\text{уст}}(t_{\text{уст}}) = \alpha_{\text{доп}}$  в силу выполнения (4.1.30). В этом случае (4.1.18) примет вид

$$B_0(t_{\text{уст}}) = \frac{\sin(-|2\theta_1| + \alpha_{\text{доп}})}{\sin(-|2\theta_1| + \alpha_{\text{доп}}) - \sin \alpha_{\text{доп}}} = \frac{\sin(|2\theta_1| - \alpha_{\text{доп}})}{\sin(|2\theta_1| - \alpha_{\text{доп}}) + \sin \alpha_{\text{доп}}}. \quad (4.1.32)$$

В тоже время равенство (4.1.18) при  $\alpha_{\text{уст}}(t_{\text{уст}}) = -\alpha_{\text{доп}}$  и  $2\theta_1 \in (0; \pi)$  имеет вид

$$B_0(t_{\text{уст}}) = \frac{\sin(2\theta_1 - \alpha_{\text{доп}})}{\sin(2\theta_1 - \alpha_{\text{доп}}) + \sin \alpha_{\text{доп}}}. \quad (4.1.33)$$

Дополнительно определим значения выражения (4.1.18), учитывая (4.1.30), при (4.1.31)

$$B_0(t_{\text{уст}}) \Big|_{2\theta_1=\pi} = \lim_{\alpha_{\text{доп}} \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi - \alpha_{\text{доп}})}{\sin(\pi - \alpha_{\text{доп}}) + \sin \alpha_{\text{доп}}} = \lim_{\alpha_{\text{доп}} \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha_{\text{доп}}}{2 \sin \alpha_{\text{доп}}}. \quad (4.1.34)$$

$$\begin{aligned} B_0(t_{\text{уст}}) \Big|_{2\theta_1=-\pi} &= \lim_{\alpha_{\text{доп}} \rightarrow 0} \frac{\sin(-\pi + \alpha_{\text{доп}})}{\sin(-\pi + \alpha_{\text{доп}}) - \sin \alpha_{\text{доп}}} = \\ &= \lim_{\alpha_{\text{доп}} \rightarrow 0} \frac{-\sin(\pi - \alpha_{\text{доп}})}{-\sin(\pi - \alpha_{\text{доп}}) - \sin \alpha_{\text{доп}}} = \lim_{\alpha_{\text{доп}} \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha_{\text{доп}}}{2 \sin \alpha_{\text{доп}}}. \end{aligned} \quad (4.1.35)$$

Оценим значения выражений (4.1.34) и (4.1.35), используя правило Лопиталю, поскольку они представляют неопределенность  $(0/0)$ . В результате получим

$$B_0(t_{\text{уст}}) \Big|_{2\theta_1=\pm\pi} = \lim_{\alpha_{\text{доп}} \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{d\alpha_{\text{доп}}} \sin \alpha_{\text{доп}}}{\frac{d}{d\alpha_{\text{доп}}} 2 \sin \alpha_{\text{доп}}} = \lim_{\alpha_{\text{доп}} \rightarrow 0} \frac{\cos \alpha_{\text{доп}}}{2 \cos \alpha_{\text{доп}}} = 0,5. \quad (4.1.36)$$

Учитывая вышеполученные результаты и (4.1.36), приходим к выводу, что свойство чётности для (4.1.18) при ограничениях (4.1.28) – (4.1.31) доказано.

Рассмотрим доказательство данного свойства для равенства (4.1.24). Пусть  $2\theta'_r \in (-\pi; 0)$ , тогда  $\alpha_y(t'_{уст}) = \alpha_{доп}$  в силу выполнения (4.1.30), (4.1.24) примет вид

$$B_0(t'_{уст}) = \frac{M'_{r-1} \sin(-|2\theta'_r| + \alpha_{доп})}{-\sin \alpha_{доп} + M'_{r-1} \sin(-|2\theta'_r| + \alpha_{доп})} = \frac{M'_{r-1} \sin(|2\theta'_r| - \alpha_{доп})}{\sin \alpha_{доп} + M'_{r-1} \sin(|2\theta'_r| - \alpha_{доп})}, \quad (4.1.37)$$

в тоже время  $\alpha_y(t'_{уст}) = -\alpha_{доп}$  при  $2\theta'_r \in (0; \pi)$  примет вид

$$B_0(t'_{уст}) = \frac{M'_{r-1} \sin(2\theta'_r - \alpha_{доп})}{\sin \alpha_{доп} + M'_{r-1} \sin(2\theta'_r - \alpha_{доп})}. \quad (4.1.38)$$

Как видим выражения (4.1.37) и (4.1.38) приводят к идентичным результатам.

Дополнительно определим значения выражения (4.1.24), учитывая (4.1.30), при (4.1.31)

$$B_0(t'_{уст}) \Big|_{2\theta'_r = \pi} = \lim_{\alpha_{доп} \rightarrow 0} \frac{M'_{r-1} \sin(\pi - \alpha_{доп})}{\sin \alpha_{доп} + M'_{r-1} \sin(\pi - \alpha_{доп})} = \frac{M'_{r-1} \sin \alpha_{доп}}{\sin \alpha_{доп} + M'_{r-1} \sin \alpha_{доп}}. \quad (4.1.39)$$

$$B_0(t'_{уст}) \Big|_{2\theta'_r = -\pi} = \lim_{\alpha_{доп} \rightarrow 0} \frac{M'_{r-1} \sin(-\pi + \alpha_{доп})}{-\sin \alpha_{доп} + M'_{r-1} \sin(-\pi + \alpha_{доп})} = \frac{M'_{r-1} \sin \alpha_{доп}}{\sin \alpha_{доп} + M'_{r-1} \sin \alpha_{доп}}. \quad (4.1.40)$$

Оценим значения выражений (4.1.39) и (4.1.40), используя правило Лопиталья, поскольку они представляют неопределенность  $(0/0)$ , в результате получим

$$\begin{aligned} B_0(t'_{уст}) \Big|_{2\theta'_r = \pm\pi} &= \lim_{\alpha_{доп} \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{d\alpha_{доп}} M'_{r-1} \sin \alpha_{доп}}{\frac{d}{d\alpha_{доп}} (\sin \alpha_{доп} + M'_{r-1} \sin \alpha_{доп})} = \\ &= \lim_{\alpha_{доп} \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{d\alpha_{доп}} M'_{r-1} \cos \alpha_{доп}}{\frac{d}{d\alpha_{доп}} (\cos \alpha_{доп} + M'_{r-1} \cos \alpha_{доп})} = \frac{M'_{r-1}}{1 + M'_{r-1}}. \end{aligned} \quad (4.1.41)$$

Учитывая вышеполученные результаты и (4.1.41), приходим к выводу, что свойство чётности для (4.1.24) при ограничениях (4.1.28) – (4.1.31) доказано. ■

2. Достижение наибольшего значения  $B_0(t_{уст})$  и  $B_0(t'_{уст})$  при заданной допустимой ошибке установления происходит при значении фазовых скачков<sup>1</sup>

$$2\hat{\theta}_{1_{\max}} = 2\hat{\theta}'_{r_{\max}} = \pm \left( \frac{\pi}{2} + \alpha_{\text{доп}} \right).$$

□ Вначале докажем данное свойство для первого типа переходного процесса при ограничениях (4.1.28) – (4.1.30), исследуя (4.1.18) на экстремум за счёт решения уравнения  $dB_0(t_{уст})/d2\hat{\theta}_{1_3} = 0$ . Здесь  $2\hat{\theta}_{1_3}$  – искомое значение фазового скачка, при котором наблюдается экстремум. При решении будем использовать следующие замены в (4.1.18), которые с учётом *свойства чётности* имеют вид:  $2\theta_1$  на  $2\hat{\theta}_{1_3} \in (\alpha_{\text{доп}}; \pi)$  и  $\alpha_{уст}(t_{уст}) = -\alpha_{\text{доп}}$ . Благодаря им  $dB_0(t_{уст})/d2\hat{\theta}_{1_3}$  примет вид

$$\begin{aligned} \frac{dB_0(t_{уст})}{d2\hat{\theta}_{1_3}} &= \frac{1}{\left[ \sin(2\hat{\theta}_{1_3} - \alpha_{\text{доп}}) + \sin \alpha_{\text{доп}} \right]^2} \times \\ &\times \left[ \cos(2\hat{\theta}_{1_3} - \alpha_{\text{доп}}) \left[ \sin(2\hat{\theta}_{1_3} - \alpha_{\text{доп}}) + \sin \alpha_{\text{доп}} \right] - \sin(2\hat{\theta}_{1_3} - \alpha_{\text{доп}}) \cos(2\hat{\theta}_{1_3} - \alpha_{\text{доп}}) \right] = \\ &= \frac{\sin \alpha_{\text{доп}} \cos(2\hat{\theta}_{1_3} - \alpha_{\text{доп}})}{\left[ \sin(2\hat{\theta}_{1_3} - \alpha_{\text{доп}}) + \sin \alpha_{\text{доп}} \right]^2}. \end{aligned} \quad (4.1.42)$$

С учётом (4.1.42) уравнение  $dB_0(t_{уст})/d2\hat{\theta}_{1_3} = 0$  примет

$$\frac{\sin \alpha_{\text{доп}} \cos(2\hat{\theta}_{1_3} - \alpha_{\text{доп}})}{\left[ \sin(2\hat{\theta}_{1_3} - \alpha_{\text{доп}}) + \sin \alpha_{\text{доп}} \right]^2} = 0. \quad (4.1.43)$$

Решение уравнения (4.1.43) имеет вид

$$2\hat{\theta}_{1_3} = \frac{\pi}{2} + \alpha_{\text{доп}}, \quad (4.1.44)$$

<sup>1</sup> Здесь и далее маркер «домик» используется при обозначении фазового скачка, принимающего любое значение из интервала  $(-\pi; -\alpha_{\text{доп}}) \cup (\alpha_{\text{доп}}; \pi)$ .

где  $\alpha_{\text{доп}} < \frac{\pi}{2}$ ; а, с учётом *свойства чётности*, общее решение имеет вид

$$2\hat{\theta}_{1_3} = \pm \left( \frac{\pi}{2} + \alpha_{\text{доп}} \right). \quad (4.1.45)$$

Здесь «+» при  $2\hat{\theta}_{1_3} \in (\alpha_{\text{доп}}; \pi)$  и «-» при  $2\hat{\theta}_{1_3} \in (-\pi; -\alpha_{\text{доп}})$ .

Определим значение зависимости (4.1.18) при (4.1.44)

$$\begin{aligned} B_0(t_{\text{э}}) &= B_0(t_{\text{уст}}) \Big|_{\substack{t_{\text{уст}}=t_{\text{э}} \\ 2\theta_1=2\hat{\theta}_{1_3}}} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_{\text{доп}} - \alpha_{\text{доп}}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_{\text{доп}} - \alpha_{\text{доп}}\right) + \sin\alpha_{\text{доп}}} = \\ &= \frac{1}{1 + \sin\alpha_{\text{доп}}} = \frac{1}{2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha_{\text{доп}}}{2}\right)} = \frac{1}{2} \left( \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha_{\text{доп}}}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha_{\text{доп}}}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha_{\text{доп}}}{2}\right)} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left( 1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha_{\text{доп}}}{2}\right) \right). \end{aligned} \quad (4.1.46)$$

Для определения типа экстремума, достигаемого при (4.1.44), необходимо определить значения соотношения (4.1.18) при  $2\hat{\theta}_{1_3} \rightarrow \pi$  и  $2\hat{\theta}_{1_3} \rightarrow \alpha_{\text{доп}}$ . На основании (4.1.36) и (4.1.18) их значения определяются следующим образом

$$\begin{aligned} B_0(t_{\text{уст}}) \Big|_{2\theta_1=2\hat{\theta}_{1_3} \rightarrow \alpha_{\text{доп}}} &= 0, \\ B_0(t_{\text{уст}}) \Big|_{2\theta_1=2\hat{\theta}_{1_3} \rightarrow \pi} &= 0,5. \end{aligned} \quad (4.1.47)$$

Из сравнения (4.1.46) и (4.1.47) и справедливости *свойства чётности* следует, что при (4.1.45) зависимость (4.1.18) при соблюдении ограничения (4.1.30) достигает своего максимума. Таким образом,  $2\hat{\theta}_{1_{\text{макс}}} = 2\hat{\theta}_{1_3}$ .

Доказательство для второго типа переходного процесса произведём аналогичным образом при ограничениях (4.1.28) – (4.1.30), исследуя (4.1.24) на экстремум за счёт решения уравнения  $dB_0(t'_{\text{уст}})/d2\hat{\theta}'_{r_3} = 0$ . Здесь  $2\hat{\theta}'_{r_3}$  – искомое

значение фазового скачка, при котором наблюдается экстремум. При решении будем использовать следующие замены в (4.1.24), которые с учётом *свойства чётности* примут вид:  $2\theta'_r$  на  $2\hat{\theta}'_{r_3} \in (\alpha_{\text{доп}}; \pi)$  и  $\alpha'_y(t'_{\text{уст}}) = -\alpha_{\text{доп}}$ , благодаря которым  $dB_0(t'_{\text{уст}})/d2\hat{\theta}'_{r_3}$  примет вид

$$\begin{aligned} \frac{dB_0(t'_{\text{уст}})}{d2\hat{\theta}'_{r_3}} &= \frac{1}{\left[ \sin \alpha_{\text{доп}} + M'_{r-1} \sin(2\hat{\theta}'_{r_3} - \alpha_{\text{доп}}) \right]^2} \times \\ &\times \left\{ M'_{r-1} \cos(2\hat{\theta}'_{r_3} - \alpha_{\text{доп}}) \left[ \sin \alpha_{\text{доп}} + M'_{r-1} \sin(2\hat{\theta}'_{r_3} - \alpha_{\text{доп}}) \right] - \right. \\ &\quad \left. - (M'_{r-1})^2 \sin(2\hat{\theta}'_{r_3} - \alpha_{\text{доп}}) \cos(2\hat{\theta}'_{r_3} - \alpha_{\text{доп}}) \right\} = \\ &= \frac{M'_{r-1} \cos(2\hat{\theta}'_{r_3} - \alpha_{\text{доп}}) \sin \alpha'_{\text{доп}}}{\left[ \sin \alpha_{\text{доп}} + M'_{r-1} \sin(2\hat{\theta}'_{r_3} - \alpha_{\text{доп}}) \right]^2}. \end{aligned} \quad (4.1.48)$$

С учётом (4.1.48) уравнение  $dB_0(t'_{\text{уст}})/d2\hat{\theta}'_{r_3} = 0$  примет вид

$$\frac{M'_{r-1} \cos(2\hat{\theta}'_{r_3} - \alpha_{\text{доп}}) \sin \alpha'_{\text{доп}}}{\left[ \sin \alpha_{\text{доп}} + M'_{r-1} \sin(2\hat{\theta}'_{r_3} - \alpha_{\text{доп}}) \right]^2} = 0. \quad (4.1.49)$$

Решение уравнения (4.1.49) имеет вид

$$2\hat{\theta}'_{r_3} = \frac{\pi}{2} + \alpha_{\text{доп}}, \quad (4.1.50)$$

где  $\alpha_{\text{доп}} < \frac{\pi}{2}$ ; а с учётом *свойства чётности* общее решение имеет вид

$$2\hat{\theta}'_{r_3} = \pm \left( \frac{\pi}{2} + \alpha_{\text{доп}} \right). \quad (4.1.51)$$

Здесь «+» при  $2\hat{\theta}'_{r_3} \in (\alpha_{\text{доп}}; \pi)$  и «-» при  $2\hat{\theta}'_{r_3} \in (-\pi; -\alpha_{\text{доп}})$ .

Определим значение зависимости (4.1.24) при (4.1.50)

$$\begin{aligned}
B_0(t'_\varepsilon) &= B_0(t'_{\text{уст}}) \Big|_{\substack{t'_{\text{уст}}=t'_\varepsilon \\ 2\hat{\theta}'_r=2\hat{\theta}'_{r\varepsilon}}} = \frac{M'_{r-1} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_{\text{доп}} - \alpha_{\text{доп}}\right)}{\sin \alpha_{\text{доп}} + M'_{r-1} \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_{\text{доп}} - \alpha_{\text{доп}}\right)} = \\
&= \frac{M'_{r-1}}{\sin \alpha_{\text{доп}} + M'_{r-1}}. \tag{4.1.52}
\end{aligned}$$

Для определения типа экстремума, достигаемого при (4.1.50), необходимо определить значения соотношения (4.1.24) при  $2\hat{\theta}'_r \rightarrow \pi$  и  $2\hat{\theta}'_r \rightarrow \alpha_{\text{доп}}$ . На основании (4.1.41) и (4.1.24) их значения определяются следующим образом

$$\begin{aligned}
B_0(t'_{\text{уст}}) \Big|_{2\hat{\theta}'_r=2\hat{\theta}'_r \rightarrow \alpha_{\text{доп}}} &= 0; \\
B_0(t'_{\text{уст}}) \Big|_{2\hat{\theta}'_r=2\hat{\theta}'_r \rightarrow \pi} &= \frac{M'_{r-1}}{1 + M'_{r-1}}. \tag{4.1.53}
\end{aligned}$$

Из сравнения (4.1.53) и (4.1.52) и справедливости *свойства четности* следует, что при (4.1.51) зависимость (4.1.24) при соблюдении ограничения (4.1.30) достигает своего максимума. Таким образом,  $2\hat{\theta}'_{r\text{макс}} = 2\hat{\theta}'_{r\varepsilon}$ . ■

3. *Свойство симметрии.* Зависимость (4.1.18) симметрична относительно

$$\begin{aligned}
2\hat{\theta}'_{1\text{макс}} &= \pm \left( \frac{\pi}{2} + \alpha_{\text{доп}} \right) \text{ при ограничениях } |2\hat{\theta}'_1| \in (2\alpha_{\text{доп}}; \pi), \alpha_{\text{доп}} \in \left( 0; \frac{\pi}{2} \right), \alpha_{\text{доп}} < |2\hat{\theta}'_1| \text{ и} \\
|2\hat{\theta}'_1| &= \pi, \alpha_{\text{доп}} = 0.
\end{aligned}$$

□ В силу *свойства чётности* доказательство проведём только для случая  $2\hat{\theta}'_1 \in (2\alpha_{\text{доп}}; \pi)$ . Для этого преобразуем выражение (4.1.33), используя замену  $2\theta_1 = 2\hat{\theta}'_1 = 2\hat{\theta}'_{1\text{макс}} \pm \Delta 2\theta$ , где  $\Delta 2\theta > 0$  и  $2\hat{\theta}'_{1\text{макс}} = 0,5\pi + \alpha_{\text{доп}}$ . В результате получим

$$B_0(t'_{\text{уст}}) = \frac{\sin\left(2\hat{\theta}'_{1\text{макс}} \pm \Delta 2\theta - \alpha_{\text{доп}}\right)}{\sin\left(2\hat{\theta}'_{1\text{макс}} \pm \Delta 2\theta - \alpha_{\text{доп}}\right) + \sin \alpha_{\text{доп}}} = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_{\text{доп}} \pm \Delta 2\theta - \alpha_{\text{доп}}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_{\text{доп}} \pm \Delta 2\theta - \alpha_{\text{доп}}\right) + \sin \alpha_{\text{доп}}} =$$

$$= \frac{\cos(\Delta 2\theta)}{\cos(\Delta 2\theta) + \sin \alpha_{\text{доп}}}. \quad (4.1.54)$$

Из последнего выражения следует, что значение рассматриваемой функции не зависит от знака приращения фазового скачка, а зависит только от его значения, что указывает на свойство симметрии.

Рассмотрим теперь значения выражения (4.1.33) для двух ограничений по значениям фазовых скачков, приведённых в формулировке данного свойства. Так, при  $2\theta_1 = 2\hat{\theta}_1 = \pi$  – значение определяется (4.1.36) и составляет  $B_0(t_{\text{уст}}) = 0,5$ , а при  $2\theta_1 = 2\hat{\theta}_1 = 2\alpha_{\text{доп}}$

$$B_0(t_{\text{уст}}) \Big|_{2\hat{\theta}_1 \rightarrow 2\alpha_{\text{доп}}} = \lim_{2\hat{\theta}_1 \rightarrow 2\alpha_{\text{доп}}} \frac{\sin(2\alpha_{\text{доп}} - \alpha_{\text{доп}})}{\sin(2\alpha_{\text{доп}} - \alpha_{\text{доп}}) + \sin \alpha_{\text{доп}}} = 0,5. \quad (4.1.55)$$

Из анализа (4.1.36), (4.1.55) и (4.1.54) можно заключить, что свойство полностью доказано. ■

Используя полученные выше результаты перейдем непосредственно к определению типа переходного процесса с наибольшим временем установления при заданной допустимой ошибке установления по фазе.

Для этого вначале сравним значения  $B_0(t_{\text{э}})$  и  $B_0(t'_{\text{э}})$  с целью определения типа переходного процесса, обеспечивающего наибольшее время установления, при заданной допустимой ошибке установления по фазе, когда значения фазовых скачков и эффективных фазовых скачков принимают любое значение из числового интервала  $(-\pi; -\alpha_{\text{доп}}) \cup (\alpha_{\text{доп}}; \pi)$ . Сравнение произведём посредством решения неравенства  $B_0(t_{\text{э}}) > B_0(t'_{\text{э}})$  относительно  $M'_{r-1}$ , используя выражения (4.1.46) и (4.1.52). Само неравенство в этом случае примет вид

$$\frac{1}{1 + \sin \alpha_{\text{доп}}} > \frac{M'_{r-1}}{\sin \alpha_{\text{доп}} + M'_{r-1}}.$$

Преобразуем его относительно  $M'_{r-1}$

$$\frac{\sin \alpha_{\text{доп}} + M'_{r-1} - M'_{r-1} - M'_{r-1} \sin \alpha_{\text{доп}}}{(1 + \sin \alpha_{\text{доп}})(\sin \alpha_{\text{доп}} + M'_{r-1})} > 0;$$

$$\frac{\sin \alpha_{\text{доп}}(1 - M'_{r-1})}{(1 + \sin \alpha_{\text{доп}})(\sin \alpha_{\text{доп}} + M'_{r-1})} > 0.$$

Его решение имеет вид

$$M'_{r-1} \in [0; 1). \quad (4.1.56)$$

Из решения (4.1.56) следует, что соотношение  $B_0(t_{\text{э}}) > B_0(t'_{\text{э}})$  выполняется всегда при  $M'_{r-1} \in [0; 1)$  и переходит в равенство, когда  $M'_{r-1} = 1$  и  $\alpha_{r-1} = 0$ . То есть наибольшее время установления переходного процесса 1-го типа является предельным случаем наибольшего времени установления переходного процесса 2-го типа, когда решение ищется среди значений фазовых скачков и эффективных фазовых скачков, принимающих любое значение из  $(-\pi; -\alpha_{\text{доп}}) \cup (\alpha_{\text{доп}}; \pi)$ .

Используя полученный результат докажем, что данный вывод также справедлив для случая, когда при оценке наибольшего времени установления для переходного процесса первого типа используются фазовые скачки  $2\theta_1$ , принимающие дискретные значения, но при этом для второго типа переходного процесса используются эффективные фазовые скачки, чьи значения принимают любые значения из множества вещественных чисел, что обусловлено влиянием ошибок установлений по фазе предшествующих символов.

Для этого вначале докажем справедливость неравенства  $B_0(t_{\text{уст}}) > B_0(t'_{\text{уст}})$ , при условии, что  $2\theta_1 = 2\theta_r = 2\tilde{\theta}$  и при следующих ограничениях

$$\left. \begin{aligned} &2\tilde{\theta} \in (0; \pi); 2\theta'_r \in (0; \pi); \\ &2\tilde{\theta} - \alpha_{\text{доп}} \in (0; \pi); 2\theta'_r - \alpha_{\text{доп}} \in (0; \pi); \\ &0 < \alpha_{\text{доп}} < \frac{\pi}{2}; |\alpha_{r-1}| \leq \alpha_{\text{доп}} \end{aligned} \right\}, \quad (4.1.57)$$

где  $2\theta'_r = 2\tilde{\theta} - \alpha_{r-1}$ .

□ Воспользуемся методом доказательства «от противного», то есть докажем несостоятельность следующего соотношения при ограничениях (4.1.57)

$$B_0(t'_{уст}) - B_0(t_{уст}) > 0. \quad (4.1.58)$$

С учётом замены  $2\theta_1 = 2\theta_r = 2\tilde{\theta}$ , выражений (4.1.33) и (4.1.38) данное неравенство примет вид

$$\begin{aligned} & \frac{M'_{r-1} \sin(2\theta'_r - \alpha_{доп})}{\sin \alpha_{доп} + M'_{r-1} \sin(2\theta'_r - \alpha_{доп})} - \frac{\sin(2\tilde{\theta} - \alpha_{доп})}{\sin(2\tilde{\theta} - \alpha_{доп}) + \sin \alpha_{доп}} > 0; \\ & \frac{1}{\left[ \sin \alpha_{доп} + M'_{r-1} \sin(2\theta'_r - \alpha_{доп}) \right] \left[ \sin(2\tilde{\theta} - \alpha_{доп}) + \sin \alpha_{доп} \right]} \times \\ & \times \left[ M'_{r-1} \sin(2\theta'_r - \alpha_{доп}) \sin(2\tilde{\theta} - \alpha_{доп}) + M'_{r-1} \sin(2\theta'_r - \alpha_{доп}) \sin \alpha_{доп} - \right. \\ & \left. - \sin \alpha_{доп} \sin(2\tilde{\theta} - \alpha_{доп}) - M'_{r-1} \sin(2\theta'_r - \alpha_{доп}) \sin(2\tilde{\theta} - \alpha_{доп}) \right] > 0; \\ & \frac{1}{\left[ \sin \alpha_{доп} + M'_{r-1} \sin(2\theta'_r - \alpha_{доп}) \right] \left[ \sin(2\tilde{\theta} - \alpha_{доп}) + \sin \alpha_{доп} \right]} \times \\ & \times \sin \alpha_{доп} \left[ M'_{r-1} \sin(2\theta'_r - \alpha_{доп}) - \sin(2\tilde{\theta} - \alpha_{доп}) \right] > 0. \end{aligned} \quad (4.1.59)$$

С учетом ограничений (4.1.57) решение неравенства (4.1.59) имеет вид

$$M'_{r-1} > \frac{\sin(2\tilde{\theta} - \alpha_{доп})}{\sin(2\theta'_r - \alpha_{доп})}. \quad (4.1.60)$$

Представим решение (4.1.60) в виде

$$M'_{r-1} = K_1 \frac{\sin(2\tilde{\theta} - \alpha_{доп})}{\sin(2\theta'_r - \alpha_{доп})}. \quad (4.1.61)$$

где  $K_1$  – безразмерный коэффициент

$$K_1 > 1. \quad (4.1.62)$$

Подставим соотношение (4.1.61) в выражение (4.1.38) и преобразуем его с учётом замены  $2\theta_1 = 2\theta_r = 2\tilde{\theta}$  и ограничений (4.1.57), в результате получим эквивалентную зависимость  $B_{0_{эkv}}(t'_{уст})$  для (4.1.38), имеющую следующий вид

$$B_{0_{\text{экв}}}(t'_{\text{уст}}) = \frac{K_1 \sin(2\tilde{\theta} - \alpha_{\text{доп}})}{\sin \alpha_{\text{доп}} + K_1 \sin(2\tilde{\theta} - \alpha_{\text{доп}})}. \quad (4.1.63)$$

Из сравнения выражений (4.1.63) и (4.1.38) следует, что максимум у  $B_{0_{\text{экв}}}(t'_{\text{уст}})$  при ограничениях (4.1.57) достигается при

$$2\theta_{t_{\text{макс}}} = \frac{\pi}{2} + \alpha_{\text{доп}} \text{ при } \alpha_{\text{доп}} \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right), \quad (4.1.64)$$

а значение  $B_{0_{\text{экв}}}(t_{\text{макс}})$  в этом случае будет определяться в соответствии с (4.1.52), с учетом замены в нём  $M'_{r-1}$  на  $K_1$ , следующим образом

$$B_{0_{\text{экв}}}(t_{\text{макс}}) = \frac{K_1}{\sin \alpha_{\text{доп}} + K_1}, \text{ при } \alpha_{\text{доп}} \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right). \quad (4.1.65)$$

Очевидно, что для (4.1.65) должно выполняться неравенство  $B_0(t_{\text{э}}) > B_{0_{\text{экв}}}(t_{\text{макс}})$ , в силу ранее доказанного соотношения  $B_0(t_{\text{э}}) > B_0(t'_{\text{э}})$ . Рассмотрим соотношение  $B_0(t_{\text{э}}) > B_{0_{\text{экв}}}(t_{\text{макс}})$ , которое с учётом (4.1.65) и (4.1.46), примет вид

$$\frac{1}{\sin \alpha_{\text{доп}} + 1} > \frac{K_1}{\sin \alpha_{\text{доп}} + K_1}. \quad (4.1.66)$$

Решая его относительно  $K_1$ , получим

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha_{\text{доп}} + K_1 - K_1 \sin \alpha_{\text{доп}} - K_1}{(\sin \alpha_{\text{доп}} + 1)(\sin \alpha_{\text{доп}} + K_1)} &> 0; \\ \frac{\sin \alpha_{\text{доп}}(1 - K_1)}{(\sin \alpha_{\text{доп}} + 1)(\sin \alpha_{\text{доп}} + K_1)} &> 0; \\ K_1 &< 1. \end{aligned} \quad (4.1.67)$$

Решение (4.1.67) противоречит неравенству (4.1.62), следовательно (4.1.58) не выполняется и справедливо неравенство  $B_0(t_{\text{уст}}) > B_0(t'_{\text{уст}})$ . ■

На основании выполнения соотношения  $B_0(t_{\text{уст}}) > B_0(t'_{\text{уст}})$  при ограничениях (4.1.57) можно прийти к выводу, что зависимость (4.1.18) для первого типа

переходного процесса является огибающей зависимостей (4.1.24) для второго типа переходного процесса.

В силу свойства чётности данный вывод также справедлив при следующих ограничениях

$$\left. \begin{aligned} 2\tilde{\theta} \in (-\pi; 0); 2\theta'_r = 2\tilde{\theta} - \alpha_{r-1} \in (-\pi; 0); \\ 2\tilde{\theta} + \alpha_{\text{доп}} \in (-\pi; 0); 2\theta'_r + \alpha_{\text{доп}} \in (-\pi; 0); \\ 0 < \alpha_{\text{доп}} < \frac{\pi}{2}; |\alpha_{r-1}| \leq \alpha_{\text{доп}}. \end{aligned} \right\}; \quad (4.1.68)$$

где  $2\theta'_r = 2\tilde{\theta} - \alpha_{r-1}$ .

Дополнительно к вышеприведенному рассмотрим ряд особых случаев.

*Первый* из них возникает при воздействии на РФ бинарного фазоманипулированного сигнала  $n = 2$ , у которого скачки по фазе происходят только на  $\pi$ . В этом случае из анализа выражения (4.1.15) с учётом результатов, полученных во второй главе, следует, что поведение мгновенной фазы на выходе РФ также носит скачкообразный характер на  $\pi$ . Из сравнительного анализа соотношений (4.1.36) и (4.1.41) с учётом свойства чётности и соотношений  $2\theta_1 = 2\theta_r = 2\theta'_r = \pi$ ;  $\alpha_{\text{доп}} = 0$ ;  $\alpha_{r-1} = 0$ , следует, что разрешающее время определяется переходным процессом первого типа.

*Второй особый случай* возникает при  $2\theta'_r = \pm\pi$ . В силу свойства чётности рассмотрение произведем только для  $2\theta'_r = \pi$ . Данный особый случай имеет реализацию в двух вариантах:

1. когда  $2\theta_r = 2\theta'_r = \pi$ , но тогда мы приходим к условиям возникновения первого особого случая, поскольку иначе  $\alpha_{r-1} \neq 0$ .
2. когда  $2\theta'_r = 2\theta_r - \alpha_{r-1} = \pi$  и  $0 < |\alpha_{r-1}| \leq \alpha_{\text{доп}}$ ,  $\alpha_{r-1} < 0$ . Это возможно только, когда  $2\theta'_{r-1}$  и  $\alpha_{r-1}$  удовлетворяют любому из следующих ограничений (4.1.57), (4.1.68), когда длительность символа равна разрешающему времени. При этом необходимо оценить предельную допустимую ошибку установления по фазе  $\alpha_{\text{доп.пред}}$ , когда

неравенство (4.1.58) не имеет решения, в этом случае разрешающее время будет определяться переходным процессом первого типа. Оценку  $\alpha_{\text{доп.пред}}$  целесообразно производить, учитывая то, что  $B_0(t_{\text{уст}}) \geq 0,5$  при  $|\hat{2\theta}_1| \in [2\alpha_{\text{доп}}; \pi]$  (см. доказательства свойства симметрии) и  $B_0(t_{\text{уст}})|_{2\theta_1=\pi} > B_0(t'_{\text{уст}})|_{2\theta'_r=\pi}$ . Соотношение  $B_0(t_{\text{уст}})|_{2\theta_1=\pi} > B_0(t'_{\text{уст}})|_{2\theta'_r=\pi}$  следует из сравнения (4.1.36) и (4.1.41), что можно представить, учитывая то, что  $M'_{r-1} < 1$

$$0,5 > \frac{M'_{r-1}}{1 + M'_{r-1}};$$

$$\frac{0,5(1 - M'_{r-1})}{1 + M'_{r-1}} > 0 \Leftrightarrow M'_{r-1} < 1.$$

Поскольку очевидно, что  $B_0(t_{\text{уст}})|_{2\theta_1} > B_0(t'_{\text{уст}})|_{2\theta'_r}$  при  $|\hat{2\theta}_1| \in [2\alpha_{\text{доп}}; \pi]$ , то для оценки  $\alpha_{\text{доп.пред}}$  положим, что  $2\theta_r = 2\theta_1 = 2\hat{\theta}$ , где  $2\hat{\theta} \in (0; \pi]$ , тогда наименьшее значение  $2\hat{\theta}$ , при котором будем выполняться указанное выше соотношение, будет  $2\hat{\theta} = 2\alpha_{\text{доп}}$ . Но тогда будет справедливо следующее соотношение

$$2\theta'_r = 2\hat{\theta} + |\alpha_{r-1}| = 2\alpha_{\text{доп}} + |\alpha_{r-1}| = \pi, \quad (4.1.69)$$

где  $|\alpha_{r-1}| \leq \alpha_{\text{доп}}$ .

Полагая в качестве наихудшего случая, что  $|\alpha_{r-1}| = \alpha_{\text{доп}}$ , соотношение (4.1.69) примет вид  $3\alpha_{\text{доп}} = \pi$ . Откуда предельная допустимая ошибка установления по фазе составляет  $\alpha_{\text{доп.пред}} = \frac{\pi}{3}$ . Поскольку для корректной работы решающего устройства требуется  $\alpha_{\text{доп}} < 0,5\Delta\varphi_{\text{ш}}$ , то полученное соотношение удовлетворяется даже самым простым ФМн- $n$ -сигналом, когда  $n = 3$ . Поэтому для рассматриваемого особого случая разрешающее время будет определяться из анализа переходного процесса 1-ого типа для любого ФМн- $n$ -сигнала.

*Третий особый случай* возникает, когда

а)  $2\theta_r = \pi$  и  $\alpha_{r-1} < 0$  или  $2\theta_r = -\pi$  и  $\alpha_{r-1} > 0$ ;

б)  $2\theta_r = \pi$  и  $\alpha_{r-1} > 0$  или  $2\theta_r = -\pi$  и  $\alpha_{r-1} < 0$ ;

где  $|\alpha_{r-1}| \leq \alpha_{\text{доп}}$ , поскольку длительность символа полагается равной разрешающему времени, что следует из полученных выше результатов при ограничениях (4.1.57) и (4.1.68) и постановки задачи по определению разрешающего времени. В силу преобразования (4.1.27) (здесь полагается, что  $2\theta_{\text{и}} = 2\theta_r'$ ), реализация данного особого случая в пункте а сводится к варианту реализации, указанном в пункте б.

Рассмотрим реализацию в пункте б. В данном особом случае будут справедливы соотношения  $2\theta_r' \in (0; \pi)$  и  $2\theta_r' - \alpha_{\text{доп}} \in (0; \pi)$  или  $2\theta_r' \in (-\pi; 0)$  и  $2\theta_r' + \alpha_{\text{доп}} \in (-\pi; 0)$ . А поскольку для ФМн- $n$ -сигналов ( $n > 2$ ) определение наибольшего времени установления происходит при значении фазовых скачков отличных от  $\pm\pi$ , то данный особый случай сводится к определению разрешающего времени по первому типу переходного процесса, то есть к общему случаю, определяемых ограничениями (4.1.57) и (4.1.68).

*Четвертый особый* случай возникает, когда  $2\theta_r = 0$  или  $2\theta_r' = 0$ . При  $2\theta_r = 0$  скачок по фазе отсутствует, а, следовательно, на выходе РФ продолжается переходной процесс от передачи предшествующего радиоимпульса, при этом по окончанию передачи  $r$ -ого радиоимпульса ошибка установления не превосходит допустимую, в силу приведённых выше результатов. При  $2\theta_r' = 0$  процесс установления заканчивается сразу в момент начала радиоимпульса. Таким образом, данный случай также не влияет на выбор типа переходного процесса, используемого для определения разрешающего времени.

На основании полученных выше результатов приходим к выводу, что разрешающее время для рассматриваемого канала связи с КЧХ РФ определяется переходным процессом первого типа.

Используя результаты данного раздела и учитывая ограничения, связанные со значением приведенной допустимой погрешности и обусловленные выбором

начального фазового сдвига, получим выражение для оценки разрешающего времени с учётом дискретного множества значений скачков фазы, соответствующего сигнальному созвездию.

Решение данной задачи в силу свойства чётности зависимости (4.1.18) будем искать в виде

$$2\theta_{t_{\text{раз}}}^* = i_{\text{раз}} \Delta\varphi_{\text{ш}} \in (0; \pi), \quad (4.1.70)$$

где  $i_{\text{раз}} \in \mathbb{N}^*$  – искомое значение параметра;  $2\theta_{t_{\text{раз}}}^*$  – значение скачка фазы, при котором достигается разрешающее время.

Задача определения разрешающего времени при дискретном множестве фазовых скачков (4.1.25) заключается в определении наибольшего времени установления, которое наиболее близко соответствует разрешающему времени, определяемому при (4.1.44). В силу свойства *симметрии* данная задача сводится к задаче определения скачка фазы (4.1.70), в наименьшей степени отличающегося от (4.1.44). Вышеуказаное продемонстрировано на рисунке 4.1

В этом случае исходное соотношение, из которого должно быть найдено решение, примет вид

$$\left\| \frac{2\theta_{t_{\text{раз}}}^*}{2\hat{\theta}_{1_{\text{макс}}}} \right\| = 1, \quad (4.1.71)$$

где  $2\hat{\theta}_{1_{\text{макс}}} > 0$ . Из анализа выражения (4.1.71) с учётом  $\Delta\varphi_{\text{ш}} = \frac{2\pi}{n}$ , следует соотношение для  $i_{\text{раз}}$

$$i_{\text{раз}} = \left\| \frac{\frac{\pi}{2} + \alpha_{\text{доп}}}{\Delta\varphi_{\text{ш}}} \right\| = \left\| \frac{\frac{2\pi}{4}}{\frac{2\pi}{n}} + \frac{\alpha_{\text{доп}}}{\Delta\varphi_{\text{ш}}} \right\| = \left\| \frac{n}{4} + \alpha_0 \right\|. \quad (4.1.72)$$

В этом случае значение функции установления при разрешающем времени, на основании (4.1.72), (4.1.70), (4.1.18) и  $\alpha_{\text{уст}}(t_{\text{уст}}) = -\alpha_{\text{доп}}$  (см. (4.1.30)), примет вид

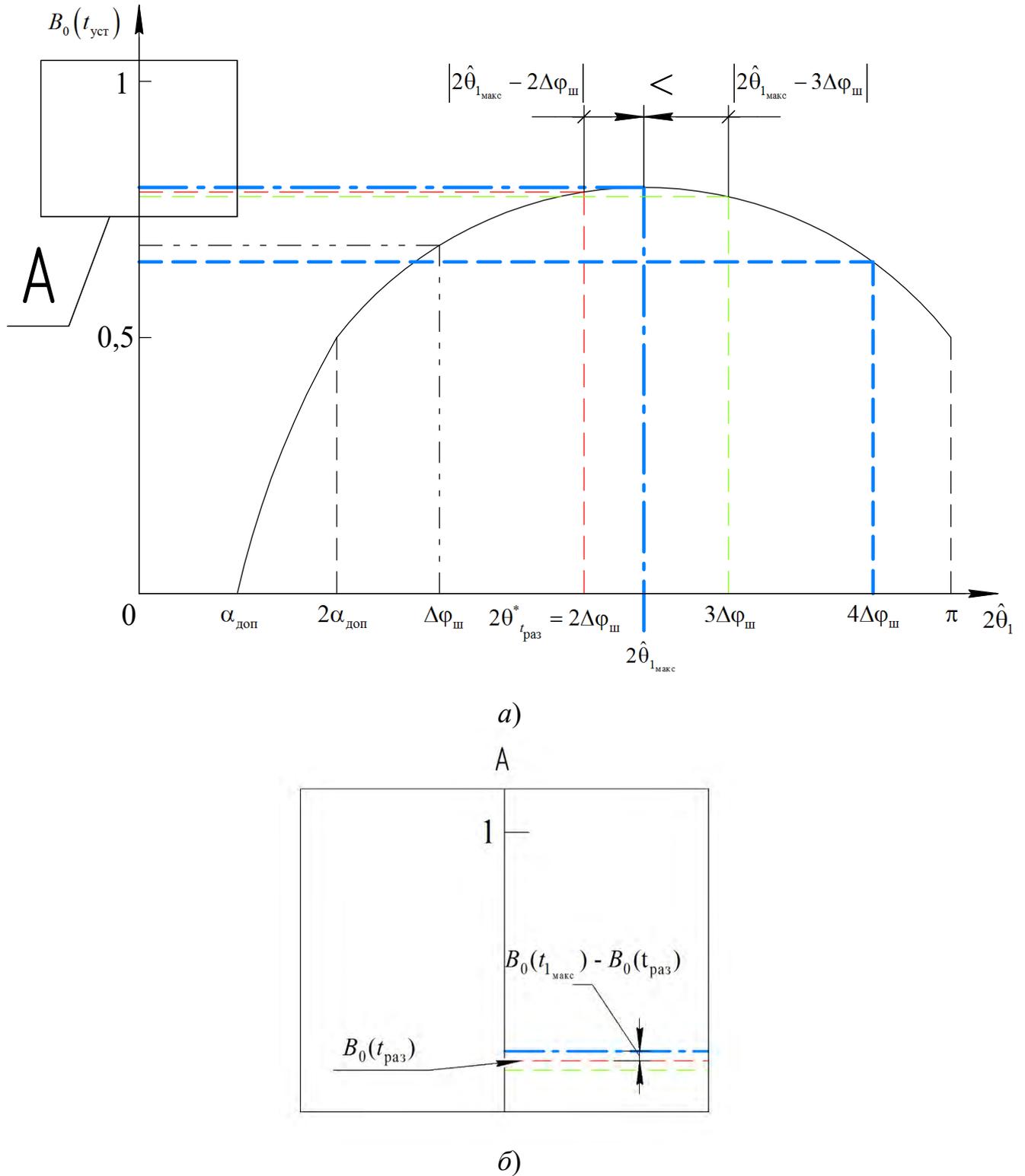


Рис. 4.1. Демонстрация процесса оценки дискретного значения фазового скачка и значения функции установления, определяющих разрешающее время. Зависимость  $B_0(t_{уст})$  от фазового скачка  $2\hat{\theta}_1$  (а - общий план, б - крупный план области А).

$$B_0(t_{\text{раз}}) = \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{n}\left(\left\|\frac{n}{4} + \alpha_0\right\| - \alpha_0\right)\right)}{\sin\left(\frac{2\pi}{n}\left(\left\|\frac{n}{4} + \alpha_0\right\| - \alpha_0\right)\right) + \sin\frac{2\pi}{n}\alpha_0}. \quad (4.1.73)$$

Выражение для разрешающего времени для рассматриваемого канала связи на основании (4.1.73) и (2.2.2) примет вид

$$t_{\text{раз}} = \frac{1}{\Delta\Omega_0} \ln\left(\frac{1}{1 - B_0(t_{\text{раз}})}\right) = -\frac{1}{\Delta\Omega_0} \ln\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{n}\alpha_0}{\sin\left(\frac{2\pi}{n}\left(\left\|\frac{n}{4} + \alpha_0\right\| - \alpha_0\right)\right) + \sin\frac{2\pi}{n}\alpha_0}\right). \quad (4.1.74)$$

В этом случае выражение, определяющее пропускную способность для рассматриваемого канала связи, при использовании ФМн- $n$ -сигнала на основании равенства (3.3.4) и (4.1.74) примет вид

$$C = \frac{\Delta\Omega_0}{-\ln\left(\frac{\sin\frac{2\pi}{n}\alpha_0}{\sin\left(\frac{2\pi}{n}\left(\left\|\frac{n}{4} + \alpha_0\right\| - \alpha_0\right)\right) + \sin\frac{2\pi}{n}\alpha_0}\right)} \log_2 n. \quad (4.1.75)$$

При использовании выражения (4.1.75) необходимо учитывать ограничения, вызванные выбором начального фазового сдвига сигнального созвездия. Данные ограничения были детально рассмотрены в разделе 3.1.

С использованием выражения (4.1.75) и учётом ограничений рассмотренных в разделе 3.1 построены зависимости (см. рисунок 4.2) удельной пропускной способности  $C_{\text{уд}} = C / 2\Delta F_0$  [бит/Гц/с] от числа дискретных состояний в сигнальном созвездии  $n$ , где  $\Delta F_0 = \Delta\Omega_0 / 2\pi$ .

Из представленных зависимостей на рисунке 4.2 следует, что удельная пропускная способность при значениях  $n$  меньше 30 имеет сложный характер. При этом для малых значений  $n$  наблюдается выраженный максимум, а с увеличением числа  $n$  все кривые стремятся к своему пределу. Наибольшее значение  $C_{уд} = 9,06$  бит/Гц\*с при  $n=4$  и  $\alpha_0 = 0,499$  и  $C_{уд} = 5,672$  бит/Гц\*с при  $n=5$  и  $\alpha_0 = 0,25$ . Изменение значения приведенной допустимой ошибки установления приводит к изменению значения числа дискретных состояний  $n_{C_{макс}}$ , при котором наблюдается максимум у удельной пропускной способности  $C_{уд,макс}$  (см. (4.1.76)).

Более детальное исследование данной особенности было проведено посредством использования следующего соотношения и представлено на рисунке 4.3.

$$n_{C_{макс}}(\alpha_0) : C_{уд,макс}(\alpha_0) = C_{уд}(n_{C_{макс}}, \alpha_0) = \max_{n \in [2, 100]} C_{уд}(n, \alpha_0). \quad (4.1.76)$$

Как видно из рисунка 4.3 зависимость  $n_{C_{макс}}$  от  $\alpha_0$  носит параболический характер. При больших значениях  $\alpha_0 \in [0,4; 0,499]$  –  $n_{C_{макс}} = 4$ , увеличиваясь при средних значениях  $\alpha_0 \in [0,2; 0,35]$  до 5, и резко снижаясь до 2 при  $\alpha_0 \in [0,1; 0,15]$ .

Поскольку, как это было показано, с увеличением  $n$  удельная пропускная способность ограничена и стремится к определенному значению, то целесообразно оценить удельную пропускную способность при  $n \rightarrow \infty$ , которую обозначим как  $C_\infty$ . Оценим её, используя выражение (4.1.75). Поскольку  $n \rightarrow \infty$ ,

$\frac{n}{4} \gg \alpha_0$ , следовательно  $\left\| \frac{n}{4} + \alpha_0 \right\| \approx \frac{n}{4}$ . В этом случае выражение для  $C_\infty$  примет вид

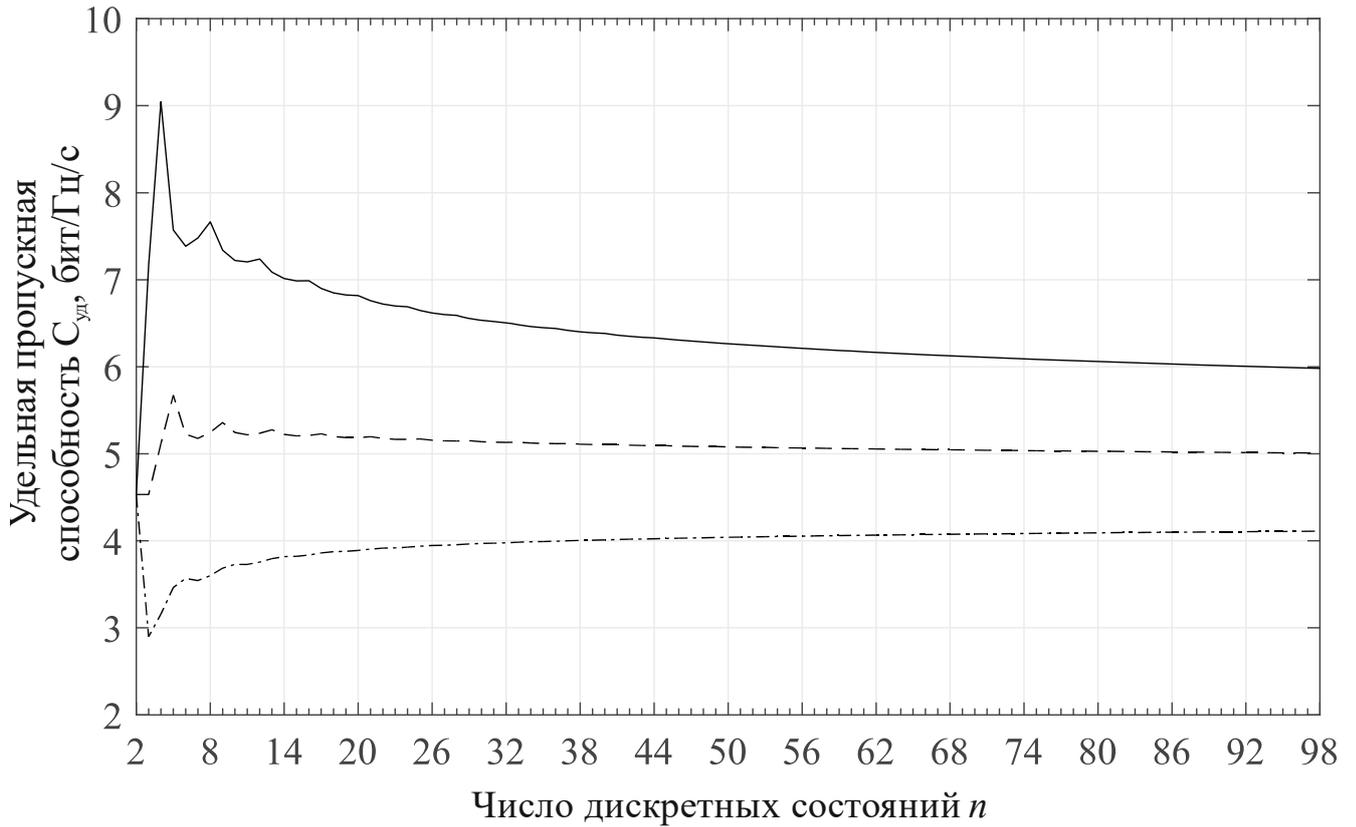


Рисунок 4.2. Зависимость удельной пропускной способности рассматриваемого канала связи с КЧХ РФ от числа дискретных состояний  $n$ . Приведённая допустимая ошибка установления  $\alpha_0$ : 0,499 (сплошная линия); 0,25 (штриховая линия); 0,1 (штрих-пунктирная линия).

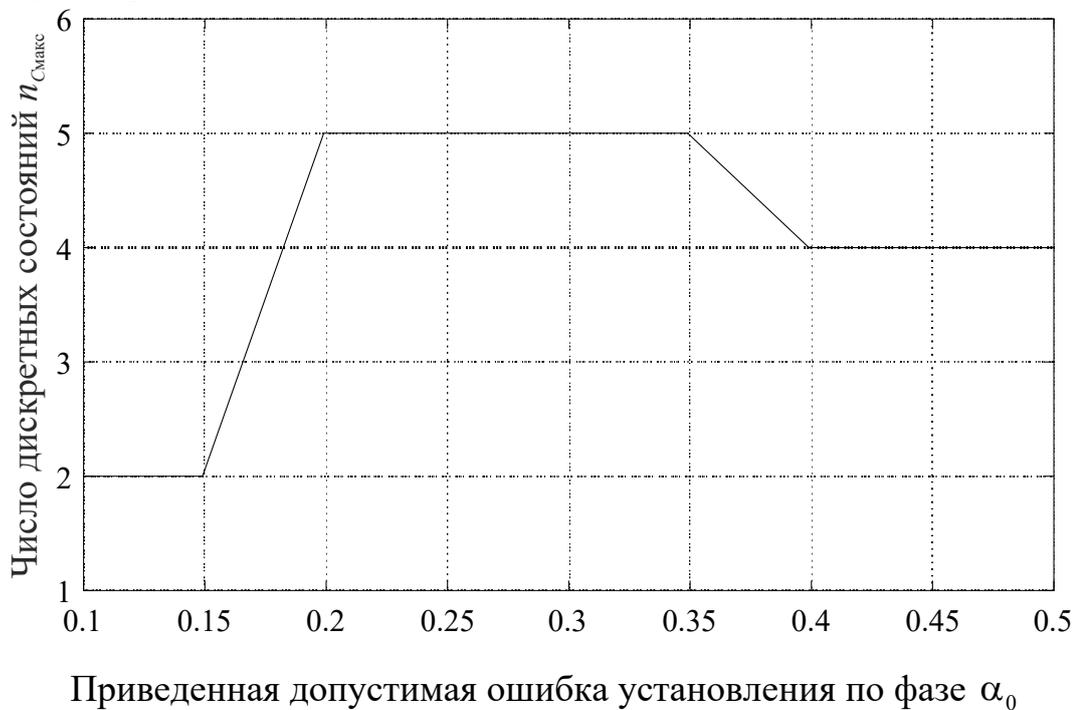


Рисунок 4.3. Зависимость числа дискретных состояний  $n_{Смакс}$  от приведенной допустимой ошибки установления по фазе  $\alpha_0$

$$\begin{aligned}
C_\infty &= \frac{\pi}{\ln 2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln n}{-\ln \left( \frac{\sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0}{\sin \left( \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \right) + \sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0} \right)} = \\
&= \frac{\pi}{\ln 2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln n}{-\ln \left( \frac{\sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0}{\cos \frac{2\pi}{n} \alpha_0 + \sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0} \right)}. \tag{4.1.77}
\end{aligned}$$

Для раскрытия неопределенности  $(\infty / \infty)$  в (4.1.77) воспользуемся правилом Лопиталя, в результате получим

$$\begin{aligned}
C_\infty &= \frac{\pi}{\ln 2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{d}{dn} \ln n}{\frac{d}{dn} \left[ -\ln \left( \frac{\sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0}{\cos \frac{2\pi}{n} \alpha_0 + \sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0} \right) \right]} = \\
&= \frac{\pi}{\ln 2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[ \frac{1}{\frac{\sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0}{\cos \frac{2\pi}{n} \alpha_0 + \sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0}} \left\{ \frac{-\frac{2\pi}{n^2} \alpha_0 \cos \left( \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \right) \left( \cos \frac{2\pi}{n} \alpha_0 + \sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \right)}{\left( \cos \frac{2\pi}{n} \alpha_0 + \sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \right)^2} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{\frac{2\pi}{n^2} \alpha_0 \sin \left( \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \right) \left( -\sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0 + \cos \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \right)}{\left( \cos \frac{2\pi}{n} \alpha_0 + \sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \right)^2} \right\} \right]^{-1} = \\
&= \frac{\pi}{\ln 2} \lim_{n \rightarrow \infty} \left( -\frac{1}{n} \left[ \left\{ \sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \left( \cos \frac{2\pi}{n} \alpha_0 + \sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \right) \right\}^{-1} \left( -\frac{2\pi}{n^2} \alpha_0 \cos^2 \frac{2\pi}{n} \alpha_0 - \right. \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left. \left. \left. \left. -\frac{2\pi}{n^2} \alpha_0 \cos \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0 - \frac{2\pi}{n^2} \alpha_0 \sin^2 \frac{2\pi}{n} \alpha_0 + \frac{2\pi}{n^2} \sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \cos \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \right) \right]^{-1} \right) = \\
& = \frac{\pi}{\ln 2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{2\pi}{n} \alpha_0} \left( \sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \cos \frac{2\pi}{n} \alpha_0 + \sin^2 \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \right) = \\
& = \frac{\pi}{\ln 2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{2\pi}{n} \alpha_0} \left( \frac{1}{2} \sin \left( \frac{4\pi}{n} \alpha_0 \right) + \sin^2 \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \right). \tag{4.1.78}
\end{aligned}$$

Из равенства (4.1.78) следует, что мы имеем неопределенность  $(0/0)$ , для её раскрытия применим правило Лопиталья, в результате получим

$$\begin{aligned}
C_\infty & = \frac{\pi}{\ln 2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{d}{dn} \left[ \frac{1}{2} \sin \frac{4\pi}{n} \alpha_0 + \sin^2 \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \right]}{\frac{d}{dn} \left[ \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \right]} = \\
& = \frac{\pi}{\ln 2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\frac{1}{2} \frac{4\pi}{n^2} \alpha_0 \cos \frac{4\pi}{n} \alpha_0 - 2 \frac{2\pi}{n^2} \alpha_0 \sin \frac{2\pi}{n} \alpha_0 \cos \frac{2\pi}{n} \alpha_0}{-\frac{2\pi}{n^2} \alpha_0} = \\
& = \frac{\pi}{\ln 2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\frac{2\pi}{n^2} \alpha_0 \cos \frac{4\pi}{n} \alpha_0 - \frac{2\pi}{n^2} \alpha_0 \sin \frac{4\pi}{n} \alpha_0}{-\frac{2\pi}{n^2} \alpha_0} = \\
& = \frac{\pi}{\ln 2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-\frac{2\pi}{n^2} \alpha_0 \left[ \cos \frac{4\pi}{n} \alpha_0 + \sin \frac{4\pi}{n} \alpha_0 \right]}{-\frac{2\pi}{n^2} \alpha_0} = \frac{\pi}{\ln 2} \approx 4,5324 \text{ [бит/Гц/с]} \approx \\
& \approx 0,72 \text{ [бит/рад/с]}. \tag{4.1.79}
\end{aligned}$$

Из выражения (4.1.79) следует, что пропускная способность рассматриваемого канала связи с ограниченной полосой пропускания при использовании ФМн- $n$ -сигнала, у которого число дискретных состояний по фазе  $n \rightarrow \infty$ , является величиной ограниченной при отсутствии шумов и не зависит от величины приведенной допустимой погрешности. Этот факт полностью согласуется с результатами работы [261].

**4.2 Аналитический метод оценки потенциальной пропускной способности канала связи с ФМн- $n$ -сигналами, функционирующего на базе теории разрешающего времени, при отсутствии расстройки по частоте и ограничений со стороны пороговой подсистемы шумоподавления [120,124,138,140,237,323,324]**

В данном разделе представлен метод оценки потенциальной пропускной способности канала связи с памятью, модель которого представлена в разделе 3.1. Метод имеет следующие ограничения:

- I. расстройка по частоте отсутствует ( $\Delta\omega = 0$ );
- II. пороговое значение амплитуды принимаемого радиосигнала  $M_{\text{пор}} = 0$ , таким образом  $t_{\text{раз}} = T_{\text{Ф.раз}}^1$ ;
- III. комплексно-частотная характеристика канала удовлетворяет следующим свойствам: амплитудно- и фазочастотные характеристики обладают четной и нечетной симметрией относительно  $\omega_0$ , соответственно, что соответствует тому, что область значений функции установления и её аналог для полиномиальных фильтров принимает только множество неотрицательных вещественных чисел.

В силу справедливости свойства транспозиции для ЛИС и циклостационарного характера поведения информативных параметров радиосигнала при МСИ будет выполняться следующее соотношение

$$\lim_{d \rightarrow \infty} t'_{\text{ну}_d} = t_{\text{раз}}, \quad (4.2.1)$$

где  $t'_{\text{ну}_d} = \left\{ \tau_{\text{н.ок}_d}^{(w_d)} \right\}_{w_d=1}^{W_{\text{ФМн.}d}} \cup \left\{ \tau_{\text{к.ок}_d}^{(w_d)} \right\}_{w_d=1}^{W_{\text{ФМн.}d}} \cup \left\{ \tau_{\text{гр}_d} \right\}$  – наибольшее время установления мгновенной фазы ФМн- $n$ -сигнала на выходе ЛИС для  $d$ -го символа информационной последовательности, состоящей из  $d$  символов, когда

<sup>1</sup> Учёт ограничения по амплитуде для данного метода рассмотрен в разделе 4.4

длительность каждого из символов последовательности составляет  $\tau_c = t'_{\text{нуд}}$ ; при

этом для множества длительностей символов  $T'_{\text{нуд}} = \bigcup_{w_d=1}^{W_{\text{ФМн.}d}} [\tau_{\text{н.ок}_d}^{(w_d)}; \tau_{\text{к.ок}_d}^{(w_d)}] \cup [\tau_{\text{гр}_d}; +\infty)$ ,

определяемых на основании  $t'_{\text{нуд}}$ , выполняются следующие соотношения

$|\alpha_{\text{уст}}(dT'_{\text{нуд}})| \leq \alpha_{\text{доп}}$ . Здесь  $w_d = \overline{1, W_{\text{ФМн.}d}}$  и  $W_{\text{ФМн.}d}$  – номер «окна прозрачности» по

фазе и их общее число, соответственно, для  $d$ -го символа;  $\tau_{\text{н.ок}_d}^{(w_d)}$  и  $\tau_{\text{к.ок}_d}^{(w_d)}$  –

длительности символов информационной последовательности, при которых начинается и заканчивается  $w_d$ -ое «окно прозрачности» по фазе, соответственно,

для  $d$ -го символа информационной последовательности; граничная длительность

для  $d$ -го символа ФМн- $n$ -сигнала  $\tau_{\text{гр}_d}$  – длительность символа, начиная с которой

ошибка установления по фазе для  $d$ -ого символа, взятая по абсолютному значению,

не будет превышать допустимую ошибку по фазе. В отсутствии «окон

прозрачности»  $t'_{\text{нуд}} = \tau_{\text{гр}_d}$ .

Из анализа разработанной модели, представленной в раздел 3.1, следует, что для определения  $t'_{\text{нуд}}$  необходимо определить значения фазовых скачков, при

которых будет выполняться равенство  $\alpha_{\text{макс}}(dt'_{\text{нуд}}) = \alpha_{\text{доп}}$ . Для этого получим

выражение для  $\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)$  для  $d$ -го символа ( $d = \overline{1, l}$ ) информационной

последовательности, используя выражение для скомпенсированной комплексной

огибающей ФМн- $n$ -сигнала на выходе ЛИС. Скомпенсированная огибающая

$\dot{Z}_0(t) = \dot{Z}(t) / \dot{k}(j\omega_0)$  для данного случая, на основании (3.1.4) и (4.1.7), будет

определяться следующим образом

$$\begin{aligned} \dot{Z}_0(t) = \dot{Z}(t) / \dot{k}(j\omega_0) = \\ ([1 - B_0(t)] \exp(j\varphi_{\text{св}}) + \sum_{r=1}^{l-1} [B_0(t - (r-1)\tau_c) - B_0(t - r\tau_c)] \exp(j\gamma_r) + \\ + B_0(t - (l-1)\tau_c) \exp(j\gamma_l)). \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

Преобразуем выражение (4.2.2), используя следующие замены

$$\left. \begin{aligned} l = d; \quad t = d\tau_c; \\ \dot{Z}_0(d\tau_c) = M_d^* \exp\left[j(\gamma_d + \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c))\right] \end{aligned} \right\}, \quad (4.2.3)$$

где  $M_d^* = |\dot{Z}_0(d\tau_c)|$  и  $\gamma_d + \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) = \arg \dot{Z}_0(d\tau_c)$ .

С учётом (4.2.3) выражение (4.2.2) примет вид

$$\begin{aligned} M_d^* \exp\left[j(\gamma_d + \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c))\right] &= [1 - B_0(d\tau_c)] \exp(j\varphi_{\text{cc}}) + \\ + \sum_{r=1}^{d-1} [B_0([d-r+1]\tau_c) - B_0([d-r]\tau_c)] \exp(j\gamma_r) &+ B_0(\tau_c) \exp(j\gamma_d). \end{aligned} \quad (4.2.4)$$

Выражение, позволяющее оценить ошибку установления  $\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)$ , получим из равенства (4.2.4), разделив обе его части на  $\exp(j\gamma_d)$ , а также используя следующие обозначения

$$\tilde{B}_r(\tau_c) = \begin{cases} 1 - B_0(d\tau_c) & \text{при } r = 0; \\ B_0([d-r+1]\tau_c) - B_0([d-r]\tau_c) & \text{при } r = \overline{1, d-1}; \\ B_0(\tau_c) & \text{при } r = d. \end{cases} \quad (4.2.5)$$

В результате оно примет вид

$$\begin{aligned} M_d^* \exp(j\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)) &= [1 - B_0(d\tau_c)] \exp(j(\varphi_{\text{cc}} - \gamma_d)) + \\ + \sum_{r=1}^{d-1} [B_0([d-r+1]\tau_c) - B_0([d-r]\tau_c)] \exp(j(\gamma_r - \gamma_d)) &+ B_0(\tau_c) = \\ &= [1 - B_0(d\tau_c)] \exp\left(-j \sum_{q=1}^d \Theta_q\right) + \\ + \sum_{r=1}^{d-1} [B_0([d-r+1]\tau_c) - B_0([d-r]\tau_c)] \exp\left(-j \sum_{q=r+1}^d \Theta_q\right) &+ B_0(\tau_c) = \\ = \tilde{B}_0(\tau_c) \exp\left(-j \sum_{q=1}^d \Theta_q\right) + \sum_{r=1}^{d-1} \tilde{B}_r(\tau_c) \exp\left(-j \sum_{q=r+1}^d \Theta_q\right) &+ \tilde{B}_d(\tau_c) = \\ = \sum_{r=0}^{d-1} \tilde{B}_r(\tau_c) \cos \vartheta'_r + \tilde{B}_d(\tau_c) - j \sum_{r=0}^{d-1} \tilde{B}_r(\tau_c) \sin \vartheta'_r &= \\ = \text{Re } \dot{C}_{\text{фМН}}(d\tau_c) + j \text{Im } \dot{C}_{\text{фМН}}(d\tau_c) = S_I^* - jS_Q^*, \end{aligned} \quad (4.2.6)$$

где  $\vartheta_r' = \sum_{q=r+1}^d \Theta_q$ ;  $S_I^* = \operatorname{Re} \dot{C}_{\text{фмн}}(d\tau_c)$  и  $S_Q^* = -\operatorname{Im} \dot{C}_{\text{фмн}}(d\tau_c)$ .

С учётом (4.2.6) ошибка установления по фазе  $\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)$  определяется следующим образом

$$\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) = \arg \dot{C}_{\text{фмн}}(d\tau_c) \Leftrightarrow \operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) = \frac{\operatorname{Im} \dot{C}_{\text{фмн}}(d\tau_c)}{\operatorname{Re} \dot{C}_{\text{фмн}}(d\tau_c)} = -\frac{S_Q^*}{S_I^*}. \quad (4.2.7)$$

Для оценки  $t'_{\text{ну}_d}$  первоначально требуется определить значения фазовых скачков, при которых выполняется равенство  $|\alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{ну}_d})| = \alpha_{\text{доп}}$ . С этой целью необходимо исследовать на экстремумы соотношение (4.2.7), рассматривая его, как функцию от фазовых скачков, и полагая в нём  $\tau_c = t'_{\text{ну}_d}$ , то есть  $\alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{ну}_d}) = f(\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_d)$ . А затем, используя полученные результаты, преобразовать уравнение  $|\alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{ну}_d})| = \alpha_{\text{доп}}$  к виду, позволяющему определить  $t'_{\text{ну}_d}$ .

Решение задачи по поиску экстремумов будем производить только в стационарных точках. Это обусловлено следующим фактами: 1) функция установления является гладкой функцией; 2) из рассмотрения также исключаются особые критические точки ( $|\dot{Z}_0(dt'_{\text{ну}_d})| = 0$ , где  $\alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{ну}_d})$  не определена), в которых производная не существует. Также при решении задачи будем учитывать то, что  $0 < |\alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{ну}_d})| \leq \alpha_{\text{доп}} < \pi/n < \pi/2$ .

Для определения условий, при которых реализуется равенство  $|\alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{ну}_d})| = \alpha_{\text{доп}}$ , требуется решить следующую систему уравнений в силу необходимого условия существования экстремумов для функций нескольких переменных [45]

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{нуд}})}{\partial \Theta_{\Theta_1}} &= 0 \\ \frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{нуд}})}{\partial \Theta_{\Theta_2}} &= 0 \\ &\vdots \\ \frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{нуд}})}{\partial \Theta_{\Theta_d}} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (4.2.8)$$

где  $\Theta_{\Theta_1}, \Theta_{\Theta_2}, \dots, \Theta_{\Theta_d}$  – значения фазовых скачков, при которых наблюдаются экстремумы. При решении задачи будем полагать, что они принимают любые значения из диапазона  $\Theta_{\Theta_v} \in [-\pi; \pi]$ . Корректность такого допущения обусловлена тем, что эффективный фазовый скачок без учёта статической составляющей, обусловленный МСИ в ЛИС и вызванный передачей  $d$ -го символа, принимает значения  $\Theta_{d_{\text{эф}}} \in [-\pi; \pi]$ . При этом очевидно, что данное условие будет выполняться тем точнее, чем  $d \rightarrow l \rightarrow \infty$ . Здесь

$$\Theta_{d_{\text{эф}}} = \begin{cases} \Theta'_{d_{\text{эф}}}, & \text{если } \Theta'_{d_{\text{эф}}} \in [-\pi; \pi]; \\ -2\pi + \Theta'_{d_{\text{эф}}}, & \text{если } \Theta'_{d_{\text{эф}}} \in (\pi; 2\pi); \\ 2\pi + \Theta'_{d_{\text{эф}}}, & \text{если } \Theta'_{d_{\text{эф}}} \in (-2\pi; -\pi); \end{cases} \quad (4.2.9)$$

$$\Theta'_{d_{\text{эф}}} = \gamma_d - \Psi_{\text{ком}}([d-1]t'_{\text{нуд}}).$$

Для решения задачи по поиску экстремумов получим соотношения, которые определяют необходимые для этого частные производные. Выражение для  $\alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{нуд}})$  с учётом (4.2.7); замен  $\tau_c = t'_{\text{нуд}}$ ;  $\Theta_v = \Theta_{\Theta_v}$ ;  $S_I = S_I^* \Big|_{\substack{\tau_c = t'_{\text{нуд}} \\ \Theta_v = \Theta_{\Theta_v}}}$ ;  $S_Q = S_Q^* \Big|_{\substack{\tau_c = t'_{\text{нуд}} \\ \Theta_v = \Theta_{\Theta_v}}}$ ;

$$\dot{C}'_{\text{фмн}}(dt'_{\text{нуд}}) = \dot{C}'_{\text{фмн}}(dt'_{\text{нуд}}) \Big|_{\Theta_v = \Theta_{\Theta_v}}, \text{ где } v = \overline{1, d}, \text{ а также } 0 < \left| \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{нуд}}) \right| \leq \alpha_{\text{доп}} < \pi/n < \pi/2$$

примет вид

$$\alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{нуд}}) = \arctg \left( \frac{\text{Im} \dot{C}'_{\text{фмн}}(dt'_{\text{нуд}})}{\text{Re} \dot{C}'_{\text{фмн}}(dt'_{\text{нуд}})} \right) = \arctg \left( \frac{-S_Q}{S_I} \right). \quad (4.2.10)$$

В этом случае на основании равенства (4.2.10) соотношение, позволяющее

определить  $\frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{Hy}_d})}{\partial \Theta_{\Theta_v}}$  примет вид

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{Hy}_d})}{\partial \Theta_{\Theta_v}} &= \frac{1}{1 + \left( \frac{\text{Im} \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d})}{\text{Re} \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d})} \right)^2} \times \\
 &\times \frac{\frac{\partial \text{Im} \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d})}{\partial \Theta_{\Theta_v}} \text{Re} \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d}) - \text{Im} \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d}) \frac{\partial \text{Re} \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d})}{\partial \Theta_{\Theta_v}}}{\left( \text{Re} \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d}) \right)^2} = \\
 &= \frac{\frac{\partial \text{Im} \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d})}{\partial \Theta_{\Theta_v}} \text{Re} \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d}) - \text{Im} \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d}) \frac{\partial \text{Re} \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d})}{\partial \Theta_{\Theta_v}}}{\left| \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d}) \right|^2} = \\
 &= \frac{-\frac{\partial S_{\varrho}}{\partial \Theta_{\Theta_v}} S_I + S_{\varrho} \frac{\partial S_I}{\partial \Theta_{\Theta_v}}}{\left| \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d}) \right|^2} = -\frac{\frac{\partial S_{\varrho}}{\partial \Theta_{\Theta_v}} S_I - S_{\varrho} \frac{\partial S_I}{\partial \Theta_{\Theta_v}}}{\left| \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d}) \right|^2}. \quad (4.2.11)
 \end{aligned}$$

Для  $v=1$  оно примет вид

$$\frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{Hy}_d})}{\partial \Theta_{\Theta_1}} = -\frac{S_I \left[ 1 - B_0(dt'_{\text{Hy}_d}) \right] \cos \left( \sum_{q=1}^d \Theta_{\Theta_q} \right) + S_{\varrho} \left[ 1 - B_0(dt'_{\text{Hy}_d}) \right] \sin \left( \sum_{q=1}^d \Theta_{\Theta_q} \right)}{\left| \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d}) \right|^2}, \quad (4.2.12)$$

а для  $v = \overline{2, d}$  оно будет определяться следующим образом

$$\left. \frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{Hy}_d})}{\partial \Theta_{\Theta_v}} \right|_{v=\overline{2, d}} = -\frac{1}{\left| \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d}) \right|^2} \left[ S_I \left\{ \left[ 1 - B_0(dt'_{\text{Hy}_d}) \right] \cos \left( \sum_{q=1}^d \Theta_{\Theta_q} \right) \right\} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{r=1}^{v-1} \left[ B_0([d-r+1]t'_{\text{Hy}_d}) - B_0([d-r]t'_{\text{Hy}_d}) \right] \cos \left( \sum_{q=r+1}^d \Theta_{\Theta_q} \right) \Big\} + S_Q \left\{ [1 - B_0(dt'_{\text{Hy}_d})] \times \right. \\
& \left. \times \sin \left( \sum_{q=1}^d \Theta_{\Theta_q} \right) + \sum_{r=1}^{v-1} \left[ B_0([d-r+1]t'_{\text{Hy}_d}) - B_0([d-r]t'_{\text{Hy}_d}) \right] \sin \left( \sum_{q=r+1}^d \Theta_{\Theta_q} \right) \right\}. \quad (4.2.13)
\end{aligned}$$

Анализируя выражения (4.2.12) и (4.2.13), приходим к выводу, что общее выражение, определяющее частную производную  $\frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{Hy}_d})}{\partial \Theta_{\Theta_v}}$ , имеет вид

$$\frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{Hy}_d})}{\partial \Theta_{\Theta_v}} = - \frac{S_I \sum_{r=0}^{v-1} B_r^* \cos \vartheta_r + S_Q \sum_{r=0}^{v-1} B_r^* \sin \vartheta_r}{\left| \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d}) \right|^2}, \quad (4.2.14)$$

где  $B_r^* = \tilde{B}_r(t'_{\text{Hy}_d})$ ;  $\vartheta_r = \sum_{q=r+1}^d \Theta_{\Theta_q}$ .

С учётом (4.2.14) система уравнений (4.2.8) примет вид

$$\left. \begin{aligned}
& - \frac{S_I \sum_{r=0}^0 B_r^* \cos \vartheta_r + S_Q \sum_{r=0}^0 B_r^* \sin \vartheta_r}{\left| \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d}) \right|^2} = 0 \\
& - \frac{S_I \sum_{r=0}^1 B_r^* \cos \vartheta_r + S_Q \sum_{r=0}^1 B_r^* \sin \vartheta_r}{\left| \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d}) \right|^2} = 0 \\
& \quad \vdots \\
& - \frac{S_I \sum_{r=0}^{d-1} B_r^* \cos \vartheta_r + S_Q \sum_{r=0}^{d-1} B_r^* \sin \vartheta_r}{\left| \dot{C}'_{\text{фМН}}(dt'_{\text{Hy}_d}) \right|^2} = 0
\end{aligned} \right\}, \quad (4.2.15)$$

Систему (4.2.15) также можно представить в следующем виде

$$\left. \begin{aligned}
 S_I \sum_{r=0}^0 B_r^* \cos \vartheta_r + S_Q \sum_{r=0}^0 B_r^* \sin \vartheta_r &= 0 \\
 S_I \sum_{r=0}^1 B_r^* \cos \vartheta_r + S_Q \sum_{r=0}^1 B_r^* \sin \vartheta_r &= 0 \\
 &\vdots \\
 S_I \sum_{r=0}^{d-1} B_r^* \cos \vartheta_r + S_Q \sum_{r=0}^{d-1} B_r^* \sin \vartheta_r &= 0 \\
 \left| \dot{C}'_{\text{фмн}} \left( dt'_{\text{нуд}} \right) \right|^2 &\neq 0
 \end{aligned} \right\}. \quad (4.2.16)$$

Анализируя систему (4.2.16), можно прийти к выводу, что она также может быть представлена в следующем виде

$$\left. \begin{aligned}
 S_I B_0^* \cos \vartheta_0 + S_Q B_0^* \sin \vartheta_0 &= 0 \\
 S_I B_0^* \cos \vartheta_0 + S_Q B_0^* \sin \vartheta_0 + S_I B_1^* \cos \vartheta_1 + S_Q B_1^* \sin \vartheta_1 &= 0 \\
 S_I \sum_{r=0}^1 B_r^* \cos \vartheta_r + S_Q \sum_{r=0}^1 B_r^* \sin \vartheta_r + S_I B_2^* \cos \vartheta_2 + S_Q B_2^* \sin \vartheta_2 &= 0 \\
 &\vdots \\
 S_I \sum_{r=0}^{d-3} B_r^* \cos \vartheta_r + S_Q \sum_{r=0}^{d-3} B_r^* \sin \vartheta_r + S_I B_{d-2}^* \cos \vartheta_{d-2} + S_Q B_{d-2}^* \sin \vartheta_{d-2} &= 0 \\
 S_I \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \cos \vartheta_r + S_Q \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \sin \vartheta_r + S_I B_{d-1}^* \cos \vartheta_{d-1} + S_Q B_{d-1}^* \sin \vartheta_{d-1} &= 0 \\
 \left| \dot{C}'_{\text{фмн}} \left( dt'_{\text{нуд}} \right) \right|^2 &\neq 0
 \end{aligned} \right\}. \quad (4.2.17)$$

Анализируя систему (4.2.17), приходим к выводу, что системы (4.2.16) и (4.2.17) можно преобразовать к виду

$$\left. \begin{aligned}
 S_I B_0^* \cos \vartheta_0 + S_Q B_0^* \sin \vartheta_0 &= 0 \\
 S_I B_1^* \cos \vartheta_1 + S_Q B_1^* \sin \vartheta_1 &= 0 \\
 &\vdots \\
 S_I B_{d-1}^* \cos \vartheta_{d-1} + S_Q B_{d-1}^* \sin \vartheta_{d-1} &= 0 \\
 \left| \dot{C}'_{\text{фмн}} \left( dt'_{\text{нуд}} \right) \right|^2 &\neq 0
 \end{aligned} \right\}. \quad (4.2.18)$$

Мы будем искать решение системы (4.2.18) при условии, что  $\forall B_v^* \neq 0$ , где  $v = \overline{0, d}$ , поскольку в противном случае это соответствует моменту времени окончания переходного процесса, вызванного передачей ФМН- $n$ -сигнала, что может быть только при  $t'_{\text{нуд}} \rightarrow \infty$ .

Таким образом, систему (4.2.18) можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \text{ctg } \vartheta_0 &= -\frac{S_Q}{S_I} \\ \text{ctg } \vartheta_1 &= -\frac{S_Q}{S_I} \\ &\vdots \\ \text{ctg } \vartheta_{d-1} &= -\frac{S_Q}{S_I} \\ \left| \dot{C}'_{\text{ФМН}}(dt'_{\text{нуд}}) \right|^2 &\neq 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4.2.19)$$

Из системы (4.2.19), с учётом (4.2.10), следует следующее соотношение, которое и определяет её решение

$$\text{ctg } \vartheta_0 = \text{ctg } \vartheta_1 = \dots = \text{ctg } \vartheta_{d-1} = -\frac{S_Q}{S_I} = \text{tg } \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{нуд}}). \quad (4.2.20)$$

Анализируя соотношения (4.2.20) с учётом следующей формулы приведения

$$\text{ctg}(\pi k + \varpi) = \text{ctg } \varpi, \quad k \in \{0; 1\}, \quad (4.2.21)$$

можно прийти к выводу

$$\left. \begin{aligned} \Theta_{\vartheta_v} &= \pi s_v, \text{ где } s_v \in \{0; 1\} \text{ при } v = \overline{1, d-1} \\ \text{ctg } \Theta_{\vartheta_d} &= \text{tg } \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{нуд}}) \text{ при } v = d \end{aligned} \right\}. \quad (4.2.22)$$

Преобразуем уравнение  $\left| \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{нуд}}) \right| = \alpha_{\text{доп}}$  для этого воспользуемся выражениями (4.2.10) и (4.2.22). В результате получим

$$\begin{aligned}
\operatorname{ctg} \Theta_{\Theta_d} = \operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{ны}_d}) &= - \frac{\sum_{r=0}^{d-1} B_r^* \sin \left( \Theta_{\Theta_d} + \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_q \right)}{B_d^* + \sum_{r=0}^{d-1} B_r^* \cos \left( \Theta_{\Theta_d} + \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_q \right)} = \\
&= - \frac{\sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \sin \left( \Theta_{\Theta_d} + \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_q \right) + B_{d-1}^* \sin \Theta_{\Theta_d}}{B_d^* + \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \cos \left( \Theta_{\Theta_d} + \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_q \right) + B_{d-1}^* \cos \Theta_{\Theta_d}}.
\end{aligned} \tag{4.2.23}$$

Для упрощения (4.2.23) преобразуем ниже приведённые элементы, входящие в его состав, используя тригонометрические преобразования

$$\begin{aligned}
\sin \left( \Theta_{\Theta_d} + \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_q \right) &= \sin \Theta_{\Theta_d} \cos \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_q + \cos \Theta_{\Theta_d} \sin \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_q = \sin \Theta_{\Theta_d} \cos \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_q; \\
\cos \left( \Theta_{\Theta_d} + \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_q \right) &= \cos \Theta_{\Theta_d} \cos \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_q - \sin \Theta_{\Theta_d} \sin \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_q = \cos \Theta_{\Theta_d} \cos \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_q.
\end{aligned} \tag{4.2.24}$$

Для дальнейшего упрощения соотношений в (4.2.24), преобразуем множитель

$\cos \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_q$  следующим образом

$$\begin{aligned}
\cos \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_q &= \cos \pi s_{d-1} \cos \sum_{q=r+1}^{d-2} \pi s_q - \underbrace{\sin \pi s_{d-1} \sin \sum_{q=r+1}^{d-2} \pi s_q}_{\text{равно нулю}} = \\
&= \cos \pi s_{d-1} \left( \cos \pi s_{d-2} \cos \sum_{q=r+1}^{d-3} \pi s_q - \underbrace{\sin \pi s_{d-2} \sin \sum_{q=r+1}^{d-3} \pi s_q}_{\text{равно нулю}} \right) = \dots = \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q
\end{aligned} \tag{4.2.25}$$

С учётом соотношений (4.2.24) и (4.2.25), выражение (4.2.23) примет вид

$$\operatorname{ctg} \Theta_{\Theta_d} = - \frac{\sin \Theta_{\Theta_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right)}{B_d^* + \cos \Theta_{\Theta_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right)}. \tag{4.2.26}$$

Преобразуем выражение (4.2.26) относительно  $\Theta_{\Theta_d}$  следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{\cos \Theta_{\Theta_d}}{\sin \Theta_{\Theta_d}} &= -\frac{\sin \Theta_{\Theta_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right)}{B_d^* + \cos \Theta_{\Theta_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right)}; \\ B_d^* \cos \Theta_{\Theta_d} + \cos^2 \Theta_{\Theta_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right) &= -\sin^2 \Theta_{\Theta_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right); \\ \cos \Theta_{\Theta_d} &= -\frac{1}{B_d^*} \left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right). \end{aligned} \quad (4.2.27)$$

Произведём дальнейшее преобразование (4.2.26), используя (4.2.27) и учитывая, что  $\operatorname{ctg} \Theta_{\Theta_d} = \operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{Hy}_d})$  (см. (4.2.22)). В результате получим

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{Hy}_d}) &= -\frac{\sin \Theta_{\Theta_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right)}{B_d^* + \cos \Theta_{\Theta_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right)}; \\ \operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{Hy}_d}) &= \frac{\operatorname{Im} \dot{H}_\phi(d, t'_{\text{Hy}_d})}{\operatorname{Re} \dot{H}_\phi(d, t'_{\text{Hy}_d})} = \\ &= -\frac{\sqrt{1 - \frac{1}{(B_d^*)^2} \left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right)^2} \left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right)}{B_d^* - \frac{1}{B_d^*} \left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right)^2} = \\ &= -\frac{\frac{1}{B_d^*} \sqrt{(B_d^*)^2 - \left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right)^2} \left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right)}{\frac{1}{B_d^*} \left[ (B_d^*)^2 - \left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right)^2 \right]}; \end{aligned} \quad (4.2.28)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Im} \dot{H}_\phi(d, t'_{\text{Hy}_d}) &= -L_\phi(d, t'_{\text{Hy}_d}) \sqrt{1 - \frac{1}{(B_d^*)^2} [L_\phi(d, t'_{\text{Hy}_d})]^2} \\ \operatorname{Re} \dot{H}_\phi(d, t'_{\text{Hy}_d}) &= B_d^* - \frac{1}{B_d^*} [L_\phi(d, t'_{\text{Hy}_d})]^2 \\ L_\phi(d, t'_{\text{Hy}_d}) &= \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \end{aligned} \right\}. \quad (4.2.29)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{Hy}_d}) = - \frac{\left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right)}{\sqrt{(B_d^*)^2 - \left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right)^2}}. \quad (4.2.30)$$

С учётом (4.2.30) уравнение  $|\alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{Hy}_d})| = \alpha_{\text{доп}}$ , позволяющее оценить  $t'_{\text{Hy}_d}$ , примет вид

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi}{n} \alpha_0 = \operatorname{tg} \alpha_{\text{доп}} = \left| \frac{\left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right)}{\sqrt{(B_d^*)^2 - \left( \sum_{r=0}^{d-2} B_r^* \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_q + B_{d-1}^* \right)^2}} \right|. \quad (4.2.31)$$

Анализируя соотношение (4.2.31), приходим к выводу, что оценка  $t'_{\text{Hy}_d}$  требует решения набора из  $2^{d-1}$  уравнений, каждое из них на основании (4.2.31) имеет вид

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi}{n} \alpha_0 = \operatorname{tg} \alpha_{\text{доп}} = \left| \frac{\left( \sum_{r=0}^{d-2} \tilde{B}_r(t_{\text{уст}_{d_i}}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{q_i} + \tilde{B}_{d-1}(t_{\text{уст}_{d_i}}) \right)}{\sqrt{\left( \tilde{B}_d(t_{\text{уст}_{d_i}}) \right)^2 - \left( \sum_{r=0}^{d-2} \tilde{B}_r(t_{\text{уст}_{d_i}}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{q_i} + \tilde{B}_{d-1}(t_{\text{уст}_{d_i}}) \right)^2}} \right|. \quad (4.2.32)$$

Каждое  $(i = \overline{1, 2^{d-1}})$ -е уравнение из набора определяется конкретными значениями параметров  $s_{vi}$ , где  $v = \overline{1, d-1}$ . Их значения можно определить, используя следующее правило, которое задано в виде множества

$$S_i^{(d)} = \left\{ s_{vi} \left| \left( s_{(d-1)i} s_{(d-2)i} \dots s_{2i} s_{1i} \right)_2 = i-1; v = \overline{1, d-1} \right. \right\}, \quad (4.2.33)$$

где  $(\cdot)_2 = X_d$  – представление десятичного числа  $X_d$  в двоичной системе счисления.

Непосредственно определение  $t'_{\text{нуд}}$  производится на основании использования следующего соотношения, которое для компактности вида представим в следующей форме

$$\bigcup_{w_d=1}^{W_{\text{МН},d}} \left[ \tau_{\text{н.ок}_d}^{(w_d)} ; \tau_{\text{к.ок}_d}^{(w_d)} \right] \cup \left[ \tau_{\text{гpd}} ; +\infty \right) = \bigcap_{i=1}^{2^{d-1}} T_{d_i}, \quad (4.2.34)$$

где  $T_{d_i} = \bigcup_{w_{d_i}=1}^{W_{d_i}} \left[ \tau_{\text{н.ок}_{d_i}}^{(w_{d_i})} ; \tau_{\text{к.ок}_{d_i}}^{(w_{d_i})} \right] \cup \left[ \tau_{\text{гpd}_i} ; +\infty \right)$  – множество длительностей символов,

обеспечивающих  $\left| \alpha_{\text{уст}}(dT_{d_i}) \right| \leq \alpha_{\text{доп}}$  при  $i$ -ой реализации ансамбля параметров для  $d$ -го символа (см. (4.2.33)).

Здесь также полагается

$t_{\text{уст}_{d_i}} = \left\{ \tau_{\text{н.ок}_{d_i}}^{(w_{d_i})} \right\}_{w_{d_i}=1}^{W_{d_i}} \cup \left\{ \tau_{\text{к.ок}_{d_i}}^{(w_{d_i})} \right\}_{w_{d_i}=1}^{W_{d_i}} \cup \left\{ \tau_{\text{гpd}_i} \right\}$  – решение  $i$ -го уравнения (см. (4.2.32)) для  $d$ -символа;

$w_{d_i} = \overline{1, W_{d_i}}$  и  $W_{d_i}$  – номер окна прозрачности и общее число «окон прозрачности» для  $d$ -го символа, определяемого из решения  $i$ -го уравнения;

$\tau_{\text{н.ок}_{d_i}}^{(w_{d_i})}$  и  $\tau_{\text{к.ок}_{d_i}}^{(w_{d_i})}$  – длительности символов, при которых начинается и заканчивается  $w_{d_i}$ -е «окно прозрачности»;

$\tau_{\text{гpd}_i}$  – граничная длительность для  $d$ -го символа и  $i$ -го уравнения из набора. В отсутствии «окон прозрачности» у решения  $i$ -го уравнения

$t_{\text{уст}_{d_i}} = \tau_{\text{гpd}_i}$ .

Проанализируем выражение (4.2.30) для определения свойств решений набора уравнений, определяемых (4.2.32) и (4.2.33), с целью формирования алгоритма оценки разрешающего времени, эффективного, с точки зрения вычислительной сложности.

Докажем свойство о «комбинациях символов», которое заключается в том, что все реализации зависимостей ошибок установления по фазе, определяемые  $S_{vi}$  (см. (4.2.33)) для  $d = d_1 - 1$  символа (см. (4.2.30)) от длительности символа  $\tau_c$  содержатся в её реализациях для  $d = d_1$  символа.

□ Рассмотрим (4.2.30) для  $d = d_1$  и  $d = d_1 - 1$  символов, используя обратную замену  $t'_{\text{нуд}}$  на  $\tau_c$ . При этом очевидно, что  $d_1 \geq 2$ . Так, с учётом вышеприведенного, данное выражение для  $d_1$ -ого символа примет вид

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(d_1 \tau_c) = -\frac{P_{d_1}}{\sqrt{(B_0(\tau_c))^2 - (P_{d_1})^2}}, \quad (4.2.35)$$

$$\text{где } P_{d_1} = [1 - B_0(d_1 \tau_c)] \prod_{q=1}^{d_1-1} \cos \pi s_q + [B_0(d_1 \tau_c) - B_0([d_1 - 1] \tau_c)] \prod_{q=2}^{d_1-1} \cos \pi s_q + \\ + \sum_{r=2}^{d_1-2} [B_0([d_1 - r + 1] \tau_c) - B_0([d_1 - r] \tau_c)] \prod_{q=r+1}^{d_1-1} \cos \pi s_q + B_0(2\tau_c) - B_0(\tau_c).$$

А для  $(d_1 - 1)$ -ого символа оно примет вид

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}((d_1 - 1) \tau_c) = -\frac{P_{d_1-1}}{\sqrt{(B_0(\tau_c))^2 - (P_{d_1-1})^2}}, \quad (4.2.36)$$

где

$$P_{d_1-1} = \begin{cases} [1 - B_0([d_1 - 1] \tau_c)] \prod_{q=1}^{d_1-2} \cos \pi s_q + \sum_{r=1}^{d_1-3} [B_0([d_1 - r] \tau_c) - B_0([d_1 - r - 1] \tau_c)] \times \\ \times \prod_{q=r+1}^{d_1-2} \cos \pi s_q + B_0(2\tau_c) - B_0(\tau_c) \text{ при } d_1 - 1 \geq 2; \\ [1 - B_0(\tau_c)] \text{ при } d_1 - 1 = 1. \end{cases}$$

Из сравнения выражений (4.2.35) и (4.2.36) видно, что для равенства их правой частей должны быть равны  $P_{d_1} = P_{d_1-1}$ .

Так при  $d_1 - 1 \geq 2$  для этого очевидно должны быть выполнены следующие два условия:

1) первое из них

$$\begin{aligned} & \sum_{r_1=2}^{d_1-2} \left[ B_0([d_1 - r_1 + 1]\tau_c) - B_0([d_1 - r_1]\tau_c) \right] \prod_{q_1=r_1+1}^{d_1-1} \cos \pi s_{q_1} = \\ & = \sum_{r=1}^{d_1-3} \left[ B_0([d_1 - r]\tau_c) - B_0([d_1 - r - 1]\tau_c) \right] \prod_{q=r+1}^{d_1-2} \cos \pi s_q ; \end{aligned} \quad (4.2.37)$$

2) второе из них

$$\begin{aligned} & \left[ 1 - B_0(d_1\tau_c) \right] \prod_{q_1=1}^{d_1-1} \cos \pi s_{q_1} + \left[ B_0(d_1\tau_c) - B_0([d_1 - 1]\tau_c) \right] \prod_{q_1=2}^{d_1-1} \cos \pi s_{q_1} = \\ & = \left[ 1 - B_0([d_1 - 1]\tau_c) \right] \prod_{q=1}^{d_1-2} \cos \pi s_q . \end{aligned} \quad (4.2.38)$$

Здесь для удобства анализа произведена замена индекса суммирования  $q$  на  $q_1$  и произведения  $r$  на  $r_1$  для левой части уравнений (4.2.37) и (4.2.38), которые соответствуют составляющим, относящимся к порядковому номеру символа  $d = d_1$ .

Преобразуем уравнение (4.2.37) с учётом следующей замены  $r' = r_1 - 1$ , в результате получим

$$\begin{aligned} & \sum_{r'=1}^{d_1-3} \left[ B_0([d_1 - r']\tau_c) - B_0([d_1 - r' - 1]\tau_c) \right] \prod_{q_1=r'+2}^{d_1-1} \cos \pi s_{q_1} = \\ & = \sum_{r=1}^{d_1-3} \left[ B_0([d_1 - r]\tau_c) - B_0([d_1 - r - 1]\tau_c) \right] \prod_{q=r+1}^{d_1-2} \cos \pi s_q . \end{aligned} \quad (4.2.39)$$

Используем замену  $r = r' = r_0$  и приравняем множители при одинаковых приращениях функций установлений в (4.2.39), в результате получим соотношение, определяющее решение данного уравнения,

$$\left. \begin{aligned} \prod_{q_1=r_0+2}^{d_1-1} \cos \pi s_{q_1} &= \prod_{q=r_0+1}^{d_1-2} \cos \pi s_q \\ d_1 - 3 &\geq r_0 \geq 1 \end{aligned} \right\}. \quad (4.2.40)$$

Анализируя (4.2.40), можно прийти к выводу, что решение уравнения (4.2.39) будет иметь вид

$$s_{q_1} = s_q, \quad (4.2.41)$$

где  $q_1 = q + 1$ , а  $q_1 = \overline{3; d_1 - 1}$  и  $q = \overline{2; d_1 - 2}$ .

С учётом (4.2.41) уравнение (4.2.38) можно представить в виде

$$\begin{aligned} &\left( [1 - B_0(d_1 \tau_c)] \prod_{q_1=1}^2 \cos \pi s_{q_1} + [B_0(d_1 \tau_c) - B_0([d_1 - 1] \tau_c)] \prod_{q_1=2}^2 \cos \pi s_{q_1} \right) \prod_{q_1=3}^{d_1-1} \cos \pi s_{q_1} = \\ &= \left( [1 - B_0([d_1 - 1] \tau_c)] \prod_{q=1}^1 \cos \pi s_q \right) \prod_{q=2}^{d_1-2} \cos \pi s_q; \\ &\prod_{q_1=2}^2 \cos \pi s_{q_1} \left( [1 - B_0(d_1 \tau_c)] \prod_{q_1=1}^1 \cos \pi s_{q_1} + [B_0(d_1 \tau_c) - B_0([d_1 - 1] \tau_c)] \right) = \\ &= [1 - B_0([d_1 - 1] \tau_c)] \prod_{q=1}^1 \cos \pi s_q. \end{aligned} \quad (4.2.42)$$

Анализируя (4.2.42) можно прийти к выводу, что его решение имеет вид

$$\left. \begin{aligned} s_{q_1} &= s_q, \text{ при } q_1 = 2, q = 1; \\ s_{q_1} \Big|_{q_1=1} &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4.2.43)$$

Таким образом, на основании (4.2.41) и (4.2.43), общее решение для рассматриваемого случая примет вид

$$\left. \begin{aligned} s_{q_1} &= s_q \text{ при } q_1 = q + 1, q_1 = \overline{2; d_1 - 1}, q = \overline{1; d_1 - 2}; \\ s_{q_1} \Big|_{q_1=1} &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4.2.44)$$

Рассмотрим теперь вариант реализации при  $d_1 - 1 = 1$ . Для этого, очевидно должно быть выполнено следующее условие

$$[1 - B_0(2\tau_c)] \prod_{q_1=1}^1 \cos \pi s_{q_1} + B_0(2\tau_c) - B_0(\tau_c) = [1 - B_0(\tau_c)], \quad (4.2.45)$$

где используются замены индексов  $q$  на  $q_1$  и  $r$  на  $r_1$  для левой части уравнения (4.2.45), которая соответствует составляющим, относящимся к порядковому номеру символа  $d = d_1$ .

Из анализа (4.2.45) следует, что его решение имеет вид  $s_{q_1} \Big|_{q_1=1} = 0$ . На основе полученных результатов приходим к выводу, что рассматриваемое свойство является доказанным, поскольку  $\alpha_{\text{уст}}(d_1 \tau_c) = \alpha_{\text{уст}}((d_1 - 1) \tau_c)$  достигается в том случае, когда передача первого символа из информационной последовательности, состоящей из  $d_1$  символов, соответствует отсутствию скачка фазы, а все остальные значения скачков фазы соответствуют значениям, которые определяются информационной последовательностью из  $d_1 - 1$  символов. ■

Из свойства о «комбинациях символов» следует, что наибольшее время установления для  $d$ -го символа будет также обеспечивать корректность приема согласно решающего правила (3.1.9) всех предшествующих ему символов информационной последовательности. Из доказательства свойства также следует, что число уравнений, определяющих новые решения при определении наибольшего времени установления  $t'_{\text{ну}_d}$  относительно  $t'_{\text{ну}_{d-1}}$ , будет соответствовать значению  $2^{d-1} / 2 = 2^{d-2}$ , что обусловлено тем, что общее число уравнений в наборе для  $t'_{\text{ну}_d}$  составляет  $2^{d-1}$ , при этом половина из них содержится в наборе для  $t'_{\text{ну}_{d-1}}$ . Это дополнительно позволяет снизить вычислительную сложность разрабатываемого алгоритма оценки пропускной способности при реализации аналитического метода.

Анализ выражения (4.2.30) совместно с (4.2.31) позволяет утверждать, что для получаемых решений будет выполняться соотношение  $\left| \alpha_{\text{уст}}(dt'_{\text{ну}_d}) \right| < \pi / 2$ , поскольку в противном случае знаменатель в правой части выражения (4.2.30) принимает комплексные значения.

Поскольку для ЛИС справедлив принцип транспозиции, то степень влияния канальных символов, предшествующих принимаемому ( $d$ -й символ), в виде МСИ

в момент съема информации о нём ( $d$ -й символ) будет тем меньше, чем дальше они расположены друг относительно друга во времени. Следовательно, разрешающее время можно аппроксимировать  $|t_{\text{раз}} - t'_{\text{ну}_{G+1}}| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$  с заданной точностью  $\varepsilon_{\text{раз}}$  наибольшим временем установления  $t'_{\text{ну}_{G+1}}$  для  $G+1$  символа, где  $G$  – эффективная память канала. Под эффективной памятью  $G$  понимается число символов, предшествующих принимаемому, которые влияют на процесс установления значения информативного параметра, с заданной точностью  $\varepsilon$ <sup>1</sup>.

Сформулируем задачу по определению эффективной памяти. Для этого рассмотрим функциональный ряд  $\lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{r=0}^l B'_{rl}(l\tau_c) \exp(j\gamma_r)$ , получаемый с использованием равенства (4.2.2), полагая в нём  $t = l\tau_c$ ,  $l \rightarrow \infty$  и используя следующие обозначения

$$B'_{\varpi\nu}(t) = \begin{cases} 1 - B_0(t) & \text{при } \varpi = 0; \\ B_0(t - (\varpi - 1)\tau_c) - B_0(t - \varpi\tau_c) & \text{при } \varpi = \overline{1, \nu - 1}; \\ B_0(t - (\nu - 1)\tau_c) & \text{при } \varpi = \nu. \end{cases} \quad (4.2.46)$$

В силу справедливости принципа транспозиции для ЛИС он равномерно сходится при  $\tau_c \geq 0$  а, следовательно, согласно теории рядов [178], будет справедливо следующее соотношение

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \left| \sum_{r=0}^l B'_{rl}(l\tau_c) \exp(j\gamma_r) \right| \leq \lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{r=0}^l |B'_{rl}(l\tau_c)|.$$

$$\text{Кроме того, также будет справедливо } \left| \sum_{r=0}^d B'_{rd}(d\tau_c) \exp(j\gamma_r) \right| \leq \sum_{r=0}^d |B'_{rd}(d\tau_c)|.$$

<sup>1</sup> Под  $\varepsilon$  понимается точность установления, определяемой по огибающей переходного процесса, являющейся верхней оценкой погрешности.

На основании вышеизложенного соотношение, позволяющее определить зависимость наибольшей оценки эффективной памяти от длительности символа  $\hat{G}(\tau_c)$ , можно представить следующим образом

$$\hat{G}(\tau_c) = \min \left\{ G'(\tau_c) : 0 < \lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{r_n=1}^{l+1} \left| B''_{(r_n-1)(l+1)}(\tau_c) \right| - \sum_{r_n=1}^{G'(\tau_c)+1} \left| B''_{(r_n-1)(G'(\tau_c)+2)}(\tau_c) \right| \leq \varepsilon \right\}. \quad (4.2.47)$$

Здесь  $B''_{\varpi_1 \nu}(\tau_c) = B'_{\varpi \nu}(\nu \tau_c) \Big|_{\varpi=\nu-\varpi_1}$  и  $r_n = \nu - \varpi + 1$  – номер символа, отсчитываемый относительно принимаемого  $\nu$ -го символа в сторону уменьшения времени передачи информационной последовательности. Значение  $r_n = 1$  соответствует принимаемому символу  $\nu$ .

Используя следующее соотношение

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{r_n=1}^{l+1} \left| B''_{(r_n-1)(l+1)}(\tau_c) \right| = R_h + \sum_{r_n=1}^h \left| B''_{(r_n-1)(l+1)}(\tau_c) \right|,$$

где  $R_h$  –  $h$ -й остаток рассматриваемого ряда, выражение (4.2.47), представим в следующем виде

$$\hat{G}(\tau_c) = \min \left\{ G'(\tau_c) : 0 < R_h + \sum_{r_n=1}^h \left| B''_{(r_n-1)(l+1)}(\tau_c) \right| - \sum_{r_n=1}^{G'(\tau_c)+1} \left| B''_{(r_n-1)(G'(\tau_c)+2)}(\tau_c) \right| \leq \varepsilon \right\}. \quad (4.2.48)$$

Из анализа выражения (4.2.48) следует, что для его использования необходимо оценить остаток ряда  $R_h$  и значение  $h$ , а также определить  $\varepsilon$ .

Из анализа выражения (4.2.48) следует, что оценку  $\varepsilon$  при заданном значении  $\varepsilon_{\text{раз}}$  необходимо производить по разности значений физической огибающей переходного процесса, вызванного передачей ФМн- $n$ -сигнала через ЛИС, в моменты времени, определяемые  $t'_{\text{ну}_3}$  и  $t'_{\text{ну}_3} \pm \varepsilon_{\text{раз}}$  для 3-го символа, соответственно, (знак определяется составляющими наибольшего времени установления, что будет продемонстрировано ниже) при скачках фазы, определяемых согласно (4.2.22). Использование оценки наибольшего времени установления для третьего символа при определении  $\varepsilon$  обусловлено тем, что в ряде работ [86,162] было показано, что при использовании субоптимальных методов приема необходимо учитывать не менее 3 символов в качестве предыстории.

С учётом вышеизложенного правило оценки  $\varepsilon$  по значению  $\varepsilon_{\text{раз}}$  примет вид

$$\varepsilon = \min \{ \varepsilon_+; \varepsilon_- \}$$

$$\varepsilon_+ = \min_{T_+} \left| H_\Phi(3, T_+) - H_\Phi(3, [T_+ + \varepsilon_{\text{раз}}]) \right|,$$

$$\varepsilon_- = \min_{T_-} \left| H_\Phi(3, T_-) - H_\Phi(3, [T_- - \varepsilon_{\text{раз}}]) \right|$$
(4.2.49)

где  $T_+ = \left\{ \tau_{\text{н.ок}_3}^{(w_3)} \right\}_{w_3=1}^{W_{\text{ФМн.3}}} \cup \{ \tau_{\text{гр}_3} \}$ ;  $T_- = \left\{ \tau_{\text{к.ок}_3}^{(w_3)} \right\}_{w_3=1}^{W_{\text{ФМн.3}}}$ ;  $H_\Phi(\cdot) = \left| \dot{H}_\Phi(\cdot) \right|$ , её составляющие определяются в соответствии с (4.2.29), полагая  $d = 3$  и используя замены в них  $t'_{\text{ну}_d}$  на  $T_\pm$  или  $T_\pm \pm \varepsilon_{\text{раз}}$ , а также  $s_q$  на  $s_{q_{\text{реш}}} \in S_{i_{\text{реш}}}^{(3)}$ ;  $i_{\text{реш}} \in I_{\text{ф.реш}}$ ;  $I_{\text{ф.реш}}$  – множество номеров уравнений, которые определяют элементы множества  $t'_{\text{ну}_3}$ .

Для оценки остатка ряда  $R_h$  будем использовать следующие мажорирующие ряды, которые представлены ниже и были выбраны на основе анализа результатов работ [18,19,54]:

1. первый тип ( $c = 1$ )

$$\sum_{h=1}^{\infty} \exp(-\sigma_{1h} \tau_c) = \sum_{h=1}^{\infty} u_{1h}(\tau_c);$$
(4.2.50)

2. второй тип ( $c = 2$ )

$$\sum_{h=1}^{\infty} \sigma_{2h} \tau_c \exp(-\sigma_{2h} \tau_c) = \sum_{h=1}^{\infty} u_{2h}(\tau_c);$$
(4.2.51)

3. третий тип ( $c = 3$ )

$$\sum_{h=1}^{\infty} (1 + \sigma_{3h} \tau_c) \exp(-\sigma_{3h} \tau_c) = \sum_{h=1}^{\infty} u_{3h}(\tau_c).$$
(4.2.52)

Здесь  $\sigma_{ch} = k_c h_c + b_c$ ; такое допущение сделано на основании анализа функций установлений, представленных в работах [18,19,54].

Для их использования необходимо определить: для каждого  $c$ -го мажорирующего ряда оценку его остатка  $R_{h_c}^c$  для его  $h_c$ -го члена, а также оценку значения  $\hat{h}_c$  при заданном значении  $R_{h_c}^c$ , то есть решить прямую и обратную задачу.

Рассмотрим решение первой из перечисленных задач с использованием интегрального признака Маклорена – Коши [170].

Для ряда первого типа она определяется следующим образом

$$\begin{aligned}
 R_{h_1}^1 &= \int_{h_1+1}^{+\infty} \exp(-[k_1 i_0 + b_1] \tau_c) di_0 = -\frac{1}{k_1 \tau_c} \exp(-[k_1 i_0 + b_1] \tau_c) \Big|_{h_1+1}^{+\infty} = \\
 &= \frac{1}{k_1 \tau_c} \exp(-[k_1 (h_1 + 1) + b_1] \tau_c), \tag{4.2.53}
 \end{aligned}$$

Вычислим теперь оценку для остатка второго ряда с использованием интегрирования по частям

$$\begin{aligned}
 R_{h_2}^2 &= \int_{h_2+1}^{+\infty} [k_2 i_0 + b_2] \tau_c \exp(-[k_2 i_0 + b_2] \tau_c) di_0 = \\
 &= \left| \begin{array}{l} u = [k_2 i_0 + b_2] \tau_c \quad du = k_2 \tau_c di_0 \\ dv = \exp(-[k_2 i_0 + b_2] \tau_c) di_0 \quad v = -\frac{1}{k_2 \tau_c} \exp(-[k_2 i_0 + b_2] \tau_c) \end{array} \right| = \\
 &= -\frac{[k_2 i_0 + b_2] \tau_c}{k_2 \tau_c} \exp(-[k_2 i_0 + b_2] \tau_c) \Big|_{h_2+1}^{+\infty} + \int_{h_2+1}^{+\infty} \exp(-[k_2 i_0 + b_2] \tau_c) di_0 = \\
 &= -\left[ i_0 + \frac{b_2}{k_2} \right] \exp(-[k_2 i_0 + b_2] \tau_c) \Big|_{h_2+1}^{+\infty} - \frac{1}{k_2 \tau_c} \exp(-[k_2 i_0 + b_2] \tau_c) \Big|_{h_2+1}^{+\infty} = \\
 &= -\left[ i_0 + \frac{b_2}{k_2} + \frac{1}{k_2 \tau_c} \right] \exp(-[k_2 i_0 + b_2] \tau_c) \Big|_{h_2+1}^{+\infty} = \\
 &= -\lim_{i_0 \rightarrow \infty} \left[ i_0 + \frac{b_2}{k_2} + \frac{1}{k_2 \tau_c} \right] \exp(-[k_2 i_0 + b_2] \tau_c) + \\
 &+ \left[ h_2 + 1 + \frac{b_2}{k_2} + \frac{1}{k_2 \tau_c} \right] \exp(-[k_2 [h_2 + 1] + b_2] \tau_c). \tag{4.2.54}
 \end{aligned}$$

Раскрытие предела в (4.2.54) произведем, воспользовавшись правилом Лопиталя, поскольку неопределенность имеет вид  $(\infty / \infty)$

$$\begin{aligned} \lim_{i_0 \rightarrow \infty} \left[ i_0 + \frac{b_2}{k_2} + \frac{1}{k_2 \tau_c} \right] \exp(-[k_2 i_0 + b_2] \tau_c) &= \lim_{i_0 \rightarrow \infty} \frac{\frac{d}{di_0} \left[ i_0 + \frac{b_2}{k_2} + \frac{1}{k_2 \tau_c} \right]}{\frac{d}{di_0} \exp([k_2 i_0 + b_2] \tau_c)} = \\ &= \lim_{i_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{k_2 \tau_c \exp([k_2 i_0 + b_2] \tau_c)} = 0. \end{aligned}$$

С учётом последнего равенства выражение (4.2.54) примет вид

$$R_{h_2}^2 = \left[ h_2 + 1 + \frac{b_2}{k_2} + \frac{1}{k_2 \tau_c} \right] \exp(-[k_2 [h_2 + 1] + b_2] \tau_c). \quad (4.2.55)$$

Определим оценку остатка для третьего типа

$$\begin{aligned} R_{h_3}^3 &= \int_{h_3+1}^{+\infty} (1 + [k_3 i_0 + b_3] \tau_c) \exp(-[k_3 i_0 + b_3] \tau_c) di_0 = \int_{h_3+1}^{+\infty} \exp(-[k_3 i_0 + b_3] \tau_c) di_0 + \\ &+ \int_{h_3+1}^{+\infty} [k_3 i_0 + b_3] \tau_c \exp(-[k_3 i_0 + b_3] \tau_c) di_0. \end{aligned}$$

Анализируя последнее равенство с учётом (4.2.54), можем его представить в виде

$$\begin{aligned} R_{h_3}^3 &= \int_{h_3+1}^{+\infty} (1 + [k_3 i_0 + b_3] \tau_c) \exp(-[k_3 i_0 + b_3] \tau_c) di_0 = \\ &= \left[ h_3 + 1 + \frac{b_3}{k_3} + \frac{2}{k_3 \tau_c} \right] \exp(-[k_3 [h_3 + 1] + b_3] \tau_c). \end{aligned} \quad (4.2.56)$$

Следует отметить, что  $R_{h_c}^c \geq R_h$  при  $h_c = h$ . Используя полученные результаты (4.2.53), (4.2.55) и (4.2.56), получим решение второй задачи.

Так для ряда первого типа получим

$$\hat{h}_1 = \left\lceil - \left[ \frac{1}{\tau_c k_1} \ln(R_{h_1}^1 k_1 \tau_c) + \frac{b_1}{k_1} + 1 \right] \right\rceil, \quad (4.2.57)$$

для ряда второго типа

$$R_{h_2}^2 k_2 \tau_c = (1 + [k_2 [h_2 + 1] + b_2] \tau_c) \exp(-[k_2 [h_2 + 1] + b_2] \tau_c);$$

$$\begin{aligned}
-R_{h_2}^2 k_2 \tau_c \exp(-1) &= -(1 + [k_2 [h_2 + 1] + b_2] \tau_c) \exp(- (1 + [k_2 [h_2 + 1] + b_2] \tau_c)); \\
- (1 + [k_2 [h_2 + 1] + b_2] \tau_c) &= W_{-1}(-R_{h_2}^2 k_2 \tau_c \exp(-1)); \\
\hat{h}_2 &= \left[ - \left[ \frac{1 + W_{-1}(-R_{h_2}^2 k_2 \tau_c \exp(-1))}{k_2 \tau_c} + \frac{b_2}{k_2} + 1 \right] \right]; \tag{4.2.58}
\end{aligned}$$

а для ряда третьего типа

$$\hat{h}_3 = \left[ - \left[ \frac{2 + W_{-1}(-R_{h_3}^3 k_3 \tau_c \exp(-2))}{k_3 \tau_c} + \frac{b_3}{k_3} + 1 \right] \right]. \tag{4.2.59}$$

Здесь и далее  $W_{-1}(\cdot)$  –  $W$ -функция Ламберта с выбором ветви -1, выбор ветви обусловлен свойствами самой функции [53] и анализом работ [18,19,54];  $\lceil \cdot \rceil$  – операция округления в большую сторону.

Оценку параметров  $k_c$  и  $b_c$  определяем из решения следующей системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{cD} &= k_c D + b_c \\ \sigma_{cC} &= k_c C + b_c \end{aligned} \right\}, \tag{4.2.60}$$

которое имеет следующий вид

$$\begin{aligned} k_c &= \frac{\sigma_{cC} - \sigma_{cD}}{C - D}; \\ b_c &= \frac{C\sigma_{cD} - D\sigma_{cC}}{C - D}. \end{aligned} \tag{4.2.61}$$

Здесь  $C, D \in H = \{h | h \in \mathbb{N}^*\}$ ,  $C > D$ .

При этом используемые (4.2.61) оценки  $\sigma_{\cdot H}$  осуществляются в соответствии со следующими правилами

– для ряда первого типа

$$\sigma_{1H} = -\ln E_H / \tilde{\tau}_c^{(H)};$$

– для ряда второго типа

$$\sigma_{2H} = -W_{-1}(-E_H) / \tilde{\tau}_c^{(H)};$$

– для ряда третьего типа

$$\sigma_{3H} = -\left(1 + W_{-1}\left[-E_H \exp(-1)\right]\right) / \tilde{\tau}_c^{(H)}$$

Определение значений параметров  $E_H$  и  $\tilde{\tau}_c^{(H)}$  происходит в соответствии со следующим правилом:

а) при монотонном изменении функции установления согласно правилу

$$E_H = \left| B''_{HI}(\tilde{\tau}_c^{(H)}) \right| = \min_{\substack{\tilde{\tau}_c \rightarrow \max \\ \tau'_c \in [\tau_{ГР3}; 2\tau_{ГР3}]} \left\{ \left| B''_{HI}(\tau'_c) \right| : \left| B''_{HI}(\tau'_c) \right| > 0 \right\}; \quad (4.2.62)$$

б) при наличии затухающих колебаний у функции установления, в соответствии с

$$E_H = \left| B''_{HI}(\tilde{\tau}_c^{(H)}) \right| \text{ и } \tilde{\tau}_c^{(H)} = \max T'_H. \quad (4.2.63)$$

Здесь

$$T'_H = \left\{ \tau_{m_{K_i}} \in \tau'_c = \left[ \tau_{н.ок3}^{(1)}; 2\tau_{ГР3} \right] \mid \forall \tau'_c \in \overset{\circ}{U}(\tau_{m_{K_i}}) \left( \left| B''_{HI}(\tau'_c) \right| \leq \left| B''_{HI}(\tau_{m_{K_i}}) \right| \right); K_i = \overline{1, S_H} \right\},$$

где  $S_H$  – число локальных максимумов  $\left| B''_{HI}(\cdot) \right|$  для заданного значения  $H$ .

Необходимо отметить, что выбор наиболее подходящего типа мажорирующего ряда  $c_{\text{опт}}$  происходит на основании анализа множества  $L_{\text{ост}}$ , которое определяет номера членов, использующихся для оценок остатков рядов

$$L_{\text{ост}} = \left\{ h'_c \mid \forall q \in [h'_c; l'] \left( u_{cq}(T_{\text{срав}}) - \left| B''_{ql}(T_{\text{срав}}) \right| \geq 0 \right); c = \overline{1, 3} \right\}, \quad (4.2.64)$$

где при монотонном изменении функции установления  $T_{\text{срав}} \in \left[ \tau_{ГР3}; \tilde{\tau}_c^{(3)} \right)$ , а при

наличии затухающих колебаний –  $T_{\text{срав}} \in \left[ \tau_{н.ок3}^{(1)}; \tilde{\tau}_c^{(3)} \right)$ . При этом при анализе целесообразно ограничить значение  $l' \leq 20$ , в силу быстрого убывания наибольших значений приращений функции установления.

В общем случае, когда  $h'_c$  принимает разные значения для каждого значения типа мажорирующего ряда, оценка  $c_{\text{опт}}$ , когда происходит в соответствии с

$$c_{\text{опт}} = \arg \min_{c=1,3} \sum_{q=1}^3 \delta_{qc} h'_q. \quad (4.2.65)$$

Здесь  $\delta_{qc}$  – дельта Кронекера.

В том случае, когда  $h'_c$  принимает одинаковые значения хотя бы для двух типов мажорирующих рядов  $c_{\text{опт}}$  определяется в соответствии со следующим правилом

$$c_{\text{опт}} = \arg \min_{c \in I'} \left( \max_{T_{\text{срав}}} \left\{ u_{ch'_c}(T_{\text{срав}}) - B''_{h'_c,l}(T_{\text{срав}}) \middle| u_{ch'_c}(T_{\text{срав}}) - B''_{h'_c,l}(T_{\text{срав}}) > 0 \right\} \right), \quad (4.2.66)$$

где  $I' = \arg \min_{c=1;3} \sum_{q=1}^3 \delta_{qc} h'_q$ .

После определения  $c_{\text{опт}}$  происходит оценка значения номера члена оптимального ряда  $h'_{c_{\text{опт}}}$ , используемого для аппроксимации. Это можно представить следующим образом

$$h'_{c_{\text{опт}}} = h'_c \Big|_{c=c_{\text{опт}}}, h'_{c_{\text{опт}}} \in L_{\text{ост}}. \quad (4.2.67)$$

Однако целесообразно для более точной аппроксимации вместо  $h'_{c_{\text{опт}}}$  использовать  $\hat{h}_{c_{\text{опт}}}$ , чье значение определяется на основании  $c_{\text{опт}}$ , полагая  $R_{\hat{h}_{c_{\text{опт}}}}^{c_{\text{опт}}} = Q_\varepsilon \varepsilon$ , где  $Q_\varepsilon \in [0,1;0,01]$ .

На основании выше полученных результатов алгоритм оценки пропускной способности можно представить как результат выполнения следующих этапов:

- 1) *Этап первый.* Определение начальных параметров:
  - 1.1) Наибольшего времени установления для третьего символа  $t'_{\text{ну}_3}$  посредством решения набора уравнений, определяемых (4.2.32) и (4.2.33), и использования соотношения (4.2.34).
  - 1.2) Значение параметра  $\varepsilon$  с помощью выражения (4.2.49).
  - 1.3) Значения параметров для каждого из мажорирующих рядов  $k_c$  и  $b_c$  с помощью (4.2.61) – (4.2.63). В качестве значений С и D целесообразно брать значения  $C = 10$  и  $D = 3$ , что следует на основании анализа результатов работ [18,19,54].
  - 1.4) Определение значений  $h'_c$  для каждого типа мажорирующего ряда с помощью (4.2.64).

1.5) Определения наиболее подходящего типа мажорирующего ряда  $c_{\text{опт}}$  с помощью (4.2.65) и (4.2.66).

2) *Этап второй.* Оценка зависимости наибольшей оценки эффективной памяти от длительности символа с помощью соотношения (4.2.48), преобразованного к виду

$$\hat{G}(\tau_c) = \min \left\{ G'(\tau_c) : 0 < R_{\hat{h}_{c_{\text{опт}}}}^{c_{\text{опт}}} + \sum_{r_{\text{и}}=1}^{\hat{h}_{c_{\text{опт}}}} \left| B''_{(r_{\text{и}}-1)(l+1)}(\tau_c) \right| - \sum_{r_{\text{и}}=1}^{G'(\tau_c)+1} \left| B''_{(r_{\text{и}}-1)(G'(\tau_c)+2)}(\tau_c) \right| \leq \varepsilon \right\}. \quad (4.2.68)$$

Оценка  $\hat{h}_{c_{\text{опт}}}$ , производится посредством использования (4.2.57) – (4.2.59), с учетом типа мажорирующего ряда  $c_{\text{опт}}$ , полагая  $R_{\hat{h}_{c_{\text{опт}}}}^{c_{\text{опт}}} = Q_\varepsilon \varepsilon$ , где  $Q_\varepsilon \in [0,1;0,01]$  – коэффициент, используемый для повышения точности определения зависимости  $\hat{G}(\tau_c)$ .

3) *Этап третий.* Определение разрешающего времени и оценка эффективной памяти, оценка пропускной способности.

3.1) Производится первоначальная оценка эффективной памяти в соответствии с правилом

$$G_1 = \begin{cases} \hat{G}(\min(t'_{\text{ну}_3})) - 1, & \text{если } \hat{G}(\min(t'_{\text{ну}_3})) - 1 \geq 3 \\ 2, & \text{если } \hat{G}(\min(t'_{\text{ну}_3})) - 1 < 3 \end{cases} \quad (4.2.69)$$

3.2) Для  $d_p = \overline{1, G_1 + 1}$  производится определение  $t'_{\text{ну}_{d_p}}$  и  $t'_{\text{ну}_{d_p+1}}$  с использованием (4.2.32), (4.2.33), (4.2.34) и свойства о «комбинациях символов» для проверки соотношения  $\left| t'_{\text{ну}_{d_p+1}} - t'_{\text{ну}_{d_p}} \right| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$ . В качестве  $t_{\text{раз}} = t'_{\text{ну}_{d_p}}$  выбирается то значение  $t'_{\text{ну}_{d_p}}$ , при котором для всех последующих значений  $d_p > d_p$ , не происходит изменение структуры множества (числа элементов множества)  $t'_{\text{ну}_{d_p}}$  относительно  $t'_{\text{ну}_{d_p}}$  и выполняется соотношение  $\left| t'_{\text{ну}_{d_p}} - t'_{\text{ну}_{d_p}} \right| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$ . В этом случае значение эффективной памяти определяется как  $G = d_p - 1$ . В том случае, если  $d_p = G_1 + 1$ , то проверяется

соотношение  $\left| t'_{\text{ну}_{G_1+2}} - t'_{\text{ну}_{d_p}} \right| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$  и при успешном результате проверки, принимается  $t_{\text{раз}} = t'_{\text{ну}_{d_p}}$ , и  $G = G_1$ .

3.3) Производится оценка пропускной способности с использованием (3.3.6).

Реализация данного алгоритма в виде блок схемы представлена на рисунке 4.4 – 4.6. В заключение данного раздела следует отметить, важное практическое свойство разработанного метода, отсутствие зависимости вычислительной сложности от числа дискретных состояний в сигнальном созвездии, то есть обеспечения постоянной вычислительной сложности. Кроме того, используя одни и те же вычисления зависимостей (4.2.30), но варьируя значения  $\alpha_{\text{доп}}$  можно одновременно без дополнительных вычислительных затрат на их расчёты вычислять решения уравнений (4.2.32) при различных  $n$ . Представленный метод также обладает высокой степенью параллельности вычислений, поскольку решение каждого уравнения из набора происходит независимо от другого. Более детальные упрощения представленного алгоритма применительно к условиям выполнения в реальном масштабе времени представлены в приложении 1. Результаты моделирования, подтверждающие возможность его использования в условиях реального масштаба времени, представлены в приложении 4 (подраздел П4.3)

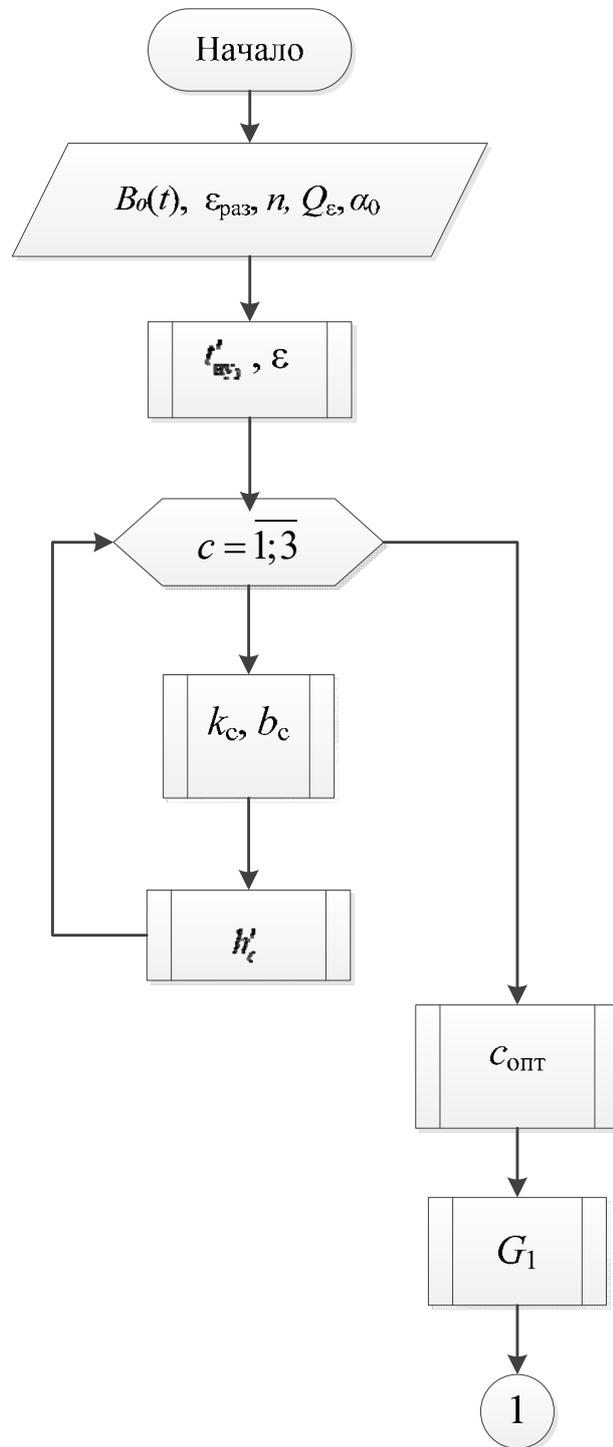


Рисунок 4.4. Блок схема алгоритма аналитического метода оценки пропускной способности канала связи с памятью при использовании ФМн- $n$ -сигнала. Часть 1.

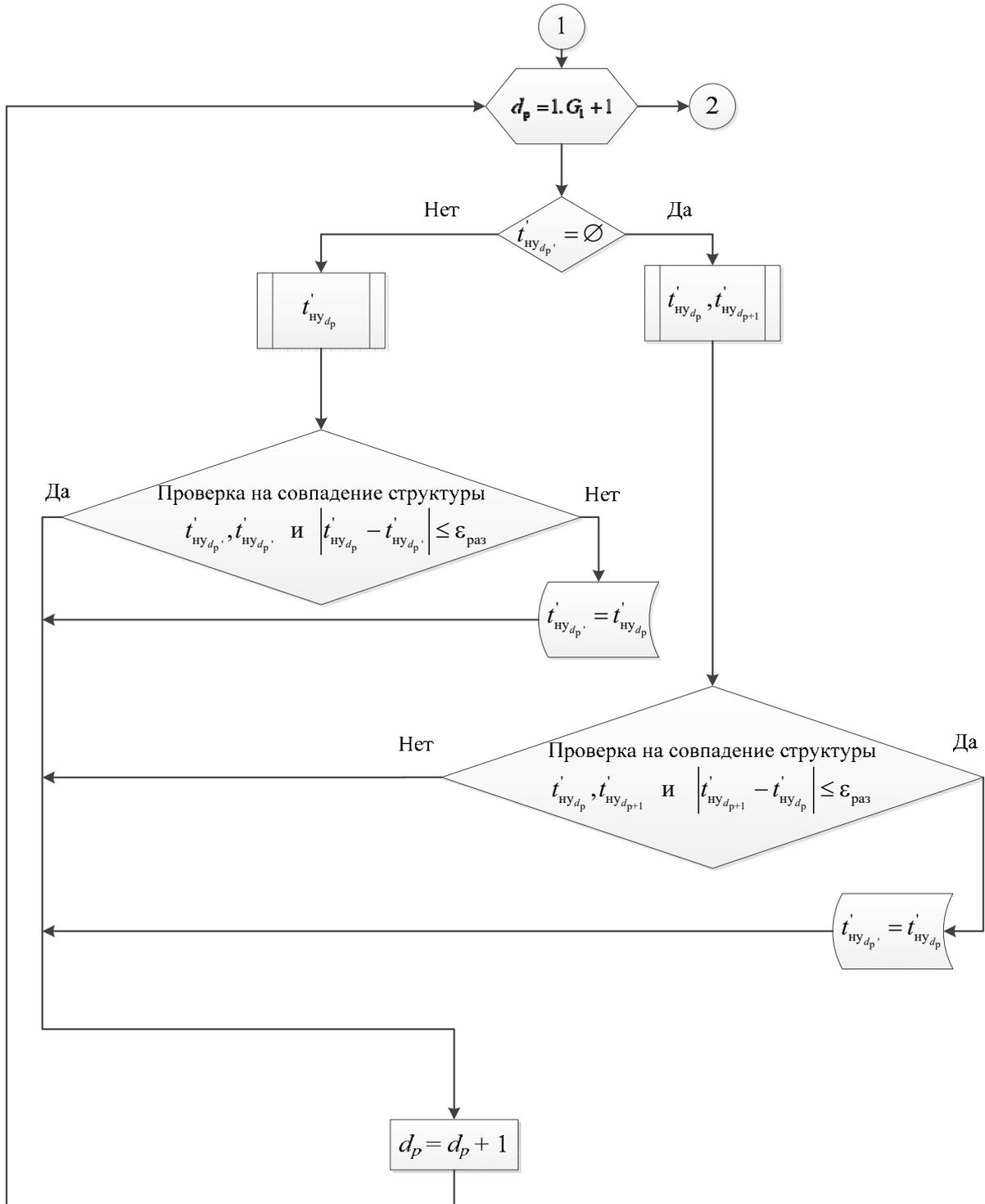


Рисунок 4.5. Блок схема алгоритма аналитического метода оценки пропускной способности канала связи с памятью при использовании ФМн- $n$ -сигнала. Часть 2.

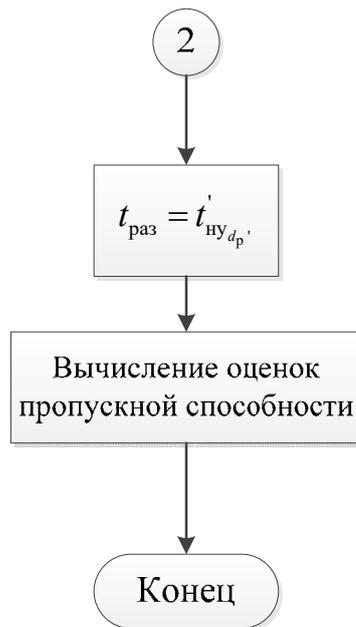


Рисунок 4.6. Блок схема алгоритма аналитического метода оценки пропускной способности канала связи с памятью при использовании ФМн- $n$ -сигнала. Часть 3.

#### **4.3 Аналитический метод оценки пропускной способности канала связи с АФМн- $N$ -сигналами, функционирующего на базе теории разрешающего времени, при отсутствии расстройки по частоте [140,128,129,236]**

В данном разделе представлен метод оценки пропускной способности канала связи с памятью, модель которого представлена в разделе 3.2. Метод имеет следующие ограничения:

- 1) расстройка по частоте отсутствует ( $\Delta\omega = 0$ );
- 2) комплексно-частотная характеристика канала удовлетворяет следующим свойствам: амплитудно- и фазочастотные характеристики обладают четной и нечетной симметрией относительно  $\omega_0$ , что соответствует тому, что область значений функции установления и её аналог для полиномиальных фильтров принимает только множество неотрицательных вещественных чисел.

В силу справедливости свойства транспозиции для ЛИС и циклостационарного характера поведения информативных параметров радиосигнала при МСИ будет выполняться следующее соотношение

$$\lim_{d \rightarrow l} t_{\text{нуд}} = t_{\text{раз}}, \quad (4.3.1)$$

где  $t_{\text{нуд}} = \left\{ \tau_{\text{н.окд}}^{(w_{\text{АФд}})} \right\}_{w_{\text{АФд}}=1}^{W_{\text{АФд}}} \cup \left\{ \tau_{\text{к.окд}}^{(w_{\text{АФд}})} \right\}_{w_{\text{АФд}}=1}^{W_{\text{АФд}}} \cup \left\{ \tau_{\text{АФ.грд}} \right\}$  – наибольшее время установления

комплексной амплитуды АФМн- $N$ -сигнала на выходе ЛИС для  $d$ -го символа информационной последовательности, состоящей из  $d$  символов, когда длительность каждого символа последовательности составляет  $\tau_c = t_{\text{нуд}}$ ; при этом

для множества длительностей символов  $T_{\text{нуд}} = \bigcup_{w_{\text{АФд}}=1}^{W_{\text{АФд}}} \left[ \tau_{\text{н.окд}}^{(w_{\text{АФд}})}; \tau_{\text{к.окд}}^{(w_{\text{АФд}})} \right] \cup \left[ \tau_{\text{АФ.грд}}; +\infty \right)$ ,

определяемых на основании  $t_{\text{нуд}}$ , выполняются следующие соотношения

$\left| \alpha_{\text{уст}}(dT_{\text{нуд}}) \right| \leq \alpha_{\text{доп}}; \left| \Delta_{\text{уст}}(dT_{\text{нуд}}) \right| \leq \Delta_{\text{доп}}$ . Здесь  $w_{\text{АФд}} = \overline{1, W_{\text{АФд}}}$  и  $W_{\text{АФд}}$  – номер «окна

прозрачности», который является общим для огибающей и мгновенной фазы и их

общее число, соответственно, для  $d$ -ого символа;  $\tau_{\text{н.окд}}^{(w_{\text{АФд}})}$  и  $\tau_{\text{к.окд}}^{(w_{\text{АФд}})}$  – длительности

символов информационной последовательности, при которых начинается и

заканчивается  $w_{\text{АФд}}$ -ое «окно прозрачности», соответственно, для  $d$ -го символа;

граничная длительность для  $d$ -ого символа АФМн- $N$ -сигнала  $\tau_{\text{АФ.грд}}$  – длительность

символа информационной последовательности, начиная с которой ошибки

установления по фазе и амплитуде для  $d$ -го символа, взятые по абсолютному

значению, не превосходят соответствующие им допустимые ошибки установления.

В отсутствии «окон прозрачности»  $t_{\text{нуд}} = \tau_{\text{АФ.грд}}$ .

При этом необходимо отметить, что  $t_{\text{нуд}}$  определяется из следующего соотношения

$$T_{\text{нуд}} = T_{\Phi_d} \cap T_{A_d}, \quad (4.3.2)$$

$$\text{где } T_{\Phi_d} = \bigcup_{w_{\Phi_d}=1}^{W_{\Phi_d}} \left[ \tau_{\Phi.\text{HO}_d}^{(w_{\Phi_d})}; \tau_{\Phi.\text{KO}_d}^{(w_{\Phi_d})} \right] \cup \left[ \tau_{\Phi.\text{ГР}_d}; +\infty \right); \quad T_{A_d} = \bigcup_{w_{A_d}=1}^{W_{A_d}} \left[ \tau_{A.\text{HO}_d}^{(w_{A_d})}; \tau_{A.\text{KO}_d}^{(w_{A_d})} \right] \cup \left[ \tau_{A.\text{ГР}_d}; +\infty \right);$$

$w_{\Phi_d} = \overline{1, W_{\Phi_d}}$ , и  $w_{A_d} = \overline{1, W_{A_d}}$  – номера «окон прозрачности» для фазы и амплитуды, возникающих на выходе ЛИС для  $d$ -символа, соответственно;  $W_{\Phi_d}$ ,  $W_{A_d}$  – число «окон прозрачности» для фазы и амплитуды, соответственно, для  $d$ -го символа;  $\tau_{\Phi.\text{HO}_d}^{(w_{\Phi_d})}$ ,  $\tau_{A.\text{HO}_d}^{(w_{A_d})}$  и  $\tau_{\Phi.\text{KO}_d}^{(w_{\Phi_d})}$ ,  $\tau_{A.\text{KO}_d}^{(w_{A_d})}$  – длительности символов, при которых начинаются и заканчиваются  $w_{\Phi_d}$ -е и  $w_{A_d}$ -е «окна прозрачности», соответственно;  $\tau_{\Phi.\text{ГР}_d}$  и  $\tau_{A.\text{ГР}_d}$  – граничные длительности по фазе и амплитуде для  $d$ -го символа, начиная с которых ошибки установления по фазе и амплитуде, взятые по абсолютному значению, не превосходит допустимые ошибки установления  $\alpha_{\text{доп}}$  и  $\Delta_{\text{доп}}$ , соответственно. Так

$$\text{же следует отметить, что } t_{\Phi_d} = \left\{ \tau_{\Phi.\text{HO}_d}^{(w_{\Phi_d})} \right\}_{w_{\Phi_d}=1}^{W_{\Phi_d}} \cup \left\{ \tau_{\Phi.\text{KO}_d}^{(w_{\Phi_d})} \right\}_{w_{\Phi_d}=1}^{W_{\Phi_d}} \cup \left\{ \tau_{\Phi.\text{ГР}_d} \right\},$$

$$t_{A_d} = \left\{ \tau_{A.\text{HO}_d}^{(w_{A_d})} \right\}_{w_{A_d}=1}^{W_{A_d}} \cup \left\{ \tau_{A.\text{KO}_d}^{(w_{A_d})} \right\}_{w_{A_d}=1}^{W_{A_d}} \cup \left\{ \tau_{A.\text{ГР}_d} \right\} – \text{наибольшие времена установлений по}$$

фазе и амплитуде для заданных значений допустимых ошибок установлений  $\alpha_{\text{доп}}$  и  $\Delta_{\text{доп}}$ , соответственно, для  $d$ -го символа при условии, что для  $t_{\Phi_d}$  длительность символов составляет  $\tau_c = t_{\Phi_d}$ , а для  $t_{A_d}$  она составляет  $\tau_c = t_{A_d}$ . При этом, очевидно,

$$\text{будут выполняться следующие соотношения } \left| \alpha_{\text{уст}}(dT_{\Phi_d}) \right| \leq \alpha_{\text{доп}}; \left| \Delta_{\text{уст}}(dT_{A_d}) \right| \leq \Delta_{\text{доп}}.$$

Из соотношения (4.3.2) следует, что определение наибольшего времени установления комплексной амплитуды для  $d$ -го символа требует оценки наибольших времен установлений по обоим информативным параметрам для данного символа. Для этого необходимо определить значения комбинаций фазовых скачков и амплитуд, которые и определяют  $t_{\Phi_d}$  и  $t_{A_d}$ , то есть при которых ошибки установления по соответствующему им информативному параметру, взятые по абсолютному значению, будут равны соответствующим допустимым ошибкам установления.

Очевидно, для этого требуется вначале получить выражения, позволяющие оценить ошибки установления по амплитуде и фазе, в том числе с учётом их абсолютного значения, для  $d$ -ого символа ( $d = \overline{1, l}$ ) информационной последовательности. Для этого воспользуемся выражением для скомпенсированной комплексной огибающей АФМН- $N$ -сигнала на выходе ЛИС  $\dot{Z}'_0(t) = \dot{Z}'(t) / \dot{k}(j\omega_0)$ , которая на основании (3.2.5) и (4.1.7), примет вид

$$\begin{aligned} \dot{Z}'_0(t) = \dot{Z}'(t) / \dot{k}(j\omega_0) = & M_0 [1 - B_0(t)] \exp(j\varphi_{cc}) + \\ & + \sum_{r=1}^{l-1} M_r [B_0(t - (r-1)\tau_c) - B_0(t - r\tau_c)] \exp(j\gamma_r) + \\ & + M_l B_0(t - (l-1)\tau_c) \exp(j\gamma_l). \end{aligned} \quad (4.3.3)$$

Преобразуем выражение (4.3.3), используя следующие замены

$$\left. \begin{aligned} l = d; \quad t = d\tau_c; \\ \dot{Z}'_0(d\tau_c) = [M_d + \Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)] \exp[j(\gamma_d + \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c))] \end{aligned} \right\} \quad (4.3.4)$$

Здесь  $M_d + \Delta_{\text{уст}}(d\tau_c) = \dot{Z}'_0(d\tau_c)$  и  $\gamma_d + \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) = \arg \dot{Z}'_0(d\tau_c)$ .

С учётом (4.3.4) выражение (4.3.3) примет вид

$$\begin{aligned} [M_d + \Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)] \exp[j(\gamma_d + \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c))] = & M_0 [1 - B_0(d\tau_c)] \exp(j\varphi_{cc}) + \\ + \sum_{r=1}^{d-1} M_r [B_0([d-r+1]\tau_c) - B_0([d-r]\tau_c)] \exp(j\gamma_r) + & M_d B_0(\tau_c) \exp(j\gamma_d). \end{aligned} \quad (4.3.5)$$

Выражение<sup>1</sup>, позволяющее оценить ошибку установления  $\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)$ , получим из равенства (4.3.5), разделив обе его части на  $\exp(j\gamma_d)$  и применяя обозначения (4.2.5). В результате оно примет вид

$$[M_d + \Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)] \exp[j\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)] = M_0 [1 - B_0(d\tau_c)] \exp(j(\varphi_{cc} - \gamma_d)) +$$

<sup>1</sup> Корректность такого подхода обусловлена тем, что замена выражения (4.3.8) на (4.3.5) при определении ошибки установления по фазе, не приводит к изменению аргумента комплексной амплитуды, но влияет на её модуль, который в данном случае не рассматривается.

$$\begin{aligned}
& + \sum_{r=1}^{d-1} M_r \left[ B_0([d-r+1]\tau_c) - B_0([d-r]\tau_c) \right] \exp(j(\gamma_r - \gamma_d)) + M_d B_0(\tau_c) = \\
& = \sum_{r=0}^{d-1} M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \exp\left(-j \sum_{q=r+1}^d \Theta_q\right) + M_d \tilde{B}_d(\tau_c) = \\
& = \sum_{r=0}^{d-1} M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \cos \vartheta'_r + M_d \tilde{B}_d(\tau_c) - j \sum_{r=0}^{d-1} M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \sin \vartheta'_r = \\
& = \operatorname{Re} \dot{C}_{\text{АФМН}}(d\tau_c) + j \operatorname{Im} \dot{C}_{\text{АФМН}}(d\tau_c) = I_{\text{АФ}}^* - j Q_{\text{АФ}}^*. \tag{4.3.6}
\end{aligned}$$

где  $\vartheta'_r = \sum_{q=r+1}^d \Theta_q$ ,  $I_{\text{АФ}}^* = \operatorname{Re} \dot{C}_{\text{АФМН}}(d\tau_c)$  и  $Q_{\text{АФ}}^* = -\operatorname{Im} \dot{C}_{\text{АФМН}}(d\tau_c)$ .

С учётом (4.3.6) ошибка установления по фазе  $\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)$  определяется следующим образом

$$\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) = \arg \dot{C}_{\text{АФМН}}(d\tau_c) \Leftrightarrow \operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) = \frac{\operatorname{Im} \dot{C}_{\text{АФМН}}(d\tau_c)}{\operatorname{Re} \dot{C}_{\text{АФМН}}(d\tau_c)} = -\frac{Q_{\text{АФ}}^*}{I_{\text{АФ}}^*}. \tag{4.3.7}$$

Искомое выражение, позволяющее определить  $|\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)|$  получим из (4.3.6).

Для этого вначале из обеих его частей вычтем  $M_d \exp(j\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c))$  и учтём, что  $\vartheta'_d = 0$ . В результате получим

$$\begin{aligned}
\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c) \exp(j\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)) & = \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \cos \vartheta'_r - M_d \cos \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) - \\
& - j \left[ \sum_{r=1}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \sin \vartheta'_r + M_d \sin \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) \right]. \tag{4.3.8}
\end{aligned}$$

В результате искомое выражение, на основании (4.3.8), примет вид

$$\begin{aligned}
& |\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)| = \left| \Delta_{\text{уст}}(d\tau_c) \exp(j\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)) \right| = \\
& = \left[ \left( \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \cos \vartheta'_r \right)^2 - 2M_d \cos \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \cos \vartheta'_r + M_d^2 \cos^2 \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) + \right. \\
& \left. + \left( \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right)^2 + 2M_d \sin \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \sin \vartheta'_r + M_d^2 \sin^2 \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) \right]^{1/2} = \\
& = \left[ \left( \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \cos \vartheta'_r \right)^2 + \left( \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right)^2 + M_d^2 - \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left. -2M_d \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) (\cos \vartheta'_r \cos \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) - \sin \vartheta'_r \sin \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)) \right]^{1/2} = \\
& = \left[ \left( \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \cos \vartheta'_r \right)^2 + \left( \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right)^2 + M_d^2 - \right. \\
& \quad \left. -2M_d \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \cos [\vartheta'_r + \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)] \right]^{1/2}. \tag{4.3.9}
\end{aligned}$$

Для дальнейшего упрощения выражения (4.3.9) воспользуемся следующим соотношением

$$\left( \sum_{i=1}^{S_0} a_k \right)^2 = \sum_{i=1}^{S_0} a_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{S_0-1} a_i \sum_{i=i+1}^{S_0} a_{i+1}. \tag{4.3.10}$$

В результате получим

$$\begin{aligned}
|\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)| &= \left[ \sum_{r=0}^d (M_r \tilde{B}_r(\tau_c))^2 + M_d^2 - 2M_d \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \cos [\vartheta'_r + \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)] + \right. \\
& + 2 \sum_{r=0}^{d-1} M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \cos \vartheta'_r \sum_{k=r+1}^d M_k \tilde{B}_k(\tau_c) \cos \vartheta'_k + 2 \sum_{r=0}^{d-1} M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \sin \vartheta'_r \sum_{k=r+1}^d M_k \tilde{B}_k(\tau_c) \sin \vartheta'_k \left. \right]^{1/2} = \\
& = \left[ \sum_{r=0}^d (M_r \tilde{B}_r(\tau_c))^2 + M_d^2 - 2M_d \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \cos [\vartheta'_r + \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)] + \right. \\
& \quad \left. + 2 \sum_{r=0}^{d-1} M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \sum_{k=r+1}^d M_k \tilde{B}_k(\tau_c) \cos [\vartheta'_r - \vartheta'_k] \right]^{1/2}. \tag{4.3.11}
\end{aligned}$$

Поскольку ошибка установления по амплитуде зависит от значения ошибки установления по фазе, что видно из (4.3.11), то необходимо определить требования к  $\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)$ , при которой  $|\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)|$  достигает наибольших значений. Для этого исследуем выражение (4.3.11) на экстремум путем решения следующего уравнения

$$\frac{\partial |\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)|}{\partial \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)} = 0.$$

Его решение будем производить только в стационарных точках.

Это обусловлено тем, что: 1) функция установления является гладкой функцией;

2) будем также полагать, что  $0 < |\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)| < \frac{\pi}{2}$ .

Для этого определим  $\frac{\partial |\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)|}{\partial \alpha_{\text{Э.уст}}(d\tau_c)}$ , используя выражение (4.3.11) и замену

$\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)$  на  $\alpha_{\text{Э.уст}}(d\tau_c)$ , в результате получим

$$\frac{\partial |\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)|}{\partial \alpha_{\text{Э.уст}}(d\tau_c)} = \frac{M_d}{|\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)|} \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \sin[\vartheta'_r + \alpha_{\text{Э.уст}}(d\tau_c)] = \frac{M_d}{|\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)|} \times$$

$$\times \left[ \cos \alpha_{\text{Э.уст}}(d\tau_c) \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \sin \vartheta'_r + \sin \alpha_{\text{Э.уст}}(d\tau_c) \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \cos \vartheta'_r \right]. \quad (4.3.12)$$

На основании (4.3.12), решение уравнения  $\frac{\partial |\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)|}{\partial \alpha_{\text{Э.уст}}(d\tau_c)} = 0$  оно примет вид

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha_{\text{Э.уст}}(d\tau_c) \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \sin \vartheta'_r + \sin \alpha_{\text{Э.уст}}(d\tau_c) \sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \cos \vartheta'_r = 0 \\ |\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)| \neq 0 \end{aligned} \right\};$$

$$\text{tg} \alpha_{\text{Э.уст}}(d\tau_c) = - \frac{\sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \sin \vartheta'_r}{\sum_{r=0}^d M_r \tilde{B}_r(\tau_c) \cos \vartheta'_r}. \quad (4.3.13)$$

Сравнивая выражения (4.3.7) и (4.3.13), приходим к выводу, что они идентичны<sup>1</sup>. Из анализа выражения (4.3.8), с учётом (2.4.6) и (2.4.7), следует, что большим ошибкам установления по фазе, взятым по абсолютному значению, соответствуют большие значения  $|\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)|$ , что также наглядно подтверждается результатами главы 2. Необходимо отметить, что из рассмотрения исключаются точки, в которых огибающая достигает своего локального минимума, обусловленные свойствами операции модуля над комплексными числами. Это обусловлено тем, что в этих точках мгновенная фаза не претерпевает изменения хода кривой, а, следовательно, изменение в окрестности данной точки приводит к монотонному изменению ошибки установления по фазе. С практической точки зрения данные точки соответствуют моментам времени, в которых  $|\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)|$

<sup>1</sup>  $\vartheta'_d = 0$

достигает значений, соответствующих половине эффективного фазового скачка, не превышающих  $\pi / 2$ .

Таким образом, определение значений фазовых скачков и амплитуд информационной последовательности, состоящей из  $d$  символов, благодаря которым выполняются соотношения  $\left| \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d}) \right| = \alpha_{\text{доп}}$  и  $\left| \Delta_{\text{уст}}(dt_{A_d}) \right| = \Delta_{\text{доп}}$ , целесообразно производить на основе анализа (4.3.7) на экстремум, в силу простоты такого типа анализа.

Для оценки  $t_{\Phi_d}$  первоначально требуется определить значения фазовых скачков и амплитуд, при которых выполняется равенство  $\left| \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d}) \right| = \alpha_{\text{доп}}$ . С этой целью необходимо исследовать на экстремум соотношение (4.3.7), полагая в нём  $\tau_c = t_{\Phi_d}$  и учитывая  $\alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d}) = f(\Theta_1 = \text{var}, \dots, \Theta_d = \text{var}, M_0 = \text{idem}, \dots, M_d = \text{idem})$ . А затем, используя полученные результаты, преобразовать уравнение  $\left| \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d}) \right| = \alpha_{\text{доп}}$  к виду, позволяющему определить  $t_{\Phi_d}$ .

В тоже время для оценки  $t_{A_d}$  первоначально требуется определить значения фазовых скачков и амплитуд, при которых выполняется равенство  $\left| \Delta_{\text{уст}}(dt_{A_d}) \right| = \Delta_{\text{доп}}$ . Для этого необходимо исследовать на экстремум также соотношение (4.3.7), полагая в нём  $\tau_c = t_{A_d}$  и учитывая  $\alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d}) = f(\Theta_1 = \text{idem}, \dots, \Theta_d = \text{idem}, M_0 = \text{var}, \dots, M_d = \text{var})$ . А затем, используя полученные результаты, преобразовать уравнение  $\left| \Delta_{\text{уст}}(dt_{A_d}) \right| = \Delta_{\text{доп}}$  к виду, позволяющему определить  $t_{A_d}$ .

При решении задачи по поиску экстремумов (4.3.7) будем полагать, что значение фазовых скачков без учета статической составляющей, принимает любые значения из диапазона  $[-\pi; \pi]$ , и амплитуды принимают любые значения из диапазона  $[M_{\text{cc}_1} - \Delta_{\text{доп}}; M_{\text{cc}_m} + \Delta_{\text{доп}}]$ . Такое допущение является корректным,

поскольку в общем случае эффективные фазовый скачок без учёта статической составляющей и скачок по амплитуде, обусловленные МСИ в ЛИС передачей  $d$ -го символа, определяются следующим образом  $\Theta_{d_{\text{эф}}} \in [-\pi; \pi]^1$ ,

$|\Delta M_{d_{\text{эф}}}| = |M_d - H_{\text{ком}}([d-1]T_{\text{нуд}})| \in [M_{\text{сс}_1} - \Delta_{\text{доп}}; M_{\text{сс}_m} + \Delta_{\text{доп}}]$ . При этом очевидно, что данное условие будет выполняться тем точнее, чем  $d \rightarrow l \rightarrow \infty$ .

Само решение задачи по поиску экстремумов (4.3.7) в обоих случаях будем производить только в стационарных точках. Это обусловлено следующими фактами: 1) функция установления является гладкой функцией; 2) из рассмотрения также исключаются особые критические точки ( $|\dot{Z}_0(dt_{\bullet_d})| = 0$ , когда  $\alpha_{\text{уст}}(dt_{\bullet_d})$  не определена)<sup>2</sup>, в которых производная не существует. Также при решении задачи будем учитывать то, что  $0 < |\alpha_{\text{уст}}(dt_{\bullet_d})| \leq \alpha_{\text{доп}} < \pi/n < \pi/2$ .

Для определения условий, при которых достигается  $|\alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d})| = \alpha_{\text{доп}}$  (задача по фазе), требуется решить следующую систему уравнений в силу необходимого условия существования экстремума для функций нескольких переменных [45]

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d})}{\partial \Theta_{\Phi_1}} = 0 \\ \frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d})}{\partial \Theta_{\Phi_2}} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d})}{\partial \Theta_{\Phi_d}} = 0 \end{array} \right\}, \quad (4.3.14)$$

где  $\Theta_{\Phi_1}, \Theta_{\Phi_2}, \dots, \Theta_{\Phi_d}$  – значения фазовых скачков, при которых наблюдаются экстремумы при решении поставленной задачи. Также в качестве параметров в

<sup>1</sup> Определяется в соответствии с (4.2.9),  $\Theta'_{d_{\text{эф}}} = \gamma_d - \psi_{\text{ком}}([d-1]T_{\text{нуд}})$ .

<sup>2</sup> Здесь и далее под «•» в индексе подразумевается тип наибольшего времени установления в случае фазы – «Ф» и амплитуды – «А»

$\alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d})$  полагается, что используются значения амплитуд  $M_{\Phi_0}, M_{\Phi_1}, \dots, M_{\Phi_d}$  при которых достигается данный тип экстремумов.

В то же самое время для определения условий, при которых достигается  $|\Delta_{\text{уст}}(dt_{A_d})| = \Delta_{\text{доп}}$  (задача по амплитуде), требуется решить следующую систему уравнений, в силу необходимого условия существования экстремума для функций нескольких переменных [45]

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d})}{\partial M_{A_0}} &= 0 \\ \frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d})}{\partial M_{A_1}} &= 0 \\ &\vdots \\ \frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d})}{\partial M_{A_d}} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (4.3.15)$$

где  $M_{A_0}, M_{A_1}, \dots, M_{A_d}$  – значения амплитуд, при которых наблюдаются экстремумы при решении поставленной задачи. Также в качестве параметров в  $\alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d})$  полагается, что используются значения фазовых скачков  $\Theta_{A_1}, \Theta_{A_2}, \dots, \Theta_{A_d}$ , при которых достигаются данный тип экстремумов.

Для решения задачи по поиску экстремумов получим общее соотношение, которое позволяет определить, необходимые для этого производные. Очевидно, при решении указанной задачи выражение, позволяющее определить<sup>1</sup>  $\alpha_{\text{уст}}(dt_{\bullet_d})$ , с учётом (4.3.7) и замен  $\tau_c = t_{\bullet_d}$ ;  $\Theta_v = \Theta_{\bullet_v}$ , где  $v = \overline{1, d}$  и  $M_\mu = M_{\bullet_\mu}$ , где  $\mu = \overline{0, d}$ ;

$$Q_\bullet = Q_{\text{АФ}}^* \Big|_{\substack{\tau_c = t_{\bullet_d} \\ \Theta_v = \Theta_{\bullet_v} \\ M_\mu = M_{\bullet_\mu}}} ; I_\bullet = I_{\text{АФ}}^* \Big|_{\substack{\tau_c = t_{\bullet_d} \\ \Theta_v = \Theta_{\bullet_v} \\ M_\mu = M_{\bullet_\mu}}} ; \dot{C}_{\text{АФМн}_y}^{(\bullet)}(dt_{\bullet_d}) = \dot{C}_{\text{АФМн}}(dt_{\bullet_d}) \Big|_{\substack{\Theta_v = \Theta_{\bullet_v} \\ M_\mu = M_{\bullet_\mu}}}, \text{ имеет вид}$$

<sup>1</sup> При решении задачи по фазе под « $\bullet$ » понимается – «Ф» и при решении задачи по амплитуде – «А».

$$\alpha_{\text{уст}}(dt_{\bullet_d}) = \text{arctg} \left( \frac{\text{Im} \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\bullet)}(dt_{\bullet_d})}{\text{Re} \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\bullet)}(dt_{\bullet_d})} \right) = \text{arctg} \left( -\frac{Q}{I} \right). \quad (4.3.16)$$

В этом случае общее правило вычисления производной, позволяющее определить  $\frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt_{\bullet_d})}{\partial L_{\text{арг}}}$ , где  $L_{\text{арг}} = \Theta_{\phi_v}$  и  $v = \overline{1, d}$  при  $t_{\Phi_d}$ , а при  $t_{A_d} - L_{\text{арг}} = M_{A_\mu}$  и  $\mu = \overline{0, d}$ , примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt_{\bullet_d})}{\partial L_{\text{арг}}} &= \frac{1}{1 + \left( \frac{\text{Im} \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\bullet)}(dt_{\bullet_d})}{\text{Re} \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\bullet)}(dt_{\bullet_d})} \right)^2} \times \\ &\times \frac{\frac{\partial \text{Im} \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\bullet)}(dt_{\bullet_d})}{\partial L_{\text{арг}}} \text{Re} \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\bullet)}(dt_{\bullet_d}) - \text{Im} \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\bullet)}(dt_{\bullet_d}) \frac{\partial \text{Re} \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\bullet)}(dt_{\bullet_d})}{\partial L_{\text{арг}}}}{\left( \text{Re} \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\bullet)}(dt_{\bullet_d}) \right)^2} = \\ &= \frac{\frac{\partial \text{Im} \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\bullet)}(dt_{\bullet_d})}{\partial L_{\text{арг}}} \text{Re} \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\bullet)}(dt_{\bullet_d}) - \text{Im} \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\bullet)}(dt_{\bullet_d}) \frac{\partial \text{Re} \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\bullet)}(dt_{\bullet_d})}{\partial L_{\text{арг}}}}{\left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\bullet)}(dt_{\bullet_d}) \right|^2} = \\ &= \frac{-\frac{\partial Q}{\partial L_{\text{арг}}} I + Q \frac{\partial I}{\partial L_{\text{арг}}}}{\left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\bullet)}(dt_{\bullet_d}) \right|^2} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial L_{\text{арг}}} I - Q \frac{\partial I}{\partial L_{\text{арг}}}}{\left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\bullet)}(dt_{\bullet_d}) \right|^2}. \end{aligned} \quad (4.3.17)$$

Рассмотрим решение задачи по фазе. Так, выражение (4.3.17) при  $v=1$ , примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d})}{\partial \Theta_{\phi_1}} &= -\frac{1}{\left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\Phi)}(dt_{\Phi_d}) \right|^2} \left[ I_{\Phi} M_{\phi_0} \left[ 1 - B_0(dt_{\Phi_d}) \right] \cos \left( \sum_{q=1}^d \Theta_{\phi_q} \right) + \right. \\ &\quad \left. + Q_{\Phi} M_{\phi_0} \left[ 1 - B_0(dt_{\Phi_d}) \right] \sin \left( \sum_{q=1}^d \Theta_{\phi_q} \right) \right]. \end{aligned} \quad (4.3.18)$$

а для  $v = \overline{2, d}$  его можно представить в виде

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d})}{\partial \Theta_{\Phi_v}} \right|_{v=2, \bar{d}} = & -\frac{1}{\left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\Phi)}(dt_{\Phi_d}) \right|^2} \left[ I_{\Phi} \left\{ M_{\Phi_0} [1 - B_0(dt_{\Phi_d})] \cos \left( \sum_{q=1}^d \Theta_{\Phi_q} \right) \right\} + \right. \\ & + \sum_{r=1}^{v-1} M_{\Phi_r} \left[ B_0([d-r+1]t_{\Phi_d}) - B_0([d-r]t_{\Phi_d}) \right] \cos \left( \sum_{q=r+1}^d \Theta_{\Phi_q} \right) \left. \right\} + Q_{\Phi} \left\{ M_{\Phi_0} [1 - B_0(dt_{\Phi_d})] \times \right. \\ & \times \sin \left( \sum_{q=1}^d \Theta_{\Phi_q} \right) + \sum_{r=1}^{v-1} M_{\Phi_r} \left[ B_0([d-r+1]t_{\Phi_d}) - B_0([d-r]t_{\Phi_d}) \right] \sin \left( \sum_{q=r+1}^d \Theta_{\Phi_q} \right) \left. \right\}. \quad (4.3.19) \end{aligned}$$

Анализируя выражения (4.3.18) и (4.3.19), можно прийти к выводу, что общее выражение, определяющее частную производную  $\frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d})}{\partial \Theta_{\Phi_v}}$ , имеет следующий

вид, с учётом обозначений (4.2.5)

$$\frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d})}{\partial \Theta_{\Phi_v}} = -\frac{I_{\Phi} \sum_{r=0}^{v-1} M_{\Phi_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \cos \vartheta_{\Phi_r} + Q_{\Phi} \sum_{r=0}^{v-1} M_{\Phi_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \sin \vartheta_{\Phi_r}}{\left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\Phi)}(dt_{\Phi_d}) \right|^2}, \quad (4.3.20)$$

где  $\vartheta_{\Phi_r} = \sum_{q=r+1}^d \Theta_{\Phi_q}$ .

Система уравнений (4.3.14) на основании (4.3.20), примет вид

$$\left. \begin{aligned} & - \left[ I_{\Phi} \sum_{r=0}^0 M_{\Phi_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \cos \vartheta_{\Phi_r} + Q_{\Phi} \sum_{r=0}^0 M_{\Phi_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \sin \vartheta_{\Phi_r} \right] / \left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\Phi)}(dt_{\Phi_d}) \right|^2 = 0 \\ & - \left[ I_{\Phi} \sum_{r=0}^1 M_{\Phi_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \cos \vartheta_{\Phi_r} + Q_{\Phi} \sum_{r=0}^1 M_{\Phi_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \sin \vartheta_{\Phi_r} \right] / \left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\Phi)}(dt_{\Phi_d}) \right|^2 = 0 \\ & \quad \vdots \\ & - \left[ I_{\Phi} \sum_{r=0}^{d-1} M_{\Phi_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \cos \vartheta_{\Phi_r} + Q_{\Phi} \sum_{r=0}^{d-1} M_{\Phi_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \sin \vartheta_{\Phi_r} \right] / \left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\Phi)}(dt_{\Phi_d}) \right|^2 = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (4.3.21)$$

Систему (4.3.14) также можно представить в следующем виде

$$\left. \begin{aligned}
 I_\phi \sum_{r=0}^0 M_{\phi_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \cos \vartheta_{\phi_r} + Q_\phi \sum_{r=0}^0 M_{\phi_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \sin \vartheta_{\phi_r} &= 0 \\
 I_\phi \sum_{r=0}^1 M_{\phi_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \cos \vartheta_{\phi_r} + Q_\phi \sum_{r=0}^1 M_{\phi_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \sin \vartheta_{\phi_r} &= 0 \\
 &\vdots \\
 I_\phi \sum_{r=0}^{d-1} M_{\phi_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \cos \vartheta_{\phi_r} + Q_\phi \sum_{r=0}^{d-1} M_{\phi_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \sin \vartheta_{\phi_r} &= 0 \\
 \left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\phi)}(dt_{\Phi_d}) \right|^2 &\neq 0
 \end{aligned} \right\}. \quad (4.3.22)$$

Анализируя систему (4.3.22), можно прийти к выводу, что она также может быть представлена в следующем виде

$$\left. \begin{aligned}
 I_\phi M_{\phi_0} \tilde{B}_0(t_{\Phi_d}) \cos \vartheta_{\phi_0} + Q_\phi M_{\phi_0} \tilde{B}_0(t_{\Phi_d}) \sin \vartheta_{\phi_0} &= 0; \\
 M_{\phi_0} \tilde{B}_0(t_{\Phi_d}) (I_\phi \cos \vartheta_{\phi_0} + Q_\phi \sin \vartheta_{\phi_0}) + \\
 + M_{\phi_1} \tilde{B}_1(t_{\Phi_d}) (I_\phi \cos \vartheta_{\phi_1} + Q_\phi \sin \vartheta_{\phi_1}) &= 0; \\
 &\vdots \\
 I_\phi \sum_{r=0}^{d-2} M_{\phi_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \cos \vartheta_{\phi_r} + Q_\phi \sum_{r=0}^{d-2} M_{\phi_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \sin \vartheta_{\phi_r} + \\
 + M_{\phi_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) (I_\phi \cos \vartheta_{\phi_{d-1}} + Q_\phi \sin \vartheta_{\phi_{d-1}}) &= 0; \\
 \left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\phi)}(dt_{\Phi_d}) \right|^2 &\neq 0
 \end{aligned} \right\}. \quad (4.3.23)$$

Сопоставляя системы (4.3.22) и (4.3.23), а также учитывая, что  $\forall M_{\phi_r} \neq 0$ , можно прийти к выводу, что данные системы можно преобразовать к виду

$$\left. \begin{aligned}
 \tilde{B}_0(t_{\Phi_d}) (I_\phi \cos \vartheta_{\phi_0} + Q_\phi \sin \vartheta_{\phi_0}) &= 0 \\
 \tilde{B}_1(t_{\Phi_d}) (I_\phi \cos \vartheta_{\phi_1} + Q_\phi \sin \vartheta_{\phi_1}) &= 0 \\
 &\vdots \\
 \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) (I_\phi \cos \vartheta_{\phi_{d-1}} + Q_\phi \sin \vartheta_{\phi_{d-1}}) &= 0 \\
 \left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\phi)}(dt_{\Phi_d}) \right|^2 &\neq 0
 \end{aligned} \right\}. \quad (4.3.24)$$

Мы будем искать решение системы (4.3.24) при условии, что  $\forall \tilde{B}_v(t_{\Phi_d}) \neq 0$ , где  $v = \overline{0, d}$ , в противном случае это приводит к решению  $t_{\Phi_d} \rightarrow \infty$ . В результате систему (4.3.24) можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{ctg} \vartheta_{\Phi_0} &= -\frac{Q_\Phi}{I_\Phi} \\ \operatorname{ctg} \vartheta_{\Phi_1} &= -\frac{Q_\Phi}{I_\Phi} \\ \operatorname{ctg} \vartheta_{\Phi_2} &= -\frac{Q_\Phi}{I_\Phi} \\ &\vdots \\ \operatorname{ctg} \vartheta_{\Phi_{d-1}} &= -\frac{Q_\Phi}{I_\Phi} \\ \left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(\Phi)}(dt_{\Phi_d}) \right|^2 &\neq 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.3.25)$$

Из системы (4.3.25) с учётом (4.3.16) следует соотношение, которое и определяет её решение

$$\operatorname{ctg} \vartheta_{\Phi_0} = \operatorname{ctg} \vartheta_{\Phi_1} = \dots = \operatorname{ctg} \vartheta_{\Phi_{d-1}} = -\frac{Q_\Phi}{I_\Phi} = \operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d}). \quad (4.3.26)$$

Анализируя соотношения (4.3.26) с учётом (4.2.21), приходим к следующему выводу

$$\left. \begin{aligned} \Theta_{\Phi_v} &= \pi s_{\Phi_v}, \text{ где } s_{\Phi_v} \in \{0; 1\} \text{ при } v = \overline{1, d-1} \\ \operatorname{ctg} \Theta_{\Phi_d} &= \operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d}) \text{ при } v = d \end{aligned} \right\}. \quad (4.3.27)$$

Из анализа системы (4.3.25) также следует, что её решение не зависит от значения амплитуд радиоимпульсов, а, следовательно, экстремумы будут достигаться на границах множества амплитуд сигнального созвездия. В результате искомые соотношения для амплитуд можно представить следующим образом

$$M_{\Phi_\mu} = k_{A_\mu} \Delta M_{\text{ш}}, \quad (4.3.28)$$

где  $k_{A_\mu} = \{1 + M_{\text{cc}}/\Delta M_{\text{ш}}; m + M_{\text{cc}}/\Delta M_{\text{ш}}\}$ ;  $\mu = \overline{0, d}$ .

Преобразуем уравнение  $\left| \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d}) \right| = \alpha_{\text{доп}}$  и для этого воспользуемся выражениями (4.3.16), (4.3.27), (4.3.28). В результате получим

$$\begin{aligned} \text{ctg } \Theta_{\Phi_d} = \text{tg } \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d}) &= - \frac{\sum_{r=0}^{d-1} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \sin \left( \Theta_{\Phi_d} + \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_{\Phi_q} \right)}{k_{A_d} \tilde{B}_d(t_{\Phi_d}) + \sum_{r=0}^{d-1} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \cos \left( \Theta_{\Phi_d} + \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_{\Phi_q} \right)} = \\ &= - \frac{\sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \sin \left( \Theta_{\Phi_d} + \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_{\Phi_q} \right) + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) \sin \Theta_{\Phi_d}}{k_{A_d} \tilde{B}_d(t_{\Phi_d}) + \sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \cos \left( \Theta_{\Phi_d} + \sum_{q=r+1}^{d-1} \pi s_{\Phi_q} \right) + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) \cos \Theta_{\Phi_d}}. \end{aligned} \quad (4.3.29)$$

Для дальнейшего упрощения (4.3.29) воспользуемся преобразованиями (4.2.24) и (4.2.25), с учётом следующих в них замен  $\Theta_{\Xi_d}$  на  $\Theta_{\Phi_d}$  и  $s_q$  на  $s_{\Phi_q}$ . В результате получим

$$\text{ctg } \Theta_{\Phi_d} = - \frac{\sin \Theta_{\Phi_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) \right)}{\tilde{B}_d(t_{\Phi_d}) k_{A_d} + \cos \Theta_{\Phi_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) \right)}. \quad (4.3.30)$$

Преобразуем выражение (4.3.30) относительно  $\Theta_{\Phi_d}$  следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{\cos \Theta_{\Phi_d}}{\sin \Theta_{\Phi_d}} &= - \frac{\sin \Theta_{\Phi_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) \right)}{\tilde{B}_d(t_{\Phi_d}) k_{A_d} + \cos \Theta_{\Phi_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) \right)}; \\ & \tilde{B}_d(t_{\Phi_d}) k_{A_d} \cos \Theta_{\Phi_d} + \cos^2 \Theta_{\Phi_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) \right) = \\ & = - \sin^2 \Theta_{\Phi_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) \right). \end{aligned}$$

В результате получим

$$\cos \Theta_{\Phi_d} = -\frac{1}{\tilde{B}_d(t_{\Phi_d})k_{A_d}} \left( \sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) \right). \quad (4.3.31)$$

Произведём дальнейшее преобразование (4.3.30), используя (4.3.31) и учитывая, что  $\operatorname{ctg} \Theta_{\Phi_d} = \operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d})$  (см. (4.3.27)). В результате получим

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d}) &= -\frac{\sin \Theta_{\Phi_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) \right)}{\tilde{B}_d(t_{\Phi_d})k_{A_d} + \cos \Theta_{\Phi_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) \right)}; \\ \operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d}) &= \\ &= -\left[ \tilde{B}_d(t_{\Phi_d})k_{A_d} - \frac{1}{\tilde{B}_d(t_{\Phi_d})k_{A_d}} \left( \sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) \right)^2 \right]^{-1} \times \\ &\quad \times \sqrt{1 - \frac{1}{(\tilde{B}_d(t_{\Phi_d})k_{A_d})^2} \left( \sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) \right)^2} \times \\ &\quad \times \left( \sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) \right) = \frac{1}{\Delta M_{\text{ш}}} \operatorname{Im} \dot{H}_{\text{АФ}}(d, t_{\Phi_d}) \\ &\quad \frac{1}{\Delta M_{\text{ш}}} \operatorname{Re} \dot{H}_{\text{АФ}}(d, t_{\Phi_d}) \\ \left. \begin{aligned} \operatorname{Im} \dot{H}_{\text{АФ}}(d, t_{\Phi_d}) &= -L_{\text{АФ}}(d, t_{\Phi_d}) \sqrt{1 - \frac{1}{(k_{A_d} \Delta M_{\text{ш}} \tilde{B}_d(t_{\Phi_d}))^2} [L_{\text{АФ}}(d, t_{\Phi_d})]^2} \\ \operatorname{Re} \dot{H}_{\text{АФ}}(d, t_{\Phi_d}) &= k_{A_d} \Delta M_{\text{ш}} \tilde{B}_d(t_{\Phi_d}) - \frac{1}{k_{A_d} \Delta M_{\text{ш}} \tilde{B}_d(t_{\Phi_d})} [L_{\text{АФ}}(d, t_{\Phi_d})]^2 \\ L_{\text{АФ}}(d, t_{\Phi_d}) &= \sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \Delta M_{\text{ш}} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d-1}} \Delta M_{\text{ш}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) \end{aligned} \right\}. \quad (4.3.32) \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d}) = - \frac{\sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d})}{\sqrt{\left( \tilde{B}_d(t_{\Phi_d}) k_{A_d} \right)^2 - \left( \sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) \right)^2}}. \quad (4.3.33)$$

С учётом (4.3.33) уравнение  $|\alpha_{\text{уст}}(dt_{\Phi_d})| = \alpha_{\text{доп}}$  преобразуется к искомому виду и позволяет определить  $t_{\Phi_d}$

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi}{n} \alpha_0 = \operatorname{tg} \alpha_{\text{доп}} = \left| \frac{\sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d})}{\sqrt{\left( \tilde{B}_d(t_{\Phi_d}) k_{A_d} \right)^2 - \left( \sum_{r=0}^{d-2} k_{A_r} \tilde{B}_r(t_{\Phi_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_d}) \right)^2}} \right|. \quad (4.3.34)$$

Рассмотрим решение задачи по амплитуде. Так для  $\mu = 0$  выражение (4.3.17) примет вид

$$\frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d})}{\partial M_{A_0}} = - \frac{1}{\left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(A)}(dt_{A_d}) \right|^2} \left[ I_{A_0} [1 - B_0(dt_{A_d})] \sin \sum_{q=1}^d \Theta_{A_q} - Q_{A_0} [1 - B_0(dt_{A_d})] \cos \sum_{q=1}^d \Theta_{A_q} \right] = - \frac{I_{A_0} \tilde{B}_0(t_{A_d}) \sin \vartheta_{A_0} - Q_{A_0} \tilde{B}_0(t_{A_d}) \cos \vartheta_{A_0}}{\left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(A)}(dt_{A_d}) \right|^2}; \quad (4.3.35)$$

а для  $\mu = \overline{1, d-1}$  оно будет иметь вид

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d})}{\partial M_{A_\mu}} \right|_{\mu=\overline{1, d-1}} &= - \frac{1}{\left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(A)}(dt_{A_d}) \right|^2} \left[ I_{A_\mu} [B_0([d-\mu+1]t_{A_d}) - B_0([d-\mu]t_{A_d})] \times \right. \\ &\times \left. \sin \sum_{q=\mu+1}^d \Theta_{A_q} - Q_{A_\mu} [B_0([d-\mu+1]t_{A_d}) - B_0([d-\mu]t_{A_d})] \cos \sum_{q=\mu+1}^d \Theta_{A_q} \right] = \\ &= - \frac{I_{A_\mu} \tilde{B}_\mu(t_{A_d}) \sin \vartheta_{A_\mu} - Q_{A_\mu} \tilde{B}_\mu(t_{A_d}) \cos \vartheta_{A_\mu}}{\left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(A)}(dt_{A_d}) \right|^2}, \end{aligned} \quad (4.3.36)$$

а при  $\mu = d$

$$\frac{\partial \alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d})}{\partial M_{A_d}} = \frac{Q_A \tilde{B}_d(t_{A_d})}{\left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(A)}(dt_{A_d}) \right|^2}. \quad (4.3.37)$$

$$\text{где } \vartheta_{A_\mu} = \sum_{q=\mu+1}^d \Theta_{A_q}$$

Система (4.3.15) с учётом (4.3.35) – (4.3.37) примет вид

$$\left. \begin{aligned} & - \frac{I_A \tilde{B}_0(t_{A_d}) \sin \vartheta_{A_0} - Q_A \tilde{B}_0(t_{A_d}) \cos \vartheta_{A_0}}{\left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(A)}(dt_{A_d}) \right|^2} = 0 \\ & - \frac{I_A \tilde{B}_1(t_{A_d}) \sin \vartheta_{A_1} - Q_A \tilde{B}_1(t_{A_d}) \cos \vartheta_{A_1}}{\left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(A)}(dt_{A_d}) \right|^2} = 0 \\ & \quad \vdots \\ & - \frac{I_A \tilde{B}_{d-1}(t_{A_d}) \sin \vartheta_{A_{d-1}} - Q_A \tilde{B}_{d-1}(t_{A_d}) \cos \vartheta_{A_{d-1}}}{\left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(A)}(dt_{A_d}) \right|^2} = 0 \\ & \quad \frac{Q_A \tilde{B}_d(t_{A_d})}{\left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(A)}(dt_{A_d}) \right|^2} = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (4.3.38)$$

её также можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} & I_A \tilde{B}_0(t_{A_d}) \sin \vartheta_{A_0} - Q_A \tilde{B}_0(t_{A_d}) \cos \vartheta_{A_0} = 0 \\ & I_A \tilde{B}_1(t_{A_d}) \sin \vartheta_{A_1} - Q_A \tilde{B}_1(t_{A_d}) \cos \vartheta_{A_1} = 0 \\ & \quad \vdots \\ & I_A \tilde{B}_{d-1}(t_{A_d}) \sin \vartheta_{A_{d-1}} - Q_A \tilde{B}_{d-1}(t_{A_d}) \cos \vartheta_{A_{d-1}} = 0 \\ & \quad Q_A \tilde{B}_d(t_{A_d}) = 0 \\ & \quad \left| \dot{C}_{\text{АФМН}_y}^{(A)}(dt_{A_d}) \right|^2 \neq 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4.3.39)$$

Поскольку  $t_{A_d} \in (0; +\infty)$ , то  $\forall \tilde{B}_\mu(t_{A_d}) \neq 0$ , где  $\mu = \overline{0, d}$ , следовательно, систему

(4.3.39) можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \vartheta_{A_0} = \operatorname{tg} \vartheta_{A_1} = \dots = \operatorname{tg} \vartheta_{A_{d-1}} = \frac{Q_A}{I_A} \\ Q_A \tilde{B}_d(t_{A_d}) = 0 \\ \left| \dot{C}_{A\Phi M_{Hy}}^{(A)}(dt_{A_d}) \right|^2 \neq 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4.3.40)$$

Из анализа системы (4.3.40) с учётом ранее полученных результаты можно сделать следующие выводы:

1. Не существует стационарных точек внутри множества амплитуд сигнального созвездия, при которых достигается экстремумы, а, следовательно, экстремумы достигаются на его границах. Об этом, в том числе говорит отсутствие решения уравнения  $Q_A \tilde{B}_d(t_{A_d}) = 0$  при  $t_{A_d} \in (0; +\infty)$ . Поэтому значения амплитуд определяются, как

$$M_{A_\mu} = k'_{A_\mu} \Delta M_{\text{ш}}, \quad (4.3.41)$$

где  $k'_{A_\mu} = \{1 + M_{\text{cc}}/\Delta M_{\text{ш}}; m + M_{\text{cc}}/\Delta M_{\text{ш}}\}$ ;  $\mu = \overline{0, d}$ ;

2. Для достижения наибольших значений ошибки установления по амплитуде, взятой по абсолютному значению, требуется использовать следующие соотношения для фазовых скачков

$$\operatorname{tg} \vartheta_{A_0} = \operatorname{tg} \vartheta_{A_1} = \dots = \operatorname{tg} \vartheta_{A_{d-1}} = \frac{Q_A}{I_A} = -\operatorname{tg} [\alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d})] = \operatorname{tg} [\pi - \alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d})], \quad (4.3.42)$$

которые с учётом  $\operatorname{tg}(\pi k + \varpi) = \operatorname{tg} \varpi$ ,  $k \in \{0; 1\}$  примут вид

$$\left. \begin{aligned} \Theta_{A_v} = \pi s_{A_v}, \text{ при } v = \overline{1, d-1} \\ \Theta_{A_d} = \pi - \alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d}), \text{ } v = d \end{aligned} \right\}, \quad (4.3.43)$$

где  $s_{A_v} \in \{0; 1\}$ . Следует отметить, что  $\Theta_{A_d} = -\alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d})$  не выполняется при  $t_{A_d} \in (0; +\infty)$ , поэтому оно исключено из решения (4.3.43).

Преобразуем уравнение  $|\Delta_{\text{уст}}(dt_{A_d})| = \Delta_{\text{доп}}$ . Для этого воспользуемся выражением (4.3.8), используя следующие замены  $\tau_c = t_{A_d}$ ,  $\Theta_v = \Theta_{A_v}$  (см. (4.3.43))

и  $M_\mu = M_{A_\mu}$  (см.(4.3.41)), а также преобразования (4.2.24), (4.2.25) при следующих заменах  $\Theta_{\mathcal{E}_d}$  на  $\Theta_{A_d}$  и  $s_q$  на  $s_{A_q}$ . В результате получим

$$\Delta_{\text{доп}} = \left| \Delta_{\text{уст}}(dt_{A_d}) \right|, \quad (4.3.44)$$

где

$$\begin{aligned} \left| \Delta_{\text{уст}}(dt_{A_d}) \right| = \Delta M_{\text{ш}} & \left[ \left[ k'_{A_d} \tilde{B}_d(t_{A_d}) + \left( \sum_{r=0}^{d-2} k'_{A_r} \tilde{B}_r(t_{A_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{A_q} + k'_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{A_d}) \right) \times \right. \right. \\ & \times \cos \Theta_{A_d} - k'_{A_d} \cos \alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d}) \left. \right]^2 + \left[ \sin \Theta_{A_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} k'_{A_r} \tilde{B}_r(t_{A_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{A_q} + k'_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{A_d}) \right) + \right. \\ & \left. \left. + k'_{A_d} \sin \alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d}) \right]^2 \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (4.3.45)$$

Уравнение (4.3.44) с учётом  $\Delta_{\text{доп}} / \Delta M_{\text{ш}} = \Delta_0$  примет вид

$$\begin{aligned} \Delta_0 = & \left[ \left[ k'_{A_d} \tilde{B}_d(t_{A_d}) + \left( \sum_{r=0}^{d-2} k'_{A_r} \tilde{B}_r(t_{A_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{A_q} + k'_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{A_d}) \right) \times \right. \right. \\ & \times \cos \Theta_{A_d} - k'_{A_d} \cos \alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d}) \left. \right]^2 + \left[ \sin \Theta_{A_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} k'_{A_r} \tilde{B}_r(t_{A_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{A_q} + k'_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{A_d}) \right) + \right. \\ & \left. \left. + k'_{A_d} \sin \alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d}) \right]^2 \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (4.3.46)$$

Здесь  $\alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d})$  определяется с помощью выражения (4.3.33) (обусловлено тем, что большим ошибкам установления по фазе соответствуют большие ошибки по амплитуде, что было показано выше) при замене в нём  $t_{\Phi_d}$  на  $t_{A_d}$ ,  $s_{\Phi_q}$  на  $s_{A_q}$  и  $k_{A_r}$  на  $k'_{A_r}$ . Вышеуказанное можно представить следующим образом

$$\text{tg } \alpha_{\text{уст}}(dt_{A_d}) = \frac{- \left[ \sum_{r=0}^{d-2} k'_{A_r} \tilde{B}_r(t_{A_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{A_q} + k'_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{A_d}) \right]}{\sqrt{\left( k'_{A_d} \tilde{B}_d(t_{A_d}) \right)^2 - \left( \sum_{r=0}^{d-2} k'_{A_r} \tilde{B}_r(t_{A_d}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{A_q} + k'_{A_{d-1}} \tilde{B}_{d-1}(t_{A_d}) \right)^2}}. \quad (4.3.47)$$

Анализируя соотношения (4.3.34) и (4.3.46), приходим к выводу, что для определения  $t_{\Phi_d}$  и  $t_{A_d}$  требуется решить набор из  $2^{d-1}(2^{d+1}-1)$  уравнений для каждого из информативных параметров АФМН- $N$ -сигнала, где  $2^{d-1}$  – число разновидностей уравнений в наборе, определяемых реализациями значений скачков фазы, а  $(2^{d+1}-1)$  – число разновидностей уравнений в наборе, определяемых реализациями значений амплитуд радиоимпульсов. Здесь число  $2^{d+1}-1$  вместо  $2^{d+1}$  обусловлено тем, что с точки зрения длительности переходного процесса важно отношение амплитуд, а не их абсолютное значение, тем самым отбрасывается из рассмотрения один из вариантов реализации одинаковых амплитуд для всех символов в передаваемой информационной последовательности. При этом необходимо отметить следующее, что наборы уравнений по фазе и амплитуде образованы одинаковыми наборами реализаций параметров, которые их определяют и, соответственно, при определении наборов можно положить, что  $k''_{\mu i} = k_{A_{\mu i}} = k'_{A_{\mu i}}$ , где  $\mu = \overline{0, d}$ , а также  $s''_{\nu i} = s_{\Phi_{\nu i}} = s_{A_{\nu i}}$ , где  $\nu = \overline{1, d-1}$ ;  $i = \overline{1, 2^{d-1}(2^{d+1}-1)}$ .

Непосредственно само  $i$ -е уравнение из набора по фазе, на основании ранее полученных результатов, примет вид

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi}{n} \alpha_0 = \operatorname{tg} \alpha_{\text{доп}} = \left| \frac{\sum_{r=0}^{d-2} k''_{ri} \tilde{B}_r(t_{\Phi_{di}}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s''_{qi} + k''_{(d-1)i} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_{di}})}{\sqrt{\left( \tilde{B}_d(t_{\Phi_{di}}) k''_{di} \right)^2 - \left( \sum_{r=0}^{d-2} k''_{ri} \tilde{B}_r(t_{\Phi_{di}}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s''_{qi} + k''_{(d-1)i} \tilde{B}_{d-1}(t_{\Phi_{di}}) \right)^2}} \right|, \quad (4.3.48)$$

а по амплитуде

$$\Delta_0 = \left[ \left( k''_{di} \tilde{B}_d(t_{A_{di}}) - \left( \sum_{r=0}^{d-2} k''_{ri} \tilde{B}_r(t_{A_{di}}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s''_{qi} + k''_{(d-1)i} \tilde{B}_{d-1}(t_{A_{di}}) + k''_{di} \right) \cos \alpha_{\text{уст}}(dt_{A_{di}}) \right)^2 + \right.$$

$$+ \sin^2 \alpha_{\text{уст}} \left( dt_{A_d} \left( \sum_{r=0}^{d-2} k''_{ri} \tilde{B}_r(t_{A_{d_i}}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s''_{qi} + k''_{(d-1)i} \tilde{B}_{d-1}(t_{A_{d_i}}) + k''_{di} \right) \right)^2 \Big]^{1/2}, \quad (4.3.49)$$

$$\text{где } \text{tg} \alpha_{\text{уст}} \left( dt_{A_{d_i}} \right) = \frac{- \left[ \sum_{r=0}^{d-2} k''_{ri} \tilde{B}_r(t_{A_{d_i}}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s''_{qi} + k''_{(d-1)i} \tilde{B}_{d-1}(t_{A_{d_i}}) \right]}{\sqrt{\left( \tilde{B}_d(t_{A_{d_i}}) k''_{di} \right)^2 - \left( \sum_{r=0}^{d-2} k''_{ri} \tilde{B}_r(t_{A_{d_i}}) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s''_{qi} + k''_{(d-1)i} \tilde{B}_{d-1}(t_{A_{d_i}}) \right)^2}}.$$

Каждое  $i$ -ое уравнение из набора определяется конкретными значениями параметров  $s''_{vi}$  и  $k''_{\mu i}$ , их значения можно определить, используя следующее правило, которое задано в виде двух множеств

$$S'_{di} = \left\{ s''_{vi} \left| \left( s''_{(d-1)i} s''_{(d-2)i} \dots s''_{2i} s''_{1i} \right)_2 = i - 1 - \left\lfloor \frac{i-1}{2^{d-1}} \right\rfloor 2^{d-1}; v = \overline{1, d-1} \right\}, \quad (4.3.50)$$

$$K'_{di} = \left\{ k''_{\mu i} = 1 + \text{sgn}(a_{\mu i})(m-1) + M_{\text{cc}} / \Delta M_{\text{ш}} \left| \left( a_{di} \dots a_{1i} a_{0i} \right)_2 = \left\lfloor \frac{i-1}{2^{d-1}} \right\rfloor; \mu = \overline{0, d} \right\}, \quad (4.3.51)$$

где  $\lfloor \cdot \rfloor$  – операция округления до целого числа в меньшую сторону.

При этом определение  $t_{\Phi_d}$  производится на основании использования следующего соотношения

$$\bigcup_{w_{\Phi_d}=1}^{W_{\Phi_d}} \left[ \tau_{\Phi.\text{но}_d}^{(w_{\Phi_d})}; \tau_{\Phi.\text{ко}_d}^{(w_{\Phi_d})} \right] \bigcup \left[ \tau_{\Phi.\text{гp}_d}; +\infty \right) = \bigcap_{i=1}^{2^{d-1}(2^{d+1}-1)} T_{\Phi_{d_i}}, \quad (4.3.52)$$

а для  $t_{A_d}$  аналогичное соотношение будет иметь вид

$$\bigcup_{w_{A_d}=1}^{W_{A_d}} \left[ \tau_{A.\text{но}_d}^{(w_{A_d})}; \tau_{A.\text{ко}_d}^{(w_{A_d})} \right] \bigcup \left[ \tau_{A.\text{гp}_d}; +\infty \right) = \bigcap_{i=1}^{2^{d-1}(2^{d+1}-1)} T_{A_{d_i}}, \quad (4.3.53)$$

$$\text{Здесь } T_{\Phi_{d_i}} = \bigcup_{w_{\Phi_{d_i}}=1}^{W_{\Phi_{d_i}}} \left[ \tau_{\Phi.\text{но}_{d_i}}^{(w_{\Phi_{d_i}})}; \tau_{\Phi.\text{ко}_{d_i}}^{(w_{\Phi_{d_i}})} \right] \bigcup \left[ \tau_{\Phi.\text{гp}_{d_i}}; +\infty \right) \text{ и } T_{A_{d_i}} = \bigcup_{w_{A_{d_i}}=1}^{W_{A_{d_i}}} \left[ \tau_{A.\text{но}_{d_i}}^{(w_{A_{d_i}})}; \tau_{A.\text{ко}_{d_i}}^{(w_{A_{d_i}})} \right] \bigcup \left[ \tau_{A.\text{гp}_{d_i}}; +\infty \right)$$

– значения длительностей символов, обеспечивающих  $\left| \alpha_{\text{уст}} \left( dT_{\Phi_{d_i}} \right) \right| \leq \alpha_{\text{доп}}$  (см.

(4.3.33) при замене  $t_{\Phi_d}$  на  $T_{\Phi_{d_i}}$ ) и  $\left| \Delta_{\text{уст}} \left( dT_{A_{d_i}} \right) \right| \leq \Delta_{\text{доп}}$  (см. (4.3.45) при замене  $t_{A_d}$  на

$T_{A_{d_i}}$ ) при  $i$ -ой реализации ансамбля параметров для  $d$ -го символа. При этом

$$t_{\Phi_{d_i}} = \left\{ \tau_{\Phi.\text{но}_{d_i}}^{(w_{\Phi_{d_i}})} \right\}_{w_{\Phi_{d_i}}=1}^{W_{\Phi_{d_i}}} \cup \left\{ \tau_{\Phi.\text{ко}_{d_i}}^{(w_{\Phi_{d_i}})} \right\}_{w_{\Phi_{d_i}}=1}^{W_{\Phi_{d_i}}} \cup \left\{ \tau_{\Phi.\text{гр}_{d_i}} \right\}, \quad t_{A_{d_i}} = \left\{ \tau_{A.\text{но}_{d_i}}^{(w_{A_{d_i}})} \right\}_{w_{A_{d_i}}=1}^{W_{A_{d_i}}} \cup \left\{ \tau_{A.\text{ко}_{d_i}}^{(w_{A_{d_i}})} \right\}_{w_{A_{d_i}}=1}^{W_{A_{d_i}}} \cup \left\{ \tau_{A.\text{гр}_{d_i}} \right\}$$

– решения  $i$ -го уравнения для фазы и амплитуды, соответственно;  $w_{\Phi_{d_i}} = \overline{1, W_{\Phi_{d_i}}}$   
 $w_{A_{d_i}} = \overline{1, W_{A_{d_i}}}$  – номера «окон прозрачности» для фазы и амплитуды, определяемых из решений  $i$ -ых уравнений для фазы и амплитуды для  $d$ -го символа, соответственно;  $W_{\Phi_{d_i}}, W_{A_{d_i}}$  – общее количество «окон прозрачности», определяемых из решений  $i$ -ых уравнений для фазы и амплитуды для  $d$ -ого символа, соответственно;  $\tau_{\Phi.\text{но}_{d_i}}^{(w_{\Phi_{d_i}})}, \tau_{A.\text{но}_{d_i}}^{(w_{A_{d_i}})}$  и  $\tau_{\Phi.\text{ко}_{d_i}}^{(w_{\Phi_{d_i}})}, \tau_{A.\text{ко}_{d_i}}^{(w_{A_{d_i}})}$  – длительности символов, при которых начинаются и заканчиваются  $w_{\Phi_{d_i}}$ -ое и  $w_{A_{d_i}}$ -ое «окно прозрачности», соответственно;  $\tau_{\Phi.\text{гр}_{d_i}}$  и  $\tau_{A.\text{гр}_{d_i}}$  – граничные длительности по фазе и амплитуде, соответственно, для  $d$ -ого символа, получаемые из решения  $i$ -ых уравнений для фазы и амплитуды. При отсутствии «окон прозрачности» у выбранного информативного параметра АФМн- $N$ -сигнала при приеме  $d$ -го символа общее количество «окон прозрачности» по этому параметру полагается равным нулю.

Проанализируем полученные выражения (4.3.33) и (4.3.45) для определения свойств решений набора уравнений с целью формирования алгоритма оценки разрешающего времени, эффективного с точки зрения вычислительной сложности.

Докажем свойство о «комбинациях символов», которое для данного типа сигнала заключается в том, что все реализации зависимостей ошибки установления по фазе и амплитуде от длительности символа  $\tau_c$ , для  $d = d_1 - 1$  символа, обусловленные значениями параметров будут содержаться в её реализациях для  $d = d_1$  символа.

□ Перейдем к доказательству данного свойства для ошибки установления по фазе. Рассмотрим (4.3.33) для  $d = d_1$  и  $d = d_1 - 1$  символов, используя обратную замену

$t_{\Phi_d} = \tau_c$ . При этом очевидно, что  $d_1 \geq 2$ . Так с учётом вышеприведенного данное выражение для  $d_1$ -ого символа примет вид

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(d_1 \tau_c) = -\frac{P'_{d_1}}{\sqrt{(k_{A_{d_1}} B_0(\tau_c))^2 - (P'_{d_1})^2}}, \quad (4.3.54)$$

$$\begin{aligned} \text{где } P'_{d_1} = & k_{A_0} [1 - B_0(d_1 \tau_c)] \prod_{q=1}^{d_1-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_1} [B_0(d_1 \tau_c) - B_0([d_1 - 1] \tau_c)] \prod_{q=2}^{d_1-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + \\ & + \sum_{r=2}^{d_1-2} k_{A_r} [B_0([d_1 - r + 1] \tau_c) - B_0([d_1 - r] \tau_c)] \prod_{q=r+1}^{d_1-1} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d_1-1}} [B_0(2\tau_c) - B_0(\tau_c)]. \end{aligned}$$

А для  $(d_1 - 1)$ -ого символа оно примет вид

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}((d_1 - 1) \tau_c) = -\frac{P'_{d_1-1}}{\sqrt{(k_{A_{d_1-1}} B_0(\tau_c))^2 - (P'_{d_1-1})^2}}, \quad (4.3.55)$$

где

$$P'_{d_1-1} = \begin{cases} k_{A_0} [1 - B_0([d_1 - 1] \tau_c)] \prod_{q=1}^{d_1-2} \cos \pi s_q + \sum_{r=1}^{d_1-3} k_{A_r} [B_0([d_1 - r] \tau_c) - \\ - B_0([d_1 - r - 1] \tau_c)] \prod_{q=r+1}^{d_1-2} \cos \pi s_{\Phi_q} + k_{A_{d_1-2}} [B_0(2\tau_c) - B_0(\tau_c)] \text{ при } d_1 - 1 \geq 2; \\ k_{A_0} [1 - B_0(\tau_c)] \text{ при } d_1 - 1 = 1. \end{cases}$$

Из сравнения выражений (4.3.54) и (4.3.55) видно, что для их равенства должны быть равны  $k_{A_{d_1-1}} = \hat{k}_{A_{d_1}}$  (здесь произведена замена  $k_{A_d}$  на  $\hat{k}_{A_{d_1}}$  в (4.3.54) для удобства анализа) и  $P'_{d_1} = P'_{d_1-1}$ .

Так при  $d_1 - 1 \geq 2$  для обеспечения  $P'_{d_1} = P'_{d_1-1}$  очевидно должны быть выполнены следующие два условия:

- 1) первое из них

$$\begin{aligned}
& \sum_{r_1=2}^{d_1-2} \hat{k}_{A_{r_1}} \left[ B_0([d_1 - r_1 + 1]\tau_c) - B_0([d_1 - r_1]\tau_c) \right] \prod_{q_1=r_1+1}^{d_1-1} \cos \pi s_{\phi_{q_1}} + \hat{k}_{A_{d_1-1}} \left[ B_0(2\tau_c) - B_0(\tau_c) \right] = \\
& = \sum_{r=1}^{d_1-3} k_{A_r} \left[ B_0([d_1 - r]\tau_c) - B_0([d_1 - r - 1]\tau_c) \right] \prod_{q=r+1}^{d_1-2} \cos \pi s_{\phi_q} + \\
& \quad + k_{A_{d_1-2}} \left[ B_0(2\tau_c) - B_0(\tau_c) \right]; \tag{4.3.56}
\end{aligned}$$

2) второе из них

$$\begin{aligned}
& \hat{k}_{A_0} \left[ 1 - B_0(d_1\tau_c) \right] \prod_{q_1=1}^{d_1-1} \cos \pi s_{\phi_{q_1}} + \hat{k}_{A_1} \left[ B_0(d_1\tau_c) - B_0([d_1 - 1]\tau_c) \right] \prod_{q_1=2}^{d_1-1} \cos \pi s_{\phi_{q_1}} = \\
& = k_{A_0} \left[ 1 - B_0([d_1 - 1]\tau_c) \right] \prod_{q=1}^{d_1-2} \cos \pi s_{\phi_q}. \tag{4.3.57}
\end{aligned}$$

Здесь для удобства анализа произведена замена индексов  $q$  на  $q_1$  и  $r$  на  $r_1$  и коэффициентов  $k_{A_r}$  на  $\hat{k}_{A_{r_1}}$  для левой части уравнений (4.3.56) и (4.3.57), которые соответствуют составляющим, относящимся к порядковому номеру символа  $d = d_1$ .

Преобразуем уравнение (4.3.56) с учётом следующей замены  $r' = r_1 - 1$ , в результате получим

$$\begin{aligned}
& \sum_{r'=1}^{d_1-3} \left[ B_0([d_1 - r']\tau_c) - B_0([d_1 - r' - 1]\tau_c) \right] \hat{k}_{A_{r'+1}} \prod_{q_1=r'+2}^{d_1-1} \cos \pi s_{\phi_{q_1}} + \\
& \quad + \left[ B_0(2\tau_c) - B_0(\tau_c) \right] \hat{k}_{A_{r'+1}} \Big|_{r'=d_1-2} = \\
& = \sum_{r=1}^{d_1-3} \left[ B_0([d_1 - r]\tau_c) - B_0([d_1 - r - 1]\tau_c) \right] k_{A_r} \prod_{q=r+1}^{d_1-2} \cos \pi s_{\phi_q} + \\
& \quad + k_{A_{d_1-2}} \left[ B_0(2\tau_c) - B_0(\tau_c) \right]. \tag{4.3.58}
\end{aligned}$$

Используя замену  $r = r' = r_0$  и анализируя уравнение (4.3.58), приравняв множители при одинаковых приращениях функций установлений, можно прийти к выводу, что его решением будет

$$\left. \begin{aligned} s_{\phi_{q_1}} &= s_{\phi_q} \text{ при } q_1 = q + 1, q = \overline{2; d_1 - 2}; \\ \hat{k}_{A_{q_0+1}} &= k_{A_{q_0}} \text{ при } r_0 = \overline{1; d_1 - 3} \end{aligned} \right\}. \quad (4.3.59)$$

С учётом (4.3.59) уравнение (4.3.57) можно представить в виде

$$\begin{aligned} & \left( \hat{k}_{A_0} [1 - B_0(d_1 \tau_c)] \prod_{q_1=1}^2 \cos \pi s_{\phi_{q_1}} + \hat{k}_{A_1} [B_0(d_1 \tau_c) - B_0([d_1 - 1] \tau_c)] \prod_{q_1=2}^2 \cos \pi s_{\phi_{q_1}} \right) \prod_{q_1=3}^{d_1-1} \cos \pi s_{\phi_{q_1}} = \\ & = \left( k_{A_0} [1 - B_0([d_1 - 1] \tau_c)] \prod_{q=1}^1 \cos \pi s_{\phi_q} \right) \prod_{q=2}^{d_1-2} \cos \pi s_{\phi_q}; \\ & \prod_{q_1=2}^2 \cos \pi s_{\phi_{q_1}} \left( \hat{k}_{A_0} [1 - B_0(d_1 \tau_c)] \prod_{q_1=1}^1 \cos \pi s_{\phi_{q_1}} + \hat{k}_{A_1} [B_0(d_1 \tau_c) - B_0([d_1 - 1] \tau_c)] \right) = \\ & = k_{A_0} [1 - B_0([d_1 - 1] \tau_c)] \prod_{q=1}^1 \cos \pi s_{\phi_q}. \end{aligned} \quad (4.3.60)$$

Из (4.3.60) следует, что его решение имеет вид

$$\left. \begin{aligned} s_{\phi_{q_1}} &= s_{\phi_q}, \text{ при } q_1 = q + 1, \text{ где } q = 1; \\ s_{\phi_{q_1}} \Big|_{q_1=1} &= 0; \hat{k}_{A_0} = \hat{k}_{A_1} = k_{A_0}. \end{aligned} \right\} \quad (4.3.61)$$

Таким образом, на основании (4.3.59), (4.3.61) и полученных выше результатов общее решение для рассматриваемого случая примет вид

$$\left. \begin{aligned} s_{\phi_{q_1}} &= s_{\phi_q} \text{ при } q_1 = q + 1, q = \overline{1; d_1 - 2}; \\ s_{\phi_{q_1}} \Big|_{q_1=1} &= 0; \\ \hat{k}_{A_{q_0+1}} &= k_{A_{q_0}} \text{ при } r_0 = \overline{1; d_1 - 1}; \\ \hat{k}_{A_0} &= \hat{k}_{A_1} = k_{A_0}; \end{aligned} \right\}. \quad (4.3.62)$$

Рассмотрим теперь вариант реализации при  $d_1 - 1 = 1$  для этого, очевидно, должно быть выполнено следующее условие

$$\hat{k}_{A_0} [1 - B_0(2\tau_c)] \prod_{q_1=1}^1 \cos \pi s_{\phi_{q_1}} + \hat{k}_{A_1} [B_0(2\tau_c) - B_0(\tau_c)] = k_{A_0} [1 - B_0(\tau_c)], \quad (4.3.63)$$

где используются замены индексов  $q$  на  $q_1$  и  $r$  на  $r_1$  и коэффициентов  $k_{A_r}$  на  $\hat{k}_{A_{r_1}}$  для левой части уравнения (4.3.63), которая соответствует составляющим, относящимся к порядковому номеру символа  $d = d_1$ .

Из анализа (4.3.63) следует, что его решение имеет вид  $s_{\phi_{q_1}} \Big|_{q_1=1} = 0$  и  $\hat{k}_{A_0} = \hat{k}_{A_1} = k_{A_0}$ . На основе полученных результатов приходим к выводу, что рассматриваемое свойство для фазы является доказанным, поскольку  $\alpha_{\text{уст}}(d_1 \tau_c) = \alpha_{\text{уст}}((d_1 - 1) \tau_c)$  достигается в том случае, когда передача первого символа из информационной последовательности, состоящей из  $d_1$  символов, соответствует отсутствию скачка фазы и амплитуды, а все остальные значения скачков фазы и амплитуд соответствуют значениям, которые определяются информационной последовательностью из  $d_1 - 1$  символов.

Перейдем к доказательству данного свойства для ошибки установления по амплитуде. Рассмотрим (4.3.45), при этом используя замену  $t_{A_d}$  на  $\tau_c$ , при  $d = d_1$  и  $d = d_1 - 1$ .

Так для  $d_1$ -ого символа выражение (4.3.45) примет вид

$$\Delta_{\text{уст}}(d_1 \tau_c) = \Delta M_{\text{ш}} \left[ \left[ k'_{A_{d_1}} B_0(\tau_c) + F_{d_1} \cos \Theta_{A_{d_1}} - k'_{A_{d_1}} \cos \alpha_{\text{уст}}(d_1 \tau_c) \right]^2 + \left[ k'_{A_{d_1}} \sin \alpha_{\text{уст}}(d_1 \tau_c) + F_{d_1} \sin \Theta_{A_{d_1}} \right]^2 \right]^{1/2}, \quad (4.3.64)$$

$$\text{где } F_{d_1} = k'_{A_0} \left[ 1 - B_0(d_1 \tau_c) \right] \prod_{q=1}^{d_1-1} \cos \pi s_{A_q} + k'_{A_{d_1-1}} \left[ B_0(2\tau_c) - B_0(\tau_c) \right] + \sum_{r=1}^{d_1-2} k'_{A_r} \left[ B_0([d_1 - r + 1] \tau_c) - B_0([d_1 - r] \tau_c) \right] \prod_{q=r+1}^{d_1-1} \cos \pi s_{A_q}.$$

В тоже время для  $d_1 - 1$ -ого символа рассматриваемое выражение с учётом (4.3.45) примет вид

$$\Delta_{\text{уст}}((d_1 - 1) \tau_c) = \left[ \left[ k'_{A_{d_1-1}} B_0(\tau_c) + F_{d_1-1} \cos \Theta_{A_{d_1-1}} - k'_{A_{d_1-1}} \cos \alpha_{\text{уст}}((d_1 - 1) \tau_c) \right]^2 + \right.$$

$$+ \left[ k'_{A_{d_1-1}} \sin \alpha_{\text{уст}} \left( (d_1 - 1) \tau_c \right) + F_{d_1-1} \sin \Theta_{A_{d_1-1}} \right]^2 \Big]^{1/2}. \quad (4.3.65)$$

$$\text{где } F_{d_1-1} = k'_{A_0} \left[ 1 - B_0 \left( [d_1 - 1] \tau_c \right) \right] \prod_{q=1}^{d_1-2} \cos \pi s_{A_q} + \sum_{r=1}^{d_1-3} k'_{A_r} \left[ B_0 \left( [d_1 - r] \tau_c \right) - \right. \\ \left. - B_0 \left( [d_1 - r - 1] \tau_c \right) \right] \prod_{q=r+1}^{d_1-2} \cos \pi s_{A_q} + k'_{A_{d_1-2}} \left[ B_0 \left( 2 \tau_c \right) - B_0 \left( \tau_c \right) \right].$$

Учитывая полученные результаты для ошибок установления фазы, выражения (4.3.54) и (4.3.55), выражения  $P'_{d_1}$  и  $P'_{d_1-1}$  с учётом замены в них  $s_{\phi}$  на  $s_A$  и  $k_A$  на  $k'_{A_\bullet}$ , здесь под « $\bullet$ » в индексе подразумевается порядковый номер параметра приходим к выводу, что доказанное выше свойство для ошибки установления фазы, также справедливо и для ошибки измерения амплитуды. ■

Из выше доказанного свойства о «комбинациях символов» для АФМн- $N$ -сигнала, что наибольшее время установления для  $d$ -го символа будет также обеспечивать корректность приема согласно решающего правила (3.2.9) всех предшествующих ему символов информационной последовательности.

Из доказательства свойства также следует, что число уравнений по каждому информативному параметру, определяющих новые решения при оценке наибольшего времени установления  $t_{\text{ну}_d}$  относительно  $t_{\text{ну}_{d-1}}$ , будет соответствовать значению<sup>1</sup>  $2^{d-2} [3 \cdot 2^d - 1]$  при  $d \geq 2$ . Это дополнительно позволяет снизить вычислительную сложность разрабатываемого алгоритма оценки пропускной способности при реализации аналитического метода.

Также из результатов следует, что среди общего числа уравнений  $2^{d-1} (2^{d+1} - 1)$  для  $d$ -го символа  $2^d (2^d - 1)$  уравнений различаются только значением  $k_d$ , соответственно при решении уравнений при предварительном расчёте полиномов

<sup>1</sup>)  $2^{d-1} (2^{d+1} - 1) - 2^{d-2} (2^d - 1) = 2^{d-2} (2(2^{d+1} - 1) - 2^{d-2} (2^d - 1)) = 2^{d-2} (2^{d+1+1} - 2 - 2^d + 1) = 2^{d-2} (2^{d+2} - 1 - 2^d) =$   
 $= 2^{d-2} (2^{d+2} - 2^d - 1) = 2^{d-2} (2^d (2^2 - 1) - 1) = 2^{d-2} (3 \cdot 2^d - 1)$

$P_d$  и  $F_d$  можно сократить объем вычислений при оценке полиномов до  $2^{d-1}(2^d - 1)$  их разновидностей.

Анализ выражения (4.3.33) и (4.3.47) позволяет утверждать, что для получаемых решений будет выполняться соотношение  $\left| \alpha_{\text{уст}}(dt_{\bullet d}) \right| \leq \pi / 2$ , поскольку в противном случае знаменатель в правых частях данных выражений принимает комплексные значения.

Поскольку для ЛИС справедлив принцип транспозиции, то степень влияния канальных символов, предшествующих принимаемому ( $d$ -й символ), в виде МСИ в момент съема информации о нём ( $d$ -й символ) будет тем меньше, чем дальше они расположены друг относительно друга во времени.

Следовательно, разрешающее время можно аппроксимировать  $\left| t_{\text{раз}} - t_{\text{ну}_{G+1}} \right| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$  с заданной точностью  $\varepsilon_{\text{раз}}$  наибольшим временем установления  $t_{\text{ну}_{G+1}}$  для  $G+1$  символа, где  $G$  – эффективная память канала. В данном случае под эффективной памятью  $G$  будем понимать число символов, предшествующих принимаемому, которые влияют на процесс установления значения комплексной амплитуды информативного параметра, его определяющей, с заданной точностью  $\varepsilon$ <sup>1</sup>.

Оценка значения параметра  $\varepsilon$  производится с использованием того же подхода как это было сделано для ФМн- $n$ -сигнала (см. выражением (4.2.49)). В этом случае правило примет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \min \{ \varepsilon'_+; \varepsilon'_- \} \\ \varepsilon'_+ &= \min_{T'_+} \left| H_{\text{АФ}}(3, T'_+) - H_{\text{АФ}}(3, [T'_+ + \varepsilon_{\text{раз}}]) \right|, \\ \varepsilon'_- &= \min_{T'_-} \left| H_{\text{АФ}}(3, T'_-) - H_{\text{АФ}}(3, [T'_- - \varepsilon_{\text{раз}}]) \right| \end{aligned} \quad (4.3.66)$$

<sup>1</sup> Под  $\varepsilon$  понимается точность установления, определяемой по огибающей переходного процесса, являющейся верхней оценкой погрешности.

где  $T'_+ = \left\{ \tau_{\text{н.ок}_3}^{(W_{\text{АФ}_3})} \right\}_{W_{\text{АФ}_3}=1}^{W_{\text{АФ}_3}} \cup \left\{ \tau_{\text{АФ.гр}_3} \right\}$ ;  $T'_- = \left\{ \tau_{\text{к.ок}_3}^{(W_{\text{АФ}_3})} \right\}_{W_{\text{АФ}_3}=1}^{W_{\text{АФ}_3}}$ ;  $H_{\text{АФ}}(\cdot) = \left| \dot{H}_{\text{АФ}}(\cdot) \right|$ , её

составляющие определяются в соответствии с (4.3.32)<sup>1</sup> с учётом замены в них  $\Delta M_{\text{ш}}$

на  $\frac{\Delta M_{\text{ш}}}{m\Delta M_{\text{ш}} + M_{\text{сс}}}$ ,  $t_{\Phi_d}$  на  $T'_{\pm}$  или  $T'_{\pm} \pm \varepsilon_{\text{раз}}$ , а также  $s_{\Phi_q}$  на  $s''_{v_{\text{реш}}} \in S'_{3i_{\text{реш}}}$  и  $k_{A_d}$  на

$k''_{\mu_{\text{реш}}} \in K'_{3i_{\text{реш}}}$  здесь  $v = 1, d-1$ ;  $\mu = 0, d$ ,  $d = 3$ ;  $i_{\text{реш}} \in I_{\text{АФ.реш}}$ , где  $I_{\text{АФ.реш}}$  – множество номеров уравнений, которые определяют элементы множества  $t_{\text{ну}_3}$ .

Сформулируем задачу по определению эффективной памяти. Для этого рассмотрим функциональный ряд  $\lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{r=0}^l M_r B'_{rl}(l\tau_c) \exp(j\gamma_r)$ , получаемый с использованием равенства (4.3.3), полагая в нём  $t = l\tau_c$ ,  $l \rightarrow \infty$  и используя обозначения (4.2.46).

В силу справедливости принципа транспозиции для ЛИС он равномерно сходится при  $\tau_c \geq 0$  а, следовательно, согласно теории рядов [178], будет справедливо следующее соотношение

$\lim_{l \rightarrow \infty} \left| \sum_{r=0}^l M_r B'_{rl}(l\tau_c) \exp(j\gamma_r) \right| \leq \lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{r=0}^l M_r |B'_{rl}(l\tau_c)|$ . Кроме того, также будет

справедливо  $\left| \sum_{r=0}^d M_r B'_{rd}(d\tau_c) \exp(j\gamma_r) \right| \leq \sum_{r=0}^d M_r |B'_{rd}(d\tau_c)|$ . Вышеприведенные

функциональный ряд и его частичная сумма из  $d$  символов достигают наибольших значений, когда  $\forall M_r = M_m$ . А поскольку скорость изменения значений ряда

$\lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{r=0}^l M_r |B'_{rl}(l\tau_c)|$  от длительности символа и его частичной суммы зависит не от

абсолютных значений амплитуд радиоимпульсов, а от их отношения, что было показано ранее в главе 2 и в данном разделе, то становится очевидным, что задача по определению зависимости наибольшей оценки эффективной памяти от

<sup>1</sup> Корректность такого подхода следует из выражения (4.3.6).

<sup>2</sup> Используется для нормирования амплитуд сигнального созвездия.

длительности символа  $\hat{G}(\tau_c)$  сводится к исходной постановке, определяемой соотношением (4.2.47), поскольку можно произвести нормировку значений амплитуд сигнального созвездия, когда наибольшее значение будет равно единице.

В результате мы также можем заключить, что зависимости наибольшей оценки эффективной памяти от длительности символа для АФМн- $N$ - и ФМн- $n$ -сигналов идентичны, а следовательно алгоритм оценки пропускной способности может быть унифицирован для данных типов сигналов в части оценки эффективной памяти с учётом ряда особенностей, которые будут изложены ниже в алгоритме.

Так, на основании полученных выше результатов, алгоритм оценки пропускной способности для АФМн- $N$ -сигнала можно представить, как результат выполнения следующих этапов:

1) *Этап первый.* Определение начальных параметров:

Наибольшего времени установления для третьего символа  $t_{\text{нуз}}$  с использованием соотношений (4.3.2), (4.3.52), (4.3.53), на основании решения набора уравнений, определяемых с помощью (4.3.48) – (4.3.51). Оценка значения параметра  $\varepsilon$  производится с помощью выражения (4.3.66).

Значения параметров для каждого из мажорирующих рядов  $k_c$  и  $b_c$  определяется с помощью (4.2.61) – (4.2.63), учитывая следующие особенности, связанные с использованием АФМн- $N$ -сигнала: при использовании (4.2.62) –  $\tau'_c \in [\tau_{\text{АФ.гр}_3}; 2\tau_{\text{АФ.гр}_3}]$ , а при использовании (4.2.63) –

$$T'_H = \left\{ \tau_{m_{K_i}} \in \tau'_c = [\tau_{\text{н.ок}_3}^{(1)}; 2\tau_{\text{АФ.гр}_3}] \mid \forall \tau'_c \in \overset{\circ}{U}(\tau_{m_{K_i}}) \left( \left| B''_{HI}(\tau'_c) \right| \leq \left| B''_{HI}(\tau_{m_{K_i}}) \right| \right); K_i = \overline{1, S_H} \right\}.$$

В качестве значений  $C$  и  $D$  также целесообразно брать значения  $C = 10$  и  $D = 3$ .

Определение значений  $h'_c$  для каждого типа мажорирующего ряда с помощью (4.2.64) с учётом того, что при монотонном изменении функции установления

$$T_{\text{срав}} \in [\tau_{\text{АФ.гр}_3}; \tilde{\tau}_c^{(3)}), \text{ а при наличии затухающих колебаний} - T_{\text{срав}} \in [\tau_{\text{н.ок}_3}^{(1)}; \tilde{\tau}_c^{(3)}).$$

Определения наиболее подходящего типа мажорирующего ряда  $c_{\text{опт}}$  с помощью (4.2.65) и (4.2.66).

*Этап второй.* Оценка зависимости наибольшей оценки эффективной памяти от длительности символа с помощью соотношения (4.2.68). Оценка  $\hat{h}_{c_{\text{опт}}}$ , производится посредством использования (4.2.57) – (4.2.59), с учетом типа мажорирующего ряда  $c_{\text{опт}}$ , полагая  $R_{\hat{h}_{c_{\text{опт}}}}^{c_{\text{опт}}} = Q_\varepsilon \varepsilon$ , где  $Q_\varepsilon \in [0,1;0,01]$  – коэффициент, используемый для повышения точности определения зависимости  $\hat{G}(\tau_c)$ .

*Этап третий.* Определение разрешающего времени и оценка эффективной памяти и пропускной способности.

3.1) Производится первоначальная оценка эффективной памяти в соответствии с

$$\text{правилом } G_1 = \begin{cases} \hat{G}(\min(t_{\text{ну}_3})) - 1, & \text{если } \hat{G}(\min(t_{\text{ну}_3})) - 1 \geq 3 \\ 2, & \text{если } \hat{G}(\min(t_{\text{ну}_3})) - 1 < 3 \end{cases}.$$

3.2) Для  $d_p = \overline{1, G_1 + 1}$  производится определение  $t_{\text{ну}_{d_p}}$  и  $t_{\text{ну}_{d_p+1}}$  с использованием (4.3.48) – (4.3.53) и (4.3.2), а также свойства о «комбинациях символов», для

проверки соотношения  $\left| t_{\text{ну}_{d_p+1}} - t_{\text{ну}_{d_p}} \right| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$ . В качестве  $t_{\text{раз}} = t_{\text{ну}_{d_p}}$ , выбирается то значение  $t_{\text{ну}_{d_p}}$ , при котором для всех последующих значений  $d_p > d_p$ , не происходит

изменение структуры множества  $t_{\text{ну}_{d_p}}$  относительно  $t_{\text{ну}_{d_p}}$ , и выполняется

соотношение  $\left| t_{\text{ну}_{d_p}} - t_{\text{ну}_{d_p'}} \right| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$ . В этом случае значение эффективной памяти

определяется как  $G = d_p - 1$ . В том случае, если  $d_p = G_1 + 1$ , то проверяется

соотношение  $\left| t_{\text{ну}_{G_1+2}} - t_{\text{ну}_{d_p'}} \right| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$  и при успешном результате проверки принимается

$t_{\text{раз}} = t_{\text{ну}_{d_p}}$ , и  $G = G_1$ .

3.3) Производится оценка пропускной способности с использованием (3.3.7).

Реализация данного алгоритма в виде блок-схемы представлена на рисунке 4.7 – 4.9. В заключение данного раздела следует отметить, важное

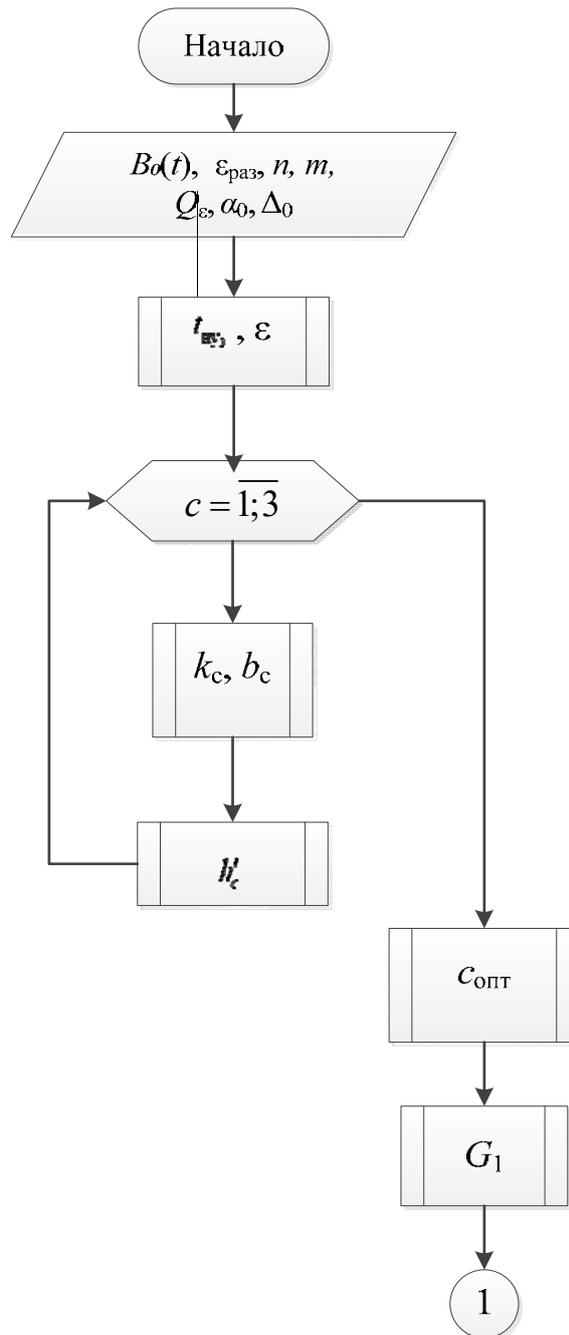


Рисунок 4.7. Блок схема алгоритма аналитического метода оценки пропускной способности канала связи с памятью при использовании АФМн- $N$ -сигнала. Часть 1.

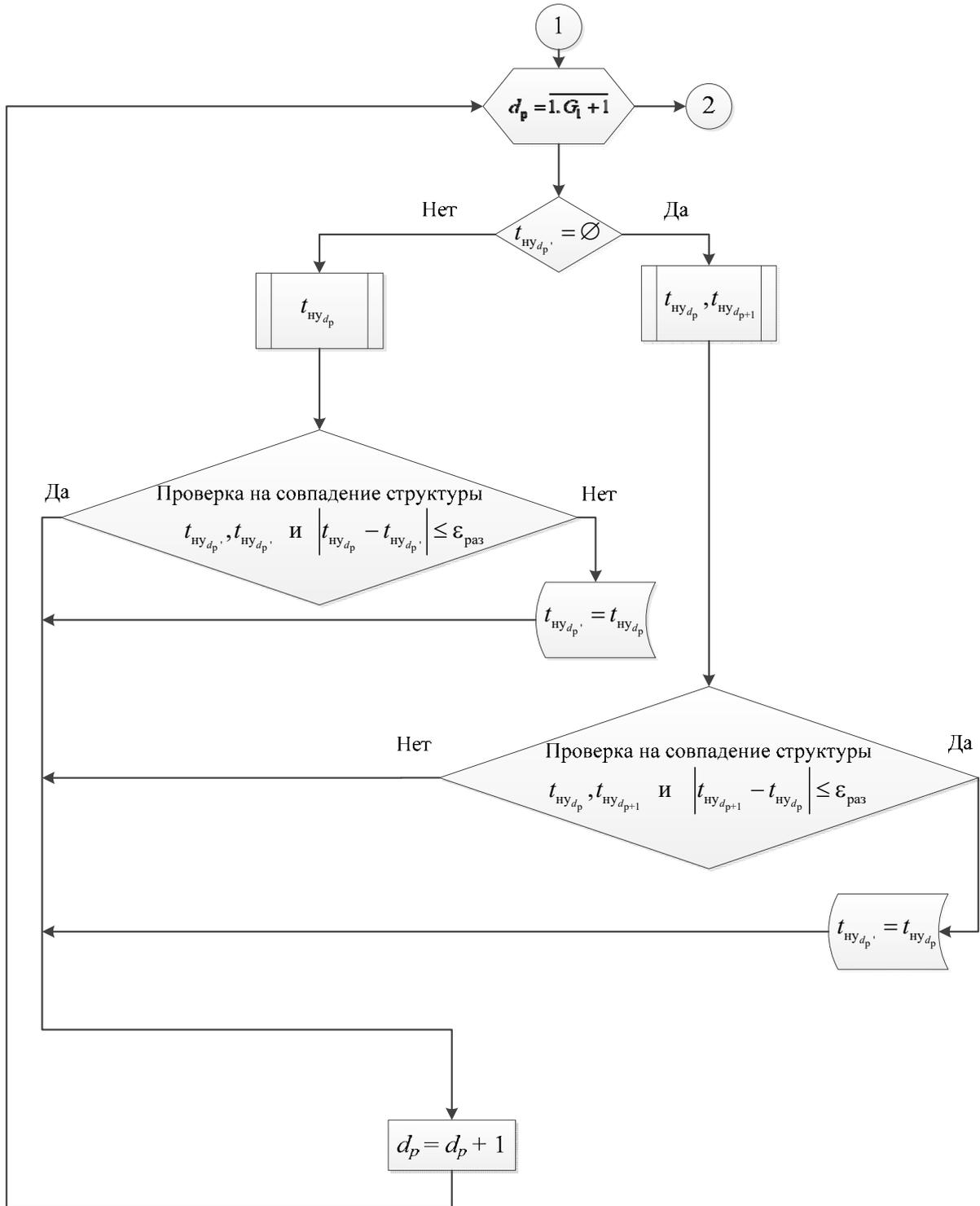


Рисунок 4.8. Блок схема алгоритма аналитического метода оценки пропускной способности канала связи с памятью при использовании АФМн- $N$ -сигнала. Часть 2.

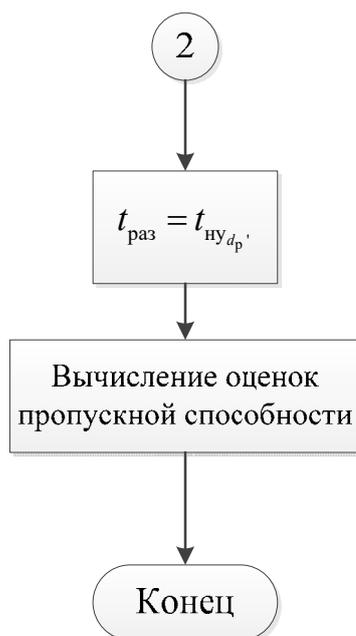


Рисунок 4.9. Блок схема алгоритма аналитического метода оценки пропускной способности канала связи с памятью при использовании АФМн- $N$ -сигнала. Часть 3.

практическое свойство разработанного метода, отсутствие зависимости вычислительной сложности от числа дискретных состояний в сигнальном созвездии, то есть обеспечения постоянной вычислительной сложности от числа дискретных состояний в сигнальном созвездии. Кроме того, используя одни и те же вычисления зависимостей (4.3.33), (4.3.45), (4.3.47), но варьируя значения  $\alpha_{\text{доп}}$  и  $\Delta_{\text{доп}}$  можно одновременно без дополнительных вычислительных затрат на их расчёты вычислять решения наборов уравнений при различных  $N$ . Представленный метод также обладает высокой степенью параллельности вычислений, поскольку решение каждого уравнения из набора происходит независимо от другого.

Более детальные упрощения представленного алгоритма применительно к условиям выполнения в реальном масштабе времени представлены в приложении 1. Результаты моделирования, подтверждающие возможность его использования в условиях реального масштаба времени, представлены в приложении 4 (подраздел П4.3)

#### 4.4 Аналитический метод оценки влияния амплитуды принимаемого ФМн- $n$ -сигнала на оценку разрешающего времени и пропускной способности частотно-селективного канала связи при отсутствии расстройки по частоте [145]

В данном разделе представлен аналитический метод оценки разрешающего времени по огибающей  $T_{\text{ог.раз}}$  для ФМн- $n$ -сигнала при ограничениях I и III, используемых в разделе 4.2. Аналитический метод базируется на результатах раздела 4.3, в частности на решении (4.3.43), с учётом того, что ФМн- $n$ -сигнал является частным случаем АФМн- $N$ -сигнала.

В силу справедливости свойства транспозиции для ЛИС и циклоstationарного характера поведения информативных параметров ФМн- $n$ -сигнала при наличии МСИ будет выполняться следующее соотношение

$$\lim_{d \rightarrow l} t_{\text{ог}d} = T_{\text{ог.раз}}, \quad (4.4.1)$$

где  $t_{\text{ог}d} = \left\{ \tau'_{\text{н.ог}k,d} \right\}_{k=1}^{W_{\text{ог}d}} \cup \left\{ \tau'_{\text{к.ог}k,d} \right\}_{k=1}^{W_{\text{ог}d}} \cup \left\{ \tau'_{\text{ог.гр}d} \right\}$  – наибольшее время достижения огибающей ФМн- $n$ -сигнала на выходе ЛИС порогового значения  $M_{\text{пор}}$  для  $d$ -го символа информационной последовательности, состоящей из  $d$  символов, когда длительность каждого из символов последовательности составляет  $\tau_c = t_{\text{ог}d}$ . При этом для множества длительностей символов

$$T'_{\text{ог}d} = \bigcup_{k=1}^{W_{\text{ог}d}} \left[ \tau'_{\text{н.ог}k,d}; \tau'_{\text{к.ог}k,d} \right] \cup \left[ \tau'_{\text{ог.гр}d}; +\infty \right), \quad \text{определяемых на основании } t_{\text{ог}d},$$

выполняется следующие соотношение  $N_{\text{ком}}(dT'_{\text{ог}d}) \geq M_{\text{пор}}$ . Здесь  $k = \overline{1, W_{\text{ог}d}}$  и  $W_{\text{ог}d}$  – номер «окна прозрачности» по огибающей и их общее число, соответственно, для  $d$ -го символа;  $\tau'_{\text{н.ог}k,d}$  и  $\tau'_{\text{к.ог}k,d}$  – длительности символов информационной последовательности, при которых начинается и заканчивается  $k$ -е «окно прозрачности» по огибающей, соответственно, для  $d$ -го символа информационной

последовательности; граничная длительность по огибающей для  $d$ -го символа ФМН- $n$ -сигнала  $\tau'_{\text{ог.гр.}d}$ . В отсутствии «окон прозрачности»  $t_{\text{ог}d} = \tau'_{\text{ог.гр.}d}$ .

Поскольку поведение огибающей полностью определяется манипуляцией фазы для данного типа сигнала (см. раздел 4.4 и 4.5), то соответственно циклоstationарность для огибающей наступает при тех же условиях, что и для мгновенной фазы. Поэтому для оценки  $T_{\text{ог.раз}}$  с заданной точностью  $\varepsilon_{\text{раз}}$  достаточно определить  $t_{\text{ог}G+1}$ .

С учётом соотношений (4.2.33), (4.3.43) и (4.2.4) приходим к выводу, что оценка  $t_{\text{ог}G+1}$  требует решения набора из  $2^G$  уравнений, каждое из них на основании (4.2.4) имеет вид

$$M_{\text{пор}} = \sqrt{\left( \sum_{r=0}^{G+1} \tilde{B}_r(t_{\text{ог}G+1,i}) \cos \left( \sum_{q=1}^r \Theta_{q,i} + \varphi_{\text{cc}} \right) \right)^2 + \left( \sum_{r=0}^{G+1} \tilde{B}_r(t_{\text{ог}G+1,i}) \sin \left( \sum_{q=1}^r \Theta_{q,i} + \varphi_{\text{cc}} \right) \right)^2}, \quad (4.4.2)$$

$$\text{где } \Theta_{q,i} = \begin{cases} \pi s_{qi} & \text{при } q = \overline{1, G}; \\ \pi - \alpha_{\text{уст}} \left( (G+1)t_{\text{ог}G+1,i} \right) & \text{при } q = G+1. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha_{\text{уст}} \left( (G+1)t_{\text{ог}G+1,i} \right) &= \\ &= \frac{\sum_{r=0}^{G-1} \tilde{B}_r(t_{\text{ог}G+1,i}) \prod_{q=r+1}^G \cos \pi s_{qi} + \tilde{B}_G(t_{\text{ог}G+1,i})}{\sqrt{\left( \tilde{B}_{G+1}(t_{\text{ог}G+1,i}) \right)^2 + \left( \sum_{r=0}^{G-1} \tilde{B}_r(t_{\text{ог}G+1,i}) \prod_{q=r+1}^G \cos \pi s_{qi} + \tilde{B}_G(t_{\text{ог}G+1,i}) \right)^2}}; \end{aligned} \quad (4.4.3)$$

$t_{\text{ог}G+1,i} = \left\{ \tau'_{\text{н.ог.}k,i,G+1} \right\}_{i=1}^{W_{\text{ор.}d,i}} \cup \left\{ \tau'_{\text{к.ог.}k,i,G+1} \right\}_{i=1}^{W_{\text{ор.}d,i}} \cup \left\{ \tau'_{\text{ог.гр.}G+1,i} \right\}$  – решение  $i$ -го уравнения из набора для  $(G+1)$ -символа;  $k = \overline{1, W_{\text{ор.}G+1,i}}$  и  $W_{\text{ор.}G+1,i}$  – номер окна прозрачности и общее число «окон прозрачности» для  $(G+1)$ -го символа, определяемого из решения  $i$ -го уравнения;  $\tau'_{\text{н.ог.}k,i,G+1}$  и  $\tau'_{\text{к.ог.}k,i,G+1}$  – длительности символов, при которых начинается и заканчивается  $k$ -е «окно прозрачности»;  $\tau'_{\text{ог.гр.}G+1,i}$  – граничная

длительность для  $d$ -го символа и  $i$ -го уравнения из набора. В отсутствии «окон прозрачности» у решения  $i$ -го уравнения  $t_{\text{ор}_{G+1,i}} = \tau'_{\text{ор.гр.}G+1,i}$

Каждое  $(i = \overline{1, 2^G})$  -е уравнение из набора определяется конкретными значениями параметров  $s_{\nu i}$ , где  $\nu = \overline{1, G}$ . Их значения можно определить, используя следующее правило, которое задано в виде множества

$$S_i^{(G+1)} = \left\{ s_{\nu i} \mid \left( s_{G^i} s_{(G-1)^i} \cdots s_{2^i} s_{1^i} \right)_2 = i - 1; \nu = \overline{1, G} \right\} \quad (4.4.4)$$

С учётом вышеизложенного уравнение (4.4.2) можно представить в следующей форме

$$M_{\text{пор}} = \left[ \left( \tilde{B}_0(t_{\text{ор}_{G+1,i}}) \cos \varphi_{\text{cc}} + \sum_{r=1}^G \tilde{B}_r(t_{\text{ор}_{G+1,i}}) \cos \varphi_{\text{cc}} \prod_{q=1}^r \cos \pi s_{qi} - \right. \right. \\ \left. \left. - \tilde{B}_{G+1}(t_{\text{ор}_{G+1,i}}) \prod_{q=1}^G \cos \pi s_{qi} \cos \left( \varphi_{\text{cc}} - \alpha_{\text{уст}} \left( (G+1)t_{\text{ор}_{G+1,i}} \right) \right) \right)^2 + \left( \tilde{B}_0(t_{\text{ор}_{G+1,i}}) \sin \varphi_{\text{cc}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{r=1}^G \tilde{B}_r(t_{\text{ор}_{G+1,i}}) \sin \varphi_{\text{cc}} \prod_{q=1}^r \cos \pi s_{qi} - \tilde{B}_{G+1}(t_{\text{ор}_{G+1,i}}) \prod_{q=1}^G \cos \pi s_{qi} \sin \left( \varphi_{\text{cc}} - \alpha_{\text{уст}} \left( (G+1)t_{\text{ор}_{G+1,i}} \right) \right) \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Непосредственно определение  $t_{\text{ор}_{G+1}}$  производится на основании использования следующего соотношения, которое для компактности вида представим в следующей форме

$$T'_{\text{ор}_{G+1}} = \bigcap_{i=1}^{2^G} T'_{\text{ор}_{G+1,i}}, \quad (4.4.5)$$

где  $T'_{\text{ор}_{G+1,i}} = \bigcup_{k=1}^{W_{\text{ор.}d,i}} \left[ \tau'_{\text{н.ор.}k,i,G+1}; \tau'_{\text{к.ор.}k,i,G+1} \right] \cup \left[ \tau'_{\text{ор.гр.}G+1,i}; +\infty \right)$ .

#### **4.5 Численный метод оценки пропускной способности канала связи с АФМн- $N$ - и ФМн- $n$ - сигналами, функционирующего на базе теории разрешающего времени при наличии дестабилизирующих факторов [80,129,130,199,235,309,312,326]**

В данном разделе представлен численный метод оценки разрешающего времени и пропускной способности каналов связи для ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ - сигналов, модели которых представлены в разделах 3.1 и 3.2.

Отличием численного метода от представленных ранее в данной главе аналитических методов заключаются в следующих его дополнительных возможностях:

- применения при существенной несимметричности АЧХ и ФЧХ ЧСКС и в случае наличия расстройки по частоте;
- учёта ограничений, вносимых пороговой подсистемой шумоподавления, на оценки разрешающего времени и пропускной способности при использовании ФМн- $n$ -сигнала в случае несимметричности АЧХ и ФЧХ ЧСКС и в случае наличия расстройки по частоте.

Для построения численного метода оценки пропускной способности обратимся к принципу транспозиции, справедливому для ЛИС, которая согласно математическим моделям каналов связи (см. раздел 3.1, 3.2) определяет его частотно-селективные свойства. Так наблюдаемые на выходе ЛИС ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигналы, искаженные МСИ, – это радиосигналы, чьи амплитуда, фаза и частота после передачи первых символов информационной последовательности, число которых определяет эффективную память канала при заданной длительности символов, становятся цикло стационарными процессами, что, в частности, следует из результатов разделов 4.2 и 4.3.

Для определения условий, при которых информативные параметры рассматриваемых радиосигналов на выходе ЛИС будут представлять цикло стационарные процессы, в первую очередь требуется получить выражения,

позволяющие оценить ошибки установления по амплитуде и по фазе. При этом будем исходить из того, что ФМН- $n$ -сигнал является частной реализацией АФМН- $N$ -сигнала.

Получим выражение, позволяющее оценить ошибку установления по амплитуде и фазе для АФМН- $N$ -сигнала при приеме  $d$ -ого символа информационной последовательности, в том числе и в условиях расстройки по частоте и несимметричности АЧХ и ФЧХ. Для этого необходимо проанализировать скомпенсированную комплексную огибающую АФМН- $N$ -сигнала на выходе ЛИС  $\dot{Z}'_0(t) = \dot{Z}'(t) / \dot{k}_0(j[\omega_0 + \Delta\omega])$  в момент окончания  $d$ -ого символа, используя (4.3.4) и соотношение (3.2.5). Непосредственно сама комплексная огибающая для рассматриваемого случая определяется следующим образом

$$\begin{aligned} \dot{Z}'_0(t) = \dot{Z}'(t) / \dot{k}_0(j[\omega_0 + \Delta\omega]) = & (M_0 [1 - \dot{B}_0(t, j\Delta\omega)] \exp(j\varphi_{cc}) + \\ & + \sum_{r=1}^{l-1} M_r [\dot{B}_0(t - (r-1)\tau_c, j\Delta\omega) - \dot{B}_0(t - r\tau_c, j\Delta\omega)] \exp(j\gamma_r) + \\ & + M_l \dot{B}_0(t - (l-1)\tau_c, j\Delta\omega) \exp(j\gamma_l)). \end{aligned} \quad (4.5.1)$$

С учётом (4.3.4) выражение (4.5.1) примет вид

$$[M_d + \Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)] \exp(j[\gamma_d + \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)]) = \sum_{r=0}^d M_r \hat{B}_{rd}(\tau_c) \exp(j\gamma_r), \quad (4.5.2)$$

где

$$\hat{B}_{\text{ов}}(\tau_c) = \begin{cases} 1 - \dot{B}_0(v\tau_c, j\Delta\omega) & \text{при } \varpi = 0; \\ \dot{B}_0([v - \varpi + 1]\tau_c, j\Delta\omega) - \dot{B}_0([v - \varpi]\tau_c, j\Delta\omega) & \text{при } \varpi = \overline{1, v-1}; \\ \dot{B}_0(\tau_c, j\Delta\omega) & \text{при } \varpi = v. \end{cases} \quad (4.5.3)$$

Разделив обе части равенства (4.5.2) на  $\exp(j\gamma_d)$ , получим

$$\begin{aligned}
& \left[ M_d + \Delta_{\text{уст}}(d\tau_c) \right] \exp(j\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)) = \sum_{r=0}^d M_r \hat{B}_{rd}(\tau_c) \exp(-j\vartheta_r') = \\
& = \sum_{r=0}^d M_r \left[ \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta_r' + \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta_r' \right] + \\
& + j \sum_{r=0}^d M_r \left[ \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta_r' - \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta_r' \right] = \operatorname{Re} \dot{C}_0(d\tau_c) + j \operatorname{Im} \dot{C}_0(d\tau_c), \quad (4.5.4)
\end{aligned}$$

$$\text{где } \vartheta_r' = \sum_{q=r+1}^d \Theta_q.$$

С учётом (4.5.4) ошибка установления по фазе  $\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)$  определяется следующим образом<sup>1</sup>

$$\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) = \arg \dot{C}_0(d\tau_c) \Leftrightarrow \operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) = \frac{\operatorname{Im} \dot{C}_0(d\tau_c)}{\operatorname{Re} \dot{C}_0(d\tau_c)}. \quad (4.5.5)$$

Выражение, позволяющее оценить ошибку установления по амплитуде, взятой по абсолютному значению,  $|\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)|$  получим из (4.5.4). Для этого вначале из обоих его частей вычтем  $M_d \exp(j\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c))$  и учтём, что  $\vartheta_d' = 0$ . В результате получим

$$\begin{aligned}
\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c) \exp(j\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)) &= -M_d \cos \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) - jM_d \sin \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c) + \\
&+ \sum_{r=0}^d M_r \left[ \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta_r' + \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta_r' \right] + \\
&+ j \sum_{r=0}^d M_r \left[ \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta_r' - \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta_r' \right]. \quad (4.5.6)
\end{aligned}$$

Выражение, позволяющее определить  $|\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)|$ , на основании (4.5.6) примет вид

<sup>1</sup> Корректность такого подхода обусловлена тем, что замена выражения (4.5.6) на (4.5.4) при определении ошибки установления по фазе, не приводит к изменению аргумента комплексной амплитуды, но влияет на её модуль, который в данном случае не рассматривается.

$$\begin{aligned}
|\Delta_{\text{ycr}}(d\tau_c)| &= \left[ \left( \sum_{r=0}^d M_r \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r + \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) - M_d \cos \alpha_{\text{ycr}}(d\tau_c) \right)^2 + \right. \\
&\quad \left. + \left( \sum_{r=0}^d M_r \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r - \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) - M_d \sin \alpha_{\text{ycr}}(d\tau_c) \right)^2 \right]^{1/2} = \\
&= \left[ \left( \sum_{r=0}^d M_r \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r + \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) \right)^2 + M_d^2 \cos^2 \alpha_{\text{ycr}}(d\tau_c) + \right. \\
&\quad + M_d^2 \sin^2 \alpha_{\text{ycr}}(d\tau_c) - 2M_d \cos \alpha_{\text{ycr}}(d\tau_c) \sum_{r=0}^d M_r \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r + \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) + \\
&\quad \left. + \left( \sum_{r=0}^d M_r \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r - \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) \right)^2 - 2M_d \sin \alpha_{\text{ycr}}(d\tau_c) \times \right. \\
&\quad \left. \times \sum_{r=0}^d M_r \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r - \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) \right]^{1/2} = \\
&= \left[ \left( \sum_{r=0}^d M_r \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r + \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) \right)^2 + \right. \\
&\quad + \left( \sum_{r=0}^d M_r \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r - \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) \right)^2 + \\
&\quad + M_d^2 - 2M_d \sum_{r=0}^d M_r \left[ \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \left( \cos \alpha_{\text{ycr}}(d\tau_c) \cos \vartheta'_r - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \sin \alpha_{\text{ycr}}(d\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) + \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \left( \cos \alpha_{\text{ycr}}(d\tau_c) \sin \vartheta'_r + \sin \alpha_{\text{ycr}}(d\tau_c) \cos \vartheta'_r \right) \right] \right]^{1/2} = \\
&= \left[ \left( \sum_{r=0}^d M_r \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r + \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) \right)^2 + \right. \\
&\quad \left. + \left( \sum_{r=0}^d M_r \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r - \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) \right)^2 + M_d^2 - \right. \\
&\quad \left. - 2M_d \sum_{r=0}^d M_r \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos(\vartheta'_r + \alpha_{\text{ycr}}(d\tau_c)) + \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin(\vartheta'_r + \alpha_{\text{ycr}}(d\tau_c)) \right) \right]^{1/2}. \quad (4.5.7)
\end{aligned}$$

Преобразуем соотношение

$$\left( \sum_{r=0}^d M_r \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r + \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) \right)^2 +$$

$$+ \left( \sum_{r=0}^d M_r \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r - \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) \right)^2,$$

используя соотношение (4.3.10). В результате получим

$$\left( \sum_{r=0}^d M_r \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r + \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) \right)^2 +$$

$$+ \left( \sum_{r=0}^d M_r \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r - \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) \right)^2 =$$

$$= \sum_{r=0}^d M_r^2 \left( \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \right)^2 \cos^2 \vartheta'_r + 2 \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \cos \vartheta'_r + \right.$$

$$\left. + \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \right)^2 \sin^2 \vartheta'_r \right) + 2 \sum_{r=0}^{d-1} M_r \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r + \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) \times$$

$$\times \sum_{u=r+1}^d M_u \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{ud}(\tau_c) \cos \vartheta'_u + \operatorname{Im} \hat{B}_{ud}(\tau_c) \sin \vartheta'_u \right) + \sum_{r=0}^d M_r^2 \left( \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \right)^2 \cos^2 \vartheta'_r - \right.$$

$$\left. - 2 \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \cos \vartheta'_r + \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \right)^2 \sin^2 \vartheta'_r \right) +$$

$$+ 2 \sum_{r=0}^{d-1} M_r \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r - \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) \sum_{u=r+1}^d M_u \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{ud}(\tau_c) \cos \vartheta'_u - \right.$$

$$\left. - \operatorname{Re} \hat{B}_{ud}(\tau_c) \sin \vartheta'_u \right) = \sum_{r=0}^d M_r^2 \left[ \hat{B}_{rd}(\tau_c) \right]^2 + 2 \sum_{r=0}^{d-1} \left[ M_r \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r + \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) \times \right.$$

$$\times \sum_{u=r+1}^d M_u \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{ud}(\tau_c) \cos \vartheta'_u + \operatorname{Im} \hat{B}_{ud}(\tau_c) \sin \vartheta'_u \right) + M_r \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos \vartheta'_r - \right.$$

$$\left. - \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin \vartheta'_r \right) \sum_{u=r+1}^d M_u \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{ud}(\tau_c) \cos \vartheta'_u - \operatorname{Re} \hat{B}_{ud}(\tau_c) \sin \vartheta'_u \right) \Big] = \sum_{r=0}^d M_r^2 \left[ \hat{B}_{rd}(\tau_c) \right]^2 +$$

$$+ 2 \sum_{r=0}^{d-1} M_r \left[ \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sum_{u=r+1}^d M_u \left[ \operatorname{Re} \hat{B}_{ud}(\tau_c) (\cos \vartheta'_u \cos \vartheta'_r + \sin \vartheta'_u \sin \vartheta'_r) + \right. \right.$$

$$\left. + \operatorname{Im} \hat{B}_{ud}(\tau_c) (\sin \vartheta'_u \cos \vartheta'_r - \cos \vartheta'_u \sin \vartheta'_r) \right] +$$

$$+ \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sum_{u=r+1}^d M_u \left[ \operatorname{Re} \hat{B}_{ud}(\tau_c) (\cos \vartheta'_u \sin \vartheta'_r - \sin \vartheta'_u \cos \vartheta'_r) + \right.$$

$$\left. + \operatorname{Im} \hat{B}_{ud}(\tau_c) (\cos \vartheta'_u \cos \vartheta'_r + \sin \vartheta'_u \sin \vartheta'_r) \right] \Big] =$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{r=0}^d M_r^2 \left[ \hat{B}_{rd}(\tau_c) \right]^2 + 2 \sum_{r=0}^{d-1} M_r \left[ \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sum_{u=r+1}^d M_u \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{ud}(\tau_c) \cos(\vartheta'_u - \vartheta'_r) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \operatorname{Im} \hat{B}_{ud}(\tau_c) \sin(\vartheta'_u - \vartheta'_r) \right) + \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sum_{u=r+1}^d M_u \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{ud}(\tau_c) \cos(\vartheta'_u - \vartheta'_r) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \operatorname{Re} \hat{B}_{ud}(\tau_c) \sin(\vartheta'_u - \vartheta'_r) \right) \right]. \tag{4.5.8}
\end{aligned}$$

С учётом равенства (4.5.8) выражение (4.5.7) примет вид

$$\begin{aligned}
|\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)| &= \left\{ \sum_{r=0}^d M_r^2 \left[ \hat{B}_{rd}(\tau_c) \right]^2 + 2 \sum_{r=0}^{d-1} M_r \left[ \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sum_{u=r+1}^d M_u \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{ud}(\tau_c) \cos(\vartheta'_u - \vartheta'_r) + \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \operatorname{Im} \hat{B}_{ud}(\tau_c) \sin(\vartheta'_u - \vartheta'_r) \right) + \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sum_{u=r+1}^d M_u \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{ud}(\tau_c) \cos(\vartheta'_u - \vartheta'_r) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \operatorname{Re} \hat{B}_{ud}(\tau_c) \sin(\vartheta'_u - \vartheta'_r) \right) \right] + M_d^2 - 2M_d \sum_{r=0}^d M_r \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \cos[\vartheta'_r + \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)] + \right. \\
&\quad \left. + \operatorname{Im} \hat{B}_{rd}(\tau_c) \sin[\vartheta'_r + \alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)] \right) \Big\}^{1/2}. \tag{4.5.9}
\end{aligned}$$

Учитывая полученные выше результаты алгоритм, реализующий численный метод, позволяющий оценить разрешающее время и соответственно пропускную способность для каналов связи, модели которых представлены в разделе 3.1 и 3.2, можно представить в виде следующих укрупненных функциональных этапов. При этом исходные данные для его применения, следующие: число дискретных состояний по фазе  $n$ ; приведенная допустимая погрешность по фазе  $\alpha_0$ ; пороговое значение амплитуды принимаемого радиосигнала  $M_{\text{пор}}$  – для ФМн- $n$ -сигнала, а для АФМн- $N$ -сигнала – число дискретных состояний по фазе  $n$  и амплитуде  $m$ , начальный сдвиг по амплитуде сигнального созвездия  $M_{\text{сз}}$ , приведенная допустимая погрешность по фазе и амплитуде  $\alpha_0$  и  $\Delta_0$ , соответственно. Общими параметрами являются начальный фазовый сдвиг сигнального созвездия  $\varphi_{\text{сз}}$ , определяемый с учетом  $\varphi_{\text{ош}}$ ; допустимая погрешность  $\lambda_{\text{ош}}$  при оценке функции распределения ошибки установления по информационному параметру; допустимая погрешность оценки разрешающего времени  $\varepsilon_{\text{раз}}$ ; величина расстройки по частоте.

*Первый этап.* Результатом выполнения данного этапа является оценка начальных условий. Под ними понимаются следующие параметры: а) первоначальная оценка разрешающего времени  $t_{\text{раз}_1}$ ; б) оценка параметра  $\varepsilon$ ; в) первоначальная оценка эффективной памяти  $G_1$ .

Первоначальная оценка разрешающего времени  $t_{\text{раз}_1}$  для обоих типов сигналов производится в соответствии со следующим выражением,

$$t_{\text{раз}_1} = f(r_{\text{раз}}) = \max_{r_y} \{ \hat{\tau}_{r_y} \}. \quad (4.5.10)$$

где  $r_{\text{раз}}$  – номер уравнения из набора, которое в итоге и определяет первоначальное значение разрешающего времени;  $r_y$  – номер уравнения из набора. Для АФМн- $N$ -сигнала, оно определяется следующим образом

$$r_y = \overline{1, 2(n - n \bmod 2 + 1)}, \quad (4.5.11)$$

а для ФМн- $n$ -сигнала

$$r_y = \overline{1, n - n \bmod 2 + 1}. \quad (4.5.12)$$

Число уравнений для АФМн- $N$ -сигнала обусловлено числом различных комбинаций, образуемых декартовым произведением множества значений эквивалентных скачков фазы и множества значений, элементами которого является наибольшее и наименьшее значение амплитуды сигнального созвездия.

Правило определения  $\hat{\tau}_{r_y}$  для АФМн- $N$ -сигнала представлено ниже

$$\hat{\tau}_{r_y} = \begin{cases} \max \left\{ \tau_{A.\text{но}1_{r_y}}^{(1)}, \tau_{\Phi.\text{но}1_{r_y}}^{(1)} \right\}, & \text{если } W_{A.1_{r_y}} > 0, W_{\Phi.1_{r_y}} > 0; \\ \max \left\{ \tau_{A.\text{но}1_{r_y}}^{(1)}, \tau_{\Phi.\text{гр}1_{r_y}} \right\}, & \text{если } W_{A.1_{r_y}} > 0, W_{\Phi.1_{r_y}} = 0; \\ \max \left\{ \tau_{A.\text{гр}1_{r_y}}, \tau_{\Phi.\text{но}1_{r_y}}^{(1)} \right\}, & \text{если } W_{A.1_{r_y}} = 0, W_{\Phi.1_{r_y}} > 0; \\ \max \left\{ \tau_{A.\text{гр}1_{r_y}}, \tau_{\Phi.\text{гр}1_{r_y}} \right\}, & \text{если } W_{A.1_{r_y}} = 0, W_{\Phi.1_{r_y}} = 0 \end{cases} \quad (4.5.13)$$

а для ФМн- $n$ -сигнала

$$\hat{\tau}_{r_y} = \min t_{\text{уст}1_{r_y}} \quad (4.5.14)$$

Здесь в выражениях (4.5.13) и (4.5.14) используются обозначения из раздела 4.2 и 4.3.

Непосредственно само  $r_y$ -е уравнение из набора для ФМн- $n$ -сигнала, благодаря которому определяется  $t_{уст1r_y}$ , получается с помощью выражения (4.5.5) при  $d=1, M_0 = M_1 = 1$ , а также замены  $\Theta_1$  на  $\Theta_{r_y}$ ,  $\tau_c$  на  $t_{уст1r_y}$ , и имеет следующий вид

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_{\text{доп}} &= \left| \operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}} \left( t_{уст1r_y} \right) \right| = \\ &= \left| \frac{\left( 1 - \cos \Theta_{r_y} \right) \operatorname{Im} \dot{B}_0 \left( t_{уст1r_y}, j\Delta\omega \right) - \left( 1 - \operatorname{Re} \dot{B}_0 \left( t_{уст1r_y}, j\Delta\omega \right) \right) \sin \Theta_{r_y}}{\cos \Theta_{r_y} + \left( 1 - \cos \Theta_{r_y} \right) \operatorname{Re} \dot{B}_0 \left( t_{уст1r_y}, j\Delta\omega \right) - \operatorname{Im} \dot{B}_0 \left( t_{уст1r_y}, j\Delta\omega \right) \sin \Theta_{r_y}} \right|. \end{aligned} \quad (4.5.15)$$

Здесь  $\Theta_{r_y} = \left[ r_y - \|0,5n\| - (1 - n \bmod 2) \right] \frac{2\pi}{n}$ .

Для АФМн- $N$ -сигнала  $r_y$ -е уравнение из набора по фазе, благодаря которому определяется  $\hat{\tau}_{r_y}$ , получается с помощью выражения (4.5.5) при  $d=1$ , использованием замен  $M_0$  на  $M_{0r_y}$ ,  $M_1$  на  $M_{1r_y}$ ,  $\Theta_1$  на  $\Theta_{r_y}$ ,  $\tau_c$  на  $t_{\Phi1r_y}$  и имеет следующий вид

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_{\text{доп}} &= \left| \operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}} \left( t_{\Phi1r_y} \right) \right| = \\ &= \left| \frac{\left( M_{1r_y} - M_{0r_y} \cos \Theta_{r_y} \right) \operatorname{Im} \dot{B}_0 \left( t_{\Phi1r_y}, j\Delta\omega \right) - M_{0r_y} \left( 1 - \operatorname{Re} \dot{B}_0 \left( t_{\Phi1r_y}, j\Delta\omega \right) \right) \sin \Theta_{r_y}}{M_{0r_y} \cos \Theta_{r_y} + \left( M_{1r_y} - M_{0r_y} \cos \Theta_{r_y} \right) \operatorname{Re} \dot{B}_0 \left( t_{\Phi1r_y}, j\Delta\omega \right) - M_{0r_y} \operatorname{Im} \dot{B}_0 \left( t_{\Phi1r_y}, j\Delta\omega \right) \sin \Theta_{r_y}} \right|. \end{aligned} \quad (4.5.16)$$

Здесь  $t_{\Phi1r_y} = \left\{ \tau_{\Phi.\text{но}1r_y} \right\}_{w_{\Phi1r_y}=1}^{W_{\Phi1r_y}} \cup \left\{ \tau_{\Phi.\text{ко}1r_y} \right\}_{w_{\Phi1r_y}=1}^{W_{\Phi1r_y}} \cup \left\{ \tau_{\Phi.\text{гр}1r_y} \right\}$  – решение  $r_y$ -го уравнения по

фазе.

В тоже время  $r_y$ -ое уравнение из набора по амплитуде, благодаря которому определяется  $t_{A_{1r_y}}$ , получается с помощью выражения (4.5.4) при  $d=1$  и использованию замен  $M_0$  на  $M_{0r_y}$ ,  $M_1$  на  $M_{1r_y}$ ,  $\Theta_1$  на  $\Theta_{r_y}$ ,  $\tau_c$  на  $t_{A_{1r_y}}$  и имеет следующий вид

$$\begin{aligned}
\left| M_{1r_y} + \Delta_{\text{уст}}(t_{A_{1r_y}}) \right| &= \left[ \left( M_{0r_y} \left[ \operatorname{Re} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \cos \Theta_{r_y} + \operatorname{Im} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \sin \Theta_{r_y} \right] + M_{1r_y} \operatorname{Re} \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) \right)^2 + \right. \\
&\quad \left. + \left( M_{0r_y} \left[ \operatorname{Im} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \cos \Theta_{r_y} - \operatorname{Re} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \sin \Theta_{r_y} \right] + M_{1r_y} \operatorname{Im} \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) \right)^2 \right]^{1/2} = \\
&= \left[ M_{0r_y}^2 \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \right)^2 \cos^2 \Theta_{r_y} + M_{0r_y}^2 \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \right)^2 \sin^2 \Theta_{r_y} + M_{1r_y}^2 \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) \right)^2 + \right. \\
&\quad + 2M_{0r_y}^2 \operatorname{Re} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \operatorname{Im} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \cos \Theta_{r_y} \sin \Theta_{r_y} + 2M_{0r_y} M_{1r_y} \operatorname{Re} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \operatorname{Re} \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) \cos \Theta_{r_y} + \\
&\quad \quad \quad + 2M_{0r_y} M_{1r_y} \operatorname{Im} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \operatorname{Re} \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) \sin \Theta_{r_y} + \\
&\quad + M_{0r_y}^2 \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \right)^2 \cos^2 \Theta_{r_y} + M_{0r_y}^2 \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \right)^2 \sin^2 \Theta_{r_y} + M_{1r_y}^2 \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) \right)^2 - \\
&\quad - 2M_{0r_y}^2 \operatorname{Re} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \operatorname{Im} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \cos \Theta_{r_y} \sin \Theta_{r_y} + 2M_{0r_y} M_{1r_y} \operatorname{Im} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \operatorname{Im} \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) \cos \Theta_{r_y} - \\
&\quad \quad \quad \left. - 2M_{0r_y} M_{1r_y} \operatorname{Re} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \operatorname{Im} \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) \sin \Theta_{r_y} \right]^{1/2} = \\
&= \left[ M_{0r_y}^2 \left( \left| \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \right| \right)^2 + M_{1r_y}^2 \left( \left| \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) \right| \right)^2 + 2M_{0r_y} M_{1r_y} \times \right. \\
&\quad \times \left[ \cos \Theta_{r_y} \left( \operatorname{Re} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \operatorname{Re} \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) + \operatorname{Im} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \operatorname{Im} \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) \right) + \right. \\
&\quad \left. \left. + \sin \Theta_{r_y} \left( \operatorname{Im} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \operatorname{Re} \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) - \operatorname{Re} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \operatorname{Im} \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) \right) \right] \right]^{1/2}. \quad (4.5.17)
\end{aligned}$$

С учётом того, что  $\left| \Delta_{\text{уст}}(t_{A_{1r_y}}) \right| = \Delta_{\text{доп}}$  искомое  $r_y$ -ое уравнение из набора по амплитуде примет вид

$$\Delta_{\text{доп}} = \left[ M_{0_{r_y}}^2 \left( \left| \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \right| \right)^2 + M_{1_{r_y}}^2 \left( \left| \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) \right| \right)^2 + 2M_{0_{r_y}} M_{1_{r_y}} \times \right. \\ \times \left[ \cos \Theta_{r_y} \left( \text{Re} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \text{Re} \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) + \text{Im} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \text{Im} \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) \right) + \right. \\ \left. \left. + \sin \Theta_{r_y} \left( \text{Im} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \text{Re} \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) - \text{Re} \hat{B}_{01}(t_{A_{1r_y}}) \text{Im} \hat{B}_{11}(t_{A_{1r_y}}) \right) \right] \right]^{1/2} - M_{1_{r_y}} \Big|. \quad (4.5.18)$$

Здесь  $t_{A_{1r_y}} = \left\{ \tau_{A.\text{но}_{1r_y}}^{(w_{A_{1r_y}})} \right\}_{w_{A_{1r_y}}=1}^{w_{A_{1r_y}}}$   $\cup$   $\left\{ \tau_{A.\text{ко}_{1r_y}}^{(w_{A_{1r_y}})} \right\}_{w_{A_{1r_y}}=1}^{w_{A_{1r_y}}} \cup \left\{ \tau_{A.\text{гр}_{1r_y}} \right\}$  – решение  $r_y$ -ого уравнения по

амплитуде.

Непосредственно сами значения  $M_{0_{r_y}}$ ,  $M_{1_{r_y}}$  и  $\Theta_{r_y}$  для  $r_y$ -ого уравнения определяются в соответствии со следующими выражениями

$$M_{0_{r_y}} = 1 + \text{sgn} \left( \left[ \frac{r_y - 1}{n - n \bmod 2 + 1} \right] \right) (m - 1) + M_{\text{cc}} / \Delta M_{\text{ш}}, \quad (4.5.19)$$

$$M_{1_{r_y}} = 1 + \text{sgn} \left( 1 - \left[ \frac{r_y - 1}{n - n \bmod 2 + 1} \right] \right) (m - 1) + M_{\text{cc}} / \Delta M_{\text{ш}},$$

$$\Theta_{r_y} = \left[ r_y - \|0, 5n\| - (1 - n \bmod 2) - \left[ \frac{r_y - 1}{n - n \bmod 2 + 1} \right] (n - n \bmod 2 + 1) \right] \frac{2\pi}{n}. \quad (4.5.20)$$

Оценка параметра  $\varepsilon$  производится на основании подхода, который используется в разделах 4.2 и 4.3, и в данном случае его можно представить в виде следующего соотношения

$$\varepsilon = \min \{ \varepsilon'_+; \varepsilon'_- \} \\ \varepsilon'_+ = \min_{T_{\text{чис}_+}} \left| H_q(T_{\text{чис}_+}) - H_q(T_{\text{чис}_+} + \varepsilon_{\text{раз}}) \right|, \quad (4.5.21) \\ \varepsilon'_- = \min_{T_{\text{чис}_-}} \left| H_q(T_{\text{чис}_-}) - H_q(T_{\text{чис}_-} - \varepsilon_{\text{раз}}) \right|$$

Здесь

– для ФМн- $n$ -сигнала

$$T_{\text{чис}_+} = \left\{ \tau_{\text{н.ок}_1}^{(w_1)} \right\}_{w_1=1}^{W_{\text{ФМн.1}}} \cup \left\{ \tau_{\text{гр}_1} \right\} \text{ и } T_{\text{чис}_-} = \left\{ \tau_{\text{к.ок}_1}^{(w_1)} \right\}_{w_1=1}^{W_{\text{ФМн.1}}};$$

$$H_q(t) = \left[ \left| \hat{B}_{01}(t) \right|^2 + \left| \hat{B}_{11}(t) \right|^2 + 2 \left[ \cos \Theta_{i_{\text{реш}}} \left( \text{Re } \hat{B}_{01}(t) \text{Re } \hat{B}_{11}(t) + \text{Im } \hat{B}_{01}(t) \text{Im } \hat{B}_{11}(t) \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \sin \Theta_{i_{\text{реш}}} \left( \text{Im } \hat{B}_{01}(t) \text{Re } \hat{B}_{11}(t) - \text{Re } \hat{B}_{01}(t) \text{Im } \hat{B}_{11}(t) \right) \right] \right]^{1/2},$$

– для АФМн- $N$ -сигнала

$$T_{\text{чис}_+} = \left\{ \tau_{\text{н.ок}_1}^{(w_{\text{АФ.1}})} \right\}_{w_{\text{АФ.1}}=1}^{W_{\text{АФ.1}}} \cup \left\{ \tau_{\text{АФ.гр}_1} \right\} \text{ и } T_{\text{чис}_-} = \left\{ \tau_{\text{к.ок}_1}^{(w_{\text{АФ.1}})} \right\}_{w_{\text{АФ.1}}=1}^{W_{\text{АФ.1}}};$$

$$H_q(t) = \frac{1}{m \Delta M_{\text{III}} + M_{\text{сц}}} \left[ M_{0_{i_{\text{реш}}}}^2 \left| \hat{B}_{01}(t) \right|^2 + M_{1_{i_{\text{реш}}}}^2 \left| \hat{B}_{11}(t) \right|^2 + \right. \\ \left. + 2 M_{0_{i_{\text{реш}}}} M_{1_{i_{\text{реш}}}} \left[ \cos \Theta_{i_{\text{реш}}} \left( \text{Re } \hat{B}_{01}(t) \text{Re } \hat{B}_{11}(t) + \text{Im } \hat{B}_{01}(t) \text{Im } \hat{B}_{11}(t) \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \sin \Theta_{i_{\text{реш}}} \left( \text{Im } \hat{B}_{01}(t) \text{Re } \hat{B}_{11}(t) - \text{Re } \hat{B}_{01}(t) \text{Im } \hat{B}_{11}(t) \right) \right] \right]^{1/2},$$

где  $i_{\text{реш}} \in I_{\text{реш}}$ ;  $I_{\text{реш}}$  – множество номеров уравнений, которые определяют элементы множества  $t_{\text{ну}_1}$  при рассмотрении АФМн- $N$ -сигнала и множества  $t'_{\text{ну}_1}$  при рассмотрении ФМн- $n$ -сигнала.

**Определение**  $t'_{\text{ну}_1} = \left\{ \tau_{\text{н.ок}_1}^{(w_1)} \right\}_{w_1=1}^{W_{\text{ФМн.1}}} \cup \left\{ \tau_{\text{к.ок}_1}^{(w_1)} \right\}_{w_1=1}^{W_{\text{ФМн.1}}} \cup \left\{ \tau_{\text{гр}_1} \right\}$  производится с

использованием следующего соотношения

$$\bigcup_{w_1=1}^{W_{\text{ФМн.1}}} \left[ \tau_{\text{н.ок}_1}^{(w_1)} ; \tau_{\text{к.ок}_1}^{(w_1)} \right] \cup \left[ \tau_{\text{гр}_1} ; +\infty \right) = \bigcap_{r_y=1}^{n-n \bmod 2+1} \left[ \bigcup_{w_{1r_y}=1}^{W_{1r_y}} \left[ \tau_{\text{н.ок}_{1r_y}}^{(w_{1r_y})} ; \tau_{\text{к.ок}_{1r_y}}^{(w_{1r_y})} \right] \cup \left[ \tau_{\text{гр}_{1r_y}} ; +\infty \right) \right],$$

**а**  $t_{\text{ну}_1} = \left\{ \tau_{\text{н.ок}_1}^{(w_{\text{АФ.1}})} \right\}_{w_{\text{АФ.1}}=1}^{W_{\text{АФ.1}}} \cup \left\{ \tau_{\text{к.ок}_1}^{(w_{\text{АФ.1}})} \right\}_{w_{\text{АФ.1}}=1}^{W_{\text{АФ.1}}} \cup \left\{ \tau_{\text{АФ.гр}_1} \right\}$  с использованием соотношения

(4.3.2), полагая в нём  $d = 1$  и учитывая, что

$$T_{\Phi_1} = \bigcap_{r_y=1}^{2(n-n \bmod 2+1)} T_{\Phi_{1r_y}}; \quad T_{A_1} = \bigcap_{r_y=1}^{2(n-n \bmod 2+1)} T_{A_{1r_y}}; \\ T_{\Phi_{1r_y}} = \bigcup_{w_{\Phi_{1r_y}}=1}^{W_{\Phi_{1r_y}}} \left[ \tau_{\Phi_{\text{н.ок}_{1r_y}}}^{(w_{\Phi_{1r_y}})} ; \tau_{\Phi_{\text{к.ок}_{1r_y}}}^{(w_{\Phi_{1r_y}})} \right] \cup \left[ \tau_{\Phi_{\text{гр}_{1r_y}}} ; +\infty \right); \quad (4.5.22)$$

$$T_{A_{1fy}} = \bigcup_{w_{A_{1fy}}=1}^{w_{A_{1fy}}} \left[ \tau_{A_{\text{HO}}_{1fy}}^{(w_{A_{1fy}})} ; \tau_{A_{\text{KO}}_{1fy}}^{(w_{A_{1fy}})} \right] \bigcup \left[ \tau_{A_{\text{TP}}_{1fy}} ; +\infty \right). \quad (4.5.23)$$

Составляющие (4.5.22) и (4.5.23), определяющие границы числовых отрезков получаются из решений уравнений (4.5.16) и (4.5.18), соответственно.

Первоначальная оценка эффективной памяти производится на основании зависимости наибольшей оценки эффективной памяти от длительности символа  $\hat{G}(\tau_c)$ . Её определение производится за счёт анализа функционального ряда, получаемого из выражения (3.2.5), рассматривая  $Z'_0(t)$ , при  $t = l\tau_c$ ,  $l \rightarrow \infty$ , который имеет вид

$$\begin{aligned} & \lim_{l \rightarrow \infty} \left( M_0 \left[ 1 - \dot{B}_0(l\tau_c, j\Delta\omega) \right] \exp(j\varphi_{cc}) + \right. \\ & + \sum_{r=1}^{l-1} M_r \left[ \dot{B}_0(t - (r-1)\tau_c, j\Delta\omega) - \dot{B}_0(t - r\tau_c, j\Delta\omega) \right] \exp(j\gamma_r) + \\ & \left. + M_l \dot{B}_0(t - (l-1)\tau_c, j\Delta\omega) \exp(j\gamma_l) \right). \end{aligned}$$

В силу справедливости принципа транспозиции для ЛИС, он равномерно сходится при  $\tau_c \geq 0$  а, следовательно, согласно теории рядов [178], будет справедливо следующее соотношение

$$\begin{aligned} & \lim_{l \rightarrow \infty} \left| M_0 \left[ 1 - \dot{B}_0(l\tau_c, j\Delta\omega) \right] \exp(j\varphi_{cc}) + \right. \\ & + \sum_{r=1}^{l-1} M_r \left[ \dot{B}_0([l-r+1]\tau_c, j\Delta\omega) - \dot{B}_0([l-r]\tau_c, j\Delta\omega) \right] \exp(j\gamma_r) + \\ & \left. + M_l \dot{B}_0(\tau_c, j\Delta\omega) \exp(j\gamma_l) \right| \leq \lim_{l \rightarrow \infty} \left( M_0 \left| 1 - \dot{B}_0(l\tau_c, j\Delta\omega) \right| + \right. \\ & \left. + \sum_{r=1}^{l-1} M_r \left| \dot{B}_0([l-r+1]\tau_c, j\Delta\omega) - \dot{B}_0([l-r]\tau_c, j\Delta\omega) \right| + M_l \left| \dot{B}_0(\tau_c, j\Delta\omega) \right| \right). \end{aligned}$$

С учётом последнего неравенства, а также результатов, полученных в разделе 4.2 и 4.3, искомое соотношение для оценки  $\hat{G}(\tau_c)$  примет вид

$$\hat{G}(\tau_c) = \min \left\{ G'(\tau_c) : 0 < R_h + \sum_{r_n=1}^h \left| \hat{B}_{(r_n-1)(l+1)}(\tau_c) \right| - \sum_{r_n=1}^{G'(\tau_c)+1} \left| \hat{B}_{(r_n-1)(G'(\tau_c)+2)}(\tau_c) \right| \leq \varepsilon \right\}, \quad (4.5.24)$$

где  $\widehat{B}_{\varpi_1 \nu}(\tau_c) = \widehat{B}_{\varpi \nu}(\tau_c) \Big|_{\varpi = \nu - \varpi_1}$ .

Алгоритм его использования подобен тем, которые были рассмотрены в разделах 4.2 и 4.3, при этом соотношение (4.5.24) должно быть представлено в следующей виде

$$\widehat{G}(\tau_c) = \min \left\{ G'(\tau_c) : 0 < R_{\widehat{h}_{\text{опт}}}^{c_{\text{опт}}} + \sum_{r_{\text{н}}=1}^{\widehat{h}_{\text{опт}}} \left| \widehat{B}_{(r_{\text{н}}-1)(l+1)}(\tau_c) \right| - \sum_{r_{\text{н}}=1}^{G'(\tau_c)+1} \left| \widehat{B}_{(r_{\text{н}}-1)(G'(\tau_c)+2)}(\tau_c) \right| \leq \varepsilon \right\}, (4.5.25)$$

Ниже приведен алгоритм его использования, представленный в виде следующих этапов:

Производится оценка параметров мажорирующих рядов  $k_c$  и  $b_c$  (происходит с использованием (4.2.61)). Определение значений параметров  $E_H$  и  $\tilde{\tau}_c^{(H)}$ , используемых в (4.2.61), происходит в соответствии со следующим правилом:

а) при монотонном изменении функции установления значение параметров, согласно

$$E_H = \left| \widehat{B}_{Hl}(\tilde{\tau}_c^{(H)}) \right| = \min_{\substack{\tau'_c \rightarrow \max \\ \tau'_c \in \tilde{L}}} \left\{ \left| \widehat{B}_{Hl}(\tau'_c) \right| : \left| \widehat{B}_{Hl}(\tau'_c) \right| > 0 \right\}, (4.5.26)$$

где для ФМн- $n$ -сигнала –  $\tilde{L} = [\tau_{\text{гр}_1}; 10\tau_{\text{гр}_1}]$ , а для АФМн- $N$ -сигнала –  $\tilde{L} = [\tau_{\text{АФ.гр}_1}; 10\tau_{\text{АФ.гр}_1}]$ .

б) при наличии затухающих колебаний у функции установления в соответствии с

$$E_H = \left| \widehat{B}_{Hl}(\tilde{\tau}_c^{(H)}) \right| \text{ и } \tilde{\tau}_c^{(H)} = \max T'_H. (4.5.27)$$

Здесь для ФМн- $n$ -сигнала

$$T'_H = \left\{ \tau_{m_{K_i}} \in \tau'_c = [\tau_{\text{н.ок}_i}^{(1)}; 10\tau_{\text{гр}_1}] \mid \forall \tau'_c \in \overset{\circ}{U}(\tau_{m_{K_i}}) \left( \left| \widehat{B}_{Hl}(\tau'_c) \right| \leq \left| \widehat{B}_{Hl}(\tau_{m_{K_i}}) \right| \right); K_i = \overline{1, S_H} \right\}$$

а для АФМн- $N$ -сигнала

$$T'_H = \left\{ \tau_{m_{K_i}} \in \tau'_c = [\tau_{\text{н.ок}_i}^{(1)}; 10\tau_{\text{АФ.гр}_1}] \mid \forall \tau'_c \in \overset{\circ}{U}(\tau_{m_{K_i}}) \left( \left| \widehat{B}_{Hl}(\tau'_c) \right| \leq \left| \widehat{B}_{Hl}(\tau_{m_{K_i}}) \right| \right); K_i = \overline{1, S_H} \right\},$$

где  $S_H$  – число максимумов  $|\widehat{B}_{Hl}(\cdot)|$  для заданного  $H$ ;  $\overset{\circ}{U}(\cdot)$  – проколота окрестность. При этом стоит использовать следующие значения параметров  $C = 10$  и  $D = 3$ , что следует из анализа результатов работы [18,19,54].

Производится определение значений  $h'_c$  для каждого типа мажорирующего ряда, что можно представить в виде множества

$$L_q = \left\{ h'_c \mid \forall q \in [h'_c; l') \left( u_{cq}(T_{\text{срав}}) - |\widehat{B}_{ql}(T_{\text{срав}})| \geq 0 \right), c = \overline{1,3} \right\}, \quad (4.5.28)$$

Здесь целесообразно ограничить значение  $l' \leq 20$ ;

– при монотонном изменении функции установления

$$\text{для ФМН-}n\text{-сигнала } T_{\text{срав}} \in \left[ \tau_{\text{гр}_1}; \tilde{\tau}_c^{(3)} \right);$$

$$\text{для АФМН-}N\text{-сигнала } T_{\text{срав}} \in \left[ \tau_{\text{АФ.гр}_1}; \tilde{\tau}_c^{(3)} \right);$$

$$\text{– а при наличии затухающих колебаний } T_{\text{срав}} \in \left[ \tau_{\text{н.ок}_1}^{(1)}; \tilde{\tau}_c^{(3)} \right).$$

В общем случае, когда  $h'_c$  принимает разные значения для каждого значения типа мажорирующего ряда, выбор типа мажорирующего ряда  $c_{\text{опт}}$  происходит в соответствии с (4.2.65).

В том случае, когда  $h'_c$  принимает одинаковые значения хотя бы для двух типов мажорирующих рядов,  $c_{\text{опт}}$  определяется в соответствии со следующим правилом

$$c_{\text{опт}} = \arg \min_{c \in I'} \left( \max_{T_{\text{срав}}} \left\{ u_{ch'_c}(T_{\text{срав}}) - |\widehat{B}_{h'_cl}(T_{\text{срав}})| \mid u_{ch'_c}(T_{\text{срав}}) - |\widehat{B}_{h'_cl}(T_{\text{срав}})| > 0 \right\} \right), \quad (4.5.29)$$

$$\text{где } I' = \arg \min_{c=\overline{1;3}} \sum_{q=1}^3 \delta_{qc} h'_q.$$

Далее производится оценка  $\hat{G}(\tau_c)$  с помощью (4.5.25) и с использованием (4.2.57)

– (4.2.59) для оценки  $\hat{h}_{c_{\text{опт}}}$ , при этом полагая  $R_{\hat{h}_{c_{\text{опт}}}}^{c_{\text{опт}}} = Q_\varepsilon \varepsilon$ , где  $Q_\varepsilon \in [0,1;0,01]$  –

коэффициент, используемый для повышения точности определения зависимости

$\hat{G}(\tau_c)$ . С учётом вышеизложенного первоначальная оценка эффективной памяти производится следующим образом  $G_1 = \hat{G}(t_{\text{раз}_1}) - 1$ .

*Второй этап.* На данном этапе, с использованием полученных оценок  $t_{\text{раз}_1}$  и  $G_1 + 1$ , при заданном значении  $\lambda_{\text{ош}}$  производится определение требуемого минимального числа реализаций случайной информационной последовательности  $N_{\text{мин}}$  в соответствии со следующими соотношениями:

а) для АФМн- $N$ -сигнала

$$N_{\text{мин}} = \max \{ N'_{v_t}, N''_{v_t} \}; \quad (4.5.30)$$

$$N'_{v_t} = \min \left\{ N_{v_t} \in \mathbb{N}^* \mid \Delta F_{\alpha.\text{макс}}(N_{v_t}) \leq \lambda_{\text{ош}} \right\};$$

$$N''_{v_t} = \min \left\{ N_{v_t} \in \mathbb{N}^* \mid \Delta F_{H.\text{макс}}(N_{v_t}) \leq \lambda_{\text{ош}} \right\};$$

$$\Delta F_{\alpha.\text{макс}}(N_{v_t}) = \max_{\varphi} \left| F_{\alpha}(\varphi, N_{v_t}, t_{\text{раз}_1}, G_1 + 1) - F_{\alpha}(\varphi, N_{v_c}, t_{\text{раз}_1}, G_1 + 1) \right|;$$

$$\Delta F_{H.\text{макс}}(N_{v_t}) = \max_H \left| F_{\Delta}(H, N_{v_t}, t_{\text{раз}_1}, G_1 + 1) - F_{\Delta}(H, N_{v_c}, t_{\text{раз}_1}, G_1 + 1) \right|;$$

б) для ФМн- $n$ -сигнала  $N_{\text{мин}}$  определяется на основании следующего соотношения

$$N_{\text{мин}} = N'_{v_t} = \min \left\{ N_{v_t} \in \mathbb{N}^* \mid \Delta F_{\alpha.\text{макс}}(N_{v_t}) \leq \lambda_{\text{ош}} \right\}; \quad (4.5.31)$$

$$\Delta F_{\alpha.\text{макс}}(N_{v_t}) = \max_{\varphi} \left| F_{\alpha}(\varphi, N_{v_t}, t_{\text{раз}_1}, G_1 + 1) - F_{\alpha}(\varphi, N_{v_c}, t_{\text{раз}_1}, G_1 + 1) \right|;$$

где  $v_t \in \mathbb{N}$ ,  $v_c \in \mathbb{N}$ ,  $v_c > v_t$  – номера текущего шага и шага, с которым производится сравнение, определяющие число реализаций информационной модулирующей последовательности  $N_{v_t} \in \mathbb{N}^*$  и  $N_{v_c} \in \mathbb{N}^*$ , соответственно;  $(N_{v_c}/N_{v_t}) \in \mathbb{Q}$ ;

$$F_{\alpha}(\varphi, N_{v_t}, t_{\text{раз}_1}, G_1 + 1), \quad F_{\alpha}(\varphi, N_{v_c}, t_{\text{раз}_1}, G_1 + 1), \quad F_{\Delta}(H, N_{v_t}, t_{\text{раз}_1}, G_1 + 1),$$

$F_{\Delta}(H, N_{v_c}, t_{\text{раз}_1}, G_1 + 1)$  – функции распределения ошибок установлений для  $(G_1 + 1)$

-го радиоимпульса по фазе и амплитуде при длительности символа  $t_{\text{раз}_1}$  для числа

реализаций  $N_{v_t}$  и  $N_{v_c}$ , соответственно;  $\varphi$  и  $H$  – значения аргументов (значения

ошибок установлений скомпенсированной мгновенной фазы и огибающей) функций распределения ошибок установлений.

Предельное значение числа реализации  $N_{v_n} : N_{v_c} \leq N_{v_n}$ , с которым производится сравнение функции распределения ошибок установлений, можно определить, используя теорему Бернулли, представленной в виде соотношения (13.5.1) в работе [28]. Определение  $N_{v_n}$  для АФМн- $N$ -сигнала происходит в соответствии со следующим соотношением

$$N_{v_n} = \max \{ N'_{v_c}; N''_{v_c} \}, \quad (4.5.32)$$

где  $N'_{v_c}$  и  $N''_{v_c}$  – предельные значения числа реализаций, с которым производится сравнение, для фазы и амплитуды, соответственно. Для ФМн- $n$ -сигнала  $N_{v_n} = N'_{v_c}$ .

Отсутствие необходимости в определении для ФМн- $n$ -сигнала минимального числа реализаций для амплитуды обусловлено тем, что характер поведения огибающей полностью определяется манипуляцией по фазе, а соответственно цикло стационарность наступает при тех же условиях, что для мгновенной фазы.

Определение  $N'_{v_c}$  и  $N''_{v_c}$ , с учётом неравенства из теоремы Бернулли, происходит следующим образом

$$P \left( \left| P_{N'_{v_c}}^* - p_\phi \right| < \lambda_{\text{ош}} \right) > 1 - \frac{p_\phi (1 - p_\phi)}{N'_{v_c} \lambda_{\text{ош}}^2}; \quad (4.5.33)$$

$$P \left( \left| P_{N''_{v_c}}^* - p_A \right| < \lambda_{\text{ош}} \right) > 1 - \frac{p_A (1 - p_A)}{N''_{v_c} \lambda_{\text{ош}}^2}, \quad (4.5.34)$$

где  $P_{N'_{v_c}}^*$  и  $P_{N''_{v_c}}^*$  – частоты событий при числе их реализаций  $N'_{v_c}$  и  $N''_{v_c}$ , при которых ошибка установления по фазе и амплитуде не превосходит значения  $\phi_m$  и  $H_m$ , соответственно.  $p_\phi = F_\alpha(\phi_m, N_{v_t}^*, t_{\text{раз}}, G_1 + 1)$  и  $p_A = F_\Delta(H_m, N_{v_t}^*, t_{\text{раз}}, G_1 + 1)$  – вероятности событий, при которых при числе реализаций  $N_{v_t}^*$  ошибки установления по фазе и амплитуде не превосходит значения  $\phi_m$  и  $H_m$ . Значения

$N_{v_t}^*$ , а также  $\varphi_M$  и  $H_M$  определяются в соответствии со следующими соотношениями

$$\begin{aligned} \varphi_M, N_{v_t}^* : f(\varphi_M, N_{v_t}^*) &= \min \left\{ N_{v_t} : \max_{\varphi} \left| F_{\alpha}(\varphi, N_{v_t}, t_{\text{раз}}, G_1 + 1) - F_{\alpha}(\varphi, N_{v_t+1}, t_{\text{раз}}, G_1 + 1) \right| \leq \lambda_{\text{ош}} \right\}; \\ H_M, N_{v_t}^* : f(H_M, N_{v_t}^*) &= \min \left\{ N_{v_t} : \max_{\varphi} \left| F_{\Delta}(H, N_{v_t}, t_{\text{раз}}, G_1 + 1) - F_{\Delta}(H, N_{v_t+1}, t_{\text{раз}}, G_1 + 1) \right| \leq \lambda_{\text{ош}} \right\}. \end{aligned}$$

При определении  $N'_{v_c}$  и  $N''_{v_c}$  будем требовать, чтобы  $P\left(\left|P_{N'_{v_c}}^* - p_{\Phi}\right| \leq \lambda_{\text{ош}}\right) \geq 0,99$  и  $P\left(\left|P_{N''_{v_c}}^* - p_{\Lambda}\right| \leq \lambda_{\text{ош}}\right) \geq 0,99$ , что справедливо для практических расчётов пропускной способности. В этом случае, используя (4.5.33) и (4.5.34),  $N'_{v_c}$  и  $N''_{v_c}$  будет определяться следующим образом

$$\begin{aligned} 1 - \frac{p_{\Phi}(1-p_{\Phi})}{\lambda_{\text{ош}}^2 N'_{v_c}} = 0,99 &\Leftrightarrow \frac{p_{\Phi}(1-p_{\Phi})}{0,01\lambda_{\text{ош}}^2} = N'_{v_c}; \\ 1 - \frac{p_{\Lambda}(1-p_{\Lambda})}{\lambda_{\text{ош}}^2 N''_{v_c}} = 0,99 &\Leftrightarrow \frac{p_{\Lambda}(1-p_{\Lambda})}{0,01\lambda_{\text{ош}}^2} = N''_{v_c}. \end{aligned} \quad (4.5.35)$$

Следует отметить, при решении задач (4.5.30) и (4.5.31), их составляющие целесообразно представить в несколько иной форме в силу закона больших чисел с учётом (4.5.35).

Так, для  $N'_{v_t}$  очевидно должно выполняться следующее соотношение

$$N'_{v_t} = \min \left\{ N_{v_t} \in \mathbb{N}^* \mid V_{\Phi}(N_{v_t}) \leq \lambda_{\text{ош}}, D_{\Phi}(N_{v_t}) \leq \lambda_{\text{ош}} \right\}; \quad (4.5.36)$$

где

$$\begin{aligned} V_{\Phi}(N_{v_t}) &= \max_{\varphi} \left| F_{\alpha}(\varphi, N_{v_t}, t_{\text{раз}}, G_1 + 1) - F_{\alpha}(\varphi, N_{v_t+1}, t_{\text{раз}}, G_1 + 1) \right|; \\ D_{\Phi}(N_{v_t}) &= \max_{\varphi} \left| F_{\alpha}(\varphi, N_{v_t}, t_{\text{раз}}, G_1 + 1) - F_{\alpha}(\varphi, N_{v_c}, t_{\text{раз}}, G_1 + 1) \right|; \end{aligned} \quad (4.5.37)$$

а для  $N''_{v_t}$  очевидно должно выполняться следующее соотношение

$$N_{v_r}^* = \min \left\{ N_{v_r} \in \mathbb{N}^* \mid V_A(N_{v_r}) \leq \lambda_{\text{ош}}, D_A(N_{v_r}) \leq \lambda_{\text{ош}} \right\}; \quad (4.5.38)$$

где

$$\begin{aligned} V_A(N_{v_r}) &= \max_H \left| F_\Delta(H, N_{v_r}, t_{\text{раз}_1}, G_1 + 1) - F_\Delta(H, N_{v_r+1}, t_{\text{раз}_1}, G_1 + 1) \right|; \\ D_A(N_{v_r}) &= \max_H \left| F_\Delta(H, N_{v_r}, t_{\text{раз}_1}, G_1 + 1) - F_\Delta(H, N_{v_c}, t_{\text{раз}_1}, G_1 + 1) \right|. \end{aligned} \quad (4.5.39)$$

Здесь  $N_{v_r} < N_{v_r+1} \leq N_{v_c} \leq N_{v_n}$ .

На третьем этапе с учётом полученных на предыдущих этапах результатов производится оценка зависимости вероятности ошибки на символ от длительности символа  $\tau_c \in [t_{\text{раз}_1}; \tilde{\tau}_c^{(3)})$ , вызванная МСИ в канале связи, а также оценка разрешающего времени, эффективной памяти и пропускной способности канала.

Оценка вероятности ошибки на символ от длительности символа производится для каждого символа информационной последовательности с порядковым номером  $\kappa = \overline{1, K_G + 1}$  с учётом ограничений, определяемых выбранным типом реализации процедуры оценки разрешающего времени и эффективной памяти. Целесообразно  $K_G$  представить в виде  $K_G = G_1 + \Delta G_1$ , где  $\Delta G_1 \in \overline{0; 5}$ . Конкретное значение  $\Delta G_1$  определяется из анализа динамики поведению зависимости в  $\hat{G} \left( \overset{\circ}{U} \left( t_{\text{раз}_1} \right) \right)$  в проколотой окрестности точки  $t_{\text{раз}_1}$ .

Для АФМН- $N$ -сигнала зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа определяется следующим образом

$$\begin{aligned} P_{\text{ош}}(\tau_c, \kappa) &= 1 - \frac{1}{N_{\text{мин}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{мин}}} 1 \left[ 1(U_1(\tau_c, \kappa, i)) + 1(U_2(\tau_c, \kappa, i)) - 2 \right] = \\ &= 1 - \frac{1}{N_{\text{мин}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{мин}}} \text{sgn} \left[ 1(U_1(\tau_c, \kappa, i)) \times 1(U_2(\tau_c, \kappa, i)) \right] \end{aligned} \quad (4.5.40)$$

где  $U_1(\tau_c, \kappa, i) = \alpha_{\text{доп}} - |\psi_{\text{ком}}(\kappa\tau_c, i) - \gamma_\kappa(i)| = \alpha_{\text{доп}} - |\alpha_{\text{уст}}(\kappa\tau_c, i)|;$

$U_2(\tau_c, \kappa, i) = \Delta_{\text{доп}} - |H_{\text{ком}}(\kappa\tau_c, i) - M_\kappa(i)| = \Delta_{\text{доп}} - |\Delta_{\text{уст}}(\kappa\tau_c, i)|;$   $\psi_{\text{ком}}(\kappa\tau_c, i),$

$H_{\text{ком}}(\kappa\tau_c, i)$  – значения скомпенсированной мгновенной фазы и огибающей

АФМн- $N$ -сигнала на выходе ЛИС в момент  $k\tau_c$ , соответственно, для  $i$ -й реализации передаваемой информационной последовательности символов;  $\gamma_k(i)$ ,  $M_k(i)$  – значения начальной фазы и амплитуды  $k$ -го радиоимпульса АФМн- $N$ -сигнала на входе ЛИС для  $i$ -ой реализации информационной последовательности;  $\Delta_{уст}(k\tau_c, i)$  и  $\alpha_{уст}(k\tau_c, i)$  – значения ошибок установлений по амплитуде и фазе АФМн- $N$ -сигнала на выходе ЛИС в момент  $k\tau_c$ , соответственно, для  $i$ -й реализации передаваемой информационной последовательности символов.

А для ФМн- $n$ -сигнала зависимость ошибки установления на символ от длительности символа без учёта работы подсистемы шумоподавления определяется следующим образом

$$\begin{aligned} P_{ош}(\tau_c, k) &= 1 - \frac{1}{N_{мин}} \sum_{i=1}^{N_{мин}} 1 \left[ \alpha_{доп} - \left| \psi_{ком}(k\tau_c, i) - \gamma_k(i) \right| \right] = \\ &= 1 - \frac{1}{N_{мин}} \sum_{i=1}^{N_{мин}} 1 \left[ \alpha_{доп} - \left| \alpha_{уст}(k\tau_c, i) \right| \right], \end{aligned} \quad (4.5.41)$$

где  $\psi_{ком}(k\tau_c, i)$  – значение скомпенсированной мгновенной фазы ФМн- $n$ -сигнала на выходе ЛИС в момент  $k\tau_c$  для  $i$ -й реализации передаваемой информационной последовательности символов;  $\gamma_k(i)$  – значение начальной фазы  $k$ -го радиоимпульса ФМн- $n$ -сигнала на входе ЛИС для  $i$ -й реализации информационной последовательности;  $\alpha_{уст}(k\tau_c, i)$  – значения ошибок установлений по фазе ФМн- $n$ -сигнала на выходе ЛИС в момент  $k\tau_c$ , для  $i$ -й реализации передаваемой информационной последовательности символов.

Для учёта работы подсистемы порогового шумоподавления после определения условий, при которых реализуется условие цикло стационарности для ФМн- $n$ -сигнала, то есть значений  $N_{мин}$ ,  $G$  и множества длительностей символа, по

которым определяются разрешающее время при  $M_{\text{пор}} = 0$ , будем использовать соотношение<sup>1</sup>

$$P'_{\text{ош}}(\tau_c) = 1 - \frac{1}{N_{\text{мин}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{мин}}} \text{sgn} \left[ 1(U_1(\tau_c, G+1, i)) \times 1(U_{\text{ор}}(\tau_c, G+1, i)) \right], \quad (4.5.42)$$

где  $U_{\text{ор}}(\tau_c, G+1, i) = H_{\text{ком}}((G+1)\tau_c, i) - M_{\text{пор}}$ ;  $U_1(\tau_c, G+1, i) = \alpha_{\text{доп}} - |\alpha_{\text{уст}}((G+1)\tau_c, i)|$ .

На основании выражений для оценок вероятности ошибок для каждого  $K$ -ого символа последовательности строится решение по определению разрешающего времени для АФМн- $N$ - и ФМн- $n$ -сигнала и оценки эффективной памяти.

Реализацию данной процедуры можно реализовать в виде трех различных вариантов исполнения.

А) *Сокращенный вариант.* В этом варианте значение эффективной памяти полагается  $G = K_G$  и для АФМн- $N$ -сигнала решается уравнение  $P_{\text{ош}}(\tau_c, K_G + 1) = 0$  относительно  $\tau_c$ , а для ФМн- $n$ -сигнала –  $P'_{\text{ош}}(\tau_c) = 0$ . Решение производится численным способом с шагом решения  $\varepsilon_{\text{раз}}$ . Решением указанных выше уравнений

является множество<sup>2</sup>  $T_{\text{фм.ог}_{K_G+1}} = \bigcup_{w_{o_{K_G+1}}=1}^{W_{o_{K_G+1}}} \left[ \tau_{\text{н.ок.о}_{K_G+1}}^{(w_{o_{K_G+1}})} ; \tau_{\text{к.ок.о}_{K_G+1}}^{(w_{o_{K_G+1}})} \right] \cup \left[ \tau_{\text{гр.о}_{K_G+1}} ; +\infty \right)$  или  $T_{\text{ну}_{K_G+1}}$ ,

которые определяют  $t_{o_{K_G+1}} = \left\{ \tau_{\text{н.ок.о}_{K_G+1}}^{(w_{o_{K_G+1}})} \right\}_{w_{o_{K_G+1}}=1}^{W_{o_{K_G+1}}} \cup \left\{ \tau_{\text{к.ок.о}_{K_G+1}}^{(w_{o_{K_G+1}})} \right\}_{w_{o_{K_G+1}}=1}^{W_{o_{K_G+1}}} \cup \left\{ \tau_{\text{гр.о}_{K_G+1}} \right\}$ <sup>3</sup> или

$t_{\text{ну}_{K_G+1}}$ <sup>4</sup>, соответственно, в зависимости от типа сигнала.

Так для ФМн- $n$ -сигнала  $t_{\text{раз}} = t_{o_{K_G+1}}$ , а для АФМн- $N$ -сигнала –  $t_{\text{раз}} = t_{\text{ну}_{K_G+1}}$ .

Достоинством такой реализации является то, что производится лишь вычисление одной зависимости вероятности ошибки от длительности символа для  $(K_G + 1)$ -го

<sup>1</sup> являющееся вероятностью ошибки на символ от длительности символа для ФМн- $n$ -сигнала, которая оценивается с учётом работы пороговой подсистемы шумоподавления.

<sup>2</sup> Здесь и далее  $\tilde{\tau}_c^{(3)}$  заменяется на  $+\infty$ .

<sup>3</sup> Составляющие множества и используемые индексы имеют такие же значения, что составляющие для  $t'_{\text{ну}_{K_G+1}}$  для ФМн- $n$ -сигнала, только с учётом работы пороговой подсистемы шумоподавления

<sup>4</sup> Используется обозначение, применяемые в разделе 4.3

символа, но при этом обычно получается несколько завышенное значение числа символов эффективной памяти.

Б) *Сокращенный вариант с инкрементированием.* В этом случае производится последовательное численное решение уравнений  $P_{\text{ош}}(\tau_{\text{с.реш}_\kappa}, \kappa) = 0$ ,  $\kappa = \overline{1, K_G + 1}$  с шагом решения  $\varepsilon_{\text{раз}}$ , где для ФМН- $n$ -сигнала  $\tau_{\text{с.реш}_\kappa} = T'_{\text{ну}_\kappa}$ , а для АФМН- $N$ -сигнала —  $\tau_{\text{с.реш}_\kappa} = T_{\text{ну}_\kappa}$ , определение  $t'_{\text{ну}_\kappa}$  или  $t_{\text{ну}_\kappa}$ . Далее следует последовательная проверка соотношения  $|t'_{\text{ну}_\kappa} - t'_{\text{ну}_{\kappa+1}}| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$  или  $|t_{\text{ну}_\kappa} - t_{\text{ну}_{\kappa+1}}| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$ , где  $\kappa = \overline{1, K_G}$ . В качестве  $t'_{\text{раз}} = t'_{\text{ну}_{\kappa_p}}$  или  $t_{\text{раз}} = t_{\text{ну}_{\kappa_p}}$  выбирается то значение  $t'_{\text{ну}_{\kappa_p}}$  или  $t_{\text{ну}_{\kappa_p}}$ , соответственно, при котором для последующих значений  $\kappa = \overline{\kappa_p + 1, \kappa_p + 3}$ , если  $\kappa_p + 3 \leq K_G$ , или  $\kappa = \overline{\kappa_p + 1, K_G}$ , если  $\kappa_p + 3 > K_G$  не происходит изменение структуры множества  $t'_{\text{ну}_\kappa}$  относительно  $t'_{\text{ну}_{\kappa_p}}$  или  $t_{\text{ну}_\kappa}$  относительно  $t_{\text{ну}_{\kappa_p}}$  и выполняется соотношение  $|t'_{\text{ну}_\kappa} - t'_{\text{ну}_{\kappa_p}}| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$  или  $|t_{\text{ну}_\kappa} - t_{\text{ну}_{\kappa_p}}| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$ . В этом случае значение эффективной памяти определяется как  $G = \kappa_p - 1$ . В том случае, если оказывается, что  $\kappa_p = K_G + 1$ , то проверяется соотношение  $|t'_{\text{ну}_{K_G+1}} - t'_{\text{ну}_{K_G}}| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$  или  $|t_{\text{ну}_{K_G+1}} - t_{\text{ну}_{K_G}}| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$  и при успешном выполнении соотношений принимается  $t'_{\text{раз}} = t'_{\text{ну}_{K_G+1}}$  или  $t_{\text{раз}} = t_{\text{ну}_{K_G+1}}$  и  $G = K_G$ .

В случае, если  $M_{\text{пор}} = 0$ , то  $t_{\text{раз}} = t'_{\text{раз}}$ , а если  $M_{\text{пор}} > 0$ , то после этого для ФМН- $n$ -сигнала производится численное решение уравнения  $P'_{\text{ош}}(\tau_c) = 0$  с шагом решения  $\varepsilon_{\text{раз}}$  при  $\tau_c \in T'_{\text{ну}_{\kappa_p}}$ . Решением данного уравнения является множество  $T_{\text{фм.ог}_{\kappa_p}}$ , на основании которого определяется  $t_{\text{раз}} = t_{\text{о}_{\kappa_p}}$ .

Достоинством такой реализации является то, что в общем случае производится не полное решение всех уравнений  $\kappa = \overline{1, K_G + 1}$ , а лишь их часть,

однако при этом возможно увеличение влияния ошибок вычислений при программной реализации алгоритма.

В) *Полный вариант.* В этом случае производится решение системы уравнений

$$\left. \begin{array}{l} P_{\text{ош}}(\tau_{\text{с.реш}}, 1) = 0 \\ \vdots \\ P_{\text{ош}}(\tau_{\text{с.реш}}, K_G + 1) = 0 \end{array} \right\}. \quad (4.5.43)$$

относительно  $\tau_{\text{с.реш}}$ . Решение системы производится численным способом с шагом решения, равным  $\varepsilon_{\text{раз}}$ . Само решение можно представить в виде множества<sup>1</sup>

$$\tau_{\text{с.реш}} = \bigcup_{w=1}^{W'} [\tau_{\text{н.ок}}^{(w)}; \tau_{\text{к.ок}}^{(w)}] \cup [\tau_{\text{гр}}; +\infty). \quad \text{Для АФМн-}N\text{- и ФМн-}n\text{- сигнала при } M_{\text{пор}} = 0$$

$$\text{разрешающее время } t_{\text{раз}} = \left\{ \tau_{\text{н.ок}}^{(w)} \right\}_{w=1}^{W'} \cup \left\{ \tau_{\text{к.ок}}^{(w)} \right\}_{w=1}^{W'} \cup \left\{ \tau_{\text{гр}} \right\}.$$

Далее производится определение эффективной памяти. Для этого исследование промежуточных результатов решения системы (4.5.43) уравнений в форме  $P_{\text{ош}}(\tau_{\text{с.реш}_k}, \kappa) = 0$ ,  $\kappa = K_G + 1 - \kappa'$  ( $\kappa' = \overline{0, K_G}$  – номер символа отсчитываемого от значения  $K_G$  в сторону уменьшения  $\kappa$ ) с шагом решения  $\varepsilon_{\text{раз}}$ , где для ФМн- $n$ -сигнала  $\tau_{\text{с.реш}_k} = T'_{\text{ну}_k}$ , а для АФМн- $N$ -сигнала –  $\tau_{\text{с.реш}_k} = T_{\text{ну}_k}$ , определение  $t'_{\text{ну}_k}$  или  $t_{\text{ну}_k}$  и последовательная проверка соотношения

$$\left| t'_{\text{ну}_k} - t'_{\text{ну}_{k+1}} \right| \leq \varepsilon_{\text{раз}} \quad \text{или} \quad \left| t_{\text{ну}_k} - t_{\text{ну}_{k+1}} \right| \leq \varepsilon_{\text{раз}}, \quad \text{где } \kappa = \overline{1, K_G}.$$

В качестве  $t'_{\text{раз}} = t'_{\text{ну}_{\kappa_p}}$  или  $t_{\text{раз}} = t_{\text{ну}_{\kappa_p}}$  выбирается то значение  $t'_{\text{ну}_{\kappa_p}}$  или  $t_{\text{ну}_{\kappa_p}}$ , при котором для всех последующих значений  $\kappa < \kappa_p$ ,

происходит изменение структуры множества  $t'_{\text{ну}_\kappa}$  относительно  $t'_{\text{ну}_{\kappa_p}}$  или  $t_{\text{ну}_\kappa}$

относительно  $t_{\text{ну}_{\kappa_p}}$  и не выполняется соотношение  $\left| t'_{\text{ну}_\kappa} - t'_{\text{ну}_{\kappa_p}} \right| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$  или

<sup>1</sup>  $\tau_{\text{н.ок}}^{(w)}$  и  $\tau_{\text{к.ок}}^{(w)}$  – длительности символа, при которых начинается и заканчивается  $W$ -е «окно прозрачности»;  $\tau_{\text{гр}}$  – граничное время;  $W'$  – количество окон прозрачности.

$\left| t_{\text{ну}_K} - t_{\text{ну}_{K_p}} \right| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$ . В этом случае значение эффективной памяти определяется как  $G = K_p - 1$ . В том случае, если  $K_p = K_G + 1$ , то проверяется соотношение  $\left| t'_{\text{ну}_{K_G}} - t'_{\text{ну}_{K_p}} \right| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$  или  $\left| t_{\text{ну}_{K_G}} - t_{\text{ну}_{K_p}} \right| \leq \varepsilon_{\text{раз}}$  и при успешном выполнении соотношений принимается  $t'_{\text{раз}} = t'_{\text{ну}_{K_p}}$  или  $t_{\text{раз}} = t_{\text{ну}_{K_p}}$  и  $G = K_G$ .

В том случае, если  $M_{\text{пор}} > 0$ , то после этого для ФМн- $n$ -сигнала производится численное решение уравнения  $P'_{\text{ош}}(\tau_c) = 0$  с шагом решения  $\varepsilon_{\text{раз}}$  при  $\tau_c \in \tau_{\text{с.реш}}$ . Решением данного уравнения является множество  $T_{\text{фм.ог}_{K_p}}$ , на основании которого определяется  $t_{\text{раз}} = t_{\text{о}_{K_p}}$ .

На основании полученных оценок разрешающего времени происходит определение пропускной способности в соответствии с типом используемого сигнала с помощью выражений (3.3.6) и (3.3.7).

В заключение данного раздела хотелось бы сказать о том, что предлагаемый численный метод позволяет обеспечить высокую производительность из-за возможности обеспечения параллельных вычислений практически на всех этапах его реализации. Результаты моделирования, подтверждающие возможность его использования в условиях реального масштаба времени представлены в приложении 4 (подраздел П4.3).

#### **4.6 Апробация методов оценки пропускной способности [121-123,129-133, 235-238,240-242,309,311,312,326,328,136]**

В данном разделе представлены результаты апробации разработанных методов оценки пропускной способности. Зависимости оценок пропускной способности для различных конфигураций сигнальных созвездий представлены непосредственно в данном разделе (для ФМн- $n$ -сигналов – подраздел 4.6.1, а для

АФМн- $N$ -сигналов – подраздел 4.6.2), а результаты работы синтезированных алгоритмов обоих методов (аналитического и численного) и некоторые дополнительные результаты представлены в приложениях 2 и 3 для ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигналов, соответственно.

Для апробации в качестве ЛИС, описывающие наиболее типичные КЧХ частотно-селективных каналов, используются следующие типы полосовых фильтров с одинаковыми полосами пропускания:

–1-й тип – однокаскадный полосовой фильтр на связанных контурах первого типа [54, с. 111]. Для данного фильтра функция установления имеет следующий вид [54]

$$\dot{B}_0(x, j\rho) = 1 - \exp(-(1 + j\rho)x) \left( \cos \beta x + \frac{1 + j\rho}{\beta} \sin \beta x \right). \quad (4.6.1)$$

Здесь и далее  $\beta$  – степень связи между контурами;  $x = \Delta\Omega t = \frac{\Delta\Omega_0}{\alpha_\Delta} t$  – безразмерное

время;  $\rho = \frac{\Delta\omega}{\Delta\Omega} = \alpha_\Delta \frac{\Delta\omega}{\Delta\Omega_0} = \alpha_\Delta \rho_0$  – безразмерная расстройка по частоте, где  $\rho_0$  –

результатирующая обобщенная расстройка по частоте; параметр  $\alpha_\Delta > 0$  – значение безразмерной расстройки по частоте, при которой уровень неравномерности АЧХ фильтра составляет [54]

$$S_\Delta = k_{\max} / k(\alpha_\Delta) = \sqrt{2}, \quad (4.6.2)$$

где  $k_{\max}$  – наибольшее значение модуля нормированного коэффициента передачи фильтра. Для данного фильтра при критической степени связи между контурами  $\beta_{\text{кр}} = 1$  параметр  $\alpha_\Delta = 1,414$ , а при степени связи между контурами больше критической  $\beta = 2,41$  параметр  $\alpha_\Delta = 3,11$  [54].

– 2-й тип – полосовой трехконтурный фильтр с двумя связанными контурами, у которого все три горба АЧХ расположены на одном уровне [54, с. 162]. Функция установления такого фильтра определяется следующим образом [54]

$$\dot{B}_0(x, j\rho) = 1 - \left[ \frac{(1 + j\rho)^2 + \beta^2}{1 + \beta^2} \exp(-(2 + j\rho)x) + \frac{2 + j\rho}{1 + \beta^2} \exp(-(1 + j\rho)x) \times \right. \\ \left. \times \left( \left( \beta + \frac{1 + j\rho}{\beta} \right) \sin \beta x - j\rho \cos \beta x \right) \right]. \quad (4.6.3)$$

Для такого фильтра при критической степени связи между контурами  $\beta_{кр} = \sqrt{3}$  параметр  $\alpha_{\Delta} = 2$ , а для степени связи между контурами больше критической  $\beta = 6$  параметр  $\alpha_{\Delta} = 6,64$ .

– 3-й тип – фильтр на связанных контурах 2-го типа [54, с.143]. Функция установления для фильтра 3-го типа имеет вид [54]

$$\dot{B}_0(x, j\rho) = 1 - \exp(-(1 + j\rho)x) (\cos \beta x - \beta(1 + j\rho)^{-1} \sin \beta x). \quad (4.6.4)$$

Для данного фильтра  $\alpha_{\Delta} = 1,5$  для  $\beta_{кр} = 0,486$  и  $\alpha_{\Delta} = 2,46$  для  $\beta = 1,15$ .

– 4-й тип – двухкаскадный фильтр на связанных контурах 1-го типа при критической степени связи  $\beta_{кр} = 1$  ( $\alpha_{\Delta} = 1,13$ ) и отсутствии расстройки по частоте.

Его функция установления имеет следующий вид [54]

$$B_0(x) = 1 - \exp(-x) \left( \left( 1 - \frac{1 + \beta^2}{2\beta^3} \beta x \right) \cos \beta x + \left( 1 + \frac{1 + \beta^2}{2\beta^2} + \frac{1 + \beta^2}{2\beta} \beta x \right) \sin \beta x \right). \quad (4.6.5)$$

Выбор данных типов фильтров обусловлен тем, что их комплексно частотные характеристики в наибольшей степени соответствуют тому многообразию передаточных характеристик реальных каналов, представленных в [68]. Это позволяет произвести наиболее полный анализ влияния межсимвольных искажений в канале связи на скорость передачи символов информационной последовательности, а, следовательно, проанализировать поведение пропускной способности ЧСКС с МСИ.

При апробации методов для ФМн- $n$ -сигналов используются фильтры 1 - 4 типа, а для АФМн- $N$ -сигналов фильтры 1 и 2-го типов.

Амплитудно-частотные характеристики для фильтров первых трёх типов в зависимости представлены на рисунке 4.10, а для фильтра 4-го и 1-го типа при критической степени связи – на рисунке 4.11. Построение данных зависимостей

производиться с использованием выражений (2.3.11), (2.3.17), (7.1.1), представленных в работе [54], соответствующим укороченным дифференциальным уравнениям, с учётом соотношения (4.1.7), также из данной работы.

На рисунке 4.10 используются следующие обозначения. Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа (а) при  $\beta_{кр} = 1$  (сплошная линия) и  $\beta = 2,41$  (штриховая линия); фильтр 2-ого типа (б) при  $\beta_{кр} = \sqrt{3}$  (сплошная линия) и  $\beta = 6$  (штриховая линия); фильтр 3-ого типа (в) при  $\beta_{кр} = 0,486$  (сплошная линия);  $\beta = 1,15$  (штриховая линия). А на рисунке 4.11. Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа (сплошная линия); фильтр 4-ого типа (штриховая линия) при  $\beta_{кр}$ .

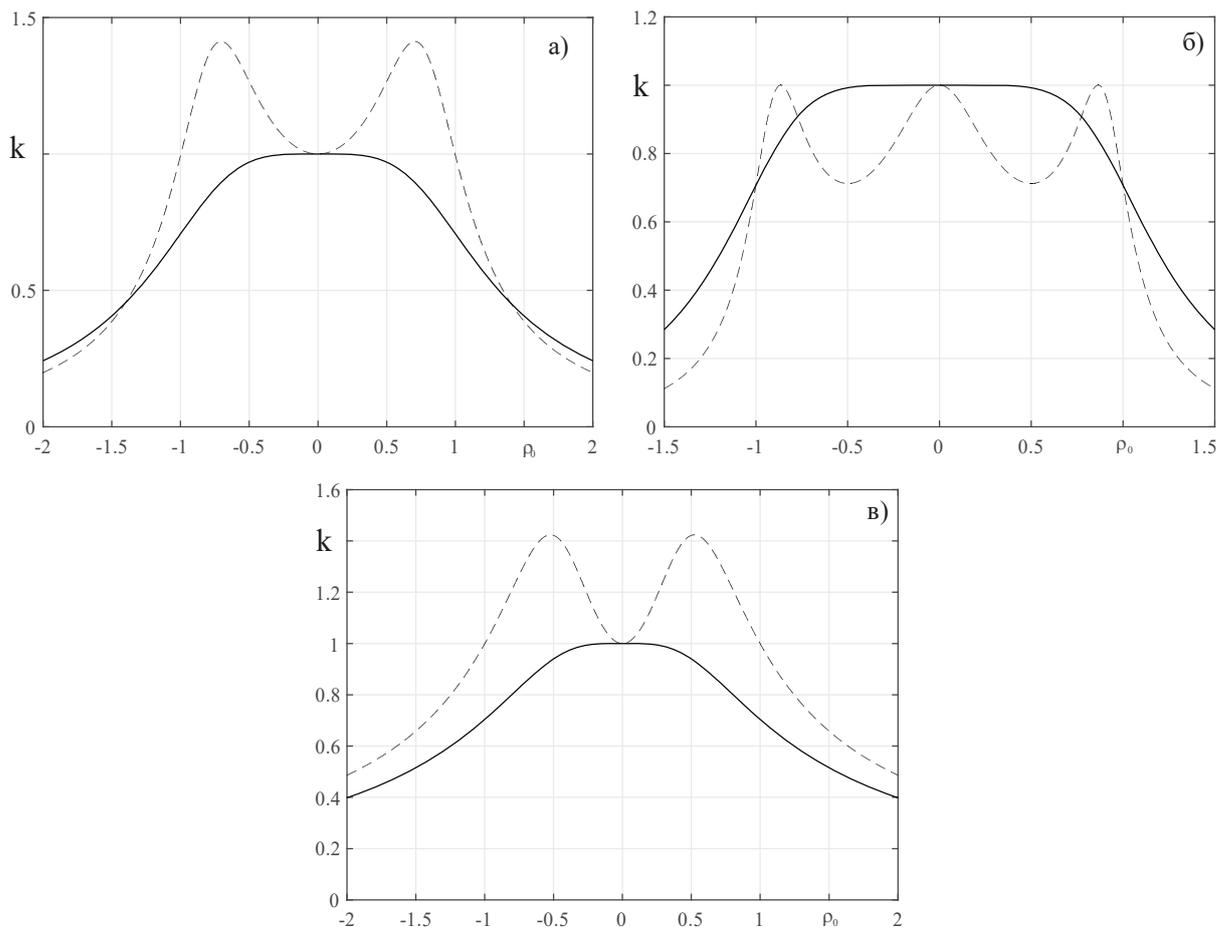


Рисунок 4.10. АЧХ фильтров от результирующей обобщенной расстройки по частоте для 1-ого – 3-ого типов при одинаковой полосе пропускания.

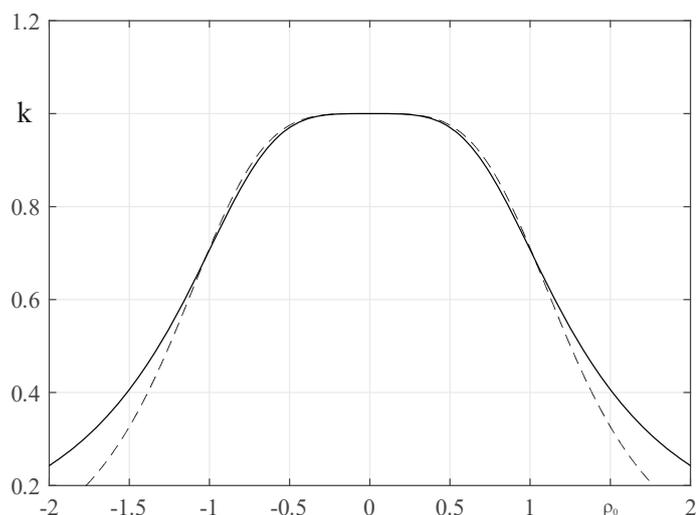


Рисунок 4.11. АЧХ фильтров от результирующей обобщенной расстройки по частоте для 1-ого и 4-ого типов при критической степени связи между контурами при одинаковой полосе пропускания

#### 4.6.1 Результаты апробации методов оценки пропускной способности для ФМн- $n$ -сигналов

В данном подразделе представлены результаты апробации аналитического и численного методов оценки пропускной способности ЧСКС при использовании ФМн- $n$ -сигналов, и их взаимного сравнения. Также перечислен ряд новых свойств, полученных в результате работы обоих методов (см. приложение 2).

При апробации использовались удельные оценки пропускной способности  $C_{уд} = C / 2\Delta F_0$ , где  $\Delta F_0 = \Delta\Omega_0 / 2\pi$ . Корректность применения такой оценки следует из анализа результатов работы [162].

Для анализа результатов взаимного сравнения получаемых оценок пропускной способности воспользуемся относительной погрешностью по оценке пропускной способности при заданном значении  $n$ , в данном случае определяемой, отношением разности, взятой по абсолютному значению при данном значении  $n$ , между оценками пропускной способности, полученными аналитическим и

численным методом, взятой по абсолютному значению, к значению, полученному численным методом.

На основании результатов, полученных в ходе выполнения функциональных этапов разработанных методов и представленных в приложении 2, были получены следующие результаты:

1. Увеличение числа дискретных состояний в сигнальном созвездии, конфигурации которых обеспечивают  $Q_{\text{ор}} = 0$ , приводит к уменьшению постоянной составляющей у вероятности ошибки на символ, обусловленной МСИ. Однако для малых значениях  $n < 16$ , даже в условиях отсутствия расстройки по частоте, постоянная составляющая вероятности ошибки на символ может достигать значений до 12%. Так, использование оптимальных значений  $\varphi_{\text{cc}} = \pi / n$  для сигнальных созвездий с четным числом дискретных состояний  $n$ , обеспечивается отсутствие постоянной составляющей у зависимости вероятности ошибки на символ, вызванной межсимвольными искажениями, от длительности символа, по сравнению со случаем, когда  $\varphi_{\text{cc}} = 0$ .
3. Зависимости вероятности ошибки от длительности символа демонстрируют наличие «окон прозрачности», в виде числовых отрезков, определяемых длительностями символов, при которых вероятность ошибки на символ, обусловленная МСИ, равна нулю.
4. В общем случае передача информации в частотно селективном канале связи при наличии расстройки по частоте относительно случая, когда она отсутствует, приводит к увеличению разрешающего времени. При этом рост значений разрешающего времени прямо пропорционален значению  $|\rho_0|$ .
5. Наличие расстройки по частоте при малых её значениях ( $|\rho_0| \leq 0,5$ ) также может приводить к формированию дополнительных «окон прозрачности» относительно случая, когда она отсутствует, в том числе, и при меньших значениях  $n$ .
6. При наличии расстройки по частоте и компенсации постоянного фазового сдвига, вносимого ЧСКС, наилучшие показатели по скорости убывания

вероятности ошибки на символ с увеличением длительности символа достигаются при  $\varphi_{cc} = \pi/n$  для сигнальных созвездий с чётным числом дискретных состояний по фазе  $n$ . При этом для ЧСКС с симметричными АЧХ и ФЧХ относительно его центральной частоты использование сигнальных созвездий с чётным числом дискретных состояний  $n$  при  $\varphi_{cc} \neq \pi/n$  приводит к различию в ходе кривых вероятности ошибки на символ при одинаковых значениях расстроек по частоте, но различающихся знаком, это, в частности, обусловлено свойствами, которые были выявлены в главе 2 и необходимо учитывать при оценке влияния дестабилизирующих факторов на пропускную способность.

7. При использовании численного метода и  $n \leq 128$  для рассматриваемых типов фильтров эффективная память не превосходит 4 символов, а минимальное число реализаций модулирующей информационной последовательности, для обеспечения цикло стационарности, составляет  $N_{\min} = 3 \times 10^4$  при  $\lambda_{\text{ош}} = 0,01$ . При этом увеличение числа дискретных состояний в сигнальном созвездии приводит к уменьшению значения  $N_{\min}$ .

Из анализа представленных выше результатов следует подтверждение справедливости, полученных в главе 3, результатов в отношении правила выбора  $\varphi_{cc}$  для сигнальных созвездий.

Ниже на рисунках 4.12 – 4.14 представлены результаты взаимного сравнения оценок пропускной способности для фильтра 1 при  $\beta=2,41$  и 2 -ого типа при  $\beta=6$ . Выбор данных фильтров для взаимного сравнения обусловлен особенностью получаемых результатов при оценке разрешающего времени (см. приложение 2). При построении данных зависимостей были использованы следующие общие параметры  $\alpha_0 = 0,499$ ,  $M_{\text{пор}} = 0$ ,  $\lambda_{\text{ош}} = 0,01$ ,  $\mu_{\psi} = 0$ ,  $\rho_0 = 0$ . При этом для рисунков 4.12 и 4.13 используется  $\Delta\Omega_0 \varepsilon_{\text{раз}} = \alpha_{\Delta} \times 3,5 \cdot 10^{-3}$ , а для рисунка 4.14 –  $\Delta\Omega_0 \varepsilon_{\text{раз}} = 0,01$ . Значение начального фазового сдвига составляло  $\varphi_{cc} = \pi/n$  при чётном значении  $n$  и  $\varphi_{cc} = 0$ , когда  $n$  принимает нечетные значения.

На рисунках 4.12 – 4.14 используются следующие обозначения: полученные аналитическим методом оценки пропускной способности – *черная линия*; полученные численным методом оценки пропускной способности – *красная линия*. Тип оценки пропускной способности: оценка пропускной способности без использования «окон прозрачности» – *сплошная линия*; верхняя и нижняя граница пропускной способности при использовании «окна прозрачности» – *штриховая и штрихпунктирная линия*, соответственно. «Окно прозрачности» – *заштрихованная область*, используемый при этом цвет окраски соответствует типу используемого метода. Для обозначения границ «окон прозрачности», которые возникают только при одном значении  $n$ , используются маркеры «круг», а само «окно» – в виде линии, при этом их цвет соответствует типу используемого метода.

Анализируя результаты на рисунках 4.12 – 4.14, можно прийти к следующему выводу. Усреднённая относительная погрешность по оценке пропускной способности не превосходит 0,5%, а сама относительная погрешность по

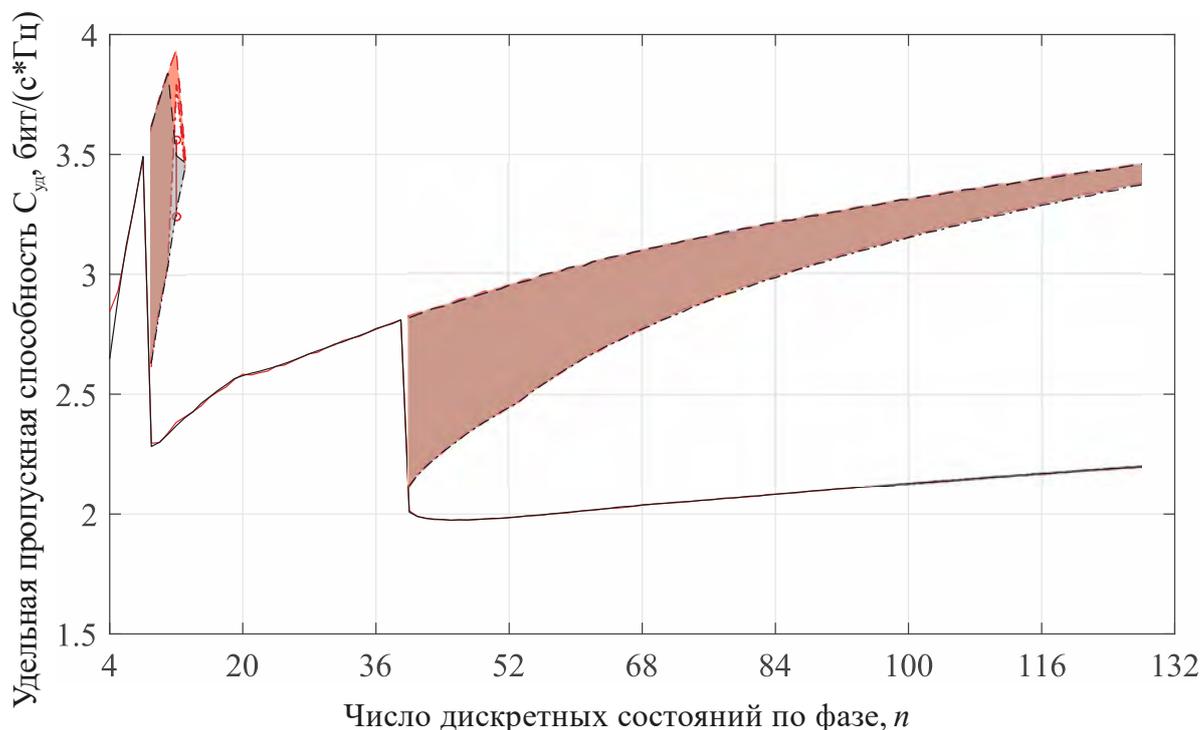


Рис. 4.12 Зависимости оценок удельной пропускной способности от числа дискретных состояний в сигнальном созвездии для фильтра 1-го типа при степени связи между контурами  $\beta = 2,41$ .

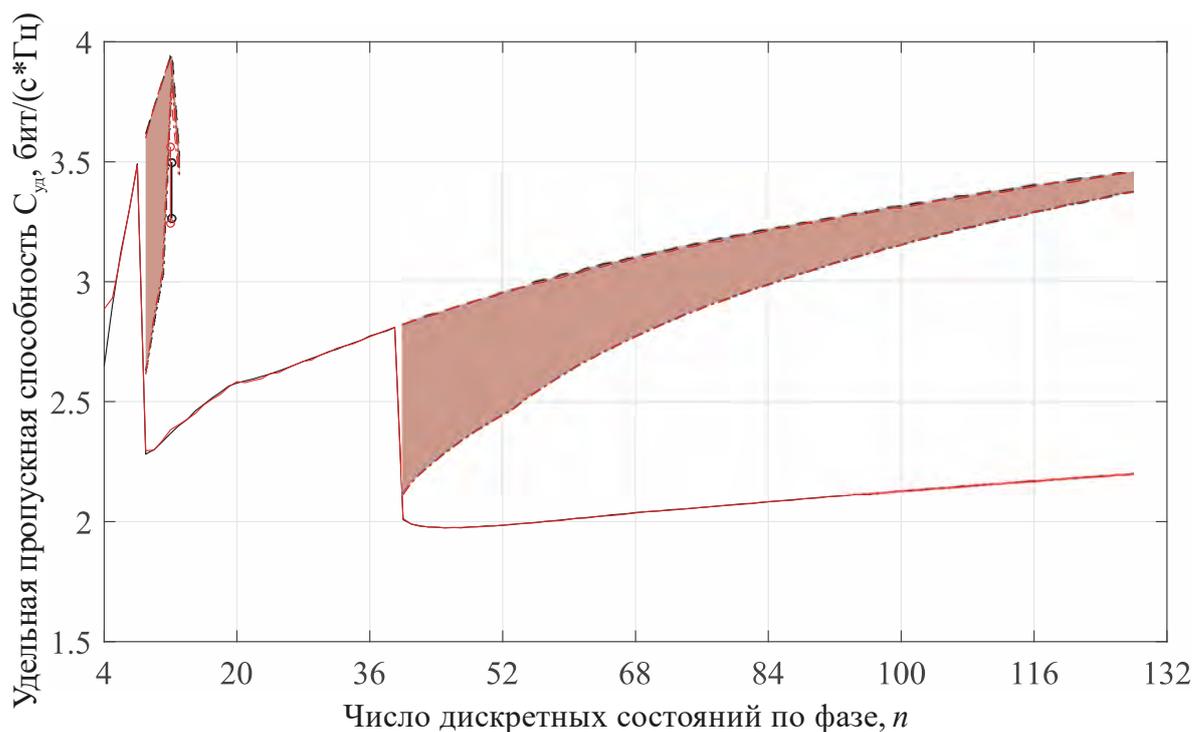


Рис. 4.13 Зависимости оценок удельной пропускной способности от числа дискретных состояний в сигнальном созвездии для фильтра 1-го типа при степени связи между контурами  $\beta = 2,41$  с учётом особенности получения решения аналитическим методом при  $n = 12$  и  $t'_{\text{нy}_5}$

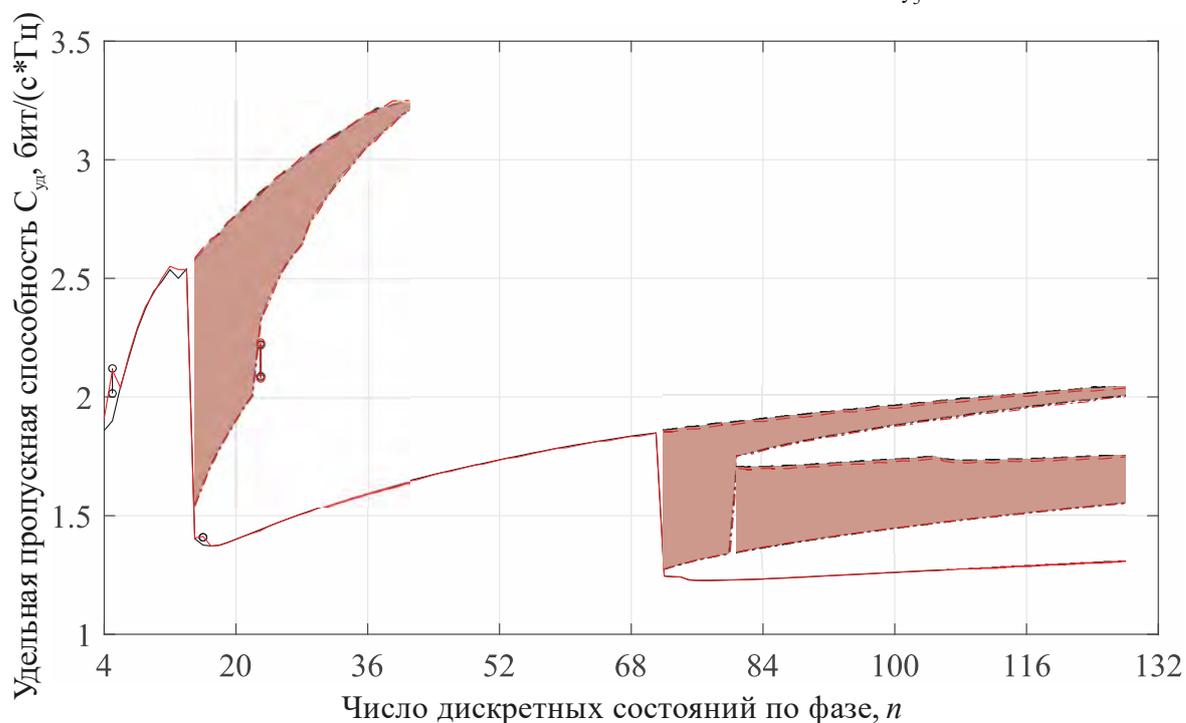


Рис. 4.14 Зависимости оценок удельной пропускной способности от числа дискретных состояний в сигнальном созвездии для фильтра 2-го типа при степени связи между контурами  $\beta = 6$ .

пропускной способности уменьшается с увеличением числа дискретных состояний. При малых значениях  $n$ , она в худшем случае достигает 2,08%, за исключением  $n = 4$ , а при  $n = 4$  она в среднем составляет 2,7%, а в худшем (наибольшее значение) не превышает 5,9%.

Дополнительно необходимо отметить, следующее, что для аналитического метода свойственна более быстрая сходимость к разрешающему времени, чем при использовании численного метода, что обусловлено следующими фактами:

1. при рассмотрении последовательности  $l \rightarrow \infty$  эффективные значения скачков фазы принимают значения из непрерывного множества значений, что обеспечивает полный перебор значений информационных символов для каждого символа последовательности;
2. при использовании численного метода производится неполный перебор значений информационных символов при заданной значении  $\lambda_{\text{ош}}$ .

Это приводит к ряду особенностей у результатов, полученных аналитическим методом: 1) к возникновению дополнительных «окон прозрачности», в том числе «точечных», по сравнению с результатами численного метода. 2) к «схлопыванию» «окон прозрачности» по сравнению с результатами численного метода.

Вышеуказанное было продемонстрировано на рисунках 4.12 и 4.13. Так на рисунке 4.12 представлены оценки пропускной способности, полученные с помощью использования обоих методов, а на рисунке 4.13 с одной особенностью – оценки пропускной способности для аналитического метода при  $n = 12$  получены при  $t'_{\text{ну}_5}$ , что соответствует номеру символа  $G+1$ , используемого для получения решения численным методом. При полном решении аналитический метод используется  $t'_{\text{ну}_8}$  при  $n = 12$ . Таким образом, вышеприведенное доказывает справедливость полученных результатов<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Необходимо отметить, что число комбинаций информационной последовательности  $n^{G+1} = 12^8 = 429981696$  для полного перебора при  $n = 12$  и  $G+1=8$  произвести является крайне затруднительным в силу ограниченности вычислительных ресурсов.

На рисунках 4.15 – 4.20 представлены зависимости оценок удельной пропускной способности от числа дискретных состояний, построенных посредством численного метода, при  $\Delta\Omega_0\varepsilon_{\text{раз}} = \alpha_{\Delta} \times 3,5 \cdot 10^{-3}$ . На представленных рисунках отражены зависимости, соответствующие наличию дестабилизирующих факторов, таких как расстройка по частоте, ошибок измерений, а также влияние пороговой подсистемы шумоподавления.

На данных рисунках используются следующие обозначения. Параметры, используемые для получения оценок пропускной способности и окон прозрачности: 1)  $\alpha_0 = 0,499$ ,  $M_{\text{пор}} = 0$ ,  $\mu_{\psi} = 0$ ,  $\rho_0 = 0$  – черная линия с маркером ромб и черная заштрихованная область; 2)  $\alpha_0 = 0,499$ ,  $M_{\text{пор}} = 0,9$ ,  $\mu_{\psi} = 0$ ,  $\rho_0 = 0$  – зеленая линия и заштрихованная область; 3)  $\alpha_0 = 0,25$ ,  $M_{\text{пор}} = 0,9$ ,  $\mu_{\psi} = 0,249$ ,  $\rho_0 = 0$  – красная линия и заштрихованная область; 4)  $\alpha_0 = 0,499$ ,  $M_{\text{пор}} = 0,9$ ,  $\mu_{\psi} = 0$ ,  $|\rho_0| = 0,5$  – синяя линия и заштрихованная область; 5)  $\alpha_0 = 0,25$ ,  $M_{\text{пор}} = 0,9$ ,  $\mu_{\psi} = 0,249$ ,  $|\rho_0| = 0,5$  – голубая линия и заштрихованная область. Тип оценки пропускной способности: 1) пропускная способность без использования «окон прозрачности» – сплошная линия; верхняя и нижняя граница пропускной способности при использовании «окна прозрачности» – штриховая и штрихпунктирная линия, соответственно. «Окно прозрачности» – заштрихованная область. «Окна прозрачности» только при одном единственном значении  $n$  представлены в виде линий, ограниченных маркером круг, цвет линий и маркеров соответствуют типу используемых параметров.

В ряде случаев для разных совокупностей параметров области «окон прозрачностей» на данных рисунках пересекаются, а линии сливаются.

Анализируя зависимости, приведенные на рисунках 4.15 – 4.20, можно прийти к следующим выводам:

– С увеличением уровня неравномерности АЧХ ЛИС в полосе пропускания наблюдается уменьшение значения числа дискретных состояний сигнального созвездия, начиная с которого наблюдаются «окна прозрачности».

– Повышение пропускной способности в рассматриваемых каналах связи можно обеспечить за счёт использования «окон прозрачности».

В этом случае выигрыш, оцениваемый как  $C_1' / C_{б.ок}$  при заданном значении  $n$ , при котором существуют «окна прозрачности», в среднем составляет 1,2...1,9 раза. Наличие дополнительного ограничения в виде функционирования подсистемы шумоподавления с порогом по амплитуде 0,9 от его стационарного значения приводит к снижению пропускной способности в целом. В общем случае в наибольшей степени это проявляется при значениях числа дискретных состояний  $n$  не более 20.

– Наибольший рост пропускной способности наблюдается при малом числе дискретных состояний, уменьшаясь с увеличением  $n$ . С увеличением числа дискретных состояний пропускная способность стремится к конечному значению, что позволяет говорить о том, что при увеличении алфавита канал с памятью обладает ограниченной пропускной способностью, что полностью согласуется с результатами работ [75,261,395,396].

Более детальные выводы по возможности повышения пропускной способности и возможностям построения РСПИ на базе теории разрешающего времени представлены в подразделе 5.5.

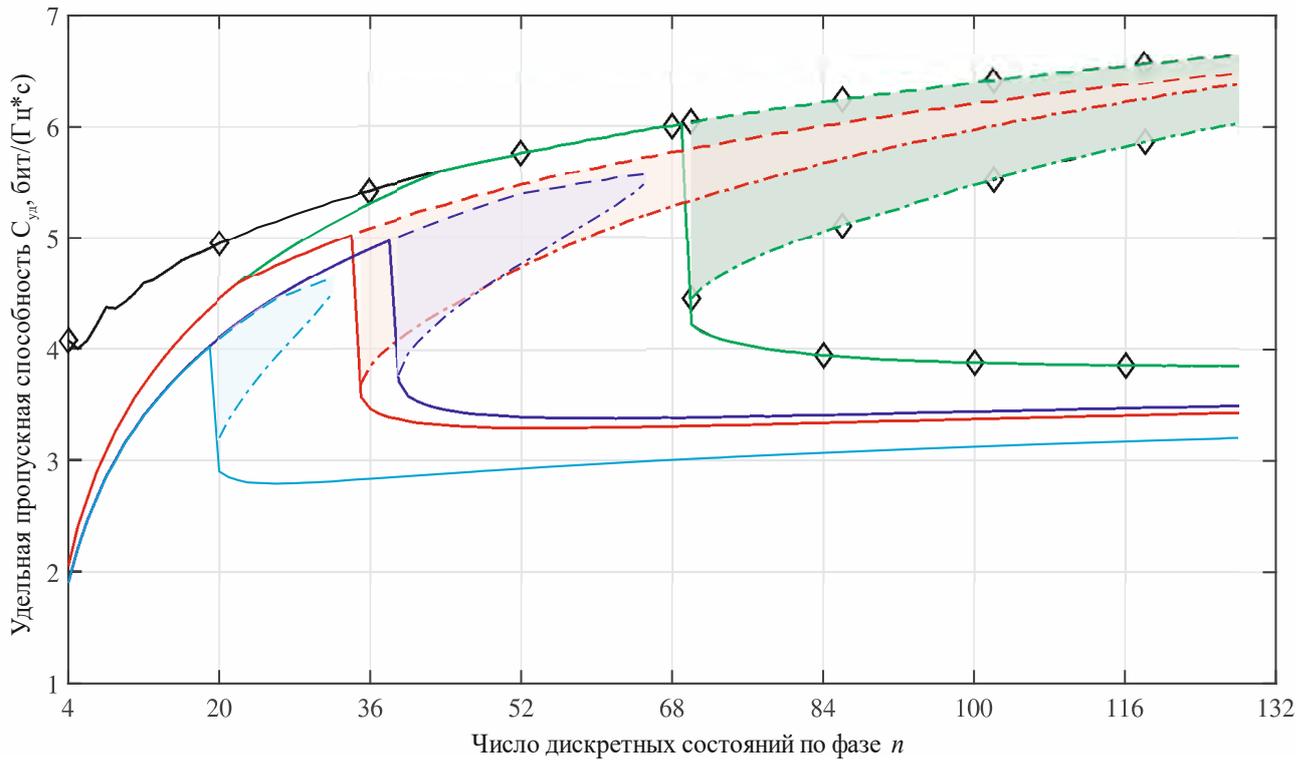


Рис. 4.15. Зависимость удельной пропускной способности  $C_{уд}$  от числа дискретных состояний  $n$  в сигнальном созвездии для фильтра 1-го типа при  $\beta_{кр}=1$ .

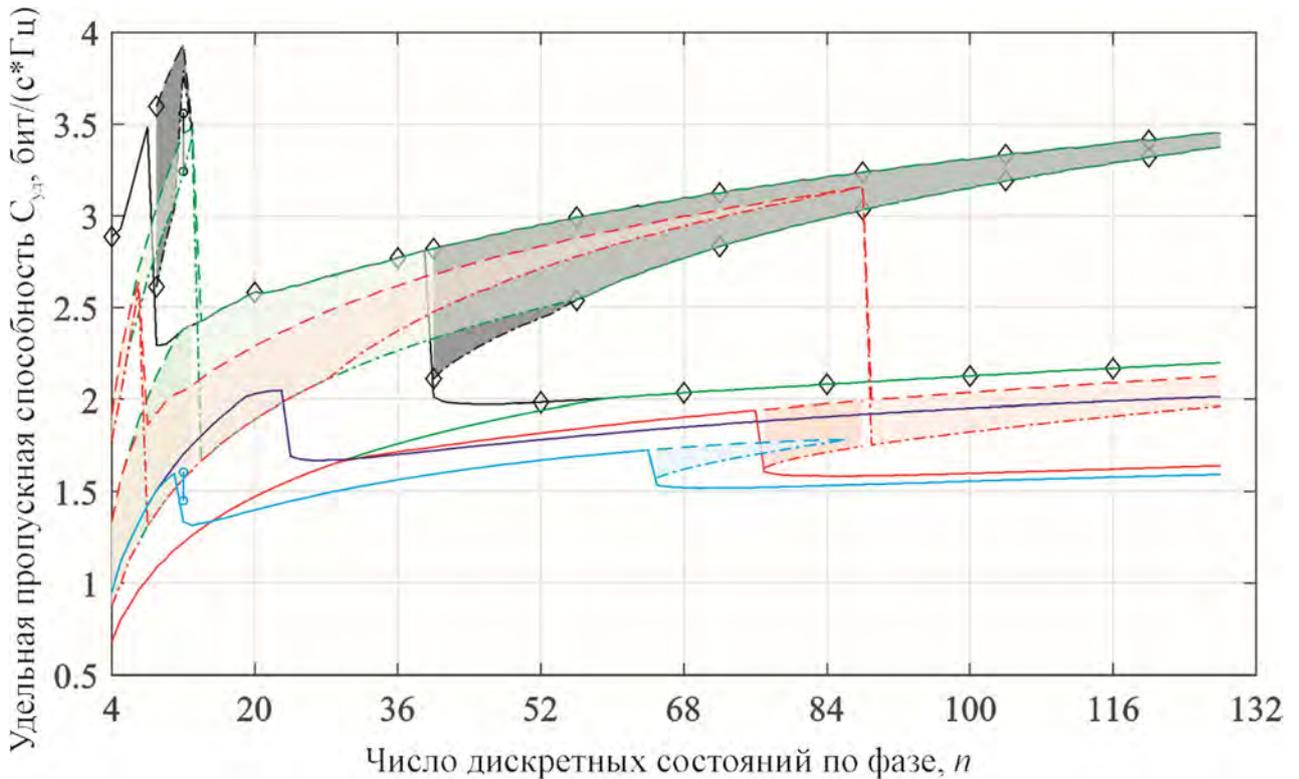


Рис. 4.16. Зависимость удельной пропускной способности  $C_{уд}$  от числа дискретных состояний  $n$  в сигнальном созвездии для фильтра 1-го типа при  $\beta=2,41$ .

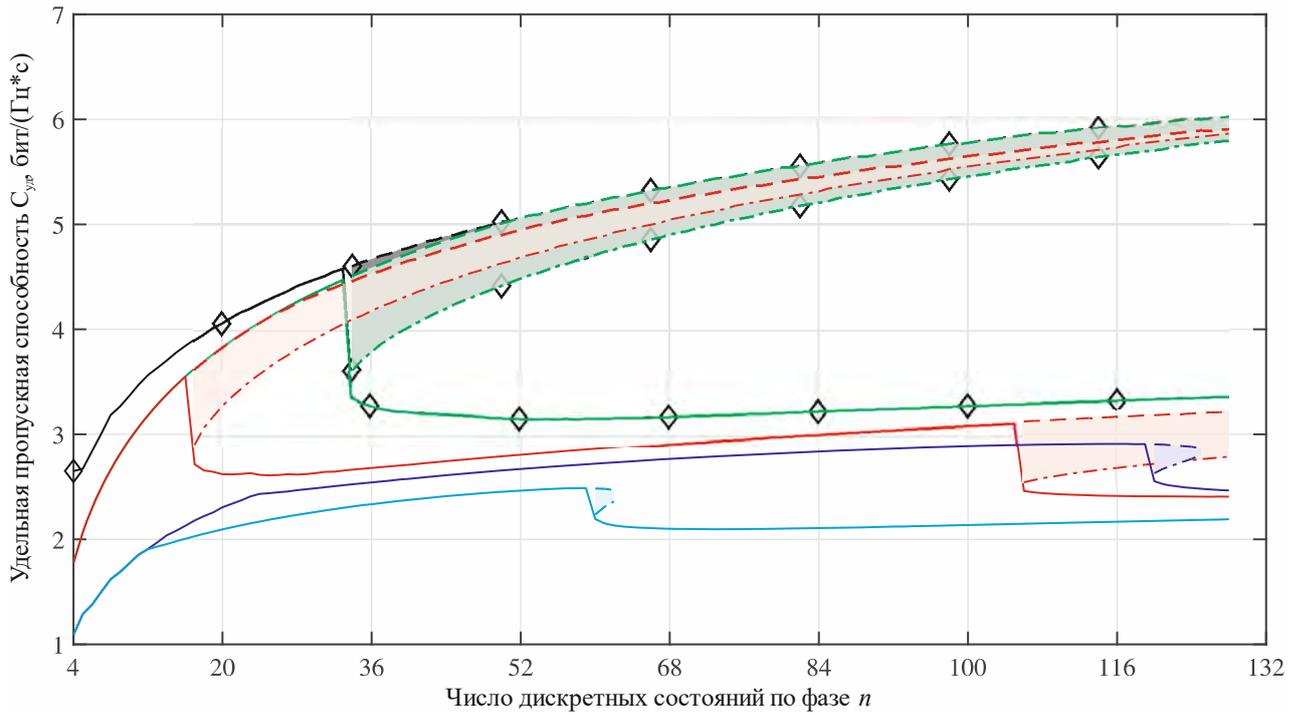


Рис. 4.17. Зависимость потенциальной удельной пропускной способности  $C_{уд}$  от числа дискретных состояний  $n$  в сигнальном созвездии для фильтра 2-го типа при  $\beta_{кр} = \sqrt{3}$ .

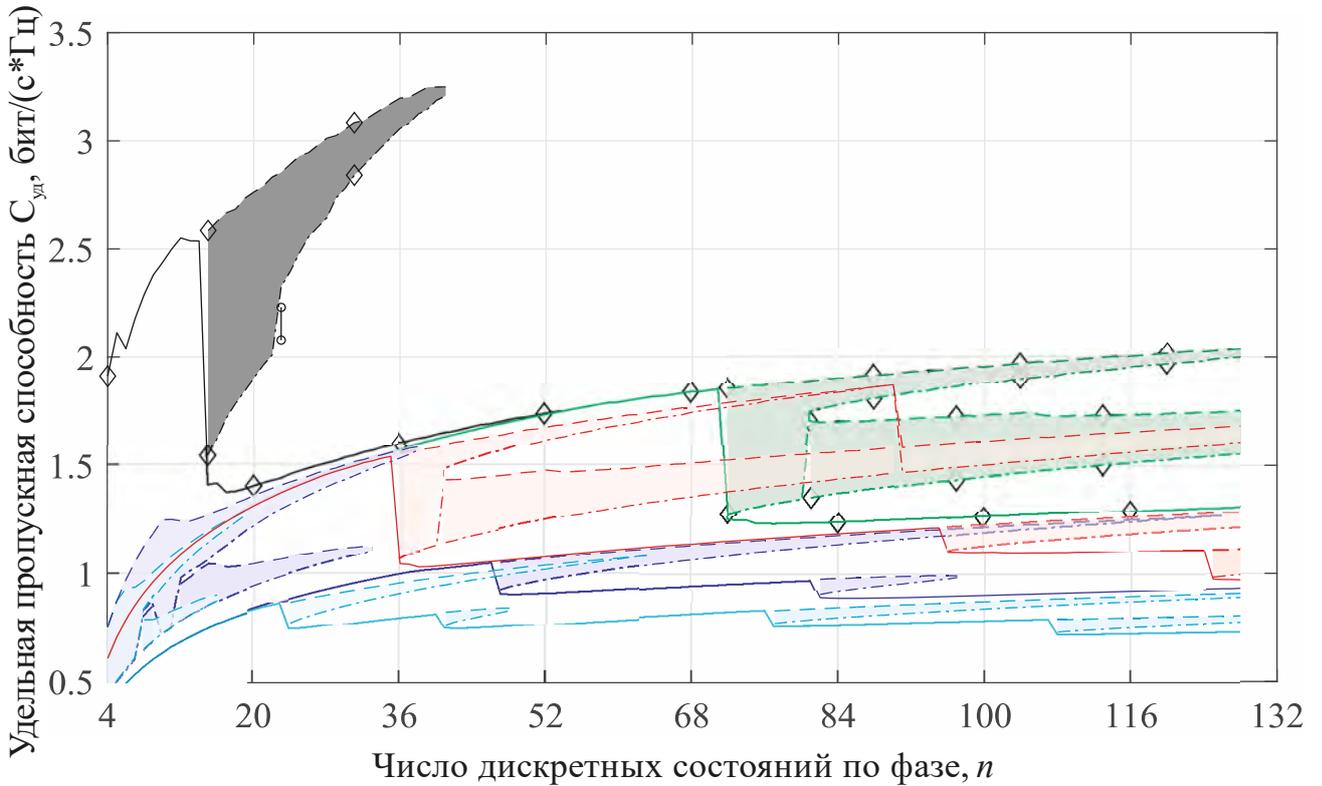


Рис. 4.18. Зависимость потенциальной удельной пропускной способности  $C_{уд}$  от числа дискретных состояний  $n$  в сигнальном созвездии для фильтра 2-го типа при  $\beta = 6$ .

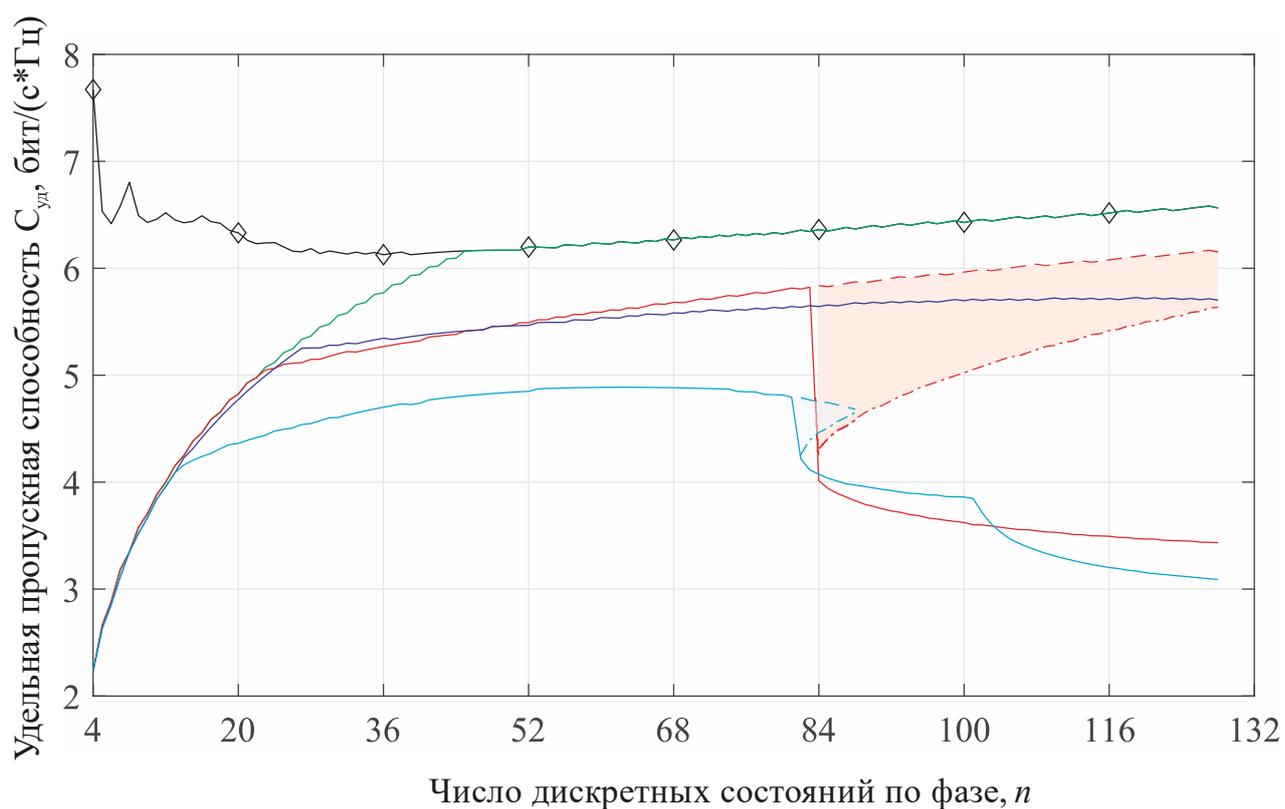


Рис. 4.19. Зависимость потенциальной удельной пропускной способности  $C_{уд}$  от числа дискретных состояний  $n$  в сигнальном созвездии для фильтра 3-го при  $\beta_{кр} = 0,486$ .

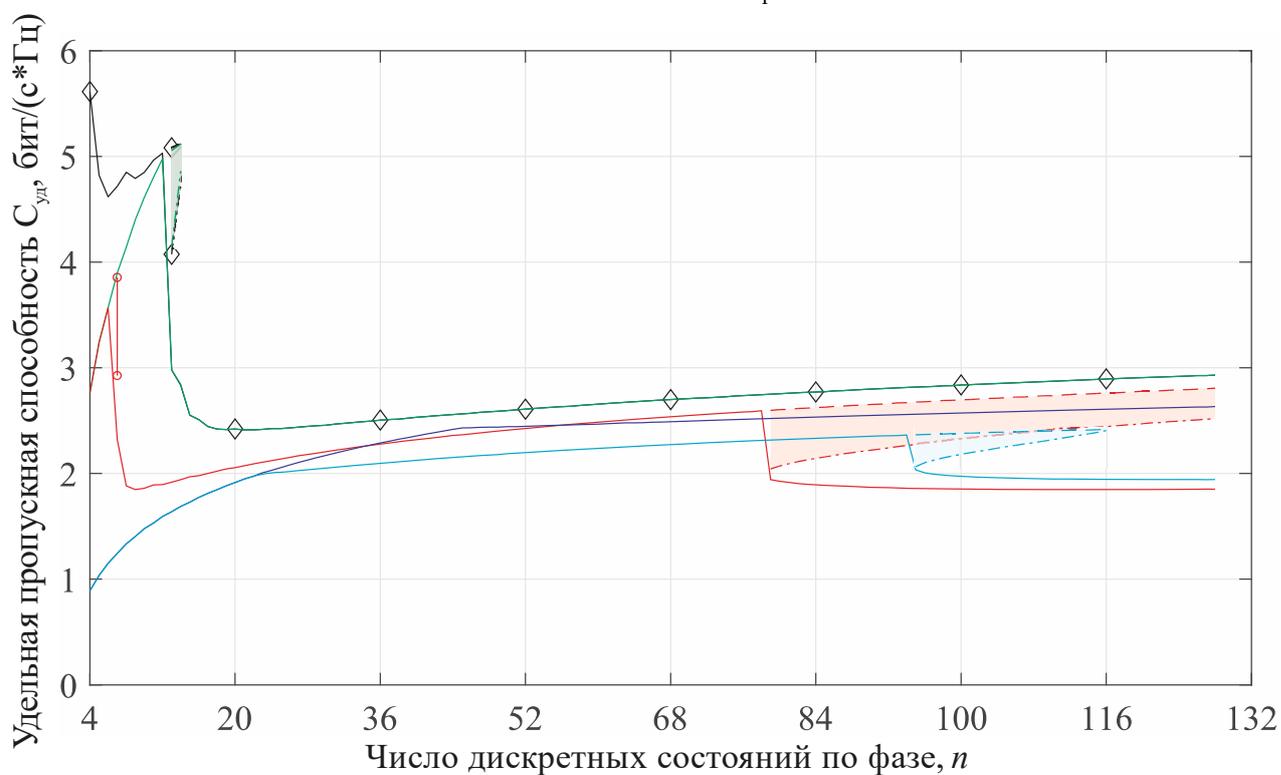


Рис. 4.20. Зависимость потенциальной удельной пропускной способности  $C_{уд}$  от числа дискретных состояний  $n$  в сигнальном созвездии для фильтра 3-го типа при  $\beta = 1,15$ .

#### 4.6.2 Результаты апробации методов оценки пропускной способности для АФМн- $N$ -сигналов

В данном подразделе представлены результаты апробации аналитического и численного методов оценки пропускной способности частотно-селективных каналов связи при использовании АФМн- $N$ -сигналов, и взаимного сравнения получаемых с их помощью результатов.

Ряд результатов, полученных при выполнении функциональных этапов обоих методов, представлен в приложении 3.

Для анализа результатов взаимного сравнения получаемых оценок пропускной способности воспользуемся относительной погрешностью по оценке пропускной способности при заданном значении  $N$ , в данном случае определяемой, отношением разности, взятой по абсолютному значению при данном значении  $N$ , между оценками пропускной способности, полученными аналитическим и численным методом, взятой по абсолютному значению, к значению, полученному численным методом.

На основании результатов, полученных в ходе выполнения функциональных этапов разработанных методов (см. приложение 3), были сделаны следующие выводы, которые справедливы для частотно-селективных каналов связи, чьи результирующие амплитудно- и фазочастотная характеристики обладают четной и нечетной симметрией, соответственно, относительно их средней частоты:

1) Так же, как и в случае с ФМн- $n$ -сигналами для АФМн- $N$ -сигналов наличие неравномерностей у АЧХ канала связи в полосе пропускания приводит к увеличению количества наблюдаемых «окон прозрачности».

2) Наличие расстройки по частоте в общем случае приводит к уменьшению числа «окон прозрачности».

3) С точки зрения повышения скорости передачи за счет «окон прозрачности» наибольший интерес представляют сигнальные созвездия с одинаковым числом дискретных состояний по амплитуде и фазе ( $n = m$ ). Это

обусловлено тем, что в этом случае «окна прозрачности» обладают наибольшей протяженностью, а длительность символа, при котором они начинаются, является наименьшей относительно случаев, когда  $n \neq m$ . Таким образом применение таких сигнальных созвездий в частотно-селективных каналах позволяет обеспечить наибольшую потенциальную пропускную способность при использовании АФМн- $N$ -сигналов.

4) Возрастание предельных ошибок измерений огибающей и мгновенной фазы, вносимых приемником, при условии сохранения «окон прозрачности», которые наблюдаются, в том числе, и при отсутствии расстройки по частоте, приводит к симметричному уменьшению интервалов длительностей символов для каждого  $\nu$ -ого окна, при которых они наблюдаются, в общем случае к длительности символа  $(\tau_{\text{АФ.н.ок}_\nu} + \tau_{\text{АФ.к.ок}_\nu}) / 2$ .

5) При использовании численного метода для рассматриваемых типов фильтров эффективная память не превосходит 5 символов, а минимальное число реализаций модулирующей информационной последовательности, для обеспечения циклостационарности, составляет  $N_{\text{мин}} < 5 \times 10^4$  при  $\lambda_{\text{ош}} = 0,01$ .

Проверку корректности разработанных методов для АФМн- $N$ -сигналов будем производить для КЧХ канала, определяемых фильтрами 1 и 2-ого типов, когда число дискретных состояний по фазе и амплитуде является одинаковым, то есть  $n = m = \sqrt{N}$ . Для получения результатов будем использовать следующие параметры  $M_{\text{сс}} = \Delta M_{\text{ш}} \left( 0,5 \operatorname{cosec} \frac{\pi}{n} - 1 \right)$ ,  $\alpha_0 = 0,499$ ,  $\Delta_0 = 0,499$ ,  $\mu_\psi = 0$ ,  $\mu_H = 0$ ,  $\rho_0 = 0$ , а  $\Delta\Omega_0 \varepsilon_{\text{раз}} = 3,5 \times 10^{-3}$ . Значение начального фазового сдвига полагалось  $\varphi_{\text{сс}} = \pi / n$  при чётном значении  $n$  и  $\varphi_{\text{сс}} = 0$  – когда  $n$  принимает нечетные значения. Выбор типов фильтров обусловлен анализом результатов, представленных в приложении 3.

На рисунках 4.21 – 4.24 используются следующие обозначения: оценки пропускной способности, полученные аналитическим методом – *черная линия* и

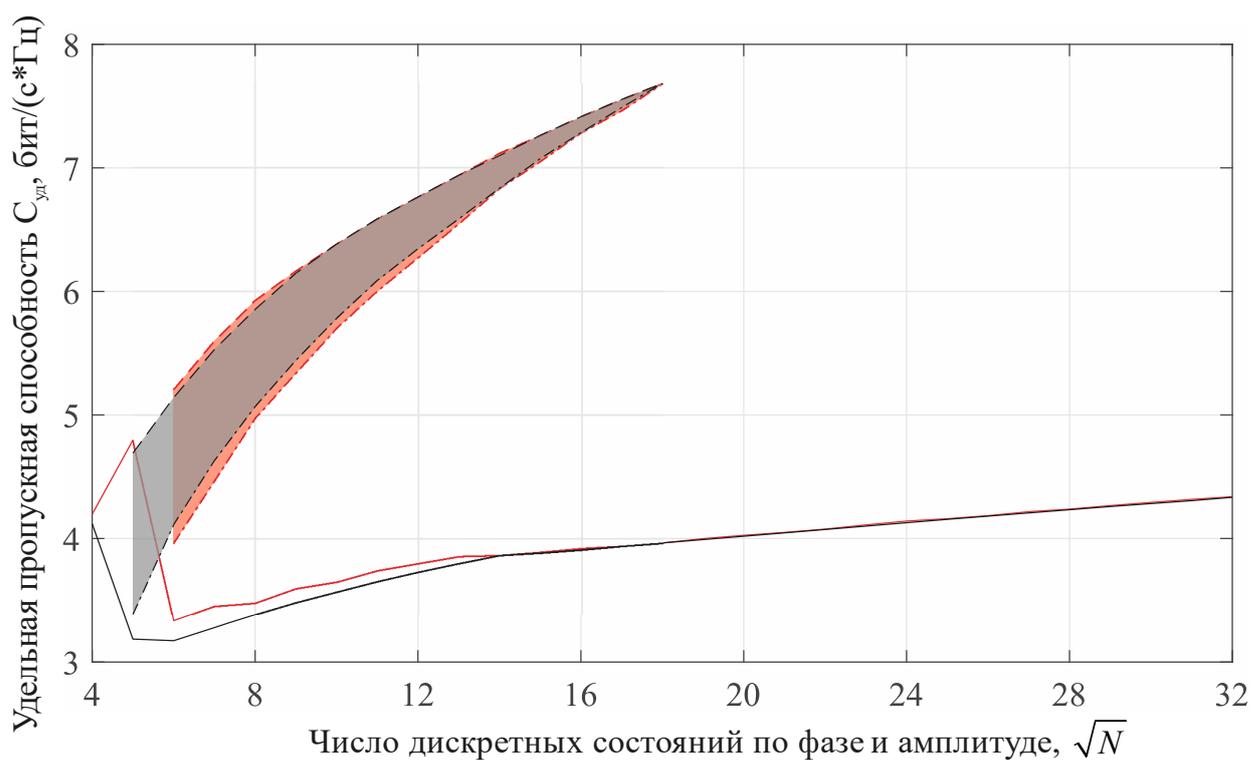


Рис. 4.21. Зависимости оценок удельной пропускной способности от числа дискретных состояний по фазе и амплитуде в сигнальном созвездии для фильтра 1-го типа при степени связи между контурами  $\beta_{кр} = 1$ .

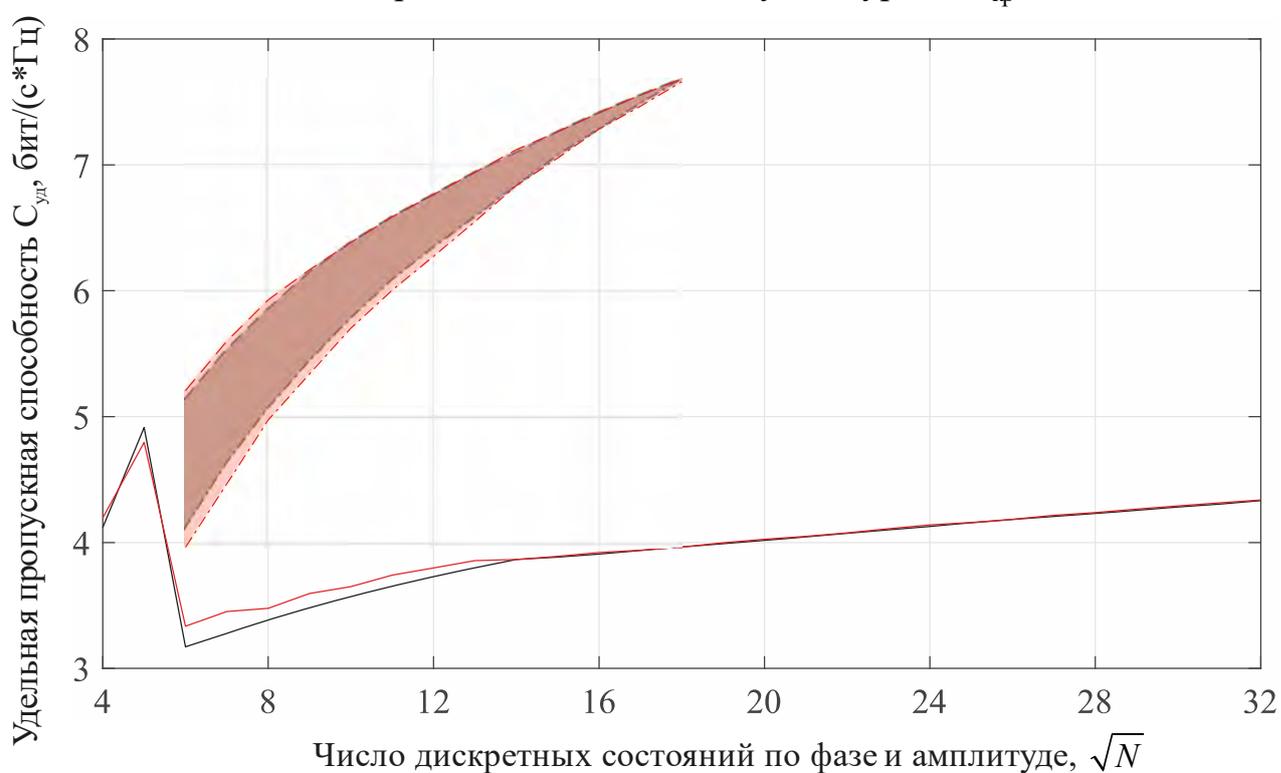


Рис. 4.22. Зависимости оценок удельной пропускной способности от числа дискретных состояний по фазе и амплитуде в сигнальном созвездии для фильтра 1-го типа при степени связи между контурами  $\beta_{кр} = 1$  с учётом особенности получения решения аналитическим методом

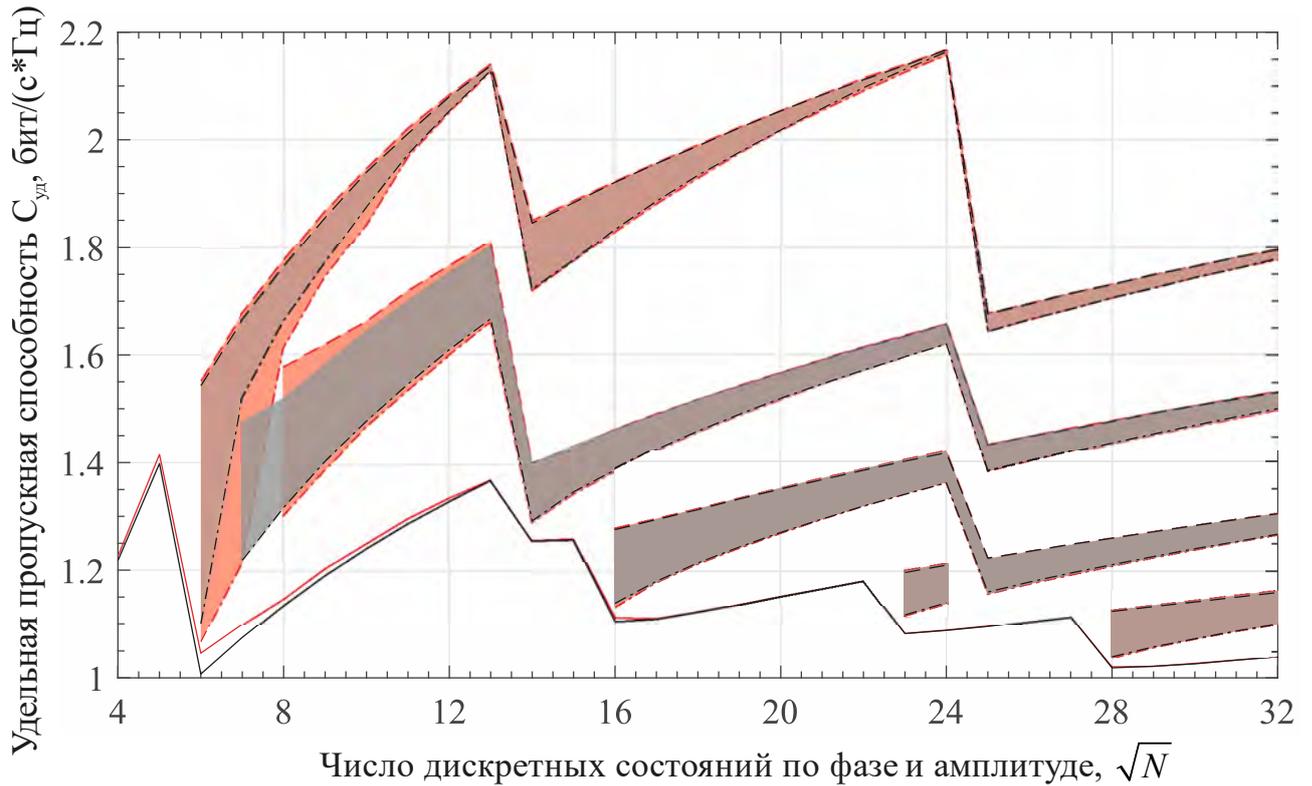


Рис. 4.23. Зависимости оценок удельной пропускной способности от числа дискретных состояний по фазе и амплитуде в сигнальном созвездии для фильтра 2-го типа при степени связи между контурами  $\beta=6$ .

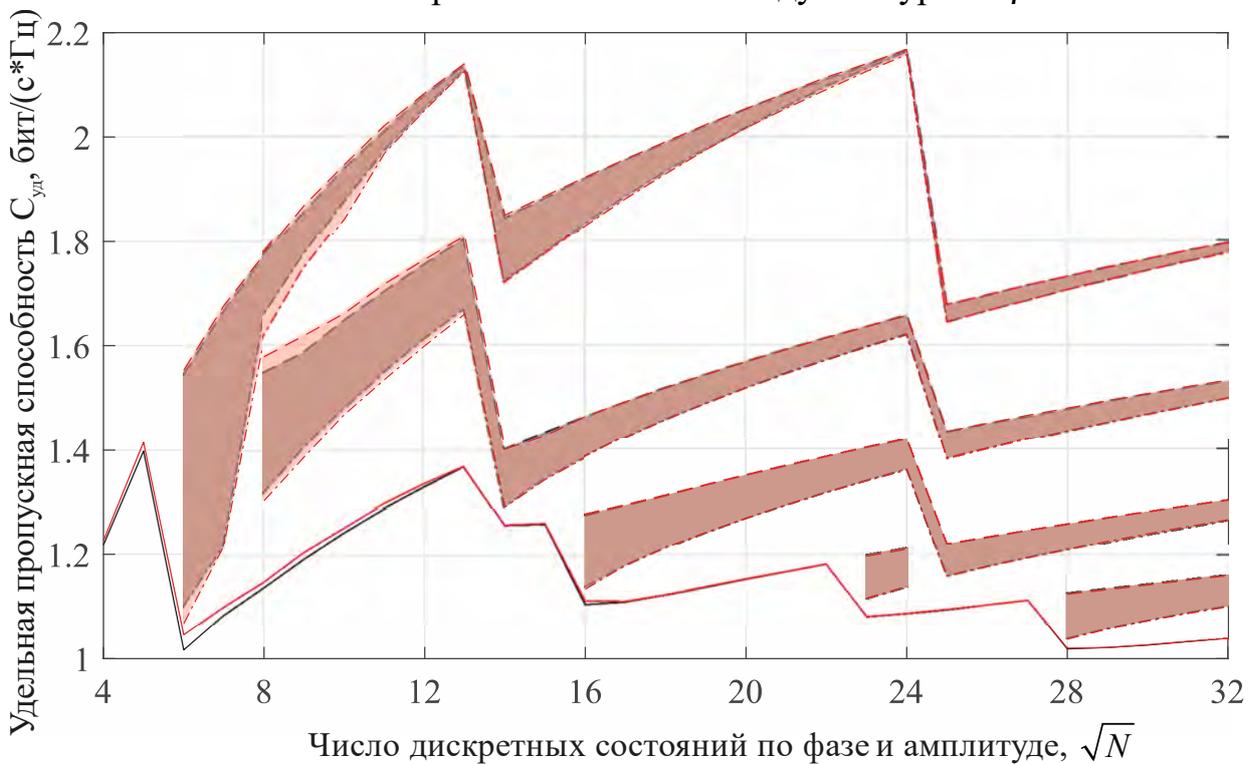


Рис. 4.24. Зависимости оценок удельной пропускной способности от числа дискретных состояний по фазе и амплитуде в сигнальном созвездии для фильтра 2-го типа при степени связи между контурами  $\beta=6$  с учётом особенности получения решения аналитическим методом

*черная заштрихованная область*; оценки пропускной способности, полученные численным методом – *красная линия и красная заштрихованная область*. Тип оценки пропускной способности: оценка пропускной способности без использования «окон прозрачности» – *сплошная линия*; верхняя и нижняя граница пропускной способности при использовании «окна прозрачности» – *штриховая и штрихпунктирная линия*, соответственно. «Окно прозрачности» – *заштрихованная область*.

Анализируя результаты на рисунках 4.21 – 4.24, можно прийти к следующим выводам о результатах апробации.

Скорость сходимости разработанного аналитического метода для АФМн- $N$ -сигнала к разрешающему времени более быстрая, чем у численного, что обусловлено теми же факторами, что и для ФМн- $n$ -сигналов и приводит к тем же результатам. Так для фильтра 1-ого типа при  $\beta_{кр}=1$  это можно наблюдать для сигнального созвездия ( $n = 5, m = 5$ ), при использовании  $t_{ну1}$ , полученного посредством аналитического метода, наблюдается полное совпадение структур решений численного (эффективная память составляет 3 символа) и аналитического решений.

При полном решении аналитический метод для данного сигнального созвездия использует  $t_{ну4}$ . При этом, на основании наибольшего значения эффективной памяти для данного случая полный перебор требует рассмотрения последовательностей, состоящих из 6 символов, что в данном случае требует перебора различных  $25^6 = 244140625$  последовательностей<sup>1</sup>. Для фильтра 2-ого типа при  $\beta=6$  данные особенности наблюдаются для сигнальных созвездий ( $n = 7, m = 7; n = 8, m = 8$ ). Так для  $n = 7, m = 7$  при использовании  $t_{ну1}$ , полученного посредством аналитического метода, наблюдается полное совпадение структур решений с численным методом. При полном решении аналитический метод для

---

<sup>1</sup> Полный перебор произвести затруднительно в силу ограниченности вычислительных ресурсов

данного сигнального созвездия использует  $t_{\text{н}y_5}$ , при этом на основании наибольшего значения эффективной памяти, для данного случая полный перебор требует рассмотрения последовательностей, состоящих из 6 символов, то есть перебора последовательностей  $49^6 = 13841287201$ . Для сигнального созвездия  $n = 8$   $m = 8$  при использовании  $t_{\text{н}y_3}$ , полученного посредством аналитического метода, наблюдается полное уменьшение погрешностей по решению по отношению с численным методом. При полном решении аналитический метод для данного сигнального созвездия использует  $t_{\text{н}y_6}$ . При этом, требуемый полный перебор на основании наибольшего значения эффективной памяти, для данного случая требует перебора последовательностей, состоящих из 9 символов, то есть перебора  $64^9 = 1801439850948198$  последовательностей.

С учётом особенностей, указанных в первом пункте, проведенный анализ по сравнению методов показал следующее: усреднённая относительная погрешность по пропускной способности не превосходит 1,3% до  $\sqrt{N} \leq 10$ , при этом относительная погрешность по пропускной способности уменьшается с увеличением числа дискретных состояний в сигнальном созвездии. При малых значениях  $N$ , она в худшем не превосходит случаев 5%. Таким образом можно заключить, что полученные результаты при заданных условиях их применения являются корректными и достаточно хорошо соотносятся между собой.

Дополнительно анализируя зависимости, приведенные на рисунках 4.21 – 4.24 с точки зрения повышения пропускной способности можно прийти к следующим выводам:

– Увеличение числа дискретных состояний в сигнальном созвездии не приводит к неограниченному росту пропускной способности, что полностью согласуется с результатами работ [75,261,395,396], что также характерно при использовании ФМн- $n$ -сигналов. При этом для АФМн- $N$ -сигналов основной рост пропускной способности наблюдается при  $\sqrt{N} \leq 12$ .

– При использовании АФМн- $N$ -сигналов в отличие от ФМн- $n$ -сигнала в условиях сильных неравномерностей в полосе пропускания (на примере фильтра 2-го типа при  $\beta = 6$ ) наблюдается некоторая периодичность в поведении окон прозрачности от числа дискретных состояний в сигнальном созвездии.

– Так же, как и для ФМн- $n$ -сигналов, использование «окон прозрачности» позволяет получить выигрыш по сравнению с пропускной способностью, достигаемой без их использования, в среднем составляет 1,2...1,9 раза при заданном значении  $N$ .

Более детальные выводы по возможности повышения пропускной способности и возможностям построения РСПИ на базе теории разрешающего времени представлены в подразделе 5.5.

#### ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 4

1. Для созданных в главе 3 математических моделей информационных ЧСКС фазовых РСПИ ППИ, реализующие теорию разрешающего времени были разработаны аналитические и численные методы оценки пропускной способности и разрешающего времени, синтезированы алгоритмы их реализации. Ограничения аналитических алгоритмов: отсутствие расстройки по частоте, область значений функции установления – множество вещественных чисел. Вычислительная сложность аналитических методов пропорциональна  $2^G$ , где  $G$  – эффективная память и не зависит от числа дискретных состояний сигнального созвездия; при этом их программная реализация допускает высокую степень параллельности вычислений. Представлены подходы к оптимизации аналитических алгоритмов с учётом применения кластеризации полиномов, используемых при оценке разрешающего времени с помощью аналитических методов, что существенным образом позволяют уменьшить их вычислительную сложность, что было учтено при проектировании алгоритмов.

2. Разработанный численный метод оценки пропускной способности и разрешающего времени обеспечивает работу при наличии расстройки по частоте и когда область значений функции установления составляют множество комплексных чисел (несимметричные КЧХ ЧСКС. Данный метод обладает высокой степенью параллельности вычислений, в силу использования матричных вычислений и обладает постоянной вычислительной сложностью.

3. Получена аналитическая оценка потенциальной пропускной способности в замкнутой форме для КЧХ резонансного фильтра, показана возможность обеспечения удельной пропускной способности до 9 бит/Гц\*с, когда ошибка измерений стремится к нулю, при использовании ФМн-4-сигнала, то есть со скоростью выше скорости Найквиста, и  $C_{уд} = 5,672$  бит/Гц\*с при приведенной ошибки измерения  $\mu_{\psi} = 0,24999$  и ФМн-5-сигнале.

4. Результаты апробации аналитических и численных методов оценки пропускной способности и разрешающего времени показали, показали их корректность, поскольку:

- Усреднённая относительная погрешность между оценками пропускной способности численного и аналитического метода не превосходит 0,5%, а сама относительная погрешность по пропускной способности уменьшается с увеличением числа дискретных состояний ФМн- $n$ -сигналов. При малых значениях  $n$ , она в худшем случае достигает 2,08%, за исключением  $n = 4$ . При  $n = 4$  она в среднем составляет 2,7%, а в наихудшем случае (наибольшее значение) не превышает 5,9%.

- Усреднённая относительная погрешность между оценками пропускной способности численного и аналитического метода не превосходит 1,3% до  $\sqrt{N} \leq 10$ , при этом относительная погрешность по пропускной способности уменьшается также с увеличением числа дискретных состояний в сигнальном созвездии  $N$ . В худшем случае она не превосходит 5% при малых значениях  $\sqrt{N} \leq 10$ , в худшем случае.

- При этом погрешность в оценках пропускной обусловлена более быстрой сходимостью аналитических методов оценки пропускной способности и разрешающего времени.

5. Выявлены новые свойства для рассматриваемого класса РСПИ:

а) при использовании ФМн- $n$ -сигналов. Так увеличение числа дискретных состояний в сигнальном созвездии, когда используются не рекомендованные значения  $\varphi_{cc}$ , при которых  $Q_{ор} = 0$ , приводит к уменьшению постоянной составляющей у вероятности ошибки на символ, но для малых значений  $n < 16$ , даже в условиях отсутствия расстройки по частоте, является существенным и может достигать значений в 12%. А использование оптимального постоянного фазового сдвига сигнального созвездия  $\varphi_{cc} = \pi / n$  для сигнальных созвездий с четным числом дискретных состояний  $n$ , обеспечивает отсутствие постоянной составляющей у зависимости вероятности ошибки на символ, вызванной межсимвольными искажениями, от длительности символа, по сравнению со случаем, когда  $\varphi_{cc} = 0$ . При наличии расстройки по частоте и компенсации постоянного фазового сдвига, вносимого ЧСКС, наилучшие показатели по скорости убывания вероятности ошибки на символ с увеличением длительности символа достигаются при  $\varphi_{cc} = \pi / n$  для сигнальных созвездий с чётным числом дискретных состояний по фазе  $n$ . Для ЧСКС с симметричными АЧХ и ФЧХ относительно его центральной частоты использование сигнальных созвездий с чётным числом дискретных состояний  $n$  при  $\varphi_{cc} \neq \pi / n$  приводит к различию в ходе кривых вероятности ошибки на символ при одинаковых значениях расстроек по частоте, но различающихся знаком

б) для обоих типов сигналов (ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигналы) наличие неравномерностей у амплитудно-частотной характеристики канала связи в полосе пропускания приводит к увеличению количества наблюдаемых «окон прозрачности». При этом наличие расстройки по частоте в общем случае приводит к уменьшению числа «окон прозрачности».

в) при использовании АФМн- $N$ -сигналов с точки зрения повышения скорости передачи за счет «окон прозрачности» наибольший интерес представляют созвездия с одинаковым числом дискретных состояний по амплитуде и фазе ( $n = m$ ) в сигнальном созвездии, поскольку они обладают наиболее протяженными «окнами прозрачности», а время начала первого окна прозрачности, которое и определяет потенциальную пропускную способность, является наименьшим относительно случаев, когда  $n \neq m$ . Возрастание предельных ошибок измерений огибающей и мгновенной фазы, вносимых приемником, при условии сохранения «окон прозрачности», которые наблюдаются в том числе и при отсутствии расстройки по частоте, приводит к симметричному уменьшению интервалов длительностей символов для каждого  $v$ -го «окна прозрачности», при которых они существуют, в общем случае к длительности символа  $(\tau_{\text{АФ.н.ок}_v} + \tau_{\text{АФ.к.ок}_v}) / 2$ .

г) с увеличением уровня неравномерности АЧХ ЧСКС в полосе пропускания наблюдается уменьшение значения числа дискретных состояний сигнального созвездия, начиная с которого наблюдаются «окна прозрачности».

д) для обоих типов рассматриваемых сигналов повышение пропускной способности в рассматриваемых каналах связи возможно обеспечить за счёт использования «окон прозрачности». В этом случае выигрыш, оцениваемый как  $C_1' / C_{\text{б.ок}}$  при заданном значении  $n$ , при котором существуют «окна прозрачности», в среднем составляет 1,2...1,9 раза. При этом для ФМн- $n$ -сигналов наличие дополнительного ограничения в виде функционирования подсистемы шумоподавления с порогом 0,9 от стационарного значения амплитуды, приводит к снижению пропускной способности в целом. В общем случае, в наибольшей степени это проявляется при значениях числа дискретных состояний  $n$  не более 20.

е) наибольший рост пропускной способности при использовании ФМн- $n$ -сигналов наблюдается при малом числе дискретных состояний, уменьшаясь с увеличением  $n$ , а для АФМн- $N$ -сигналов – при  $\sqrt{N} \leq 12$ . С увеличением числа дискретных состояний пропускная способность стремится к конечному значению, что

позволяет говорить о том, что при увеличении алфавита канал с памятью обладает ограниченной пропускной способностью, что полностью согласуется с результатами работ [75,261,395,396].

д) при использовании АФМн- $N$ -сигналов, в отличии от ФМн- $n$ -сигнала, в условиях сильных неравномерностей в полосе пропускания (на примере фильтра 2-го типа при  $\beta = 6$ ) наблюдается некоторая периодичность в поведении окон прозрачности от числа дискретных состояний в сигнальном созвездии.

## **Глава 5. Практические аспекты реализации теории разрешающего времени для повышения пропускной способности фазовых РСПИ ППИ в частотно-селективных каналах связи**

В данной главе: 1) представлены оценки требуемой вычислительной производительности и среднее время выполнения разработанных алгоритмов на одно сигнальное созвездие при использовании созданного соискателем программного обеспечения в среде Matlab; 2) даны рекомендации по технической реализации алгоритмов за счёт использования универсальных вычислительных платформ отечественного производства на базе процессоров Эльбрус; 3) представлена обобщенная структурная схема фазовой РСПИ ППИ, которая реализует теорию разрешающего времени для повышения пропускной способности в ЧСКС и алгоритм её адаптивного управления скоростью передачи информации в зависимости от сигнально помеховой обстановки на базе теории разрешающего времени; 4) представлена функциональная схема фазовой РСПИ ППИ для 3 кГц парциального ионосферного декаметрового ЧСКС, управление режимами работы которой осуществляется на базе теории разрешающего времени; 5) разработаны методы оценки помехоустойчивости фазовой РСПИ ППИ на базе ТРВ; 6) разработаны инженерные методы анализа эффективности работы РСПИ ППИ с ФМ $n$ - $n$ - и АФМ $n$ - $N$ - сигналами, функционирующих на основе теории разрешающего времени, и программное обеспечение которое их реализует; 7) с помощью инженерных методов анализа эффективности фазовых РСПИ ППИ на базе ТРВ, получен ряд результатов, который указывает на стабильность «окон прозрачности» к воздействию дестабилизирующих факторов и возможность их применения для повышения пропускной способности, определены конфигурации сигнальных созвездий АФМ $n$ - $N$ -сигнала, обеспечивающих наибольшую протяженность ОП по длительностям символов и по расстройке по частоте; 8) для декаметрового ионосферного парциального 3кГц ЧСКС с двухлучевым распространением и задержкой 185 мкс, имеющим приблизительно одинаковую

мощность, при доплеровском расширении спектра в 0,5 Гц показан выигрыш по пропускной способности более 25% и по помехоустойчивости на 5,93 дБ при  $BER=10^{-3}$  в случае использования ФМн-4-сигнала по сравнению с результатом, которые достигаются в STANAG 4539.

## 5.1 Оценка времени выполнения разработанных алгоритмов ТРВ на одно сигнальное созвездие [144]

В данном разделе производится оценка времени выполнения разработанных алгоритмов определения разрешающего времени и пропускной способности на одно сигнальное созвездие.

Для оценки времени выполнения разработанных алгоритмов использовалось созданное соискателем программное обеспечение и программные комплексы [236,237,239], реализованные на языке интерпретатора М среды Matlab/Simulink.

Оценка времени выполнения разработанных алгоритмов на одно сигнальное созвездие производилось на универсальной вычислительной платформе Dell Precision 7540-5260 (основные технические характеристики представлены на рисунке 5.1.

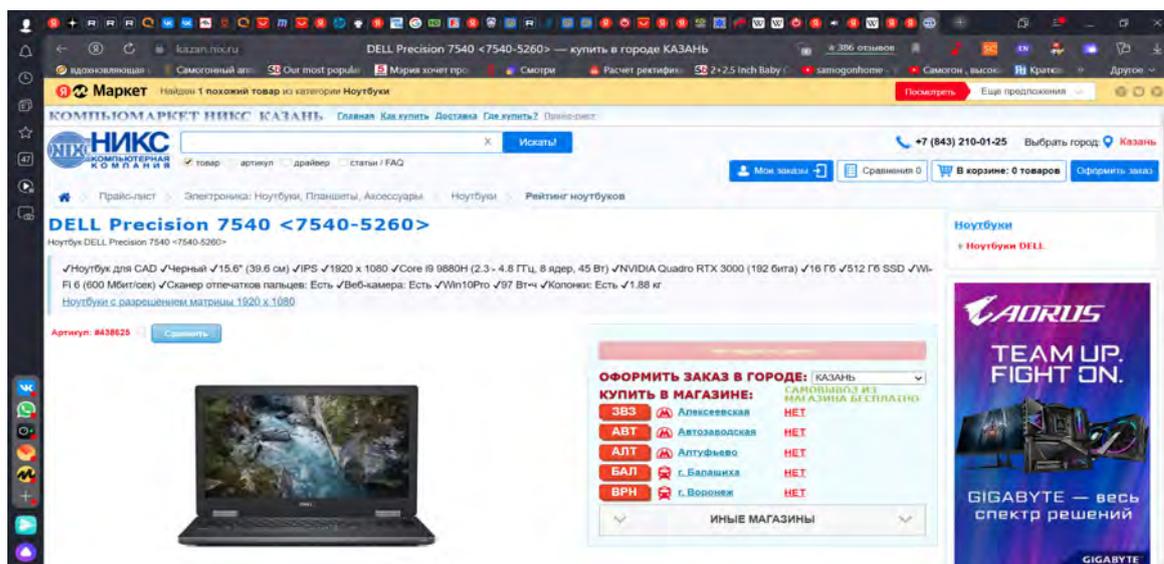


Рисунок 5.1. Конфигурация Dell Precision 7540-5260

Основные параметры моделирования, используемые при оценке времени выполнения разработанных алгоритмов, представлены в таблице 5.1, а второстепенные – в приложении П4.3. В приложении П4.3 также приведён ряд дополнительных материалов по моделированию и замеру времени выполнения разработанных алгоритмов.

Таблица 5.1 Параметры, используемые для оценки разрешающего времени и пропускной способности на одну конфигурацию сигнального созвездия

Тип сигнала	$\alpha_0, \Delta_0$	Число дискретных состояний	Тип ЛИС	Точность оценки разрешающего времени. $\Delta\Omega_0 \epsilon_{\text{раз}}$
Аналитический методы оценки				
ФМн-п-сигнал	$\alpha_0=0,499$	$n \in [4;128]$	Фильтр 1-го типа, $\beta=1$	$3,5 \cdot 10^{-3} \alpha_{\Delta} = 0,0049$
			Фильтр 1-го типа, $\beta=2,41$	$3,5 \cdot 10^{-3} \alpha_{\Delta} = 0,0109$
			Фильтр 2-го типа, $\beta=6$	0,01
АФМ-N-сигнал	$\alpha_0=0,499;$ $\Delta_0=0,499$	$\sqrt{N} \in [4;32]$	Фильтр 1 типа, $\beta=1$	$3,5 \cdot 10^{-3}$
			Фильтр 1 типа, $\beta=2,41$	$3,5 \cdot 10^{-3} \alpha_{\Delta} = 0,0109$
			Фильтр 2-го типа, $\beta=6$	0,01
Численный метод оценки				
АФМн-N-сигнал	$\alpha_0=0,499;$ $\Delta_0=0,499$	$N=256$	Фильтр 1-го типа, $\beta=2,41$	$2,5 \cdot 10^{-2}$

При проведении вычислений в среде Matlab по разработанным алгоритмам использовался только центральный процессор (ЦП), в данном случае – процессор общего назначения Intel Core I9 9880H (рисунок 5.1). Используемый формат представления чисел – числа с двойной точностью (FP-64).

Оценка вычислительной производительности процессора Intel Core I9 9880H была осуществлена с помощью программного обеспечения LinX v.0.9.11. Результаты оценки представлены на рисунке 5.2 и в табл. 5.2.

Табл. 5.2. Производительность Intel Core I9 9880H при операциях с числами с двойной точностью (FP64), полученная в тесте LinX v.0.9.11

Тип производительности FP64	ГФлоп/с
Пиковая	215
Средняя	177

```

Intel(R) LINPACK 64-bit data - LinX v0.9.11 for Intel

Current date/time: Tue Apr 12 23:39:29 2022

CPU frequency:      4.487 GHz
Number of CPUs: 1
Number of cores: 8
Number of threads: 16

Parameters are set to:

Number of tests: 1
Number of equations to solve (problem size) : 12153
Leading dimension of array                   : 12168
Number of trials to run                      : 10
Data alignment value (in Kbytes)            : 4

Maximum memory requested that can be used=1183269088, at the size=12153

===== Timing linear equation system solver =====

Size  LDA   Align.  Time(s)   GFlops   Residual   Residual(norm)  Check
12153 12168  4        5.644    212.0731 1.496156e-10 3.446058e-02    pass
12153 12168  4        5.559    215.3197 1.434548e-10 3.304158e-02    pass
12153 12168  4        6.875    174.1089 1.496156e-10 3.446058e-02    pass
12153 12168  4        7.230    165.5602 1.362612e-10 3.138471e-02    pass
12153 12168  4        7.221    165.7576 1.372158e-10 3.160457e-02    pass
12153 12168  4        7.150    167.4027 1.289108e-10 2.969170e-02    pass
12153 12168  4        7.136    167.7239 1.496156e-10 3.446058e-02    pass
12153 12168  4        7.114    168.2518 1.496156e-10 3.446058e-02    pass
12153 12168  4        7.199    166.2699 1.496156e-10 3.446058e-02    pass
12153 12168  4        7.113    168.2610 1.417825e-10 3.265640e-02    pass

Performance Summary (GFlops)

Size  LDA   Align.  Average  Maximal
12153 12168  4        177.0729 215.3197

Residual checks PASSED

End of tests

```

10/10 | 64-비트 16 ThreadsAI | 215.3197 GFLOPS Peak | Intel® Core™ i9-9880H | < Table

Рисунок 5.2. Результаты LinX v.0.9.11 оценки производительности Intel Core i9- 9880H на Dell Precision 7540-5260

Результаты оценки времени выполнения разработанных алгоритмов представлены в табл. 5.3, а также в виде их части – на рисунках 5.3 – 5.9, там же приведены настройки, которые при этом использовались.

Табл.5.3 Результаты оценки времени выполнения разработанных алгоритмов на одну конфигурацию сигнального созвездия

Тип сигнала	Число дискретных состояний	Среднее время вычисления разрешающего времени и пропускной способности на одну конфигурацию сигнального созвездия
Аналитический методы оценки		
ФМн- $n$ -сигнал	$n \in [4; 128]$	39,7 мс
АФМн- $N$ -сигнал	$\sqrt{N} \in [4; 32]$	152,9 мс
Численный метод оценки		
АФМн- $N$ -сигнал	$N=256$	1,65 с

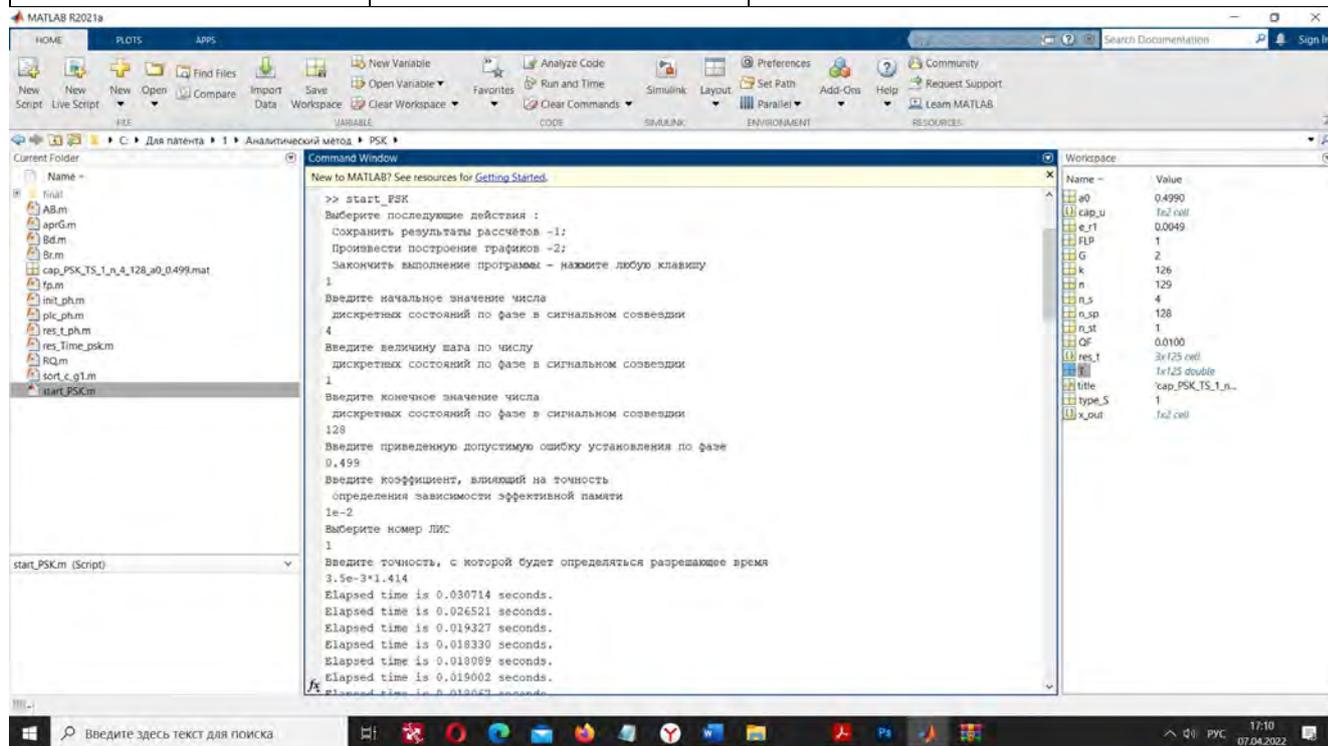


Рисунок 5.3. Параметры моделирования [237], используемые при оценке разрешающего времени и пропускной способности для ФМн- $n$ -сигнала, при использовании алгоритма на базе аналитического метода и часть результатов по оценке времени выполнения разработанного алгоритма на одно сигнальное созвездие. Фильтр 1-го типа при  $\beta=1$ .

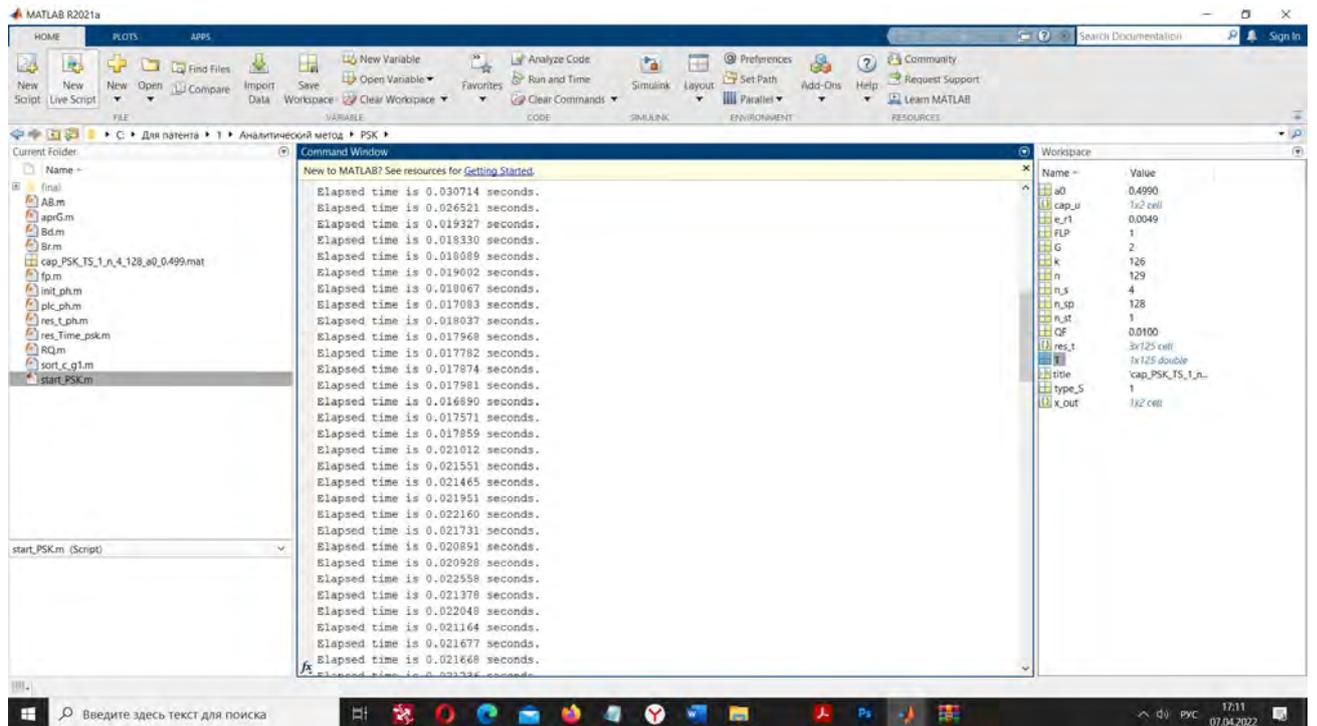


Рисунок 5.4. Демонстрация результатов по оценке времени выполнения на одно сигнальное созвездие разработанного алгоритма определяющего разрешающего времени и пропускной способности для ФМН- $n$ -сигнала, построенного на базе аналитического метода [237]. Фильтр 1-го типа при  $\beta=1$ .

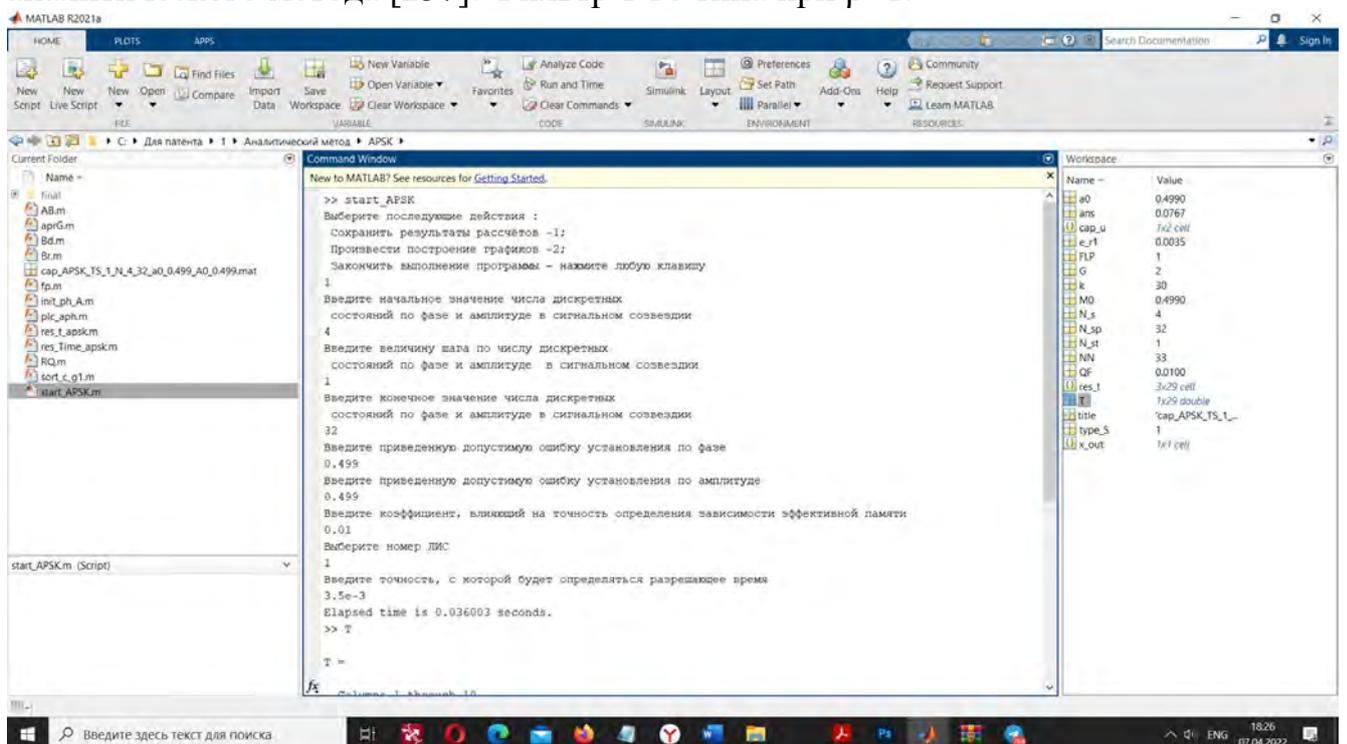


Рисунок 5.5. Параметры моделирования [236], используемые при оценке разрешающего времени и пропускной способности для АФМН- $N$ -сигнала с помощью алгоритма, построенного на базе аналитического метода, и часть результатов по оценке времени выполнения разработанного алгоритма на одно сигнальное созвездие. Фильтр 1-го типа при  $\beta=1$ .

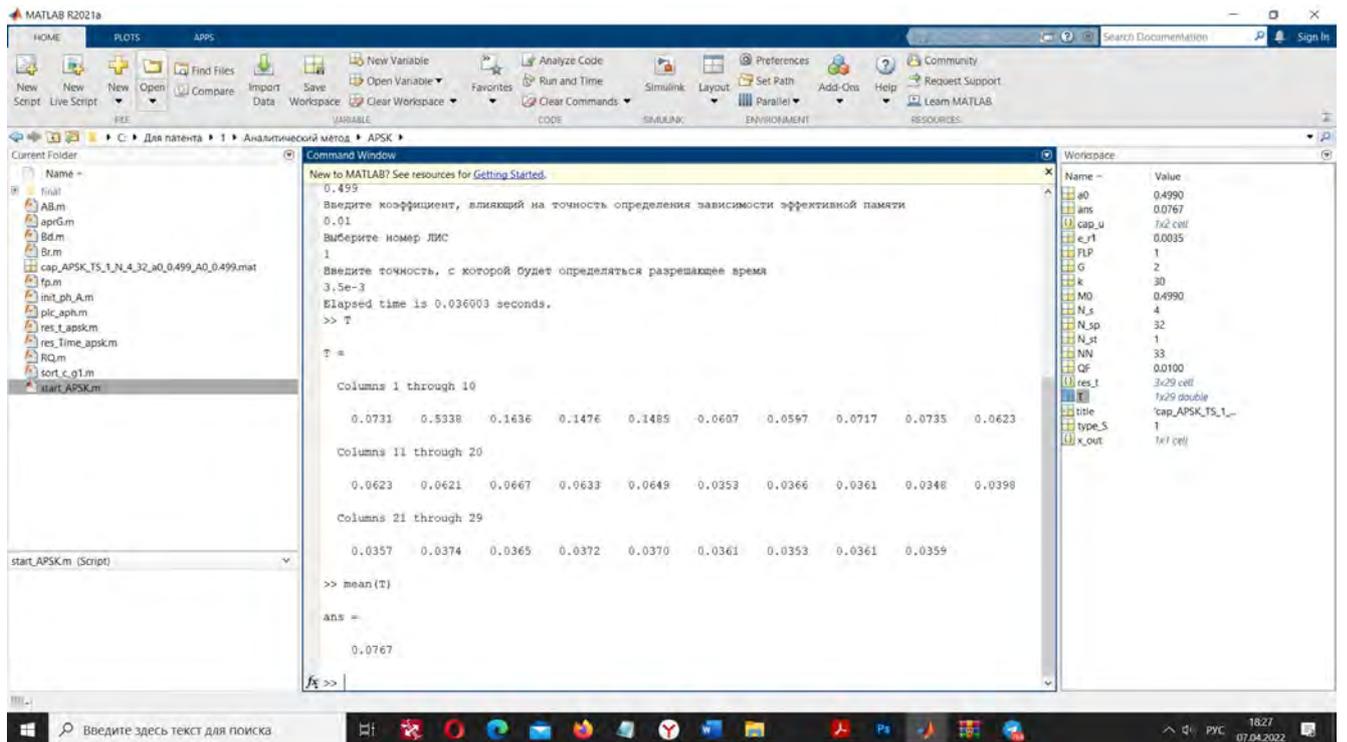


Рисунок 5.6. Демонстрация результатов по оценке времени выполнения на одно сигнальное созвездие разработанного алгоритма определения разрешающего времени и пропускной способности для АФМн- $N$ -сигнала, построенного на базе аналитического метода [236]. Фильтр 1-го типа при  $\beta=1$ .

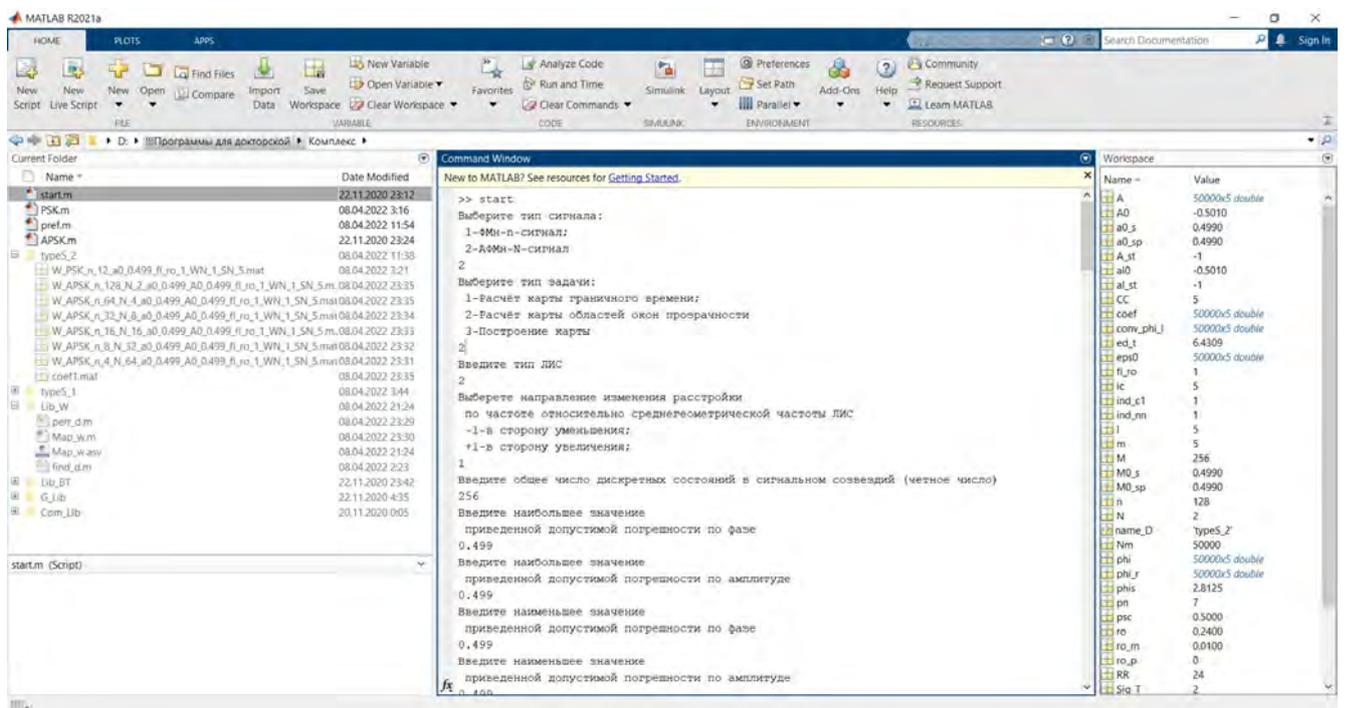


Рисунок 5.7. Параметры моделирования [239], используемые при оценки разрешающего времени для АФМн-256-сигнала, при использовании алгоритма, построенного на базе численного метода. Фильтр 1-го типа при  $\beta=2,41$ .

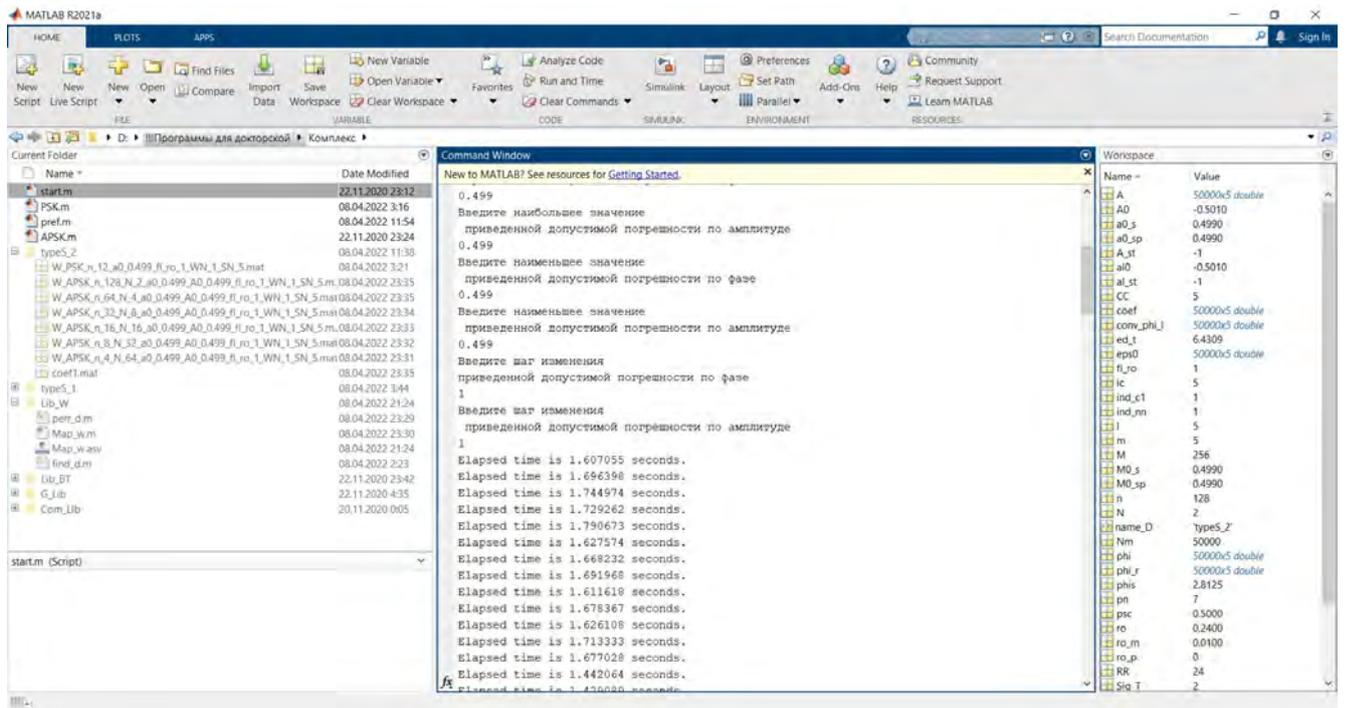


Рисунок 5.8. Параметры моделирования [239], используемые при оценке разрешающего времени для АФМн-256-сигнала, при использовании алгоритма, построенного на базе численного метода и практические результаты по оценке времени выполнения разработанного алгоритма на одно сигнальное созвездие. Фильтр 1-го типа при  $\beta=2,41$ .

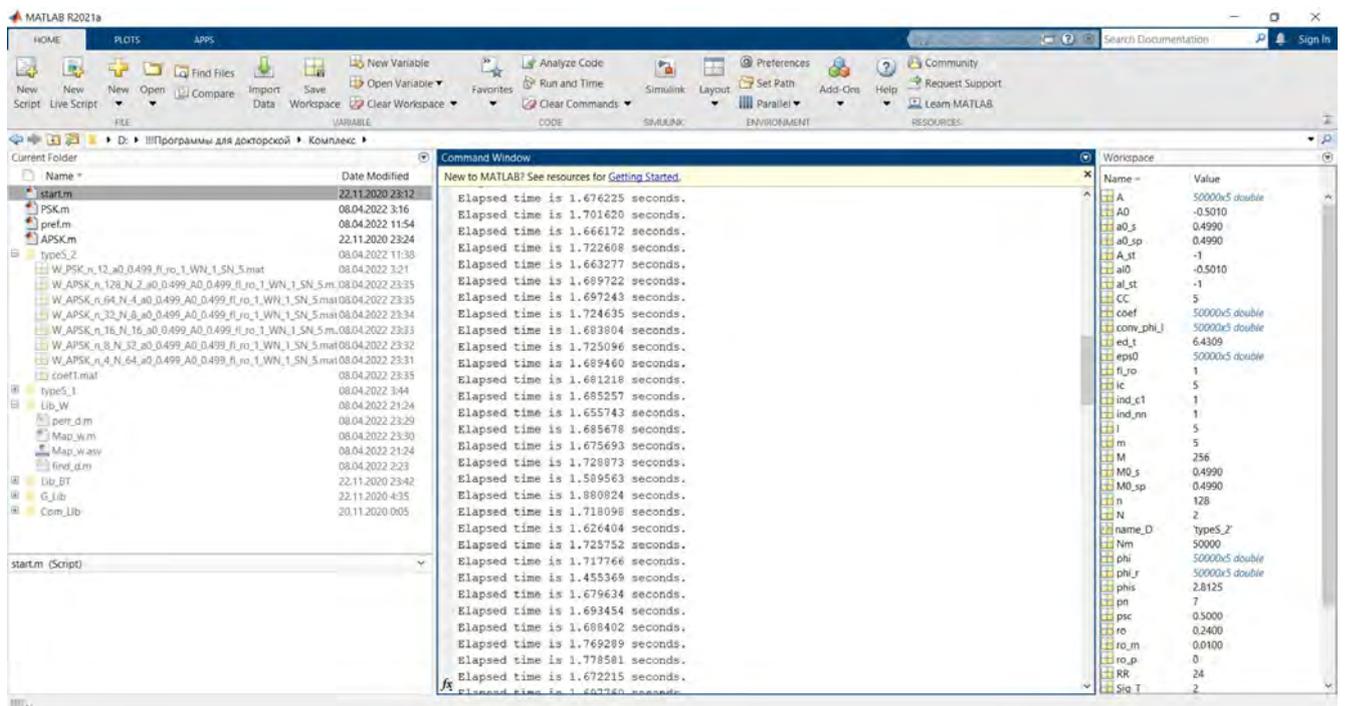


Рисунок 5.9. Практические результаты по оценке времени выполнения разработанного алгоритма на одно сигнальное созвездие при использовании АФМн-256-сигнала и алгоритма на базе численного метода в форме программного обеспечения [239]. Фильтр 1-го типа при  $\beta=2,41$ .

## 5.2 Базовая структурная схема фазовой РСПИ ППИ на базе теории разрешающего времени и алгоритм её работы

В данном разделе представлена базовая структурная схема фазовой РСПИ ППИ, реализующая разработанные в диссертации алгоритмы оценки пропускной способности на базе теории разрешающего времени, которые используются для адаптивного управления её скоростью передачи информации в ЧСКС. Данная схема обеспечивает общее понимание функционирования РСПИ ППИ без учёта особенностей её технической реализации для конкретного частотного диапазона. Это обусловлено тем, что при её практической реализации для каждого из частотных диапазонов требуется дополнительная проработка вопросов по известным протоколам канального уровня, структуре информационного кадра, периода квазистационарности канала, решений по вспомогательным подсистемам (автоматической регулировки усиления, автоматической подстройки частоты, системы символьной и кадровой синхронизации и т.д.) и форме реализации обратного канала связи.

В следующем разделе решение указанных вопросов представлено для фазовой РСПИ ППИ, которая осуществляет передачу информации в парциальном 3 кГц декаметровом ионосферном канале.

Из анализа результатов, полученных в главе 3 и 4, следует, что построение при построении фазовой РСПИ ППИ на базе ТРВ, необходимо учесть процедуру работы системы при использовании сервисного канала. Её базовая структурная схема, с указанием новых функциональных (алгоритмических) процедур представлена на рисунке 5.10. Комплексный алгоритм функционирования разработанной РСПИ ППИ представлен на рисунке 5.11.

Приведем основные этапы работы её функционирования в форме алгоритма:

*1-й этап.* Осуществляется ввод списка средних частот парциальных каналов и их полосы пропускания.

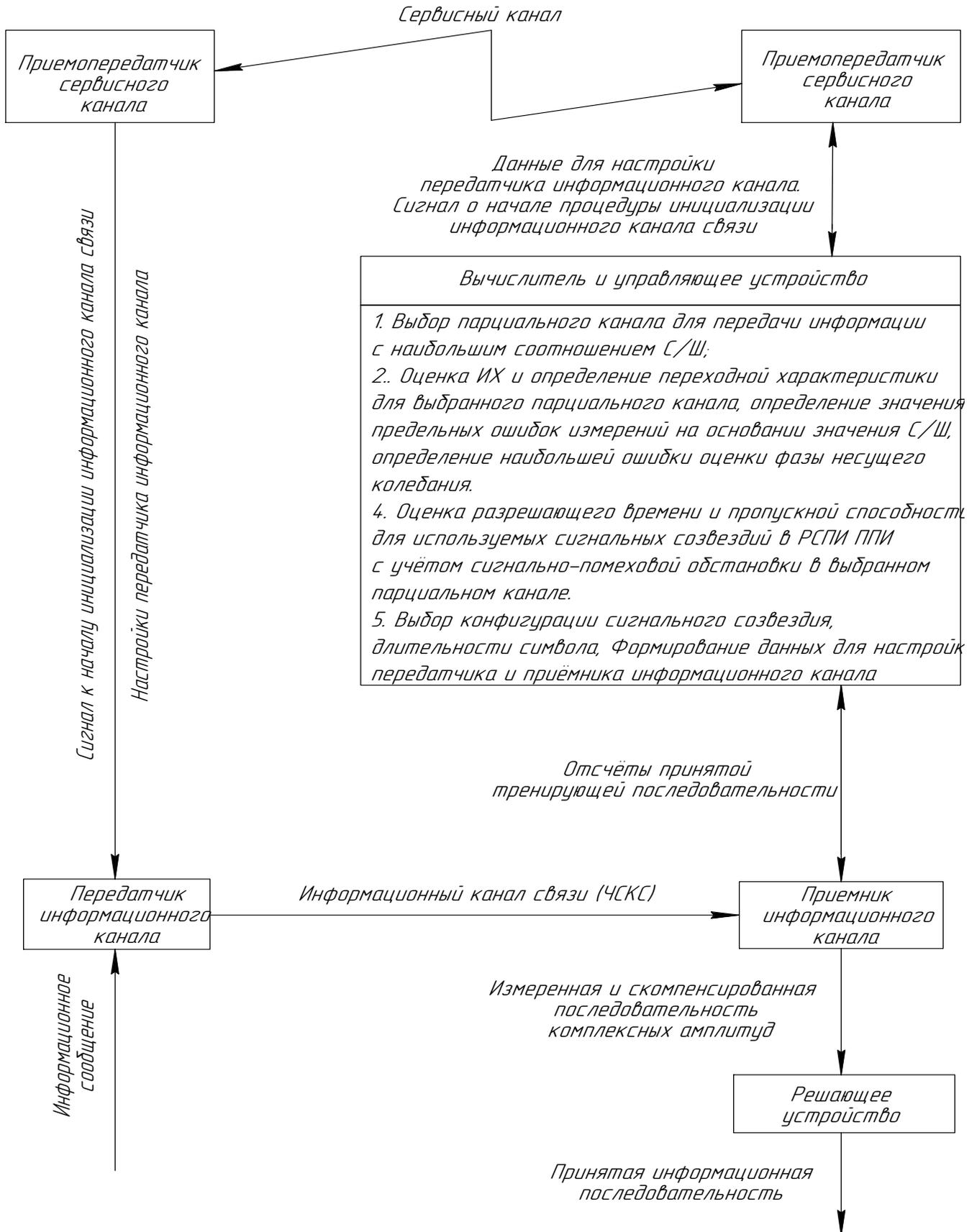


Рис. 5.10. Структурная схема фазовой РСПИ ППИ, реализующая теорию разрешающего времени



Рис. 5.11 а. Алгоритм функционирования фазовой РСПИ ППИ, реализующей алгоритмы обработки сигналов на базе теории разрешающего времени



Рис. 5.11 б. Алгоритм функционирования фазовой РСПИ ППИ, реализующей теорию разрешающего времени



Рис. 5.11 в. Алгоритм функционирования фазовой РСПИ ППИ, реализующей теорию разрешающего времени

2-й этап. Осуществляется зондирование парциальных каналов из списка и определение отношения сигнал-шум (С/Ш) для каждого из них, с последующим выбором каналов, у которых данное отношение является наибольшим. Техническая реализация данной процедуры осуществляется различными способами в зависимости от выбранного частотного диапазона передачи. Широко распространенные реализации данной процедуры представлены в работах [16,55,168,179,194,369], более специализированный – в работе [232]. Для ионосферного декаметрового ЧСКС дополнительно может быть оценено

доплеровское расширение спектра и временное рассеяние, и КЧХ за счёт использования пассивного ионосферного зондирования [16].

*3-й этап.* На приемной стороне производится выбор парциального канала по критерию наибольшего отношения С/Ш. Для ионосферных каналов процедура выбора парциального канала происходит на базе анализа трёх параметров (С/Ш, временное рассеяние, доплеровское расширение спектра) с использованием процедуры, описанной в работе [16], на базе характеристической функции модема.

Далее по сервисному каналу производится передача номера парциального канала на передающую сторону. После приема сервисной информации инициируется процесс передачи тренирующей последовательности по выбранному парциальному информационному каналу для оценки на приемной стороне наибольшей ошибки фазы несущего колебания, его ИХ и последующей оценки КЧХ парциального канала на её основе, средней частоты канала и смещения частоты между частотой формирования и частотой, на которой осуществляется приём, то есть оценивается смещение относительной центральной частоты парциального канала на базе широко распространенных процедур [55,163]. Учитывая результаты работ [17,217,218], можно дополнительно улучшить точность получаемых результатов. Для аппроксимации полученной ИХ, целесообразно использовать методы, представленные в работах [11,20,257–260].

В том случае, если используется компенсация больших смещений по частоте в информационном канале на приемной стороне, то на основании оценки С/Ш<sup>1</sup> происходит определение сигнальных созвездий, которые ей удовлетворяют. Из выбранных сигнальных созвездий выбирается то, которое обеспечивает наибольшую пропускную способность на базе оценок (ИХ, разрешающего времени), получаемых с использованием ТРВ. После, информация о длительности символа (разрешающее время для выбранного сигнального созвездия) передается по сервисному каналу на передающую сторону вместе с выбранной конфигурацией

---

<sup>1</sup> с учётом результатов работ [75]

сигнального созвездия. А на основании принятой сервисной информации на передающей стороне производится настройка соответствующих блоков передатчика информационного канала.

На основании оценки ИХ происходит определение и компенсация значения модуля КЧХ и фазового сдвига, вносимого ЧСКС на частоте приема, также происходит настройка частоты стробирования канальных символов.

В том случае, если компенсация больших смещений по частоте осуществляется за счёт настройки частоты передатчика информационного канала на передающей стороне, то настройка РСПИ ППИ перед передачей информационного сообщения выглядит следующим образом. Осуществляется передача преамбулы по информационному каналу для оценки его ИХ и определения КЧХ, измерения смещения по частоте между частотой, на которой происходит передача и частотой, на которой происходит прием сигнала, для этого по сервисному каналу также происходит передача информации о частоте, на которой производится передача. На основании анализа данных параметров происходит оценка необходимой поправки по частоте для настройки частоты приема на среднюю частоту парциального канала. После чего информация о поправке передается по сервисному каналу на передающую сторону. А в приемник информационного канала заносятся информация о модуле КЧХ и его аргументе на средней частоте канала.

После чего, на передающей стороне производится прием поправок и повторная передача преамбулы, а на приемной стороне на базе оценки ИХ производится определение каждой из переходных характеристик квадратурного приемника на средней частоте канала.

Компенсация доплеровского расширения спектра в обеих формах реализаций алгоритмов происходит осуществляется за счёт процедур, представленных в работах [163,149] и использования периодического тестирования канала между информационными блоками.

*4-й этап.* Далее производится передача информационного сообщения, разбитого на информационные кадры, между которыми производится передача сервисных кадров, используемых для оценки ИХ канала, обеспечения символьной синхронизации, контроля смещения по частоте и её компенсации в случае малых изменений, компенсация фазового сдвига, при больших смещения частоты происходит повторная настройка РСПИ ППИ, как это было сделано 1-3 этапе.

При сильном изменении ИХ или большой продолжительности замираний («отсутствие канала») происходит повторная процедура настройки с последующей передачей информационного сообщения, используя 1-4 этапы.

*5-й этап.* Завершение процесса передачи, обусловленное окончанием информационного сообщения. В этом случае по окончании передачи по сервисному каналу происходит передача сообщения, которое подтверждает прием информационного сообщения. В том случае, если ряд информационных кадров был принят с ошибкой производится запрос на повторную их передачу.

Для уменьшения влияния медленных случайных замираний в информационном канале можно использовать перемежение символов в информационной последовательности и помехоустойчивое кодирование [172] или разнесенный прием с нескольких антенн при использовании схемы выбора, представленной в [163]. А в случае, если период квазистационарности имеет величину больше одного информационного блока, то использовать медленную АРУ.

### **5.3 Пример построения фазовой РСПИ ППИ, реализующей теорию разрешающего времени, для парциального 3 кГц ионосферного декаметрового ЧСКС и оценки её основных характеристик [144]**

В данном разделе представлен пример построения фазовой РСПИ ППИ для парциального 3 кГц ионосферного декаметрового ЧСКС, управления режимами работы которой осуществляется с помощью разработанных алгоритмов ТРВ.

В качестве доказательной базы, подтверждающие её реализуемость приведены:

- диаграммы работы фазовой РСПИ ППИ на базе ТРВ;
- оценки её помехоустойчивости и достигаемой пропускной способности при использовании ФМн-4-сигнала, в том числе при наличии дестабилизирующих факторов в форме дисбаланса I/Q квадратурного приемника, ошибок при оценки импульсной характеристики, набега фазы, обусловленного доплеровским расширением спектра, неидеальностью работы АЦП;
- оценка спектра ФМн-4-сигнала на выходе частотно-селективного канала связи и уровня внеполосных излучений,
- оценка избирательности по соседнему каналу

#### **5.3.1 Функциональная схема фазовой РСПИ ППИ, реализующей теорию разрешающего времени, для парциального 3 кГц декаметрового ионосферного ЧСКС [144]**

Функциональная схема фазовой РСПИ ППИ, построенная на базе теории разрешающего времени, для парциального 3 кГц ионосферного декаметрового ЧСКС, представлена на рисунке 5.12. Используемый тип сигнала, характеристики парциального информационного канала связи удовлетворяют стандарту STANAG

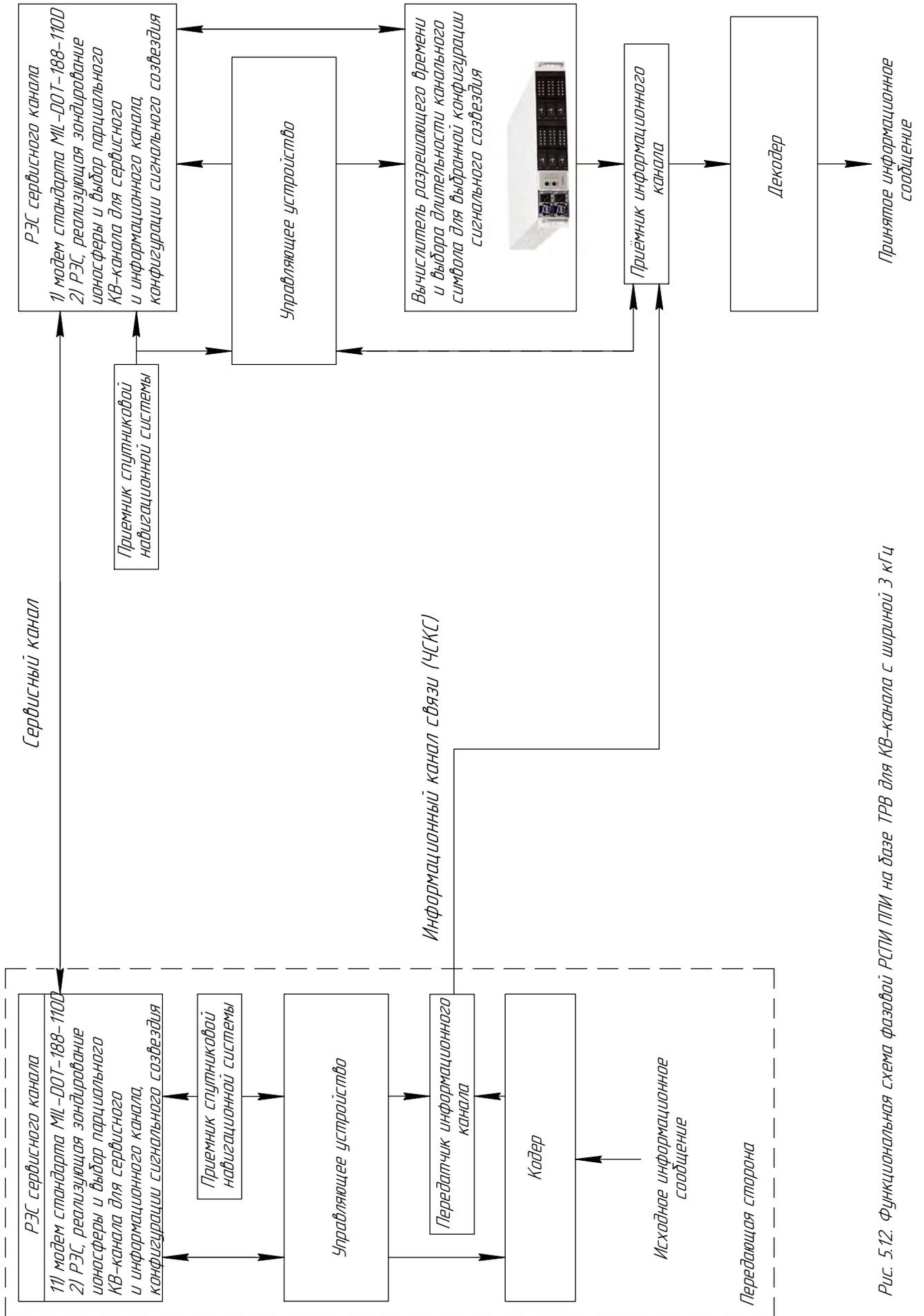


Рис. 5.12. Функциональная схема фазовой РСПИ ППИ на базе ТРВ для КВ-канала с шириной 3 кГц

4539 [394], являющийся частью стандарта MIL-STD-188-110D, приложение С [348]. Передача информации по сервисному каналу осуществляется с помощью модема стандарта MIL-STD-188-110D [348].

Перечислим основные функции блоков структурной схемы, которая представлена на рис. 5.12:

*Кодер* и *декодер* обеспечивает формирование канальных кадров на передающей стороне и обратную этому процедуру на приемной стороне, соответственно. При этом, в том числе, они должны обеспечивать процедуру временного перемежения на передающей стороне и обратную ей процедуру на приемной стороне, если это предусмотрено.

*Передатчик информационного канала* обеспечивает передачу тренирующей последовательности через информационный ЧСКС для настройки каналообразующей аппаратуры информационного канала и последующую передачу информационного сообщения.

*Приемник информационного канала* обеспечивает: 1) прием и обработку тренирующей последовательности, необходимой для оценки импульсной характеристики (ИХ) для каждой квадратурной составляющей информационного ЧСКС, что необходимо для определения функции установления и обеспечения функционирования алгоритмов ТРВ<sup>1</sup>, компенсацию фазового сдвига и коэффициента передачи ЧСКС на частоте приема информационного сигнала; 2) прием и обработку канальных символов и вынесения решения об их значении; 3) компенсацию частотных сдвигов, набега фазы и эффекта сжатия или растяжения сигнала во времени, обусловленных эффектом Доплера, за счёт применения систем символьной синхронизации, автоматической подстройки частоты и использования тренирующей последовательности; 4) автоматическую регулировку усиления, в том числе обеспечивающую согласование линейного тракта приемника с

---

<sup>1</sup> Передачу информации о ней в цифровой форме на вычислитель разрешающего времени

устройствами цифровой обработки на основании анализа преамбулы и тренирующей последовательности.

*РЭС сервисного канала связи:* 1) обеспечивает передачу сервисной информации для управления передачей данных через информационный канал. Это реализуется с помощью модема<sup>1</sup> стандарта MILDOT-188-110D (параметры используемого модема и сигнала представлены в табл. 5.4 и 5.5); 2) обеспечивает активное или пассивное зондирование ионосферы, в зависимости от конкретной реализации РЭС; 3) выбор парциальных КВ-каналов с наименьшими значениями доплеровского расширения спектра и задержек, вызванных многолучевым распространением, для передачи сервисной информации и пользовательских данных; 4) выбор конфигурации СС для выбранных парциальных каналов на базе сравнительного анализа требуемых для них значений сигнал/шум и действующих в каналах.

При пассивном зондировании реализация РЭС осуществляется в соответствии с результатами работы [16], а при активном зондировании<sup>2</sup> с помощью системы на базе USRP, реализация которой представлена в работе [70].

Табл. 5.4 Характеристики сигнала при работе на фиксированной частоте. (табл. XV [348, с.38])

Информационная скорость, бит/с	Техническая скорость, бит/с	Бит/канальный символ	Число символов в блоке кадра	
			информационных	сервисных
1200	2400	2	20	20

<sup>1</sup> Передача сервисной информации с помощью модема стандарта MIL-DOT-188-110D производится посредством применения одного из его подстандартов с использованием ФМн-8-сигнала при символьной скорости передачи 2400 симв/с в полосе 3 кГц на фиксированной частоте передачи. Данный подстандарт допускает передачу информации с наименьшей задержкой без использования перемежения.

<sup>2</sup> В случае применения активного зондирования целесообразно использовать наклонное зондирование, например, систему, построенную на базе USRP и представленную в работе [70], поскольку в этом случае не требуется использовать зондирование в средней точке на трассе. Некоторое обобщение данных методов представлено в [71]

Табл. 5.5. Минимальная производительность в последовательном (однотональном) режиме (табл. XVI [348, с.39])

Информационная скорость	Число лучей	Доплеровское расширение спектра, Гц	С/Ш, дБ	BER
1200	2	1	11	$10^{-5}$

*Приемник спутниковой навигационной системы* используется для обеспечения нормальной работы РЭС, реализующей зондирование ионосферы, РСПИ ППИ в целом, в том числе и повышения стабильности восстановления несущей.

*Управляющее устройство на передающей и приемной стороне* используется для управления РСПИ ППИ на передающей и приемной стороне и синхронизирует работу всех её подсистем, соответственно.

*При реализации структурной схемы учитывались следующие особенности, представленные в подразделе 1.3.3, стандарта STANAG 4539 и MIL-DOT-188-110D:*

1) Суммарная длительность, в течении которой должна производиться настройка систем информационного канала и передача информационного сообщения, в худшем случае, не должна превосходить 300 мс (минимальная длительность квазистационарности канала). При данной длительности обеспечивается: а) отклонение математического ожидания средней принимаемой амплитуды сигнала  $\Delta m \approx 3\%$ , и дисперсии относительного её отклонения  $\Delta \sigma \approx 6\%$  [92]; б) для ионосферных каналов с полосой пропускания 3 кГц коэффициент корреляции АЧХ для хороших условий составляет 0,99, а для средних – 0,89 [56]. Этот же факт подтверждается аналитическим выражением, представленным в работе [277], для оценки периода когерентности канала

$$T_k = 0,5/v_d, \quad (5.1.1)$$

где  $v_d$  – величина доплеровского расширения спектра. Согласно табл.1.3. в худшем случае составляет  $T_k = 1$  с.

2) В полосе пропускания парциального канала по уровню -3дБ относительно

значения, которое достигается на его центральной частоте (ЦЧ), амплитудно-частотная и фазочастотная характеристика (АЧХ и ФЧХ) с высокой степенью вероятности обладает чётной и нечётной симметрией относительно ЦЧ.

3) Выбор между алгоритмами оценки пропускной способности, реализующих аналитический или численный метод пропускной способности, можно осуществить, используя метод оценки погрешности при оценке переходной характеристики канала, представленной в работе [18], задаваясь при этом необходимой точностью получаемых результатов, если полагаем, что несимметричная АЧХ заменяется симметричной. При превышении порога по точности, необходимо использовать алгоритм на базе численного метода, так же стоит поступить и в случае, когда частота приема отлична от ЦЧ.

4) Учитывая то, что при наихудшем значении периода квазистационарности декаметрового ионосферного ЧСКС в 300 мс, согласно результатам работы [30], часть результатов из неё представлена в подразделе 1.3.3, сдвиг по частоте, обусловленный эффектом Доплера, можно считать неизменным. Поэтому компенсация больших расстроек по частоте относительно ЦЧ парциального канала связи осуществляется: а) при основном режиме работы – на передающей стороне за счёт коррекции частоты несущей на базе анализа тренирующей последовательности на приемной стороне в соответствии с процедурой, представленной в работе [163], которая осуществляется на приемной стороне. С последующей передачей информации о необходимости корректировки на передающую сторону; б) при неосновном режиме работы – на приемной стороне, в том случае, если имеется остаточная ошибка при оценке разности частот, которая должна быть скомпенсирована с помощью системы автоматической подстройки частоты [163]. В обоих случаях компенсация случайных малых сдвигов, системой автоматической подстройки частоты с использованием её структурной реализации и алгоритма работы, представленного в работе [163] и применения высокостабильных стандартов частоты.

5) Подсистема, реализующая автоматическую регулировку усиления, должна быть построена на базе структурной схемы согласования линейного тракта приемника с устройствами цифровой обработки, предложенной в работе [92]. При этом для обеспечения потерь, не превышающих 0,4 дБ, при аналоговом цифровом преобразовании, обусловленных возможным ограничением сигнала, требуется использовать АЦП с числом значащих разрядов, не менее 14. Для решения данной задачи были разработаны два новых способа аналого-цифрового преобразования сигнала и устройство для его реализации, что подтверждается соответствующими патентами на изобретения [233,234].

6) Компенсация искажений при оценке ИХ информационного канала, обусловленное разницей между частотой приёма и частотой передачи осуществляется с помощью усредняющего фильтра, реализация которого представлена в работе [163]. Корректность его использования обусловлена тем, что смещение частоты относительно ЦЧ существенно меньше полосы пропускания канала (следует из анализа стандарта MIL-STD-188-110D).

7) Компенсация растяжения или сжатия ИХ во времени, вызванное эффектом Доплера, осуществляется на приемной стороне с помощью системы тактовой синхронизации, представленной в работе [163]. Для дополнительного повышения качества её работы можно использовать оценки разрешающего времени.

8) Фазовые дрожания, вызванные угловой модуляцией гетеродинных колебаний, компенсируются посредством решений, представленных в работе [163], например, за счёт применения синхронного фазового гребенчатого фильтра.

9) Возможная инверсия спектра при преобразовании частоты должна быть скомпенсирована за счёт цифровой обработки, как это показано в работе [15].

10) Компенсация фазового сдвига (набега фазы) вносимого доплеровским расширением спектра производится: а) перед каждым информационным кадром на основании анализа преамбулы или тренирующей последовательности (стаффинговые биты) и использования процедур, представленных в работе [163]. При этом должны быть заданы предельные допустимые значения ошибок

измерений, обусловленные данным эффектом; б) за счёт оценки ИХ на базе принятой информационной последовательности с помощью подхода, представленного в работе [149] и последующей процедурой оценки набега фазы методами, изложенными в [163] и компенсации его на регулярной основе.

11) Преодоление пространственного рассеяния достигается за счёт разнесённого приема на несколько антенн, или временного перемежения. Техническая реализация схемы выбора антенны и временного перемежения в полном объёме представлены в работах [163].

С учётом вышеизложенного и результатов подраздела 5.1 была произведена оценка среднего времени расчёт разрешающего времени на одно сигнальное созвездие при использовании отечественных универсальных вычислительных платформ на базе Эльбруса. Результаты отражены в табл. 5.6. В табл. 5.6 используются следующие обозначения Ф.А и А.А. – для ФМн-*n*- и АФМн-*N*-сигнала при использовании алгоритмов на базе аналитических методов; Ч – при использовании алгоритма на базе численного метода. Фотографии универсальных платформ и их характеристик представлены на рисунках 5.13 – 5.20.

Табл.5.6. Характеристики отечественных универсальных вычислительных платформ и оценочное время выполнения разработанных алгоритмов на одно сигнальное созвездие

Наименование универсальной вычислительной платформы	FP64, ГФлоп/с	Тип ЦПУ	Число процессоров платформе, шт	Среднее время выполнения разработанных алгоритмов, мс
Сервер «2Э8-2U» (ТВГИ.466535.255)	570	Эльбрус 8СВ	2	14,79 – Ф.А.
Сервер «4Э8-2U» (ТВГИ.466535.257)	1140		4	7,48 – Ф.А.; 28,84 – А.А.
Система на базе Эльбрус 16С	3072	Эльбрус 16С	4	2,78 – Ф.А.; 10,7 – А.А.; 115,5 – Ч.



Рис.5.13. Фотография сервера «2Э8-2U» (ТВГИ.466535.255)

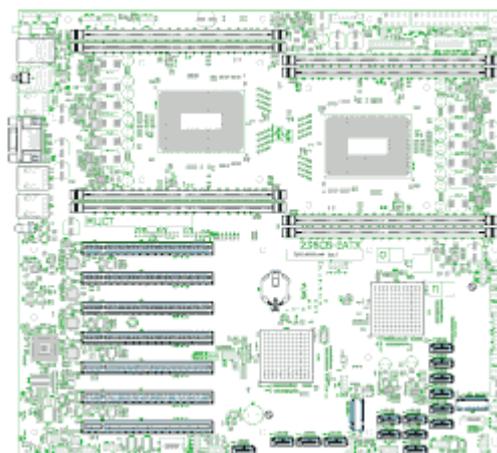


Рис.5.14 Вычислительный модуль «2Э8СВ-ЕАТХ» (ТВГИ.469555.446), на базе которого построен сервер «2Э8-2U»

Для построения временных диаграмм работы РСПИ ППИ и определения времени, в течении которого можно осуществлять передачу пользовательской информации, рассмотрим этапы работы РСПИ ППИ и её подсистем, которые не влияют на бюджет времени:

1. РЭС сервисного канала и возложенные на неё функции, за исключением передачи сервисной информации для управления передачей информации через информационный канал. Это обусловлено, во-первых, тем, что перечисленные выше процедуры производятся в начале передачи информационного сообщения, а во-вторых «на интервалах времени меньше 5 минут ионосфера, даже в возмущенном состоянии, практически не меняет своих параметров, поэтому его (и даже меньший отрезок времени) можно принять за время стационарности [19]. В условиях спокойной ионосферы время стационарности растет и может достигать 0,5...1 час [20]» [16, с.23]. Последнее существенно дольше, чем длительность квазистационарности канала в 300 мс.

2. Кодер на передающей стороне. Это обусловлено тем, что выбор его настроек осуществляется в течении процесса выбора наилучшего парциального канала связи.

## ПРОЦЕССОР ЭЛЬБРУС 8СВ



Эльбрус 8СВ - процессор серверного класса с усовершенствованным набором векторных команд. Содержит 8 ядер архитектуры Эльбрус(E2K) 5-го поколения с тактовой частотой до 1500 МГц. Позволяет строить многопроцессорные серверы и рабочие станции, а также бортовые вычислители, требовательные к скорости обработки и передачи информации.

### Доступ к серверам Эльбрус

К серверам на процессорах архитектуры Эльбрус открылся бесплатный удаленный доступ, которым вы можете воспользоваться и возможно портировать что то полезное.

Характеристика	Значение
Серия микросхемы	1891ВМ12Я
Модельный ряд	1891ВМ12АЯ: частота до 1350 МГц, потребление 110 Вт 1891ВМ12БЯ: частота до 1500 МГц, потребление 90 Вт 1891ВМ12ВЯ: частота 1200-1350 МГц, потребление 90-110 Вт
Архитектура	Эльбрус(E2K), версия 5
Масштабируемость	8 ядер в процессоре 4 процессора в модуле (8 Гбайт/с попарные связи)
Тактовая частота	1891ВМ12АЯ: до 1350 МГц 1891ВМ12БЯ: до 1500 МГц 1891ВМ12ВЯ: 1200-1350 МГц
Пиковая производительность	50 операций в такт в каждом ядре (8 цел., 24 веществ.) 1891ВМ12АЯ: 512 GFLOPS FP32, 256 GFLOPS FP64 1891ВМ12БЯ: 570 GFLOPS FP32, 285 GFLOPS FP64 1891ВМ12ВЯ: 450-512 GFLOPS FP32, 275-256 GFLOPS FP64
Кэш-память	L1: 64 Кбайт данные + 128 Кбайт команды в каждом ядре L2: 512 Кбайт в каждом ядре, 4 Мбайт суммарно L3: 16 Мбайт в процессоре
Оперативная память	4 канала DDR4-2400 registered ECC, до 68,3 Гбайт/с 256 Гбайт на процессор (64 Гбайт на канал) 1 Тбайт адресное пространство машины
Периферия	1 канал ввода-вывода, до 8 Гбайт/с в каждую сторону совместимый контроллер КПИ-2
Технологические характеристики микросхемы	
Топология	3,5 млрд. транзисторов 28 нм техпроцесс, 350 мм <sup>2</sup> площадь кристалла
Корпус	59,5×43,0×4,6 мм, 32,0 г 2028 контактов FCBGA
Электропитание	0,6 В, 1,0 В, 1,06 В, 1,2 В, 1,8 В 1891ВМ12АЯ: 110 Вт макс. динам., 80-90 Вт типов. рассеив. 1891ВМ12БЯ: 90 Вт макс. динам., 80 Вт типов. рассеив. 1891ВМ12ВЯ: 90-110 Вт макс. динам., 70-90 Вт типов. рассеив.
Условия эксплуатации	1891ВМ12АЯ: -40...+85 °С 1891ВМ12БЯ: -40...+60 °С 1891ВМ12ВЯ: -40...+85 °С
Год начала производства	серийное производство с 2020 года

**Эльбрус 8СВ** - высокопроизводительный процессор общего назначения с улучшенной архитектурой Эльбрус, реализует технологии энергосбережения.

Рис.5.15. Характеристики процессора Эльбрус 8СВ

## Платформа «2Э8-2U» (ТВГИ.469549.007)

Платформа для сборки серверов начального уровня на базе 2 процессоров Эльбрус-8СВ в корпусе 2U.



### Информация

### Характеристики

### Состав

### Поддержка

### Галерея

#### Основные характеристики

Набор микросем	2 центральных процессора Эльбрус-8СВ 2 контроллера периферии КПИ-2
Оперативная память	8 слотов DDR4-2400 ECC (DIMM 288-pin), до 512 Гбайт ↓ поддерживается только модули DDR4 ECC Registered ↓ см. общие требования и список совместимости
Долговременная память	6 отсеков 3,5" SAS/SATA спереди с горячей заменой ↓ дисковая корзина имеет бэкаплайн с разъемами SATA 2 посадочных места 2,5" внутри корпуса 15 портов SATA 3.0 на материнской плате 1 слот M.2 SATA (тип M, размер 2280-D5) для SSD ↓ поддерживается только накопители SATA AHCI ↓ диски с ОС должны подключаться к SATA-портам мат. платы
Видеосистема	интегрированный 2D-графический контроллер управления
Аудиосистема	интегрированный контроллер HD Audio с цифровым входом-выходом возможно подключение динамика PC Speaker
Внешние интерфейсы	2 порта сети Ethernet 100Base-T с разъемами RJ45 2 порта периферии USB 2.0 с разъемами типа A 1 порт видео VGA с разъемом DE-15
Внутренние интерфейсы	2 порта периферии USB 2.0 на гребенке 10-pin 1 порт канала RS-232 на гребенке 10-pin 1 порт шины SPI на гребенке 8-pin для обновления BIOS 1 порт шины I2C на гребенке 10-pin для записи FRUID 1 порт опции JTAG (ЦП, КПИ) на гребенке 10-pin
Слоты расширения	7 слотов PCI Express 2.0 формата x6 (4x6 + 1x4 + 2x1)
Контроллер управления	интегрированный
Набор микросем	1 контроллер Aspeed AST2500
Внешние интерфейсы	1 порт сети Ethernet 100Base-TX с разъемом RJ45 2 порта RS-232 на гребенках 10-pin
Внутренние интерфейсы	2 порта I2SB для управляемых устройств 1 порт шины SPI на гребенке 8-pin для обновления BIOS
Системные интерфейсы	1 порт видео VGA 1 порт канала RS-232
Эксплуатационные параметры	
Системный блок	корпус формата 19"/2U, материнская плата формата miniATX габариты 482,6×48,0×240,0 мм, вес 23 кг
Система питания	питание от сети переменного тока 220 В ± 10%, 50 Гц ± 2 % 2 модуля питания мощностью 800 Вт, потребление до 800 Вт
Система охлаждения	3 вентилятора 80×38 мм в середине основного отсека 2 вентилятора 40×28 мм в каждом блоке питания
Условия эксплуатации	умеренно холодный климат (УХЛ), категория 4 по ГОСТ 15150-69 температура +L...+35 °С, предельная температура -10...+50 °С влажность до 80 % при +25 °С без конденсата атмосферное давление не ниже 650 мм рт. ст.

Рис.5.16 Основные характеристики платформы «2Э8-2U», которые используются при построении сервера «2Э8-2U»

## Сервер «4Э8-2U» (ТВГИ.466535.257)

Сервер высокого уровня в корпусе 2U с 4 процессорами Эльбрус-8СВ.

ЗАКАЗАТЬ



Информация

Состав

Поддержка

Галерея

Сервер на базе 4 процессоров *Эльбрус-8СВ* позволяет создавать вычислительные узлы высокого уровня производительности в корпусе высотой 2U для установки в стандартной 19" стойке.

Типовые варианты применения:

- сервер баз данных;
- высоконагруженный веб-сервер или сервер приложений;
- узел в составе кластерной системы;

Процессор	Чипсет	Память	Диски	Сеть	Слоты
4×Эльбрус-8СВ 2×КПИ-2	128 Гбайт	RAID	2×10GBase-SR 7×PCI-E x16		
		16×1 ТБ SATA SSD	4×1000Base-T	4 свободных	

Рис.5.17 Основные характеристики сервера «4Э8-2U»

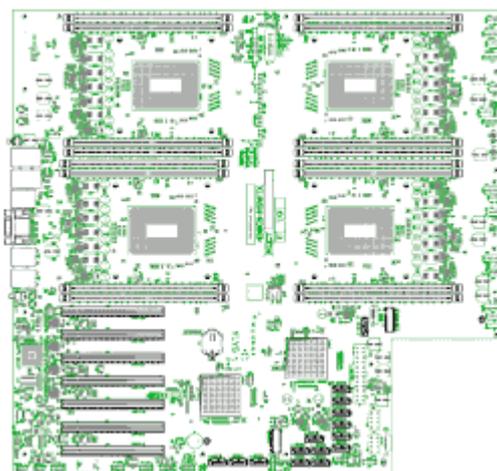


Рис.5.18 Вычислительный модуль «4Э8СВ-MSWТХ» (ТВГИ.469555.448), на базе которого построен сервер «4Э8-2U»

3. Декодер на приемной стороне. В этом случае выбор его настроек осуществляется в течении процесса выбора наилучшего парциального канала связи, а выполнение операции обратной перемежению и формирования информационного сообщения на основании принятых кадров, происходит после определения значения канальных символов решающим устройством.

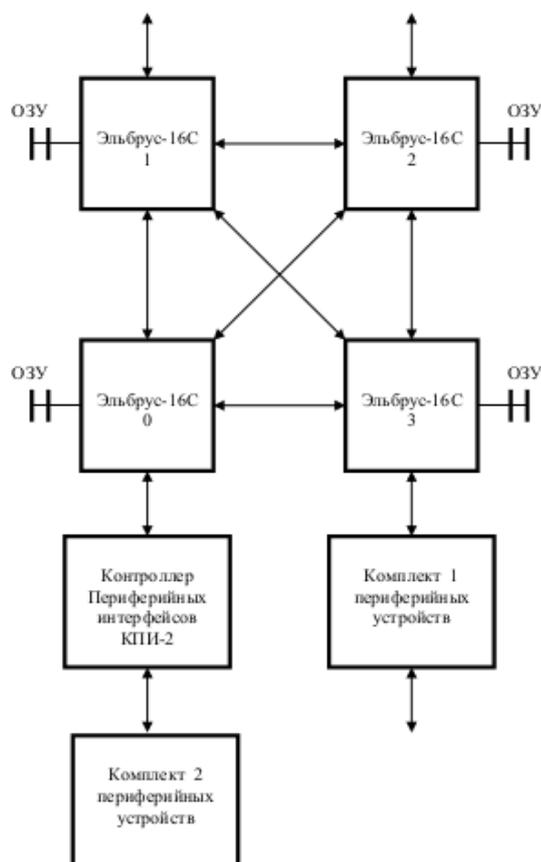


Рисунок 5.19– 4-процессорная вычислительная система на базе микропроцессоров Эльбрус-16С

## ЭЛЬБРУС-16С

- Система на кристалле – не требует КПИ!
- Производительность - до 1500/768 Gflops;
- Количество ядер – 16;
- архитектура Эльбрус v6
  - Аппаратная поддержка (полной) виртуализации
  - Поддержка (полной) виртуализации в кодах x86
  - Доп. улучшение работы с невыровненными данными
  - Поддержка инструментирования кода для динамической компиляции
- Тактовая частота – 2 ГГц;
- ОЗУ – DDR4-3200, 8 каналов (до 200 ГБ/с)
- PCI-Ex. 3.0 x 16/32 (до 60 Гбайт/с)
- До 4 микропроцессоров с общей памятью
- Потребляемая мощность ~110 Вт;
- Технология – 16 нм;
- Количество транзисторов ~12 млрд;



эльбрус

Рисунок 5.20. Характеристики отечественного процессора Эльбрус-16С, взятые из официальной презентации, представленной на сайте их официального партнера ООО «Промобит» (Bitblaze.ru) [246]

#### 4. Приемник спутниковых навигационных систем.

Анализ функциональной схемы (рис. 5.12) также позволяет указать подсистемы фазовой РСПИ ППИ и этапы её функционирования, которые влияют на бюджет времени при передаче пользовательских данных. К ним можно отнести работу: а) управляющих устройств на передающей и приемной стороне, б) оценщика ИХ и вычислителя переходной характеристики, в) модемов сервисного канала связи; г) времени распространения радиосигнала в линии связи и группового времени запаздывания избирательных цепей линейного радиотракта приемника и выходных каскадов передатчика; д) длительность информационного кадра. Детальный анализ вышеуказанных фактов указывает на следующие особенности:

Г) Время распространение в линии связи оценивалось в соответствии с соотношением<sup>1</sup>

$$\tau_{\text{лс}} = \frac{D'}{c} + \tau_{\text{мл}} + \tau_{\text{рт}}, \quad (5.1.2)$$

где  $D'$  – расстояние между передатчиком и приемником, в км;  $c = 3 \cdot 10^5$  км/с скорость распространения радиоволны в однородном пространстве;  $\tau_{\text{мл}}$  – задержка, вызванная многолучевым распространением (см. табл. 1.3);  $\tau_{\text{рт}}$  – групповое время избирательных цепей линейного радиотракта приемника и выходных каскадов передатчика, полагается равным  $2,5 \text{ мс}^2$ .

Оценка времени распространения в линии связи  $\tau_{\text{лс}}$  для трасс с протяженностью от 800 до 2000 км, полученная с помощью выражения (5.1.2), представлена в табл. 5.7.

<sup>1</sup>Корректность данного соотношения подтверждается сравнением с результатами натуральных испытаний, представленными в работе [16].

<sup>2</sup>Определяется, как наибольшее групповое время передачи для СТКС [1], и составляет  $\tau_{\text{рт}} = 2,5 \text{ мс}$ , что является корректным поскольку характеристики СТКС наиболее близки к частотно-избирательным свойствам рассматриваемого парциального КВ-канала с полосой 3 кГц

Табл. 5.7 Оценка времени распространения в линии связи

Параметры линии связи	
$D' \approx 2000$ км	$D' \approx 800$ км
$\tau_{мл} = 0,5 \dots 1$ мс	
$\tau_{рт} = 2,5$ мс	
Время распространения в линии связи	
$\tau_{лс} = 9,7 \dots 10,2$ мс	$\tau_{лс} = 5,7 \dots 6,2$ мс

II) Процедура оценки ИХ производится в процессе приема преамбулы аппаратным методом, реализация которого представлена в работе [163] или в соответствии с процедурами стандарта MIL-DOT-188-110D, и является законченной сразу после окончания её приема. Результат оценки ИХ представляется в форме её отсчётов, что обеспечивает её преобразование к переходной характеристике каждого из квадратурных каналов с помощью численного интегрирования. Для оценки импульсной характеристики предлагается использовать преамбулу информационного сообщения стандарта STANAG 4285 [393], которая состоит из 80 символов и передаваемого в форме бинарного ФМн-сигнала с символьной скоростью 2400 симв/с, что составляет 33,3 мс. Для повышения качества тактовой синхронизации при оценки ИХ целесообразно использовать ФМн-сигнал, сформированный с применением метода Ильина-Морозова [231], как это было сделано в работе [109], поскольку данный метод позволяет обеспечить более точную символьную синхронизацию.

Для достижения низкой вычислительной сложности алгоритма аппроксимации переходной характеристики целесообразно использовать методы, представленные в работах [11,20,257–260,392], основным этапом которых является решение системы линейных уравнений с числом уравнений не превышающих 100. Выполнение данной операции имеет кубическое время исполнения [296], и для матрицы размерностью (100x100) не превосходит 3 мс (см. рисунок 5.21) при использовании одноядерного процессора Intel Pentium 4 с тактовой частотой 1,5 ГГц и алгоритма Крамера. С учётом вычислительной производительности,

которая доступна на существующей элементной базе, можно ожидать снижения времени расчётов как минимум до 0,52 мс при использовании 2-х поточного выполнения алгоритма, что следует из сравнительного анализа результатов тестирования характеристик ЦПУ Intel Pentium 3.00 GHz [423], Intel Core I9 9880N [424] и результатов работы [296].

III) Работа модемов сервисных каналов вносит затраты по времени только при передаче настроек РСПИ ППИ для информационного канала, это обусловлено тем, что установление связи по сервисному каналу, в т.ч. настройка параметров модемов является обязательной процедурой перед началом передачи информации по информационному каналу.

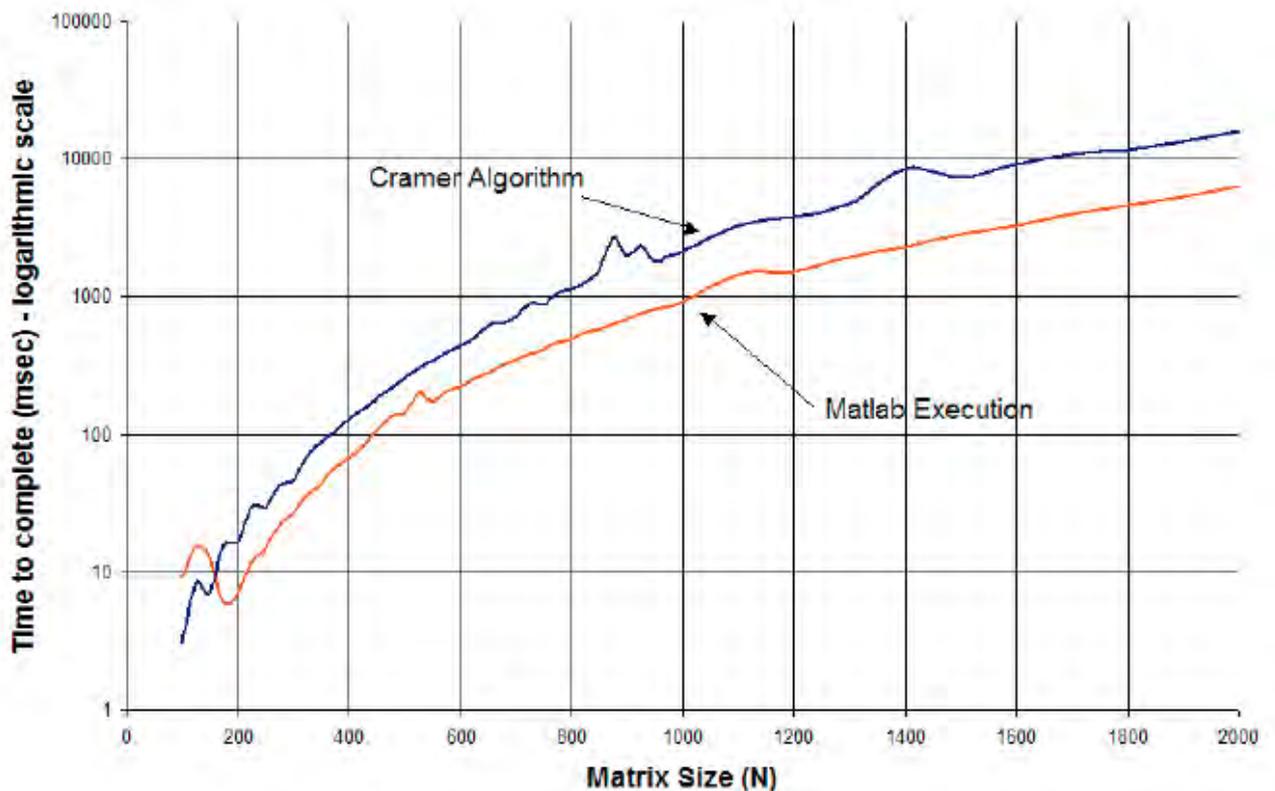


Рис. 5.21 Время исполнения решения системы линейных уравнений с помощью метода Крамера и стандартного метода решения системы линейных уравнений, реализованного в Matlab на ЦПУ Intel Pentium 4 с одним ядром с тактовой частотой 1,5 ГГц [296]

Структура посылки, используемой для передачи настроек РСПИ ППИ на передающую сторону, был выбран следующий её формат, в десятичном исполнении (число бит – 20):

XXXXSFF

где XXX – три значащих разряда при оценке длительности символа (в мкс); S – знак расстройки по частоте относительно средней частоты канала; FF – два значащих разряда, указывающих на величину расстройки в Гц.

Анализ таблиц 5.4 и 5.5 показал, что при скорости передачи в 1200 бит/с в худшем случае передача информации будет произведена в течении двух информационных блоков, что с учётом передачи сервисных блоков составит

$\frac{1}{2400[\text{симв/с}]} \times 80 \text{ симв} = 33,3 \text{ мс}$ . Возможная передача в течении двух блоков

обусловлена тем, что время окончания расчёта разрешающего времени может быть закончена в тот момент времени, когда формирование первого из блоков закончено, а второй ещё формируется на приемной стороне для передачи по сервисному каналу.

IV) Длительность, в течение которой происходит настройка подсистем РСПИ ППИ на базе оценок длительности символа и оценки смещения частоты, полагается равной 0,5 мс, в силу малой требуемой вычислительной сложности и скорости протекания процессов настройки.

С учётом вышеизложенного были созданы диаграммы работы фазовой РСПИ ППИ на базе ТРВ. Поскольку время выполнения алгоритмов оценки разрешающего времени для аналитического и численных методов различно, были разработаны различные временные структуры передачи информационного кадра (см. рис.5.22 – 5.25), которые приводят к различным процессам передачи информации.

Основной временной структурой является та, которая использует алгоритмы на базе аналитических методов, а запасной, для поддержания непрерывности связи – на базе алгоритма, который реализует численный метод.

Предельная длительность информационного блока была выбрана равной 106,6 мс при использовании алгоритма на базе аналитических методов. Эта длительность соответствует тем длительностям, которые применяются в стандартах STANAG 4285 и STANAG 4539. При этом, в зависимости от требуемых от системы параметров (повышенная помехоустойчивость и влияния набега фазы от доплеровского расширения), структура кадра может варьироваться с учётом оценок по помехоустойчивости.

Временная диаграмма работы фазовой РСПИ ППИ на базе аналитических методов ТРВ представлена на рис. 5.22 –5.24. На рис. 5.22 приведена диаграмма, когда перед передачей информационного блока происходит полное определение всех параметров на передающей и приёмной стороне. На рис. 5.23 – структура кадра, когда между передачей информационных блоков передается мини преамбула стандарта STANAG 4539, состоящая из 13 символов, передаваемых со скоростью 2400 симв/с, при этом изменения параметров ИХ канала относительно предыдущего тестирования не превосходит допустимую величину, а компенсируется лишь набег фазы от расширения спектра от эффекта Доплера и производится настройка параметров автоматической регулировки усиления. На рис. 5.24 – структура кадра, когда между передачей информационных блоков передается мини преамбула стандарта STANAG 4539 и, в результате её анализа, принимается решение о необходимости изменения параметров работы РСПИ ППИ. Переда информации на передающую сторону о необходимости инициализации процедуру настройки параметров информационного канала осуществляется в форме одного информационного кадра стандарта STANAG 4285.

На рисунке 5.25 представлена структура кадра при использовании алгоритма обработки на базе численного метода. В этом случае длительность информационного блока составляет 84,48 мс.

Временной бюджет всех процедур представлен в таблицах 5.8. и 5.9.

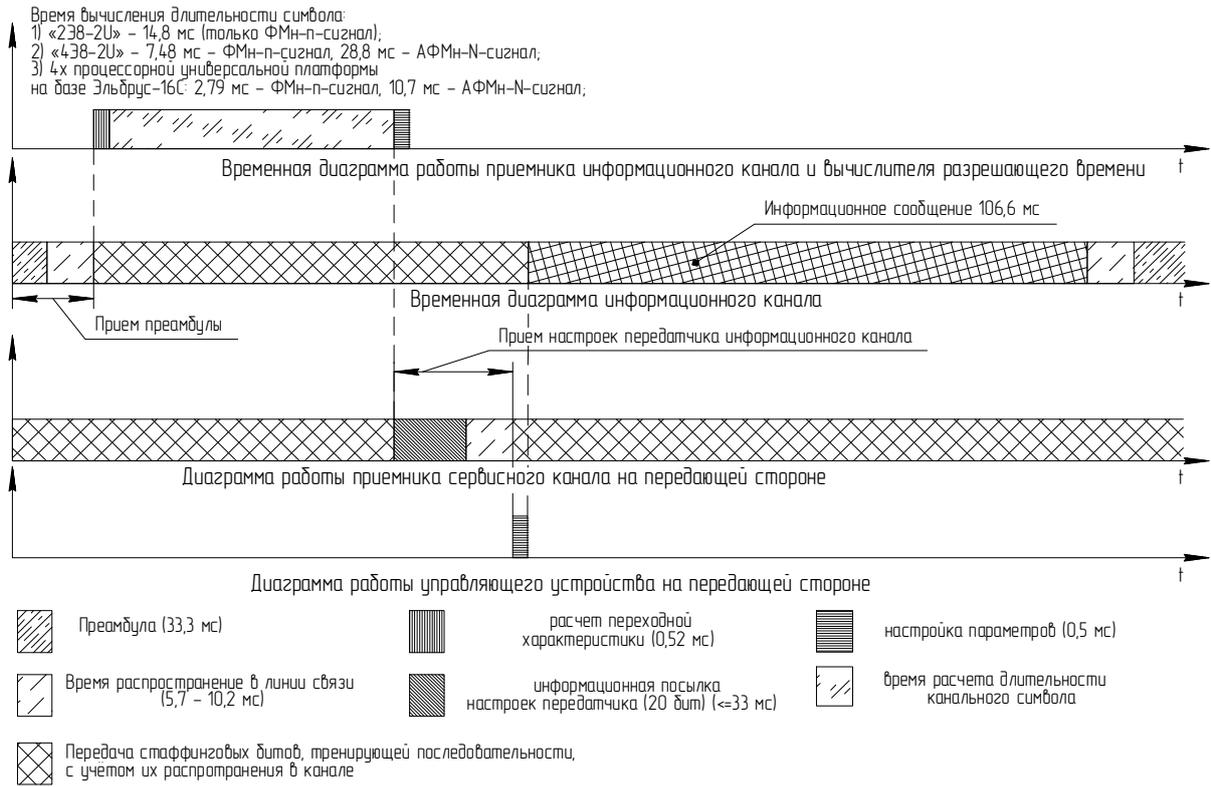


Рис. 5.22. Диаграмма работы фазовой РСПИ ППИ на базе ТРВ. Тип алгоритма – на базе аналитического метода. Цикл инициализации передачи: полный

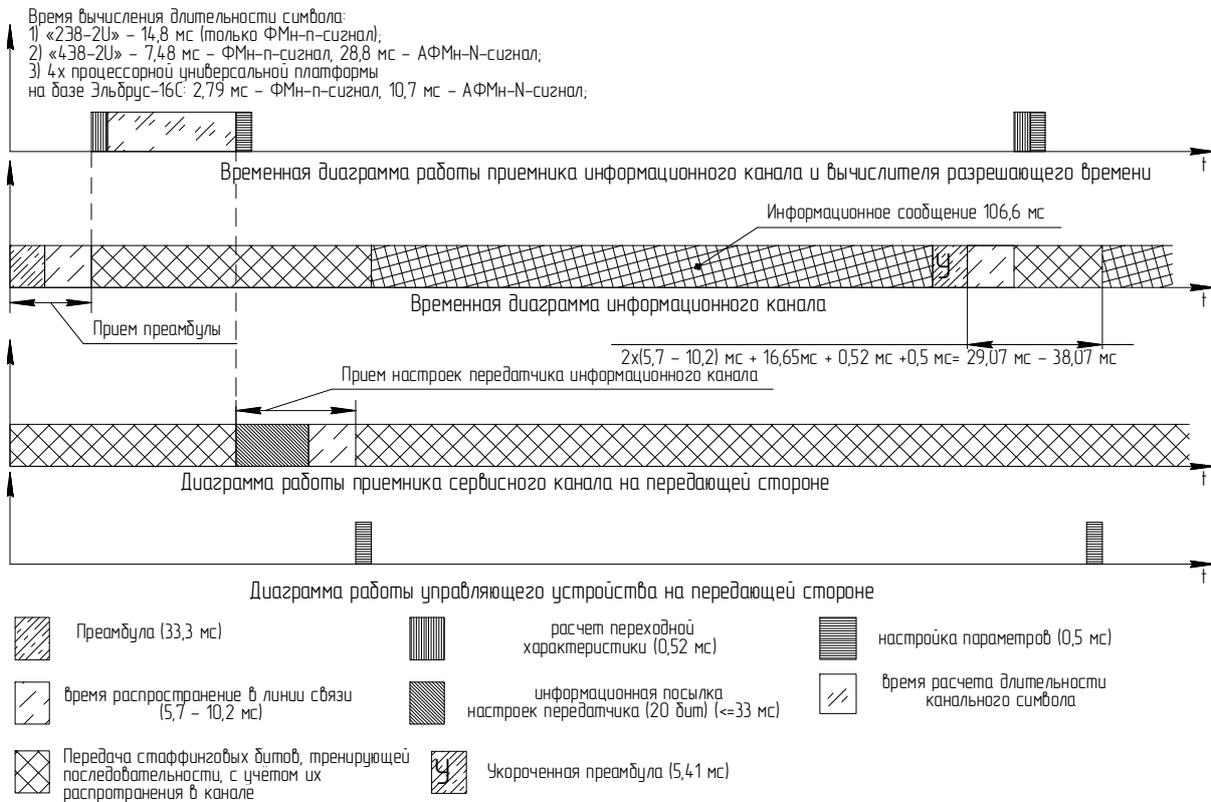


Рис. 5.23. Диаграмма работы фазовой РСПИ ППИ на базе ТРВ. Тип алгоритма – на базе аналитического метода. Цикл инициализации передачи: неполный, с проверкой на изменение канала с помощью укороченной преамбулы. Изменение ИХ канала: не превышают заданную величину.

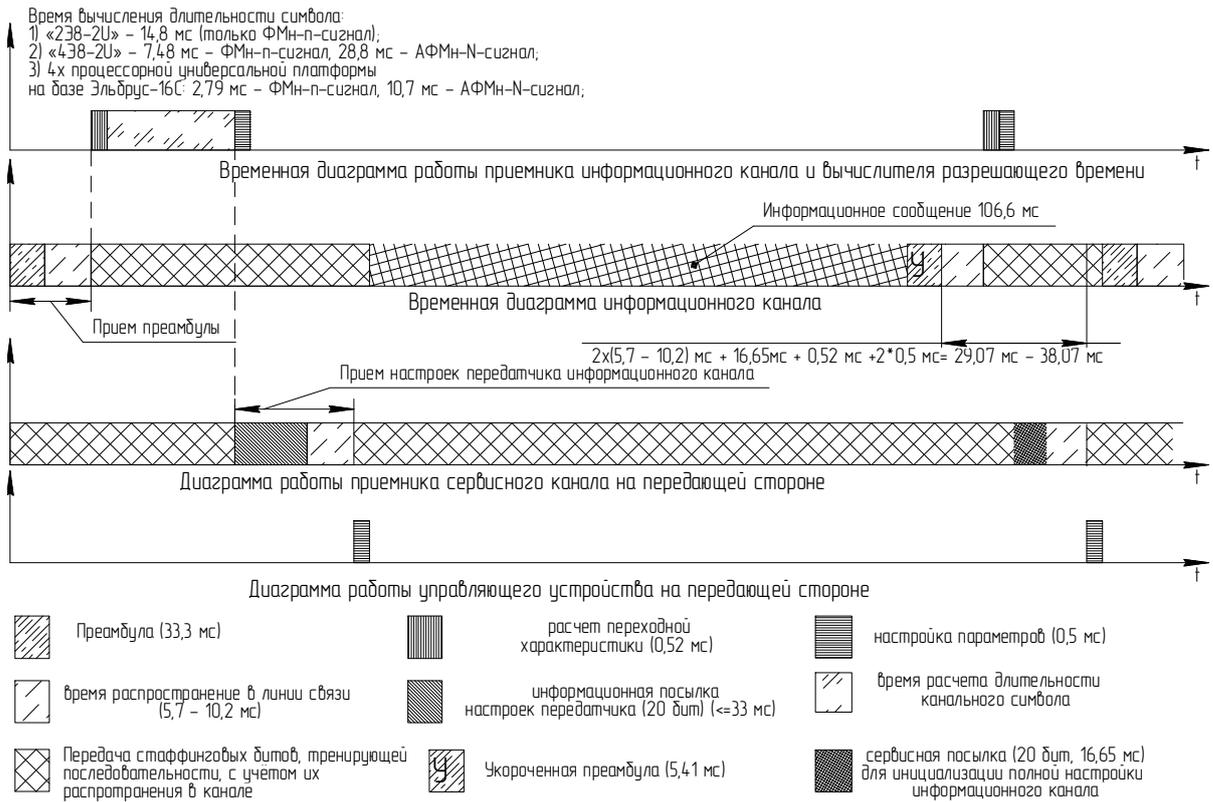


Рис. 5.24. Диаграмма работы фазовой РСПИ ППИ на базе TRV. Тип алгоритма – на базе аналитического метода. Цикл инициализации передачи: неполный, с проверкой на изменение канала с помощью укороченной преамбулы. Изменение ИХ канала: присутствует.

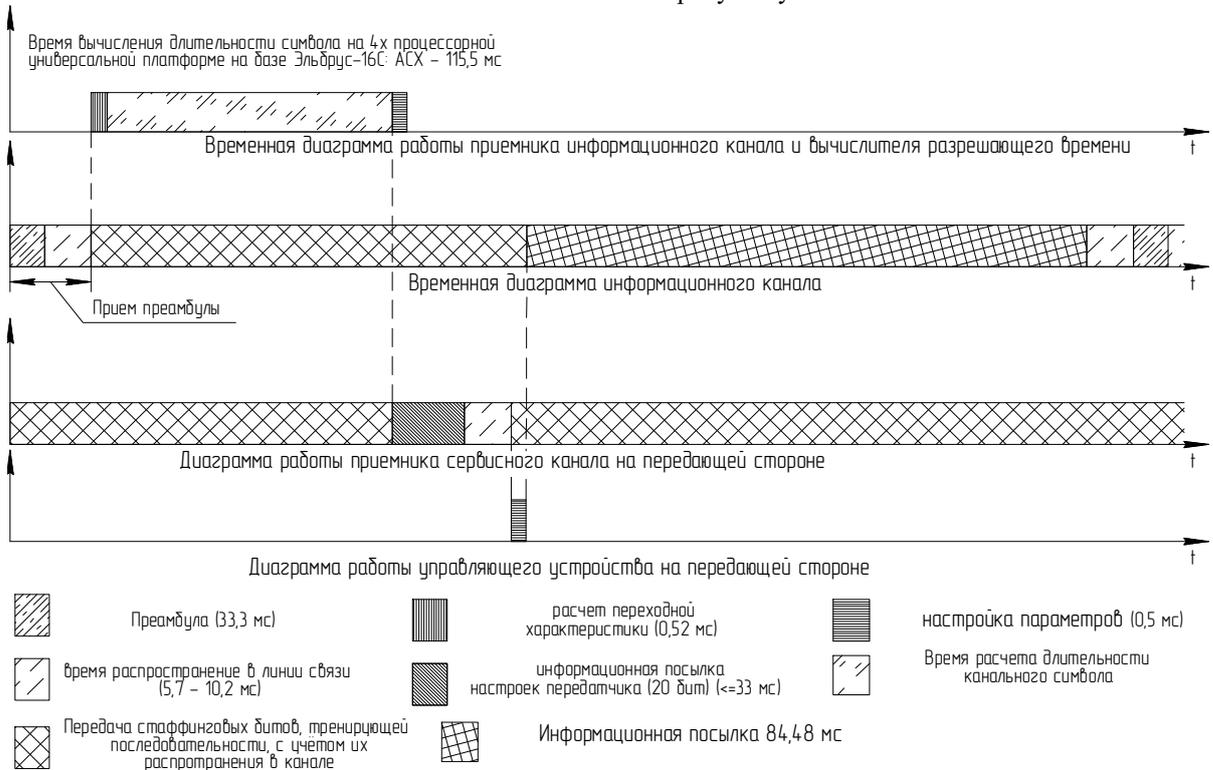


Рис. 5.25. Диаграмма работы фазовой РСПИ ППИ, использующей TRV, при передаче информации. Тип алгоритма – на базе численного метода. Цикл инициализации передачи: полный

Таблица 5.8 Временной бюджет работы РСПИ ППИ на базе TRV

Вид операции	Универсальные вычислительные платформы					
	Сервер «238-2U»		Сервер «438-2U»		Сервер «438-2U»	
	2 процессора		ФМН-п-сигнал		АФМН-п-сигнал	
	Длительность отдельной операции	Общая длительность операций (наибольшее значение)	Длительность отдельной операции	Общая длительность операций (наибольшее значение)	Длительность отдельной операции	Общая длительность операций (наибольшее значение)
Передача преамбулы	33,3 мс	33,3 мс	33,3 мс	33,3 мс	33,3 мс	33,3 мс
Временная задержка, вызванная распространением в линии связи	не более 10,2 мс	43,5 мс	не более 10,2 мс	43,5 мс	не более 10,2 мс	43,5 мс
Расчет переходной характеристики	0,52 мс	44,02 мс	0,52 мс	44,02 мс	0,52 мс	44,02 мс
Время расчета алгоритмов TRV	14,79 мс	58,81 мс	7,48 мс	51,5 мс	28,84 мс	72,86 мс
Передача посылки для настройки передатчика информационного канала	33,3 мс	92,11 мс	33,3 мс	84,8 мс	33,3 мс	106,16 мс
Временная задержка, вызванная распространением в линии связи	не более 10,2 мс	102,31 мс	не более 10,2 мс	95 мс	не более 10,2 мс	116,36 мс
Настройка параметров передатчика информационного канала	0,5 мс	102,81 мс	0,5 мс	95,5 мс	0,5 мс	116,86 мс
Передача информационной посылки	106,6 мс	209,41 мс	106,6 мс	202,2 мс	106,6 мс	223,46 мс
Временная задержка, вызванная распространением в линии связи	не более 10,2 мс	219,61 мс	не более 10,2 мс	212,3 мс	не более 10,2 мс	233,66 мс

Таблица 5.9 Временной бюджет работы РСПИ ППИ на базе ТРВ

Вид операции	Универсальные вычислительные платформы				4 процессора			
	Система на базе Эльбрус 16С		Система на базе аналитического метода		АФМн-п-сигнал		Алгоритм на базе численного метода	
	Длительность отдельной операции	Длительность операций (наибольшее значение)	Длительность отдельной операции	Длительность операций (наибольшее значение)	Общая длительность операций	Общая длительность операций (наибольшее значение)	Длительность отдельной операции	Общая длительность операций
Передача преамбулы	33,3 мс	33,3 мс	33,3 мс	33,3 мс	33,3 мс	33,3 мс	33,3 мс	33,3 мс
Временная задержка, вызванная распространением сигнала в линии связи	не более 10,2 мс	43,5 мс	не более 10,2 мс	43,5 мс	не более 10,2 мс	43,5 мс	не более 10,2 мс	43,5 мс
Расчёт переходной характеристики	0,52 мс	44,02 мс	0,52 мс	44,02 мс	44,02 мс	44,02 мс	0,52 мс	44,02 мс
Время расчета алгоритмов ТРВ	2,78 мс	46,8 мс	10,7 мс	54,72 мс	54,72 мс	54,72 мс	115,5 мс	159,52 мс
Передача посылки для настройки передатчика информационного канала	33,3 мс	80,1 мс	33,3 мс	88,02 мс	88,02 мс	88,02 мс	33,3 мс	192,82 мс
Временная задержка, вызванная распространением сигнала в линии связи	не более 10,2 мс	90,3 мс	не более 10,2 мс	98,22 мс	98,22 мс	98,22 мс	не более 10,2 мс	203,02 мс
Настройка параметров передатчика информационного канала	0,5 мс	90,8 мс	0,5 мс	98,72 мс	98,72 мс	98,72 мс	0,5 мс	203,52 мс
Передача информационной посылки	106,6 мс	197,4 мс	106,6 мс	205,32 мс	205,32 мс	205,32 мс	84,48 мс	288 мс
Временная задержка, вызванная распространением сигнала в линии связи	не более 10,2 мс	207,6 мс	не более 10,2 мс	215,52 мс	215,52 мс	215,52 мс	не более 10,2 мс	298,2 мс

### 5.3.2 Оценка основных характеристик разработанной РСПИ ППИ на базе теории разрешающего времени для ионосферного декаметрового 3кГц ЧСКС при использовании ФМн-4-сигнала [145]

Определение реальных возможностей ТРВ по повышению пропускной способности РСПИ ППИ в информационном ЧСКС при наличии МСИ будем производить посредством сравнения получаемых результатов на её основе, со значениями, регламентированными стандартом связи STANAG 4539, который является приложением С (Appendix C) стандарта MIL-STD-188-110D.

Причины выбора данного стандарта, обусловлены тем, что он является наиболее требовательным, как по уровню внеполосных излучений, так и по другим характеристиками, предъявляемым к системе связи. При сравнении в качестве сигнала будем использовать ФМн-4-сигнал (QPSK), которой обеспечивает наиболее часто используемый режим передачи информации по КВ-каналам, что следует из анализа работ [16,71,149]. А в качестве режима работы – высокоскоростной режим, параметры которого отражены в табл. 5.10, период перемежения во времени составляет 0,36 с. Выбор данных параметров обусловлен тем, что позволяет оценить в большей степени работу демодулятора и решающего устройства, сводя к минимуму влияние временного перемежения и помехоустойчивого кодирования на помехоустойчивость системы, тем самым обеспечивая корректность сравнительного анализа.

Таблица 5.10 Основные параметры скорости передачи для ФМн-4-сигнала согласно стандарта STANAG 4539 [394]

Тип сигнала	Скорость кодирования информационного сообщения [394, с. В-15]	Пропускная способность, бит/с
QPSK (ФМн-4-сигнал)	3/4	3200

В качестве параметров, которые подлежат сравнению, являются: 1) оценка пропускной способности (информационной скорости у стандарта STANAG 4539); 2) оценка помехоустойчивости в форме зависимости вероятности ошибки на бит решающего устройства при воздействии аддитивного белого шума на входе его входе [394].

При сравнении характеристик результатов, достигаемых в рамках STANAG 4539 (приложение С стандарта MIL- STD - 188-110D) и ТРВ, были использованы следующие условия сравнения<sup>1</sup>:

- 1) Оценка производительности модема должна производиться на ЦЧ ЧСКС, то есть в отсутствии расстройки по частоте, обусловленной смещением частоты из-за эффекта Доплера<sup>2</sup>.
- 2) Занимаемая полоса частот сигналом по уровню - 20 дБ на выходе передатчика не должна превосходить значение в 3200 Гц ( $\pm 1600$  Гц относительно ЦЧ [394, с. В-3]).
- 3) Полоса пропускания приемника составляет 2700 Гц по уровню -3 дБ.
- 4) В полосе пропускания приемника неравномерность АЧХ не должна превышать уровня  $\pm 2$  дБ относительного номинального значения на ЦЧ канала, а у передатчика – не более  $\pm 3$  дБ.
- 5) Нестабильность восстановления несущей не должна превосходить 0,018 Гц, что можно обеспечить за счёт использования процедур синхронизации по преамбуле перед передачей информационного блока данных и применения малогабаритных рубидиевых стандартов частоты, у которых нестабильность частоты может достигать до  $4 \times 10^{-12}$ /сут<sup>3</sup>.
- 6) В силу высоких требований к временной точности формирования канальных символов (нестабильность не должна превышать 10 ppm<sup>4</sup> от длительности символа, согласно MIL- STD - 188-110D) и использования систем символьной

---

<sup>1</sup> Следуют из анализа стандартов STANAG 4539 и MIL- STD - 188-110D

<sup>2</sup> Следует анализа раздела 2, Annex C, представленного на странице C-2 стандарта STANAG 4539

<sup>3</sup> [https://morion.com.ru/files/rubidium-generators/5\\_file-ru.pdf?1686915432](https://morion.com.ru/files/rubidium-generators/5_file-ru.pdf?1686915432)

<sup>4</sup> 1 PPM (parts per million) от величины А (с англ.) – соответствует 0.0001% от величины А

синхронизации, в том числе компенсирующих эффект Доплера, эффект воздействия от данной нестабильности не учитывался.

7) При сравнительной оценке пропускной способности, достигаемой в рамках ТРВ и информационной скорости передачи, учитывается только промежуток времени передачи информационного кадра (106,6 мс), поскольку именно этим промежутком определяется информационная скорость в рамках стандарта STANAG 4539<sup>1</sup>.

8) Требуемое С/Ш в рамках результатов, представленных в стандарте STANAG 4539, должно быть увеличено на 2 дБ при учёте влияние радиотракта и аппаратных нестабильностей РСПИ ППИ.

9) Канал должен иметь малую задержку между лучами (выбрано значение 185 мкс) и доплеровский расширение спектра 0,5 Гц. Данный выбор обусловлен тем, что при данных параметрах канала и выбранного режима передачи у модема стандарта STANAG 4539 наблюдается возрастание требований по соотношению С/Ш = 23,6 дБ (см. рис.5.26).

С учётом результатов работы [12], таким параметрам соответствует ионосферный канал<sup>2</sup>, который с точки зрения структурно-физического подхода имеет следующие характеристики: 1) среднеширотная трасса протяженностью 1000 км, полуденные часы периода равноденствия (март), максимальная солнечная активность; 2) параметры среднемасштабных волновых возмущений (ВВ) — типичных для этих условий [12]: амплитуда – 5%, длина волны ВВ – 150 км, период 20 мин; 3) рабочая частота 0.8 от максимальной применимой частоты радиосвязи (МПЧ)<sup>3</sup>, которая близка к оптимальной по минимальному количеству лучей. С точки зрения фенологического подхода, учитывая работу [12], данный ионосферный канал можно охарактеризовать следующим образом: однокачковая трасса, с отражением от E и F слоя (двухлучевое распространение), мощности лучей приблизительно имеют одинаковую мощность, деление обыкновенной и

---

<sup>1</sup> Следует из анализа стандарта STANAG 4539

<sup>2</sup> АЧХ данного канала в полосе 100 кГц представлена на рис. 1.9

<sup>3</sup> Данное условие обеспечивает значение числа лучей близкое к оптимальному

необыкновенной магнитоионной составляющей у каждого из лучей отсутствует; задержка между лучами 185 мкс. Полоса пропускания парциального канала в большинстве случаев составляет от 2,7 до 3 кГц по уровню – 3 дБ относительно значения на его ЦЧ (см. рис. 1.9), а АЧХ парциального канала обладает высокой степени симметрии относительно ЦЧ в полосе пропускания.

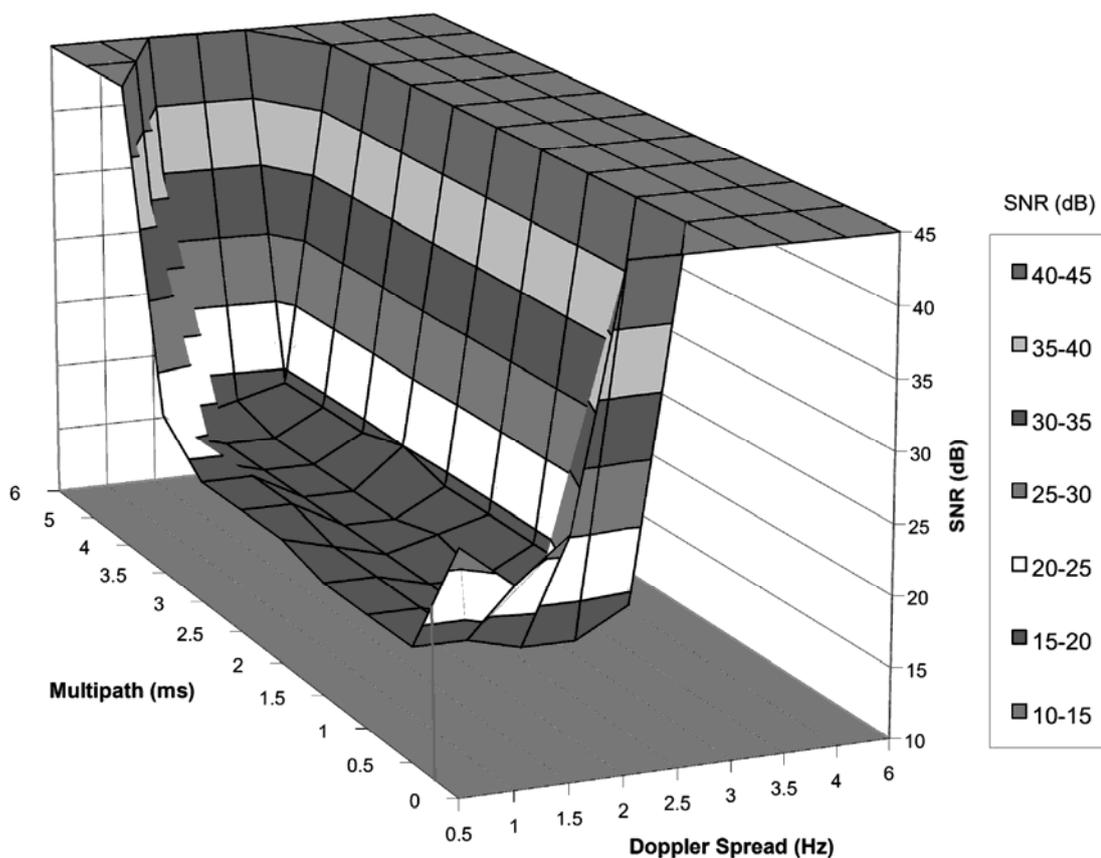


Рис. 5.26. Предельные характеристики РСПИ ППИ, удовлетворяющей стандарту STANAG 4539, когда в качестве сигнала используется QPSK (ФМн-4-сигнал) при реализации информационной скорости 3200 бит/с и скорости сверточного кода  $\frac{3}{4}$  при BER =  $10^{-3}$ . Вертикальная линия задержка между лучами 185 мкс.

Для рассматриваемого случая КЧХ составного ЧСКС парциального 3кГц была задана с помощью полосового фильтра (ПФ) 2-й типа при  $\beta = 5,025$  (АЧХ ПФ представлена на рис. 5.27, полоса пропускания по уровню -3 дБ – 2700 Гц, а избирательность по соседнему каналу не менее 31,9 дБ. А спектр сигнала на выходе данного ЧСКС представлен на рис. 5.28.

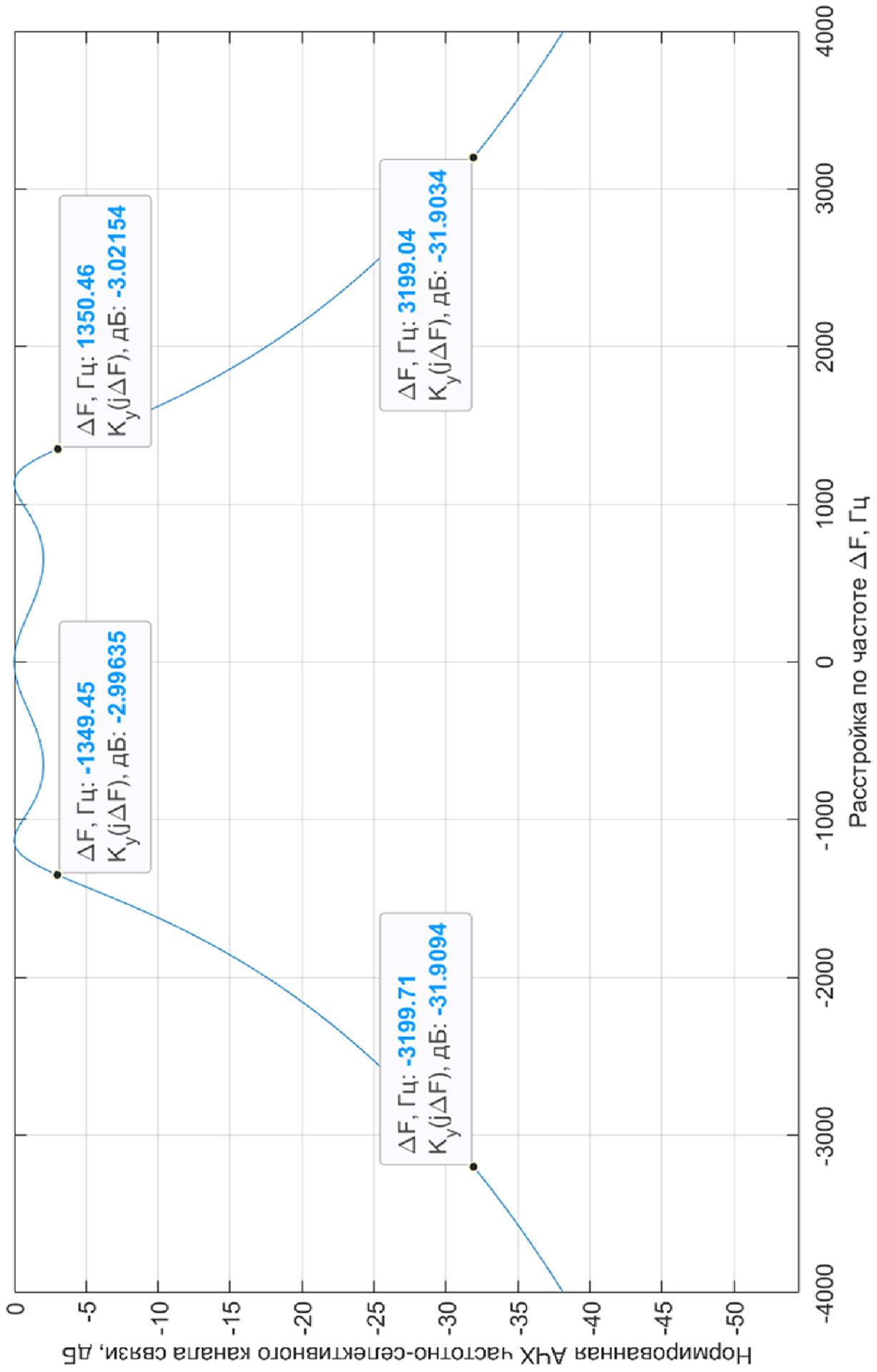


Рисунок 5.27. Нормированная АЧХ составного ЧСКС

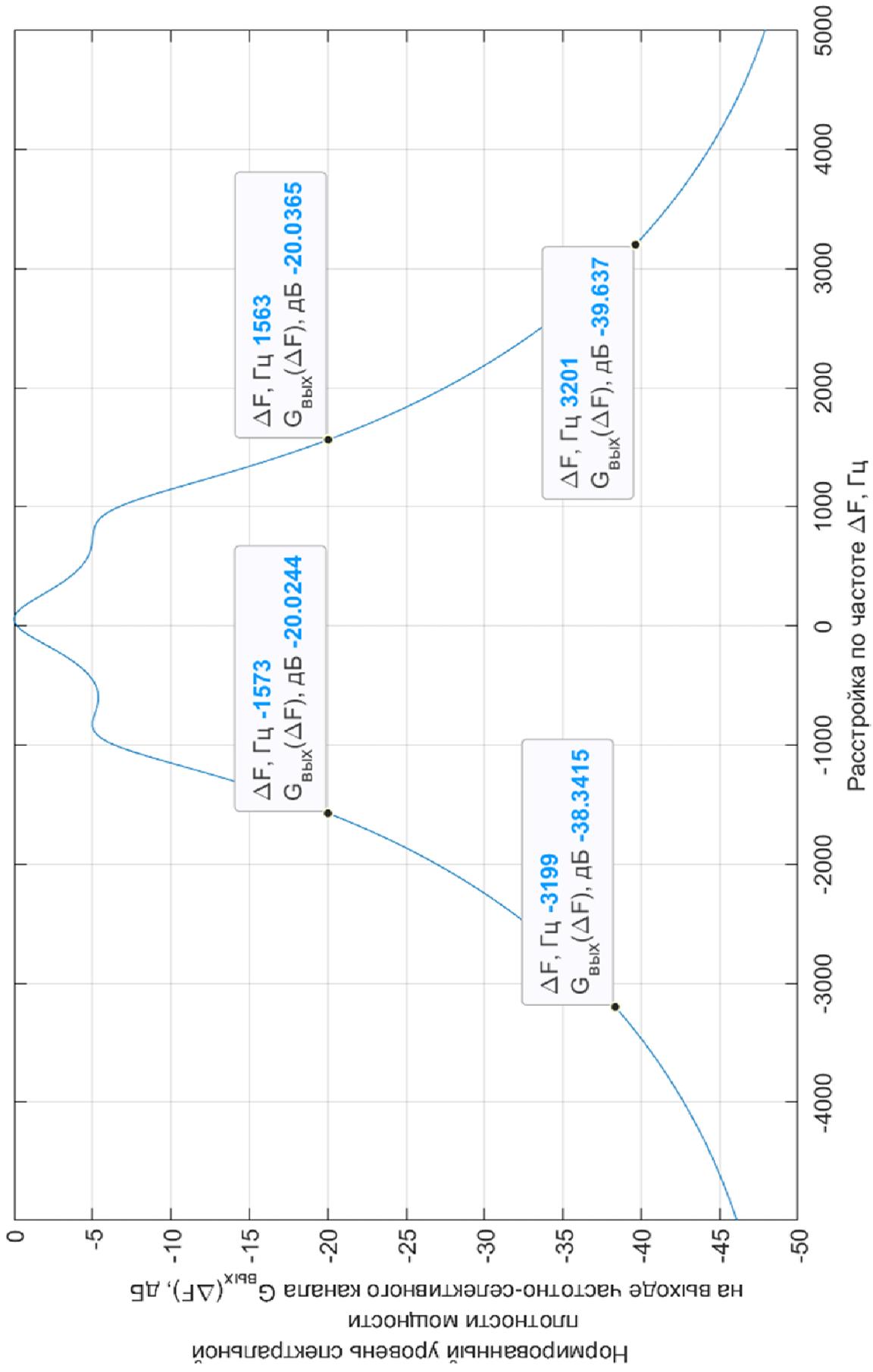


Рисунок 5.28. Нормированная спектральная плотность мощности сигнала на выходе частотно-селективного канала

10) При получении оценок для РСПИ ППИ на базе ТРВ использовалось ПО [235] и следующие параметры: пороговое значение амплитуды принимаемого сигнала  $M_{\text{пор}} = 0,6464$ ; величина приведенной допустимой погрешности  $\alpha_0 = \alpha_{\text{доп}} / \Delta\varphi_{\text{ш}} = 0,23$ , временное перемежение данных при формировании информационных блоков данных отсутствовало, использовался только код Грея.

11) Тип флуктуационного шума – аддитивный белый гауссовский шум.

Результаты оценки пропускной способности РСПИ ППИ на базе ТРВ в информационном ЧСКС имеют следующие значения: оценка пропускной способности  $C = 4024,3$  бит/с (удельная пропускной способности  $C_{\text{уд}} = 1,4905$  бит/Гц\*с, длительность канального символа  $0,497$  мс) (см. рис.5.29).

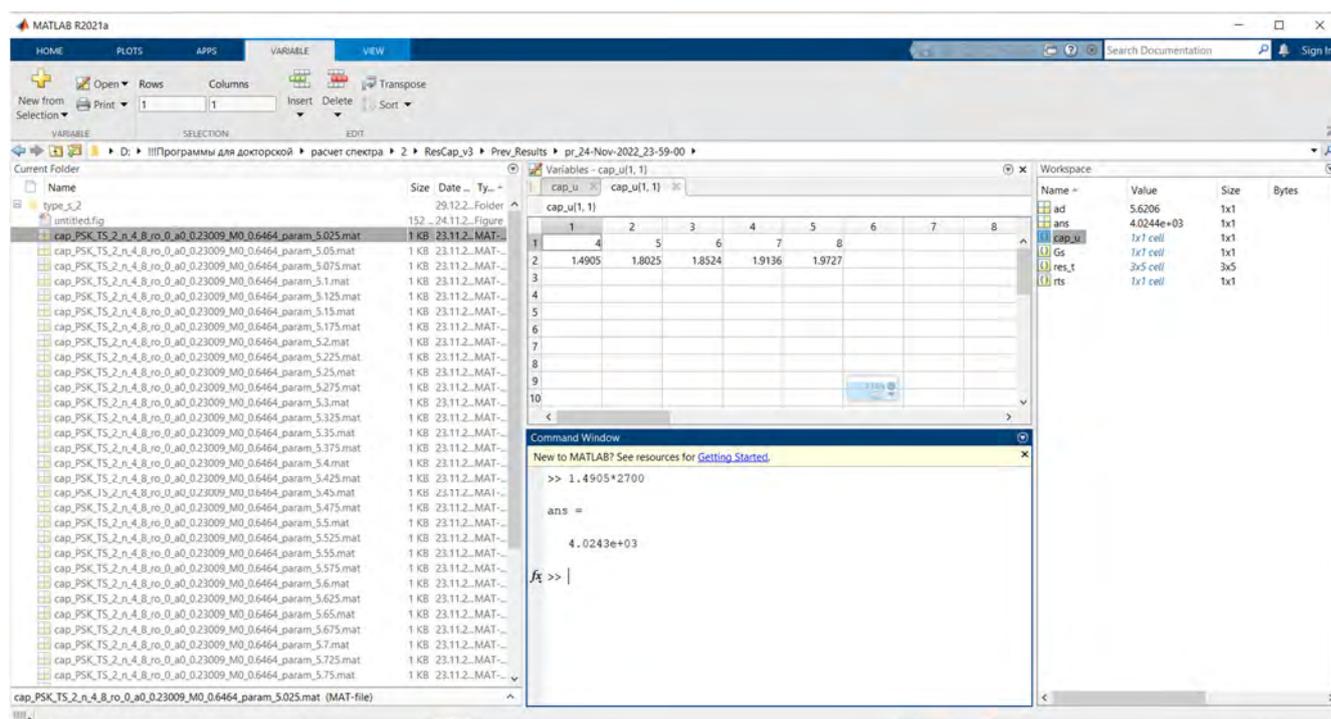


Рисунок 5.29. К оценке пропускной способности РСПИ ППИ для рассматриваемого ЧСКС при использовании ФМн-4-сигнала

Выигрыш по пропускной способности за счёт использования ТРВ по отношению к стандарту STANAG 4539 составляет 25,8% и обусловлен отсутствием помехоустойчивого кодирования. Благодаря кодированию, применяемому в

STANAG 4539, «эффективная» длительность канального символа, соответствующая информационной скорости 3200 бит/с, увеличивается по сравнению с исходным значением и определяется следующим образом

$$\tau_c'' = \tau_c \times \left( \frac{V_{\text{инф}}}{k_b V_M} \right)^{-1} = 0,4167 \text{ мс} \times \left( \frac{3200 \text{ бит/с}}{2 * 2400 \text{ бод}} \right)^{-1} = 0,6251 \text{ мс}.$$

Здесь  $\tau_c$  – длительность канального символа, соответствующая скорости модуляции  $V_M$  (в рамках STANAG 4539 равна 2400 бод);  $V_{\text{инф}}$  – информационная скорость передачи;  $k_b=2$ .

Оценки влияния ошибок измерений импульсной характеристики ЧСКС на пропускную способность канала представлены в таблице 5.11. Они были получены путем совместного использования ПО [235] и следующего соотношения

$$\Delta_{K(j\omega)} = \frac{S_{K_{\text{ср}}(j\omega)} - S_{K_{\text{ист}}(j\omega)}}{S_{K_{\text{ист}}(j\omega)}} \times 100\%, \text{ где } S_{K_{\text{ср}}(j\omega)} \text{ и } S_{K_{\text{ист}}(j\omega)} - \text{площади под кривыми,}$$

определяющие АЧХ для сравниваемой импульсной характеристики и её истинным значением, соответственно.

Табл. 5.11 Оценка влияния погрешности оценки импульсной характеристики на пропускную способность

$\Delta_{K(j\omega)}, \%$	Относительное изменение пропускной способности, %
0,93	-1,38
1,23	-0,5
1,54	-0,96

Для оценки помехоустойчивости разработаем новый метод, по её оценке. При этом будем учитывать особенности рассматриваемых в данной диссертационной работе (см. табл 1.3) ионосферных декаметровых ЧСКС, указанных в данном разделе и в разделе 1.3.3, а именно:

1) Тип флуктуационного шума – аддитивный белый гауссовский шум.

2) Вариация уровня сигнала, обусловленная медленными замираниями в канале, на входе решающего устройства полагается, что отсутствует. Такое допущение обусловлено тем, что перед передачей каждого информационного блока происходит настройка автоматической регулировки усиления на основании анализа преамбулы или тренирующей последовательности (стаффинговые биты), а сама настройка в худшем случае происходит каждые 300 мс, то есть не реже, чем период квазистационарности канала (свойства канала в данный период приведены в разделе 1.3.3).

3) В силу того, что доплеровское расширение спектра не превосходит 0,5 Гц, его воздействие можно рассматривать как постоянный фазовый сдвиг, который не влияет на динамическую составляющую переходного процесса, в течение передачи канального символа. При этом набег фазы, обусловленный доплеровским расширением спектра, эквивалентен изменению начального фазового сдвига, относительно оптимального значения.

С учётом вышеизложенного выражение, позволяющее определить наихудшую помехоустойчивость фазовой РСПИ ППИ на базе ТРВ, при использовании медленной автоматической регулировки усиления, которая не изменяет свои параметры в течении 300 мс, без использования помехоустойчивого кодирования, можно получить, учитывая вышеизложенные особенности и результаты работ [75,5], а также то, что требуемое отношение С/Ш имеет такой уровень, при котором допускается только единичная ошибка, что достигается за счёт использования кода Грея.

Отсутствие учёта помехоустойчивого кодирования обусловлено тем, что, во-первых, оно достаточно сильно влияет на помехоустойчивость системы в целом, а во-вторых, существующие методы кодирования не являются адаптивными к динамическим частотно-селективным свойствам канала связи [271], что требует ТРВ, поэтому целесообразно оценивать именно «чистую» помехоустойчивость, которая позволит разработчику сформировать требования к применяемому помехоустойчивому кодированию.

С учётом вышеуказанного оценка помехоустойчивости при использовании ФМн- $n$ -сигнала в этом случае с учётом работ [75,5] может быть представлена следующим образом<sup>1</sup>

$$C / Ш = 10 \log_{10} \frac{\min P_c((G+1)t_{\text{раз}})}{\sigma_{\text{ш}}^2} = 20 \log_{10} \frac{M_{\text{пор}}}{\sigma_{\text{ш}}} = 20 \log_{10} \frac{M_{\text{пор}}}{\varepsilon_H / C_{\text{п}}} =$$

$$= 20 \log_{10} \frac{M_{\text{пор}}}{\left( \frac{M_{\text{пор}} \sin(Q_{\text{орг}} - \alpha_{\text{доп}})}{F^{-1}(1 - k_b BER)} \right)} = 20 \log_{10} \frac{F^{-1}(1 - k_b BER)}{\sin\left(k_{\text{орг}} \frac{\pi}{n} - \varphi_{\text{ош}} - \alpha_{\text{доп}}\right)}. \quad (5.3.1)$$

Здесь  $\min P_c((G+1)t_{\text{раз}}) = M_{\text{пор}}^2$  – минимальное значение мощности сигнала, обусловленная МСИ, в момент съема информации о канальном символе, обеспечивающая заданную вероятность ошибки на бит (BER) при работе решающего устройства;  $Q_{\text{орг}} = k_{\text{орг}} \frac{\pi}{n} - \varphi_{\text{ош}}$  ;  $k_{\text{орг}} \in (0;1)$  – коэффициент, характеризующий близость  $Q_{\text{орг}}$  к значению  $0,5\Delta\varphi_{\text{ш}}$ , когда  $\varphi_{\text{сс}} = \pi / n$  для четных  $n$  и  $\varphi_{\text{сс}} = 0$  для нечетных  $n$ , при отсутствии дополнительных дестабилизирующих факторов, характеризует степень неидеальности АЦП;  $\varphi_{\text{ош}}$  – наибольшая ошибка по фазе (сумма наибольшего значения доплеровского набега фазы в течении одного информационного блока, состоящего из канальных символов, погрешности от фазового дисбаланса квадратурных составляющих в приёмнике и наибольшего набега фазы, обусловленный нестабильностью восстановления несущей);  $C_{\text{п}} = F^{-1}(1 - k_b BER)$  – коэффициент преобразования распределений параметров равномерного в гауссовское распределение [75],  $SER = k_b BER$  – вероятность ошибки на канальный символ;  $BER$  – вероятность ошибки на бит;  $k_b = \log_2 n$  – число бит в символе;  $F^{-1}(\cdot)$  – функция обратная функции распределения

<sup>1</sup> Пояснение к выводу соотношения продемонстрировано на рис. 5.30

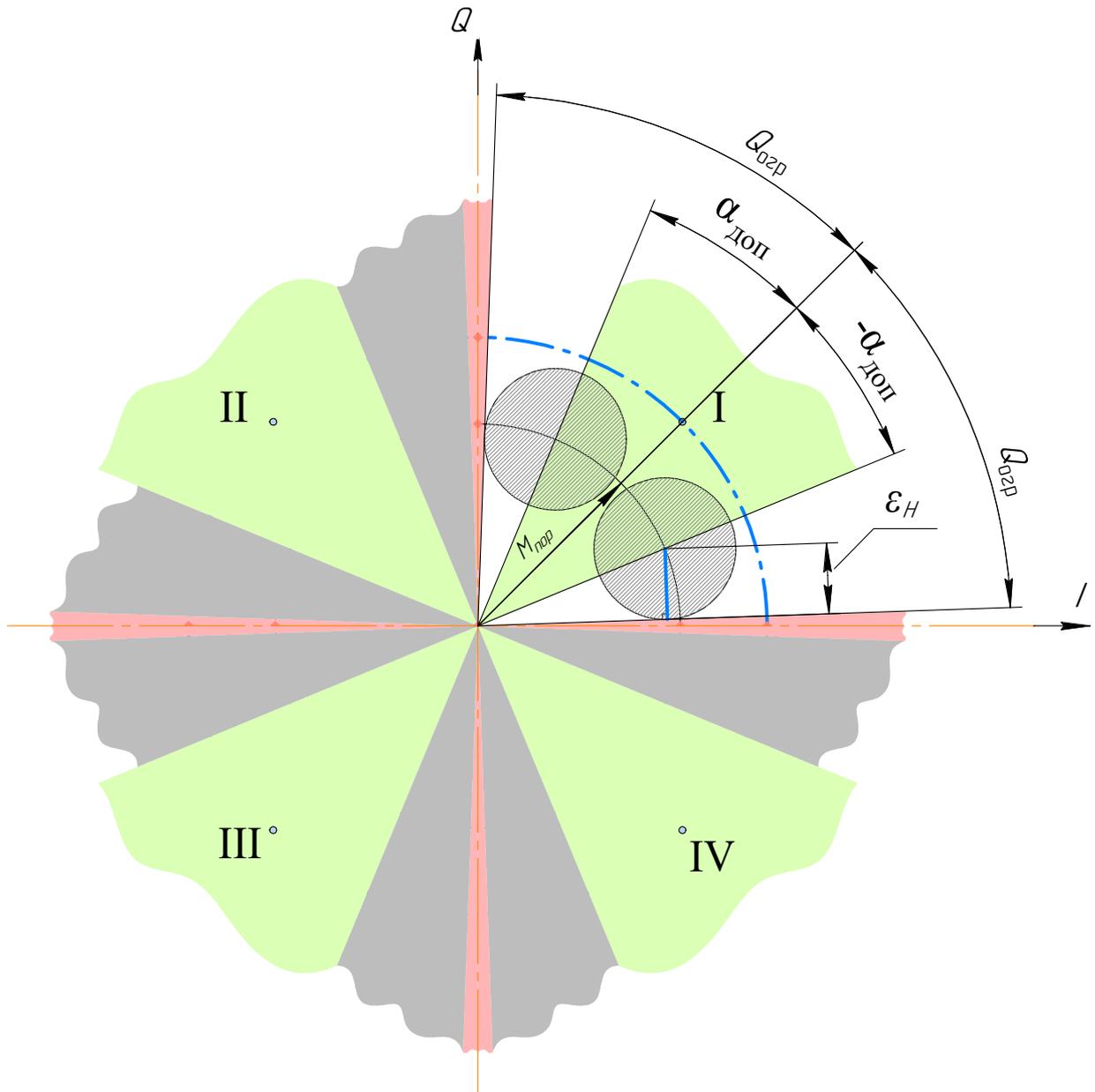


Рисунок 5.30. Пояснение к выводу аналитического выражения (5.3.1) при  $\varphi_{\text{ош}} = 0$  на примере ФМн-4-сигнала. Тип области: а) область, в которой должен находиться комплексная амплитуда сигнала, искаженного МСИ, при съеме информации о канальном символе, для обеспечения приема информации с заданной вероятностью ошибки на бит (зеленый цвет); б) область доступная для воздействия аддитивного шума на сигнал при заданной вероятности ошибки на бит (серый цвет); в) область, характеризующая неидеальность реального АЦП (красный цвет). Границы областей, в которых должна находится смесь сигнала и шума на комплексной плоскости в момент съема информации о канальном символе для обеспечения заданной вероятности ошибки на бит (— · —). Радиус, на котором лежат точки сигнального созвездия (— · —); радиус, обусловленный  $M_{\text{пор}}$  (—). Элементы сигнального созвездия на комплексной плоскости (·). Область, которую может занимать белый гауссовский шум при заданной BER и  $M_{\text{пор}}$  (штриховая область).  $\epsilon_H$  (—).

нормального закона с математическим ожиданием равным нулю и СКО равным единице.

Зависимости оценки помехоустойчивости для РСПИ ППИ для рассматриваемого информационного канала связи при использовании ТРВ, построенные с помощью выражения (5.3.1) при  $Q_{\text{огр}} = 0,499\Delta f_{\text{ш}}$ , представлены на рисунке 5.31. При построении зависимостей были учтены следующие особенности: 1) длительность информационного кадра 106,6 мс; перед его передачей передаётся тренирующая последовательность, которая используется для настройки параметров автоматической регулировки усиления, систем символьной синхронизации, компенсации эффектов, обусловленных эффектом Доплера; 2) для компенсации набега фазы, обусловленной доплеровским расширением спектра в течении передачи информационного кадра, используется безтестовая оценка импульсной характеристики канала, за счёт процедуры, представленной в работах [149], для которой требуется использовать от 10 до 15 канальных символов информационной последовательности, и последующая оценка угла поворота осей комплексной плоскости с помощью процедуры, представленной в работе [163]. Сама процедура компенсации осуществляет поворотом осей комплексной плоскости вокруг начала координат при цифровой обработке сигнала; 3) погрешности по фазе, обусловленные дисбалансом I/Q не превосходят  $0,05^\circ$ , что достигается за счёт метода коррекции, представленного в работе [358], а набег фазы равен  $0,691^\circ$ , обусловленный нестабильностью восстановления несущей 0,018 Гц на длительности 106,6 мс.

Анализ зависимостей, представленный на рисунке 5.26, совместно с результатами, полученным в рамках использования ТРВ (см. рисунке 5.31), позволяет говорить, о том что выигрыш по помехоустойчивости при  $\text{BER} = 10^{-3}$  для данного случая будет составлять 6,09 дБ и 5,93 дБ, при коррекции поворота осей комплексной плоскости, обусловленных доплеровским расширением частоты в 0,5 Гц каждые 10 или 15 канальных символов, соответственно, при условии, что отсутствует учёт влияния нестабильностей, вносимых подсистемами РСПИ ППИ,

при анализе результатов на базе STANAG 4539. При их учёте выигрыш может быть дополнительно увеличен на 2 дБ.

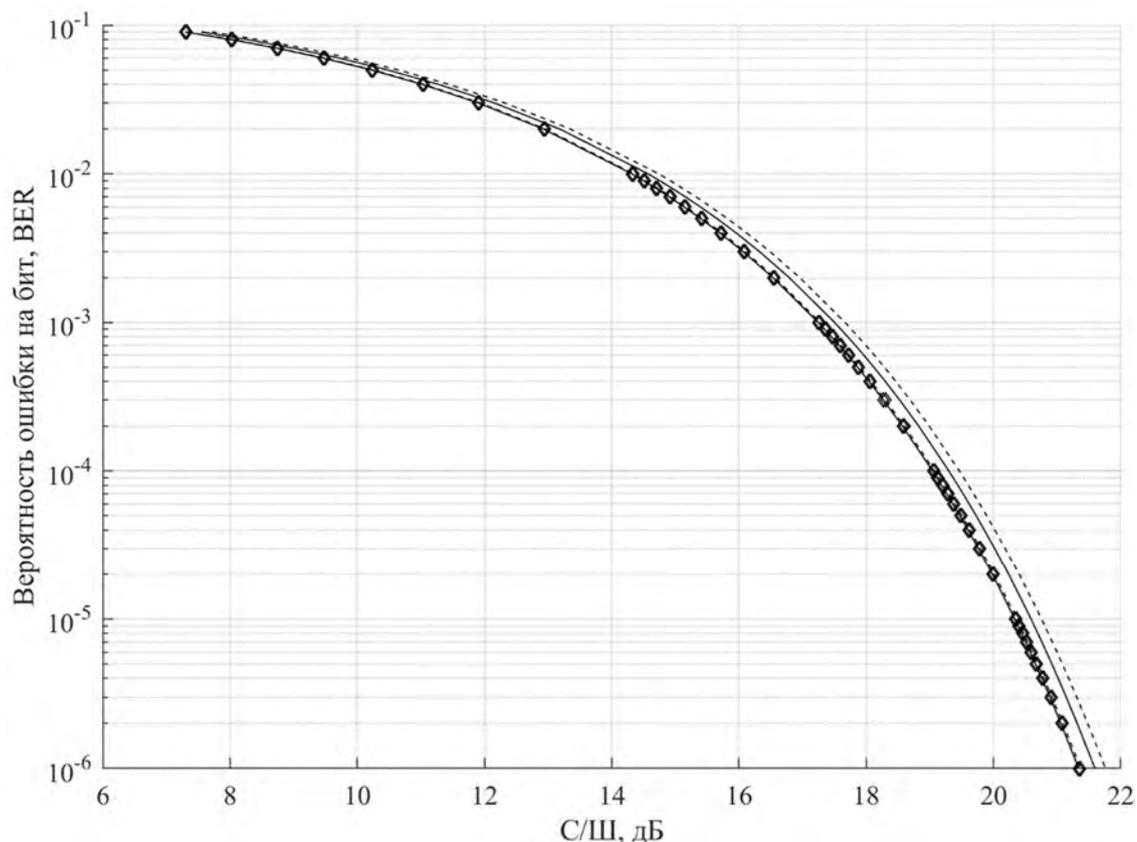


Рис. 5.31. Зависимость BER от С/Ш в исследуемом ЧСКС для РСПИ ППИ на базе ТРВ, при использовании ФМн-4-сигнала. Доплеровское расширение спектра: 0,1 Гц (маркер  $\blacklozenge$ ); 0,5 Гц (маркер отсутствует). Компенсация набега фазы, обусловленной доплеровским расширением: каждые 10 канальных символов (—); каждые 15 канальных символов (— —).

В данном случае выигрыш по помехоустойчивости, при использовании ТРВ обусловлен тем, что благодаря её применению, выбор длительности символа обеспечивает отсутствие съема информации в моменты времени, когда огибающая на выходе парциального ЧСКС достигает значений, близких к нулю или равным ему, обусловленных МСИ, в отличие от того, как как это происходит в стандарте STANAG 4539, когда эти эффекты частично компенсируются за счёт применения помехоустойчивого кодирования и перемежения во времени.

С использованием (5.3.1) были также получены зависимости, представленные на рис. 5.32, требуемого С/Ш при  $BER = 10^{-3}$  от числа канальных символов, после передачи которых необходимо, произвести компенсацию набега фазы из-за доплеровского расширения спектра, при  $Q_{огр} = 0,499\Delta\varphi_{ш}$  и нестабильности восстановления несущей – 0,018 Гц,

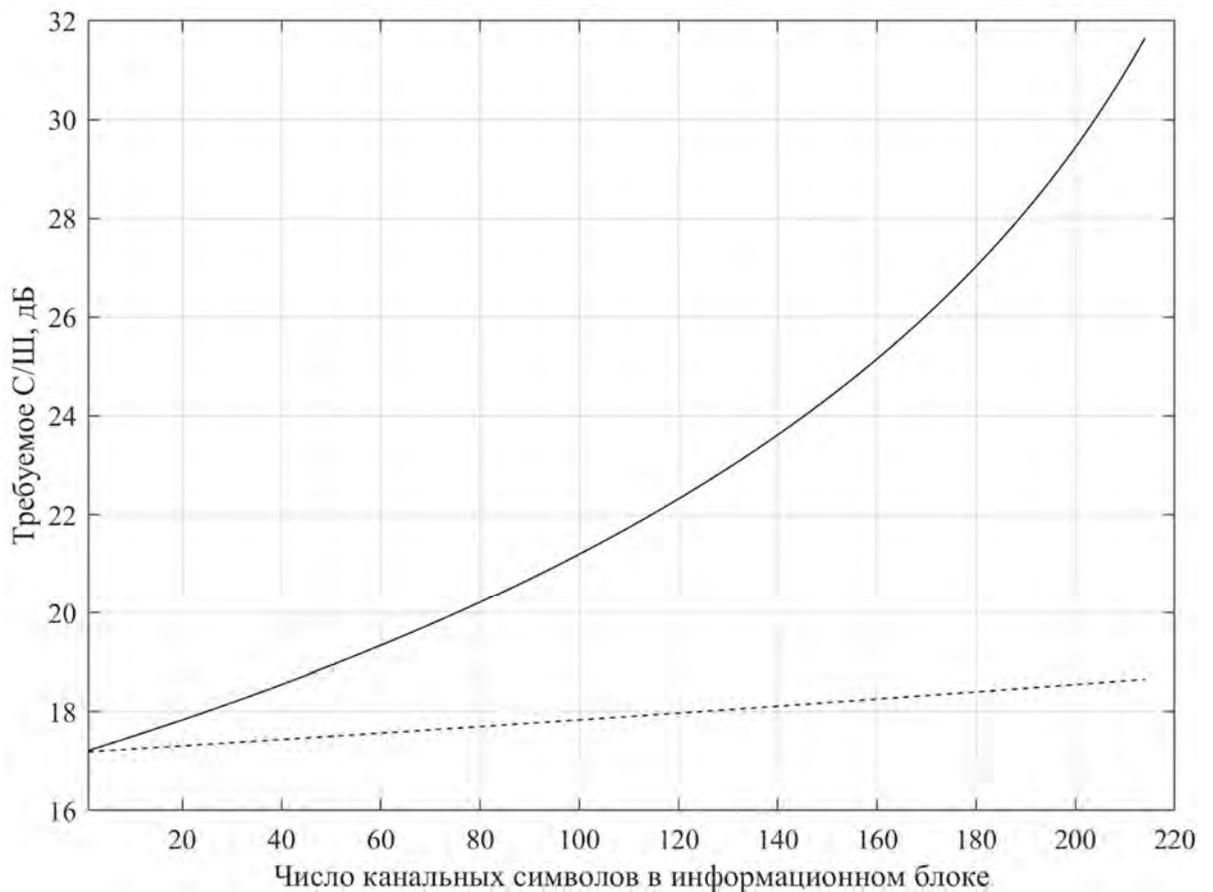


Рис.5.32 Зависимость требуемого минимального С/Ш на входе решающего устройства при наличии гауссовского шума и ошибки измерения фазы, обусловленной доплеровским расширением спектра, от числа канальных символов в информационном блоке при  $BER = 10^{-3}$  без использования помехоустойчивого кодирования по истечению передачи которых требуется обеспечить компенсацию набега фазы. Доплеровское расширение спектра: 0,1 Гц (штриховая линия); 0,5 Гц (сплошная линия)

Дополнительный анализ зависимостей, представленных на рисунках 5.31 и 5.31, для рассматриваемого случая, позволяет отметить следующие особенности:

1) В рамках использования ТРВ при компенсации доплеровского набега фазы каждые 15 канальных символов  $BER < 10^{-6}$  при  $C/Ш = 23,6$ дБ. При этом для  $C/Ш =$

23,6дБ в рамках передачи пользовательских данных со скоростью 3200 бит/с при использовании модема стандарта STANAG 4539 (длительность перемежения – 0,36 с), достигается  $BER = 10^{-3}$ . Это позволяет утверждать о перспективности применения ТРВ для передачи информации в декаметровых узкополосных ионосферных каналах связи, указывая на необходимость создания новых перспективных методов помехоустойчивого кодирования, которые учитывают частотно-селективные свойства каналов связи.

2) При значениях доплеровского расширения спектра 0,5 Гц и использования целевых параметров стандарта STANAG 4539 ( $C/Ш = 23,6$  дБ и  $BER = 10^{-3}$ ) наибольшее число канальных символов, используемых для передачи пользовательских данных, после передачи которых требуется производит компенсацию набега фазы из-за эффекта Доплера, в рамках использования ТРВ, составляет 117 канальных символов.

#### **5.4 Метод оценки помехоустойчивости фазовой РСПИ ППИ, построенной на базе теории разрешающего времени и использующей АФМн- $N$ -сигналы, в декаметровых среднеширотных каналах связи [145]**

В данном разделе представлен метод оценки помехоустойчивости РСПИ ППИ на базе разработанной теории разрешающего времени для среднеширотных ионосферных каналов связи (см. табл. 1.3) при тех же условиях, которые были использованы для получения соотношения (5.3.1).

С учётом результатов представленных в предыдущем разделе, результатов работ [75,5] зависимость  $C/Ш$  от вероятности ошибки на бит примет следующий вид

$$\begin{aligned}
C / Ш &= 10 \log_{10} \frac{\overline{\min P_c((G+1)t_{\text{раз}})}}{\sigma_{\text{ш}}^2} = 10 \log_{10} \frac{\frac{1}{m} \sum_{p=1}^m (M_{cc_p} - \Delta_{\text{доп}})^2}{\sigma_{\text{ш}}^2} = \\
&= 20 \log_{10} \frac{\frac{1}{\sqrt{m}} \sqrt{\sum_{p=1}^m (M_{cc_p} - \Delta_{\text{доп}})^2}}{\frac{1}{F^{-1}(1 - k_b \text{BER})} \left[ (M_{cc_1} - \Delta_{\text{доп}}) \sin(Q_{\text{орг}} - \alpha_{\text{доп}}) S_f + (1 - S_f)(Q_A - \Delta_{\text{доп}}) \right]} = \\
&= 20 \log_{10} \frac{F^{-1}(1 - k_b \text{BER}) \sum_{p=1}^m \sqrt{(M_{cc_p} - \Delta_{\text{доп}})^2}}{\sqrt{m} \left[ (M_{cc_1} - \Delta_{\text{доп}}) \sin(Q_{\text{орг}} - \alpha_{\text{доп}}) S_f + (1 - S_f)(Q_A - \Delta_{\text{доп}}) \right]}. \quad (5.4.1)
\end{aligned}$$

Здесь  $Q_{\text{орг}} - \alpha_{\text{доп}} = k_{\text{орг}} \frac{\pi}{n} - \varphi_{\text{ош}} - \alpha_{\text{доп}}$ ;  $Q_A - \Delta_{\text{доп}} = k'_{\text{орг}} \Delta M_{\text{ш}} - \Delta M_{\text{ош}} - \Delta_{\text{доп}}$

$S_f = 1 \left[ (M_{cc_1} - \Delta_{\text{доп}}) \sin(Q_{\text{орг}} - \alpha_{\text{доп}}) - (Q_A - \Delta_{\text{доп}}) \right]$ , Здесь  $\overline{\min P_c(d\tau_c)}$  – минимальная средняя мощность на входе РУ;  $k'_{\text{орг}} \in (0;1)$  – определяет качество работы АЦП;  $\Delta M_{\text{ош}}$  – предельный уровень ошибок, связанный с неидеальностью работы подсистем РСПИ ППИ.

### 5.5 Инженерные методы анализа эффективности, их программная реализация и результаты исследования практических возможностей фазовых РСПИ ППИ, построенных на базе теории разрешающего времени [126,127,133 –137,235,239,310,325,327]

Для исследования эффективности фазовых РСПИ ППИ на основании численного метода оценки разрешающего времени разработаны:

1) метод оценки стабильности «окон прозрачности» при наличии расстройки по частоте и вариации уровня ошибок измерений, вносимых приёмником. Сам

метод заключается в построении карт<sup>1</sup> областей «окон прозрачности»<sup>2</sup> и граничной длительности символа. Его практическая реализация представлена в форме программного обеспечения в среде моделирования Matlab [239]. Ряд результатов, полученных с его помощью, представлен на рис. 5.33 – 5.36. При этом все результаты и настройки программы, использованные для их получения, представлены в подразделе П4.1

- 2) метод, позволяющий сформировать критерии к системам символьной синхронизации, оценить влияние КЧХ и расстройки по частоте на пропускную способность и конфигурацию сигнального созвездия, обеспечивает решение задачи оптимизации. Он построен на базе ряда дополнительных оценок пропускной способности и конфигураций сигнального созвездия, при которых они достигаются. Сами виды оценок и выражения, которые их определяют, приведены в приложении 4, подраздел П4.2.1, а результаты исследований, в том числе с развернутым анализом приведены в подразделе П4.2.2. и П4.2.3.

Ниже в краткой форме перечисляются основные результаты по исследованию практических возможностей фазовых РСПИ ППИ, построенных на базе теории разрешающего времени, которые были получены с помощью инженерных методов анализа их эффективности и представленных в приложении 4:

1. Показана стабильность по повышению скорости передачи при использовании окон прозрачности, поскольку возрастание предельных ошибок измерений, вносимых приемником, приводит к уменьшению размеров окон прозрачности для АФМн- $N$ -сигнала по длительностям символа к среднему значению длительностей символа, при которых начинается и заканчивается ОП, а для ФМн- $n$ -сигнала к длительности символа близкому к тому, при котором оно начинается; для АФМн- $N$ -сигнала с равным числом состояний по амплитуде и фазе обеспечивается

---

<sup>1</sup> В данном случае под картой понимается плоскость «безразмерная результирующая расстройка по частоте – безразмерная длительность символа», на которой нанесены значения разрешающего времени при заданных абсолютных значениях предельных ошибок измерений.

<sup>2</sup> Область «окон прозрачности» – замкнутая область на плоскости «безразмерная результирующая расстройка по частоте – безразмерная длительность символа», составленная из сечений изменяющегося «окна прозрачности», которое меняет свои размеры и положение на плоскости в зависимости от безразмерной расстройки по частоте при заданных значениях предельных ошибок измерений.

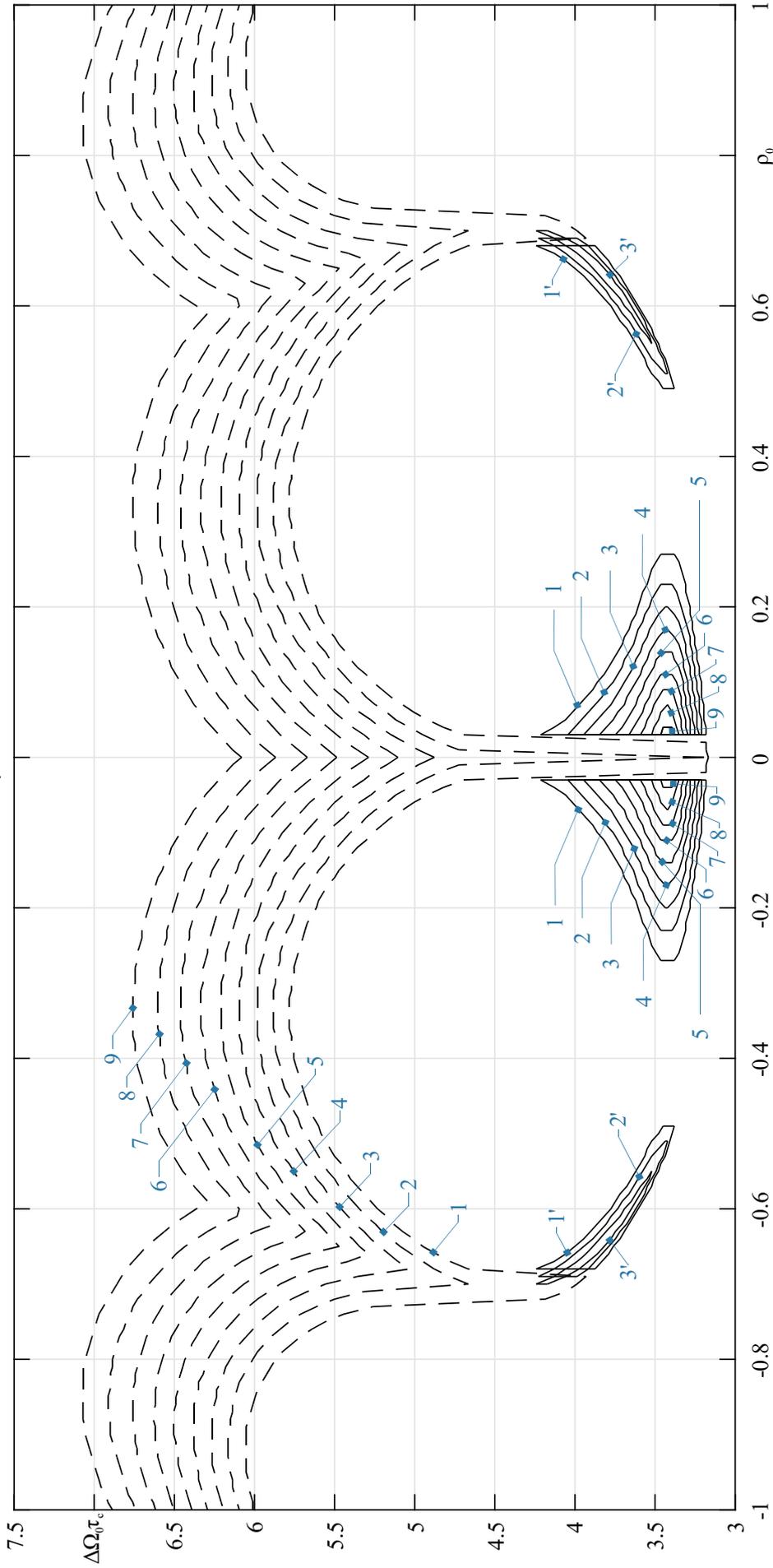


Рис. 5.33. Карта областей «окон прозрачности» и граничных длительностей символа для фильтра 1-ого типа при  $\beta_{\text{ср}} = 1$ . Тип сигнала – ФМн-64-сигнал. Граничная длительность символа (штриховая линия) при  $\alpha_0 : 0,4999 (1); 0,46 (2); 0,42 (3); 0,38 (4); 0,34 (5); 0,3 (6); 0,26 (7); 0,22 (8); 0,18 (9)$ . Первая область «окон прозрачности» №1 (сплошная линия) при  $\alpha_0 : 0,4999 (1); 0,46 (2); 0,42 (3); 0,38 (4); 0,34 (5); 0,3 (6); 0,26 (7); 0,22 (8); 0,18 (9)$ . Область «окон прозрачности» №2 (сплошная линия) при  $\alpha_0 : 0,4999 (1'); 0,48 (2'); 0,46 (3')$ .

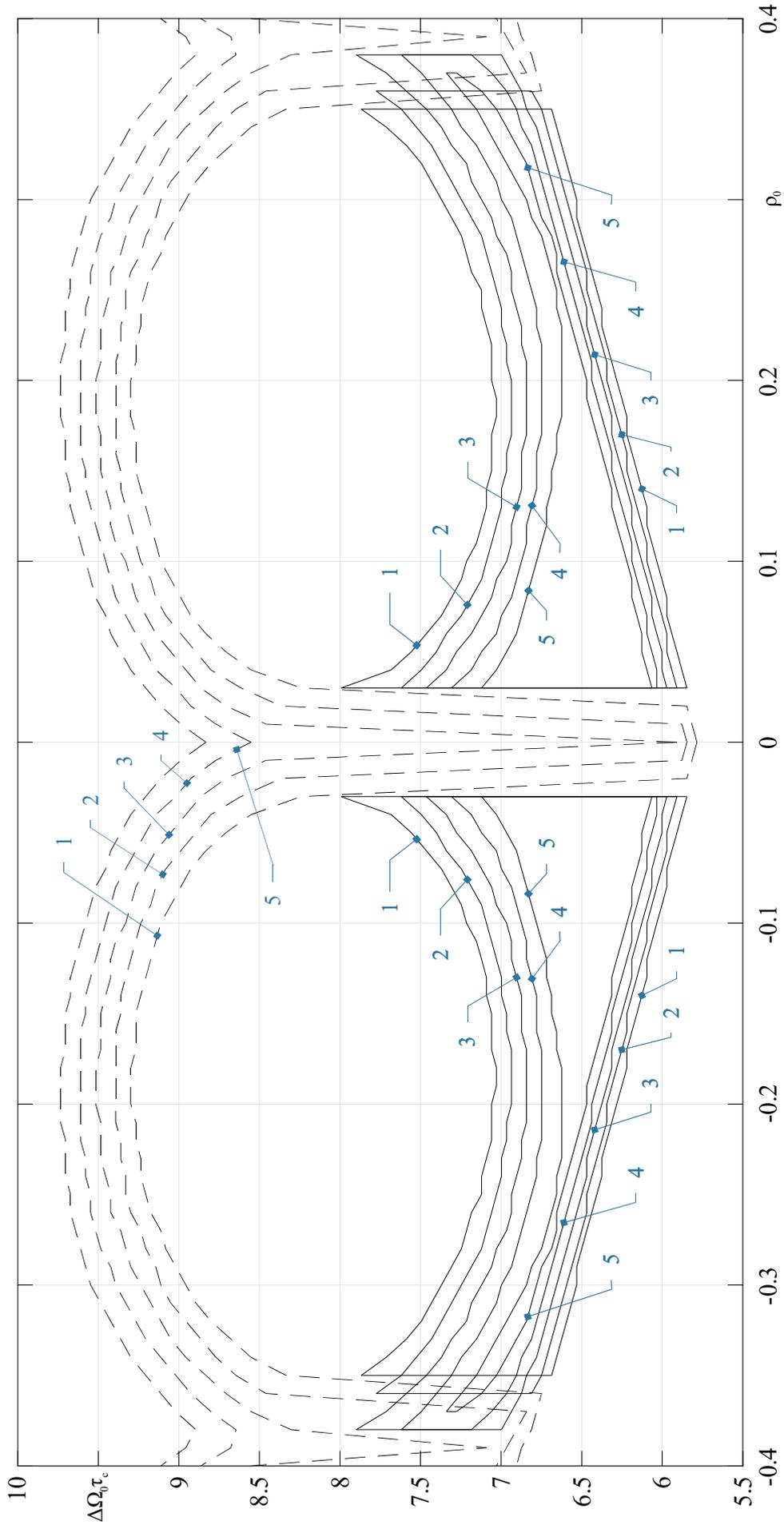


Рис. 5.34. Карта областей «окон прозрачности» и граничных длительностей символа для фильтра 1-ого типа при  $\beta = 2, 41$ . Тип сигнала – ФМн-32-сигнал. Граничная длительность символа (*штриховая линия*) и область «окон прозрачности» (*сплошная линия*) при  $\alpha_0 : 0,4999 (1); 0,46 (2); 0,42 (3); 0,38 (4); 0,34 (5)$ .

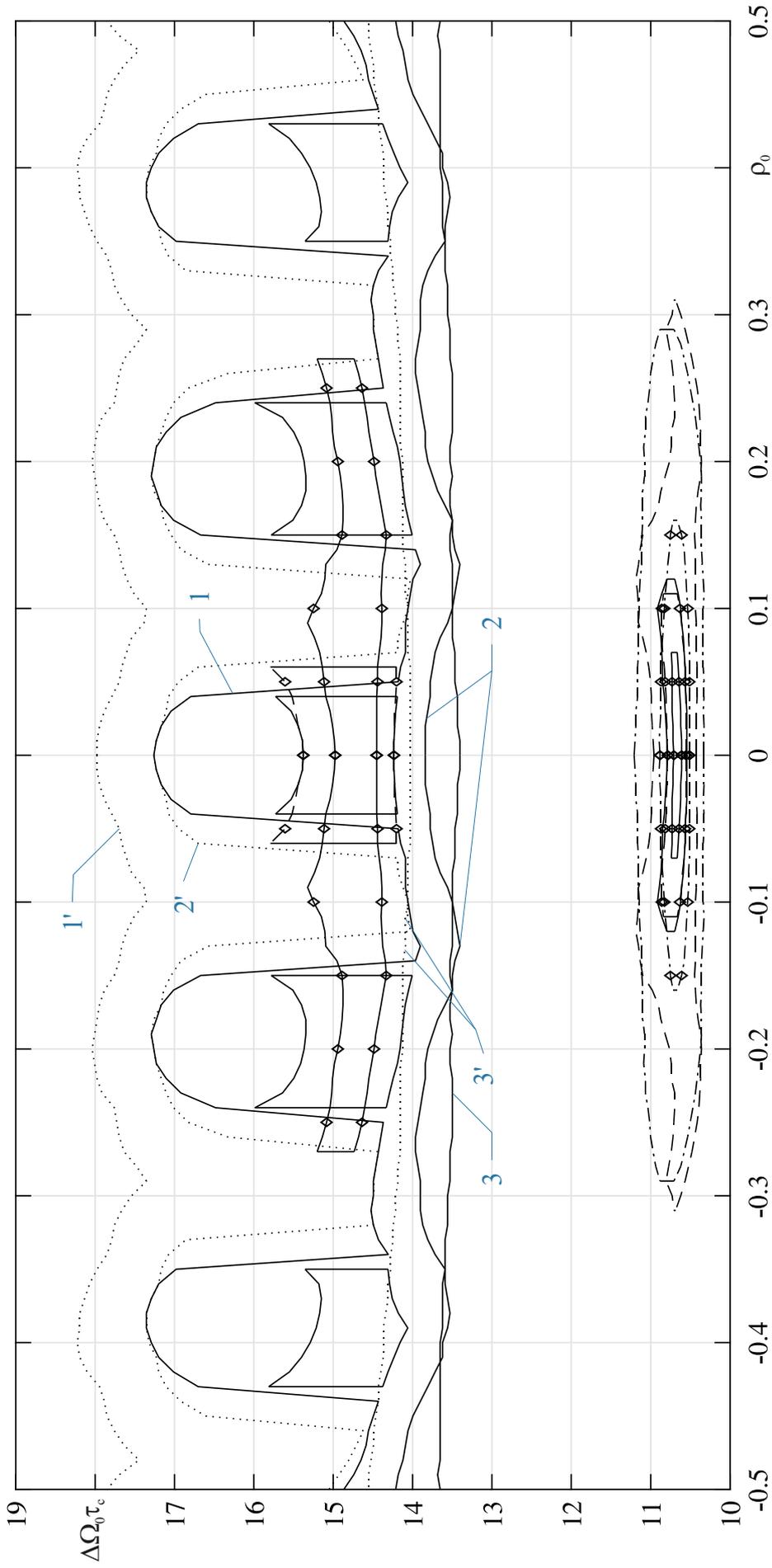


Рис. 5.35. Карта областей «окон прозрачности» и граничных длительностей символа для фильтра 1-ого типа при  $\beta = 2,41$ . Граничная длительность символа при  $\alpha_0 = 0,499$  и  $\Delta_0 = 0,499$  (сплошная линия), и  $\alpha_0 = 0,25$  и  $\Delta_0 = 0,25$  (пунктирная линия) для конфигураций сигнального созвездия  $n = 4$  и  $m = 64$  (1, 1');  $n = 8$  и  $m = 32$  (2, 2');  $n = 16$  и  $m = 16$  (3, 3'). Области «окон прозрачности» при приведенных допустимых погрешностях  $\alpha_0 = 0,499$  и  $\Delta_0 = 0,499$  (линия без маркера);  $\alpha_0 = 0,25$  и  $\Delta_0 = 0,25$  (линия с маркером ромб) для конфигураций сигнального созвездия: 1)  $n = 4$  и  $m = 64$  (сплошная линия); 2)  $n = 8$  и  $m = 32$  (штриховая линия); 3)  $n = 16$  и  $m = 16$  (штрихпунктирная линия).

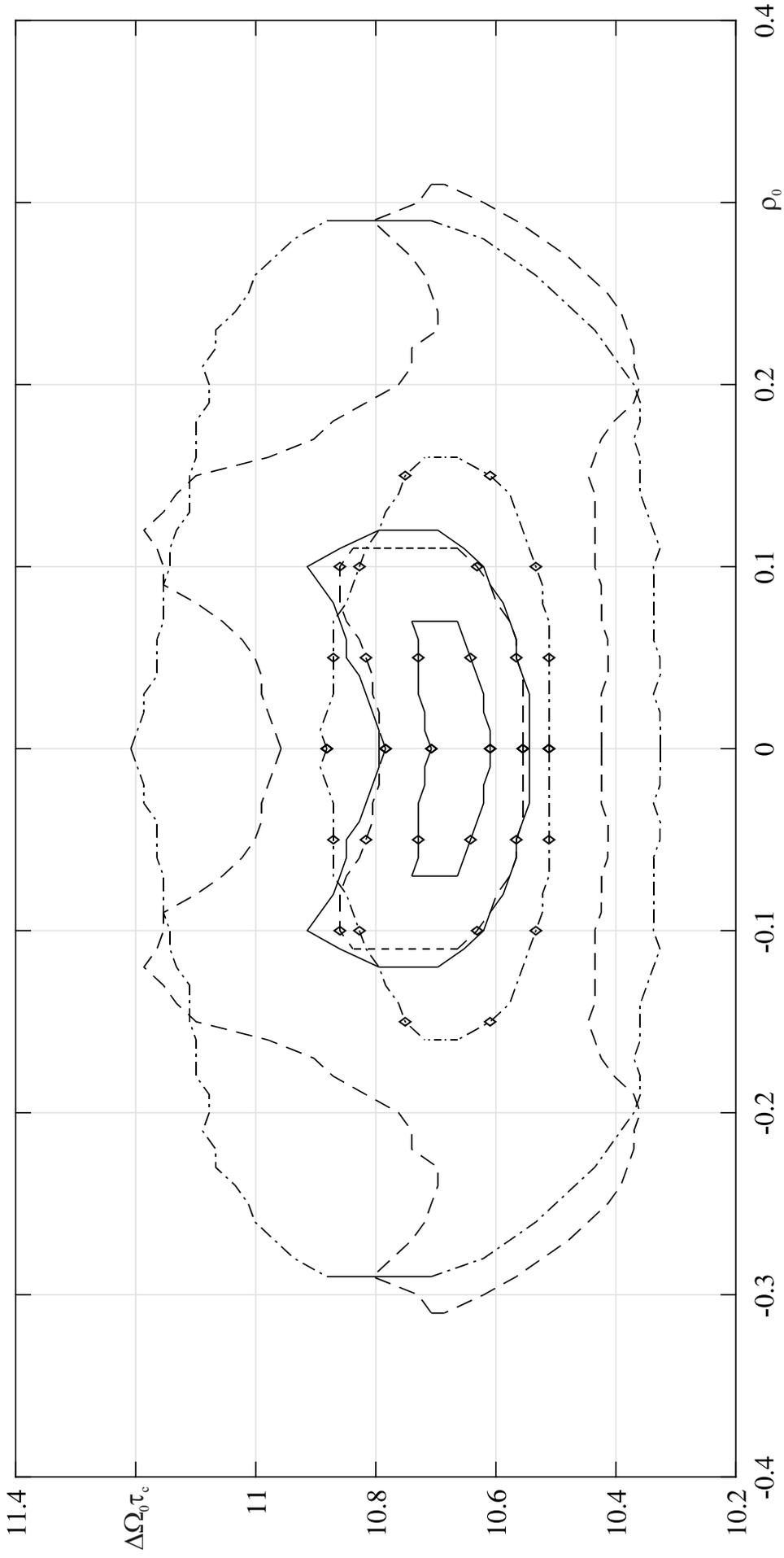


Рис. 5.36. Карта областей «окон прозрачности» (укрупненный вид) для фильтра 1-ого типа при  $\beta = 2,41$ . Области «окон прозрачности» при приведенных допустимых погрешностях  $\Delta_0 = 0,499$  и  $\Delta_0 = 0,499$  (линия без маркера);  $\Delta_0 = 0,25$  и  $\Delta_0 = 0,25$  (линия с маркером ромб) для конфигураций сигнального созвездия: 1)  $n = 4$  и  $m = 64$  (сплошная линия); 2)  $n = 8$  и  $m = 32$  (штриховая линия); 3)  $n = 16$  и  $m = 16$  (штрихпунктирная линия).

наибольшая протяженность окон прозрачности по длительностям символов и по расстройке по частоте и пропускная способность среди других сигнальных созвездий.

2. Определены новые свойства для РСПИ ППИ применительно к ФМн- $n$ -сигналам, которые позволяют повысить их эффективность:

а) При увеличении по абсолютному значению расстройки по частоте изменение граничной длительности имеет периодический характер с наличием максимумов и минимумов.

б) Возрастание как коэффициента прямоугольности передаточной характеристики канала, так и степени её неравномерности модуля (АЧХ канала) в полосе его пропускания, приводит к снижению числа дискретных состояний  $n$ , начиная с которого наблюдаются окна прозрачности. Дополнительной особенностью достижения данного эффекта за счёт повышения коэффициента прямоугольности заключается в образовании областей «окон прозрачности» при малых значениях длительности символа, что благоприятно сказывается на увеличении скорости передачи.

3. Увеличение значения предельной ошибки измерения, вносимой приёмником, приводит к следующим особенностям поведения областей «окон прозрачности» при использовании ФМн- $n$ -сигналов:

а) наблюдается сокращение размеров тех областей «окон прозрачности», которые охватывают область длительностей символов при отсутствии расстройки по частоте и  $\alpha_0 \rightarrow 0,5$ . Это достигается путем стягивания области «окон прозрачности» в точку на плоскости, которая по оси длительности символов находится ближе к длительности символа, при котором начинается окно прозрачности;

б) наблюдается преобразование форм областей «окон прозрачности», которые при своем первом образовании на плоскости не охватывают область длительностей символов при отсутствии расстройки по частоте. Это преобразование проявляется в виде одной из следующих форм: 1) в виде слияния двух или нескольких областей

в единое целое, в результате чего в образуемую область включается область длительностей символов при отсутствии расстройки по частоте; 2) в виде распада области на несколько изолированных друг от друга областей; 3) в виде уменьшения или увеличения её размеров.

в) среди всех областей окон прозрачности наиболее стабильную форму на плоскости (в дальнейшем «стабильные окна») имеют те из них, которые или существуют при отсутствии расстройки по частоте, или те из них, которые наиболее близко лежат к оси безразмерной длительности символов, то есть существуют при малых значениях  $|\rho_0| \leq 0,03$ . Необходимо отметить, что увеличение коэффициента прямоугольности АЧХ канала приводит к уменьшению значений  $\mu_\psi$ , при которых наблюдаются «стабильные окна», что вызвано возрастанием уровня МСИ на выходе канала. Использование «стабильных окон прозрачности» в общем случае подразумевает, что  $\mu_\psi \in [0,08; 0,2]$ .

4. Для АФМн- $N$ -сигнала так же, как и для ФМн- $n$ -сигнала с увеличением абсолютных значений предельных ошибок измерений, вносимых приемников наблюдается сокращение размеров областей «окон прозрачности».

5. Для областей «окон прозрачности» и зависимостей граничного времени от расстройки по частоте, полученных при конфигурациях сигнального созвездия АФМн- $N$ -сигнала при  $n = m$ , наблюдаются следующие особенности, которые отличают их от других конфигураций сигнальных созвездий:

а) Форма областей «окон прозрачности» подобна форме эллипса, а занимаемая ими площадь на плоскости «расстройка по частоте – длительность символа» достигает наибольших значений по сравнению с областями для других конфигураций сигнального созвездия. При этом, их протяжённость по длительностям символов и по абсолютным значениям расстройки по частоте в общем случае, является наибольшей по сравнению с другими конфигурациями сигнальных созвездий.

б) Для данной конфигурации сигнального созвездия ( $n = m$ ), в общем случае, значения длительностей символов, при которых начинаются области «окон

прозрачности», принимают наименьшие значения по сравнению с другими конфигурациями сигнальных созвездий.

6. Результаты полученные с помощью инженерных методов доказывают возможность достижения значений удельной пропускной способности в 9 бит/Гц\*с при использовании ФМн-4-сигнала в ЧСКС с КЧХ резонансного фильтра и отсутствии ошибок измерений и ограничений со стороны подсистемы шумоподавления; а при их существенных значениях (четверть шага между ближайшими точками сигнального созвездия по информативным параметрам) и настройки на среднюю частоту ЧСКС она достигает значений: 1) значений от 2,07 до 2,799 бит/Гц\*с для ФМн-4-сигнала при минимальной амплитуде принимаемого сигнала в 0,9 от её стационарного значения при изменении формы АЧХ ЧСКС канала от максимально гладкой в полосе пропускания до значительных (до 3 дб) неравномерностей в полосе пропускания; 2) для ЧСКС канал связи с АЧХ, удовлетворяющей АЧХ стандартного канала тональной частоты (СТКС) (рис. 5.37) в рамках его частотного шаблона, показана возможность достижения удельной пропускной способности до 5,72 бит/Гц\*с (см. рис. 5.38) при использовании АФМн-64-сигнала и существенных значениях ошибок измерений  $\Delta_0=0,25$ ,  $\alpha_0=0,25$ .

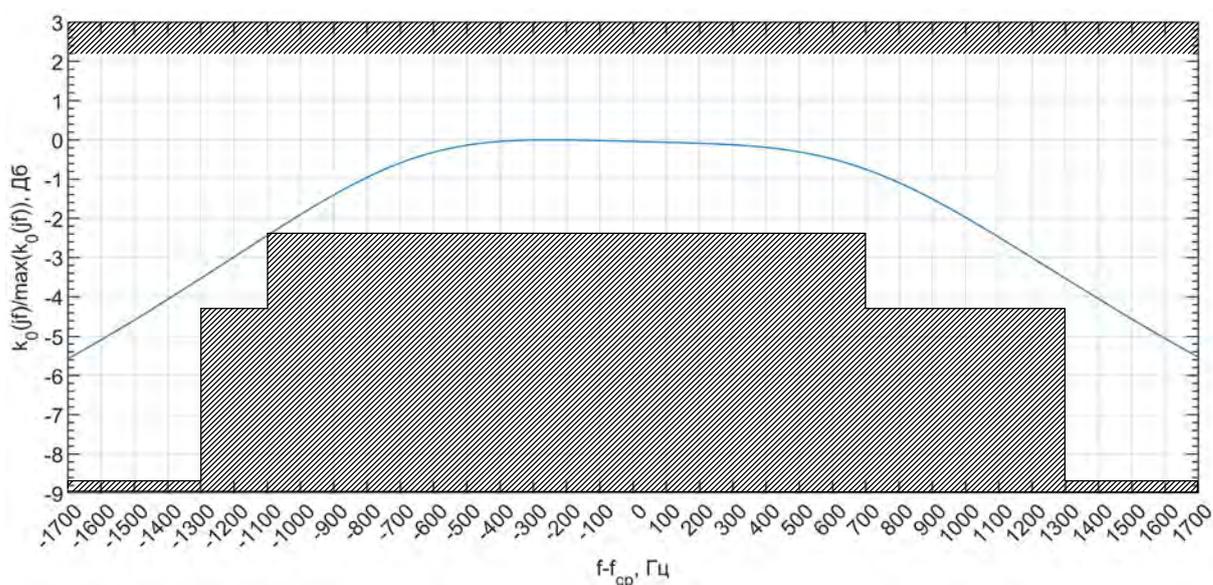


Рис. 5.37. АЧХ фильтра 1-го типа при  $\beta = 1$  (синяя линия) отцентрированная относительно средней частоты СТКС (1,7 кГц). Шаблон СТКС (черная линия, итриховка указывает с какой стороны происходит ограничение).

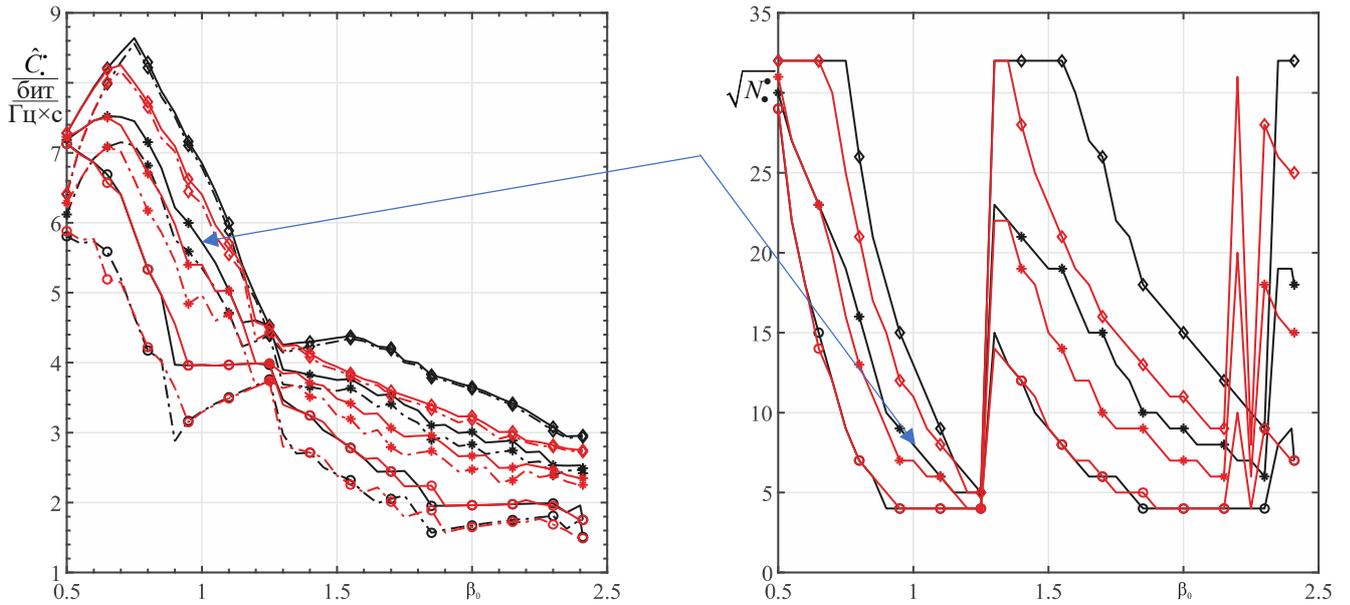


Рис. 5.38. Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр первого типа. Результирующая расстройка  $\rho_0 = 0$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0.05$  (красная линия). Стрелками указаны интересующие значения удельной пропускной способности и числа дискретных состояний. Тип оценки удельной пропускной способности:  $\hat{C}_{\max_B}$  ( $-\diamond-$ );  $\hat{C}_{\max_H}$  ( $-. \diamond -.$ );  $C_{\text{ср}_B}$  ( $-*-$ );  $C_{\text{ср}_H}$  ( $-. -*-.$ );  $C_{\min_B}$  ( $-\circ-$ );  $C_{\min_H}$  ( $-. \circ -.$ ). Тип оценки числа дискретных состояний:  $N'_{\max}$  ( $-\diamond-$ );  $N'_{\text{ср}}$  ( $-*-$ );  $N'_{\min}$  ( $-\circ-$ ).

## ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 5

1. Получены оценки требуемой вычислительной производительности и среднее время выполнения разработанных алгоритмов (на базе аналитического и численных методов) на одно сигнальное созвездие при использовании разработанного соискателем программного обеспечения в среде Matlab/Simulink. Так среднее время выполнения разработанных алгоритмов на одно сигнальное созвездие при вычислительной производительности с вещественными числами с двойной точностью FP64 – 212 ГФлоп/с составляет:

- для алгоритмов на базе аналитических методов и использовании ФМн- $n$ -сигнала 39,7 мс, а при АФМн- $N$ -сигнала – 152,9 мс;
- при использовании алгоритма на базе численного метода – 1,65 с.

Показана возможность сокращения времени вычислений на одно сигнальное созвездие при использовании универсальных вычислительных платформ на базе отечественных процессоров общего назначения Эльбрус. При использовании следующих конфигураций вычислительной платформы:

- на базе двух Эльбрус 8СВ и алгоритма на базе аналитического метода для ФМн- $n$ -сигнала – до 14,79 мс;
- на базе 4-х Эльбрус 8СВ и использовании алгоритмов на базе аналитических методов для ФМн- $n$ -сигнала – до 7,48 мс, а для АФМн- $N$ -сигнала – 28,84 мс;
- на базе 4-х Эльбрус 16СВ и использовании алгоритмов на базе аналитических методов для ФМн- $n$ -сигнала – до 2,7785 мс, а для АФМн- $N$ -сигнала – 10,7010 мс; алгоритма на базе численного метода – 115,5 мс.

2. Представлена общая структурная схема фазовой РСПИ ППИ, которая реализует новые синтезированные алгоритмы управления режимами обработки сигналов на базе теории разрешающего времени, разработаны алгоритмы её функционирования и новые способы аналогового цифрового преобразования для повышения точности согласования приемного тракта и устройств цифровой обработки.

3. Разработана структурная схема фазовой РСПИ ППИ для 3 кГц ионосферного декаметрового парциального информационного канала связи, чьи спектральные характеристики удовлетворяют стандарту STANAG 4539 и MIL-STD-188-110В/С/Д, представлены временные диаграммы, которые подтверждают её работоспособность. Получены результаты доказывающие, факт её выигрыша по пропускной способности до 25,8%, а по помехоустойчивости 5,93 дБ при регулярной компенсации набега фазы от доплеровского расширения спектра в канале с задержками между лучами 185 мкс и доплеровским расширением спектра 0,5 Гц

4. Разработаны методы оценки помехоустойчивости фазовых РСПИ ППИ на базе теории разрешающего времени, которые в том числе учитывают неидеальность реализации её ключевых подсистем.
5. Разработаны инженерные методы оценки эффективности РСПИ ППИ построенных на базе теории разрешающего времени и их программная реализация. Благодаря, которым показана высокая стабильность окон прозрачности к расстройке по частоте и перспективность их использования в каналах связи с большой неравномерностью АЧХ в полосе его пропускания.
6. Результаты полученные с помощью инженерных методов доказывают возможность достижения значений удельной пропускной способности в 9 бит/Гц\*с при использовании ФМн-4-сигнала в ЧСКС с КЧХ РФ и отсутствии ошибок измерений и ограничений со стороны подсистемы шумоподавления; а при их существенных значениях (четверть шага между ближайшими точками сигнального созвездия по информативным параметрам) и настройки на среднюю частоту ЧСКС она достигает значений от 2,07 до 2,799 бит/Гц\*с для ФМн-4-сигнала при минимальной амплитуде принимаемого сигнала в 0,9 от её стационарного значения при изменении формы АЧХ ЧСКС канала от максимально гладкой в полосе пропускания до значительных (до 3 дБ) неравномерностей в полосе пропускания. Показана возможность результаты, показывающие на возможность достижения удельной пропускной способности в 5,72 бит/Гц\*с для АФМн-64-сигнала и существенных ошибка измерения  $\Delta_0=0,25$ ,  $\alpha_0=0,25$  при использовании АЧХ СТКС.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ниже приведены основные результаты, являющихся решением задач диссертационного исследования, которые доказывают решение поставленной научной проблемы и достижение цели диссертационного исследования:

1. Осуществлен ретроспективный анализ по соответствующим областям теории приема сигналов фазовыми РСПИ ППИ в частотно-селективных каналах связи, методам оценки их пропускной способности и анализа переходных процессов в эквивалентных полосовых фильтрах, описывающих их частотно-селективные свойства. Его результатом стало определение: а) класса методов приема и обработки сигналов ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ - сигналов в ЧСКС, позволяющих повысить пропускную способность фазовых РСПИ ППИ в таких каналах – методы теории разрешающего времени; б) определение наиболее подходящего подхода к оценке пропускной способности, подлежащий разработке – методы теории разрешающего времени; г) сформулированы требования к разработке новых математических моделей в рамках создания теории разрешающего времени для фазовых РСПИ ППИ, функционирующих в ЧСКС при МСИ; г) определен наиболее подходящий метод анализа переходного процесса – метод медленно меняющихся амплитуд и формирование критериев его развития для определения новых общих свойств и явлений, позволяющих повысить пропускную способность указанного класса РСПИ ППИ.

2. Сформулированы и обоснованы критерии предъявляемые к математическим моделям теории разрешающего времени с точки зрения их применения для ионосферных частотно-селективных каналов связи.

3. Развита метод медленно меняющихся амплитуд, позволяющий определить новые общие свойства и явления для узкополосных линейных систем, необходимых для повышения пропускной способности, благодаря учёту: а) изменения скачка фазы в широком диапазоне значений и мгновенной фазы

выходного процесса по четвертям комплексной плоскости; б) постоянного фазового сдвига узкополосной линейной системы. С его помощью выявлены новые физические и системные свойства и явления, которые позволяют повысить удельную пропускную способность фазовых РСПИ ППИ, работающих в ЧСКС при МСИ. Наиболее важные из которых являются: а) время наибольшего установления фазы достигается при скачке фазы близком к  $\pm 90^\circ$ , степень близости определяется значением ошибки установления; б) при наличии затухающих колебаний в процессе установления, можно рассчитывать на увеличение скорости передачи, если моменты времени достижения стационарного значения не сильно отличаются в процессе передачи символов информационной последовательности.

4. Создана теория разрешающего времени (ТРВ) для фазовых РСПИ ППИ для повышения их эффективности. Данная теория обосновывает и реализует новые методы обработки управления режимами работы фазовыми РСПИ ППИ в ЧСКС с МСИ. В её рамках были созданы следующие составляющие: а) новые математические модели ЧСКС на базе системного параметра разрешающего времени, учитывающие: расстройку по частоте, вызванную движением среды распространения и/или неточностью настройки частоты передатчика, ошибки измерений и влияния пороговой подсистемы шумоподавления для ФМн- $n$ -сигнала (ограничение по наименьшей амплитуде принимаемого сигнала в момент съема информации о канальном символе), ошибки восстановления начальной фазы несущего колебания и правила его компенсации, учёта влияния набега фазы из малого доплеровского расширения спектра, ошибки измерений или ошибки, обусловленные гауссовским флуктуационным шумом; б) новый подход к оценке пропускной способности фазовых РСПИ ППИ в ЧСКС на базе нового системного параметра – разрешающее время; в) получена оценка потенциальной пропускной способности в замкнутой форме для ЧСКС с КЧХ резонансного фильтра; г) разработаны высокоскоростные и высокоточные методы оценки разрешающего времени и пропускной способности для создаваемых моделей и алгоритмы их реализации реального-масштаба времени. Это подтверждено результатами

численного моделирования на универсальной вычислительной платформе с производительностью FR64 – 212 ГФлопс/с (среднее время выполнения разработанных алгоритмов на одну конфигурацию сигнального созвездия для алгоритма на базе аналитического метода для ФМн- $n$ -сигнала – 39,7 мс, а для АФМн- $N$ -сигнала – 152,9 мс, а для алгоритма на базе численного метода – 1,65 с. Созданы методы оценки помехоустойчивости таких РСПИ ППИ.

5. Созданы методы оценки помехоустойчивости для РСПИ ППИ на базе ТРВ для среднеширотных ионосферных декаметровых каналов связи, в том числе которые учитывают дестабилизирующие факторы обусловленные работой подсистем РСПИ.

6. Разработана обобщенная структурная схема фазовых РСПИ ППИ, реализующая управление режимами работы на базе синтезированных алгоритмов, благодаря которым реализуются новые методы обработки сигналов.

Разработана функциональная схема фазовой РСПИ ППИ для парциального 3 кГц декаметрового ионосферного ЧСКС и временные диаграммы её функционирования, доказывающие её практическую реализуемость при её построении на базе отечественной универсальной вычислительной платформе Эльбрус, благодаря которой показана возможность снижения среднего время выполнения разработанных алгоритмов на одну конфигурацию сигнального созвездия за счёт применения универсальных вычислительных платформ отечественного производства на базе процессоров Эльбрус до значений – 2,7785 мс и 10,7010 мс при использовании ФМн- $n$ -сигнала и АФМн- $N$ -сигнала, соответственно, и алгоритма на базе аналитического метода; при использовании алгоритма на базе численного метода до 115,5 мс. Получены результаты доказывающие, факт её выигрыша по пропускной способности на 25,8%, а по помехоустойчивости 5,93 дБ в канале с задержкой между лучами 185 мкс и доплеровским расширением спектра 0,5 Гц на среднеширотной трассе при использовании ФМн-4-сигнала, как наиболее часто используемого сигнала в КВ-

связи, по отношению к результатам достигаемым в STANAG 4539 при использовании данного типа сигнала и скорости передачи 3200 бит/с.

7. Созданы инженерные методы анализа для фазовых РСПИ ППИ, благодаря которым исследована их эффективность. Благодаря их использованию показана возможность повышения пропускной способности за счёт ОП в среднем в 1,2...1,9 раза по отношению к случаю, когда ОП не используются при заданной конфигурации СС, что характерно для ЧСКС с большой неравномерностью в полосе пропускания. Результаты полученные с помощью инженерных методов доказывают возможность достижения значений удельной пропускной способности в 9 бит/ Гц\*с при использовании ФМн-4-сигнала в ЧСКС с КЧХ РФ и отсутствии ошибок измерений и ограничений со стороны подсистемы шумоподавления; а при их существенных значениях (четверть шага между ближайшими точками сигнального созвездия по информативным параметрам) и настройки на среднюю частоту ЧСКС она достигает значений: 1) значений от 2,07 до 2,799 бит/Гц\*с для ФМн-4-сигнала при минимальной амплитуде принимаемого сигнала в 0,9 от её стационарного значения при изменении формы АЧХ ЧСКС канала от максимально гладкой в полосе пропускания до значительных (до 3 дБ) неравномерностей в полосе пропускания; 2) для ЧСКС канал связи с АЧХ, удовлетворяющей АЧХ СТКС, показано возможность достижения удельной пропускной способности 5,72 бит/Гц\*с при значительных ошибках измерений.

8. В качестве рекомендаций по использованию полученных результатов можно предложить следующие: 1) разработать новые протоколы передачи для передачи сервисной информации, минимизирующие временные задержки между формированием информационного кадра и процессом передачи информации; 2) синтезировать новые помехоустойчивые коды, учитывающие частотно-селективные свойства канала на базе ТРВ. Дальнейшее развитие ТРВ целесообразно проводить в следующих направлениях: 1) в области учёта внутрисистемных помех; 2) в области дальнейшего снижения вычислительной сложности алгоритмов, в т.ч. до линейной вычислительной сложности.

**СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ**

АНК – алгоритма наименьших квадратов

АК – алгоритм Калмана

АИМ-сигналы – сигналы с амплитудно-импульсной модуляцией

АКН – алгоритма Кловского-Николаева

АСН – алгоритма сведения к нулю

АЧХ – амплитудно-частотная характеристика

ДЭ – дробный эквалайзер

ИХ – импульсная характеристика

КАМ- сигналы – квадратурно амплитудно-модулированные сигналы

КИХ-фильтр – фильтр с конечно импульсной характеристикой

КЧХ – комплексная частотная характеристика

ЛИС – линейная избирательная система

ЛЭ – линейный эквалайзер

МAB-декодирования – декодирования по правилу максимума апостериорной вероятности

МНК – метод наименьших квадратов

МСИ – межсимвольные искажения

РФ – одиночный колебательный контур

ОСР – обратная связь по решению

ПРД – передатчик

ПРМ – приемник

ПФ – полосовой фильтр

ПЦППР – алгоритма приема в целом с поэлементным принятием решения

РАНК – рекуррентный алгоритм наименьших квадратов

РКМ – решётчатой кодовой модуляцией

РСПИ – радиотехнических систем передачи информации

РУ – решающее устройство

РЭ – решетчатые эквалайзеры

СКО – среднеквадратическая ошибка

СТКС – стандартный тональный канал связи

ТРКМ – турбо-решетчатая кодовая модуляция

ФНЧ – фильтр нижних частот

ФЧХ – фазочастотная характеристика

ЭНВП – эквалайзер с нулевыми взаимными помехами

ЭОСР – эквалайзеры с обратной связью по решению

OFDM – англ. Orthogonal frequency-division multiplexing – мультиплексированием с ортогональным частотным разделением каналов

$\dot{k}_y(j\Delta\omega)$  – укороченный коэффициент передачи узкополосной линейно системы

$\xi_{\text{улс}}$  – вносимый настроенной УЛС постоянный фазовый сдвиг

$\dot{B}_0(t)$  – функция установления при отсутствии расстройки по частоте

$\dot{B}(t)$  – огибающая отклика настроенной УЛС на радиоскачок

$\dot{A}(\tau)$  – огибающая отклика на единичное ступенчатое воздействие

$x = \Delta\Omega_0 t$  – безразмерное время,

$\Delta\Omega_0$  – половина результирующей полосы пропускания.

$t_{\text{пер}}$  – время перехода между четвертями комплексной плоскости (в третьей главе время перехода между второй и третьей четвертями комплексной плоскости)

$t_{\text{пер}_i}$  – время  $i$ -го перехода между второй и третьей четвертями комплексной плоскости

$t_{H_{\min}}$  – время достижения огибающей переходного процесса своего наименьшего значения  $H_{\min}$ , вызванного скачком информативных параметров гармонического колебания

$H_{\min}$  – наименьшее значение огибающей, вызванное скачком информативных параметров гармонического колебания

$\omega_0$  – средняя частота УЛС

$2\Theta$  – скачок фазы

$\psi(t)$  – мгновенная фаза переходного процесса

$H(t)$  – огибающая переходного процесса отклика

$H'_{\pm}(t) = |\dot{H}'_{\pm}(t)|$  – физическая огибающая переходного процесса (раздел 2.4 и 2.5) при положительной и отрицательной расстройках по частоте  $\pm\Delta\omega$

$\psi_{\pm}(t) = \arg \dot{H}'_{\pm}(t)$  – мгновенная фаза. (раздел 2.4 и 2.5)

$\dot{H}_{0\pm}(t)$  – нормированная комплексная огибающая переходного процесса при положительной и отрицательной расстройках по частоте  $\pm\Delta\omega$ .

$\xi_{\text{пост}}$  – постоянный фазовый сдвиг

$\varphi(\Delta\omega)$  – фазовый сдвиг, вносимый УЛС при расстройке по частоте  $\Delta\omega$  относительно  $\xi_{\text{улс}}$ . (в главе 2, раздел 2.4 и раздел 2.5)

$\dot{B}_0(j\Delta\omega, t)$  – функция установления при наличии расстройки по частоте  $\Delta\omega$

$\rho = \Delta\omega/\Delta\Omega_0$  – безразмерная расстройка;

$l$  – число символов в информационной последовательности

$\tau_c$  – длительность информационного символа

$\varphi_{\text{сс}}$  – постоянный фазовый сдвиг сигнального созвездия

$\gamma_r$  – начальная фаза  $r$ -ого радиоимпульса

$\psi_k$  – значение  $k$ -ой начальной фазы сигнального созвездия

$1(t)$  – функция Хэвисайда

$\| \cdot \|$  – операция округления к ближайшему целому;

$\text{sgn}(\cdot)$  – функция знака;

$\Delta\varphi_{\text{ш}}$  – шаг между соседними значениями начальных фаз сигнального созвездия.

$\Theta_q$  – скачок фазы, вызванный передачей  $q$ -го символа

$\Delta\omega$  – расстройка по частоте относительно  $\omega_0$ .

$\dot{k}_0 [j(\omega_0 + \Delta\omega)]$  – результирующий комплексный коэффициент передачи ЛИС на частоте  $\omega_0 + \Delta\omega$

$H_{\text{ком}}(t)$  – огибающая ФМн- $n$ - или АФМн- $N$ -сигнала, подлежащая измерению после компенсации статических изменений, вносимых ЛИС

$\psi_{\text{ком}}(t)$  – мгновенная фаза ФМн- $n$ - или АФМн- $N$ -сигнала, подлежащая измерению после компенсации статических изменений, вносимых ЛИС

$H_{\text{изм}}(t)$  – измеренное значение огибающей АФМн- $N$ -сигнала

$\psi_{\text{изм}}(t)$  – измеренное значение мгновенной фазы ФМн- $n$ - или АФМн- $N$ -сигнала

$X(t)$  – стационарный случайный процесс, соответствующий ошибкам измерений мгновенной фазы

$Y(t)$  – стационарный случайный процесс, соответствующий ошибкам измерений огибающей

$\varepsilon_{\psi}$  – абсолютное значение предельной ошибки измерения мгновенной фазы, вносимой приемником

$\varepsilon_H$  – абсолютное значение предельной ошибки измерения огибающей, вносимой приемником

$\mu_{\psi}$  – приведенное значение ошибки измерения мгновенной фазы, вносимой приемником

$\mu_H$  – приведенное значение ошибки измерения огибающей, вносимой приемником

$M_{\text{пор}}$  – пороговое значение амплитуды принимаемого радиосигнала, используемое пороговой подсистемой шумоподавления

$\psi_{\text{вос}}(d\tau_c)$  – восстановленное значение  $d$  символа по фазе

$Q_{\text{огр}}$  – предельное значение, на которое может отличаться измеренная мгновенная фаза  $\psi_{\text{изм}}$  и начальная фаза передаваемого  $d$ -ого символа, при котором обеспечивается корректное восстановление каждого символа первичного сигнала.

$Q_A$  – предельное значение, на которое может отличаться  $H_{\text{изм}}(t)$  и амплитуда передаваемого  $d$ -ого символа, при котором обеспечивается корректное восстановление каждого символа передаваемой последовательности

$\alpha_{\text{уст}}(d\tau_c)$  – ошибка установления по фазе на выходе ЛИС  $d$ -ого символа

$\Delta_{\text{уст}}(d\tau_c)$  – ошибка установления по огибающей на выходе ЛИС  $d$ -ого символа

$\alpha_{\text{доп}}$  – допустимая ошибка установления по фазе

$\Delta_{\text{доп}}$  – допустимой ошибки установления по амплитуде

$T_{\text{ф.раз}}$  – разрешающим временем по фазе

$S_{\text{ф}}$  – общее число «окон прозрачности» по фазе

$t_{\text{ф.н.ок}_\chi}$  – длительность символа, при котором начинается заканчивается  $\chi$ -ое «окно прозрачности» по фазе

$t_{\text{ф.к.ок}_\chi}$  – длительность символа, при котором заканчивается  $\chi$ -ое «окно прозрачности» по фазе

$t_{\text{ф.гр}}$  – граничная длительность символа по фазе

$\overset{\circ}{U}(\cdot)$  – проколота окрестность  $\varepsilon$ -окрестность.

$\Theta_{d_{\text{эф}}}$  – эффективный фазовый скачок для  $d$ -ого символа

$\Phi_{\text{несст}}$  – наибольшая нестабильность начальной фазы

$T_{\text{ог.раз}}$  – разрешающим временем по огибающей

$S_{\text{ог}}$  – общее число «окон прозрачности» по огибающей, вызванных работой пороговой подсистемой шумоподавления.

$t_{ог.н.ок_{i_n}}$  – длительность символа, при которой начинается  $i_n$ -ое «окно прозрачности», вызванное работой пороговой подсистемой шумоподавления

$t_{ог.к.ок_{i_n}}$  – длительность символа, при которой заканчивается начинается  $i_n$ -ое «окно прозрачности», вызванное работой пороговой подсистемой шумоподавления

$t_{ог.гр}$  – граничная длительность символа по огибающей, обусловленная работой пороговой подсистемой шумоподавления

$t_{раз}$  – разрешающее время

$S_{ФМ}$  – число «окон прозрачности» для мгновенной фазы с учётом функционирования пороговой подсистемы шумоподавления

$\tau_{н.ок_k}$  – длительность символа, при которых начинается  $k$ -ое «окно прозрачности»;

$\tau_{к.ок_k}$  – длительности символа, при которых заканчивается  $k$ -ое «окно прозрачности»;

$\tau_{ф.гр}$  – граничная длительность символа по фазе с учётом функционирования пороговой подсистемы шумоподавления

$n$  – число дискретных состояний по фазе в сигнальном созвездии

$m$  – число дискретных состояний по амплитуде в сигнальном созвездии

$M_r$  – амплитуда радиоимпульса  $r$ -ого радиоимпульса

$\Delta M_{ш}$  – шаг между соседними значениями амплитуд сигнального созвездия

$M_{сc}$  – начальный сдвиг по амплитуде сигнального созвездия

$M_{сc_p}$  –  $p$ -ая амплитуда сигнального созвездия

$\dot{Z}(t)$  – комплексная огибающая ФМн- $n$ -сигнала на выходе ЛИС

$\dot{Z}'(t)$  – комплексная огибающая АФМн- $N$ -сигнала на выходе ЛИС

$T_{ФМн}$  – допустимые длительности символов, обеспечивающие корректное восстановление символов информационной последовательности в условиях МСИ

и работы пороговой подсистемы шумоподавления при использовании ФМн- $n$ -сигнала.

$T_{\text{АФ}}$  – допустимые длительности символов, обеспечивающие корректное восстановление символов информационной последовательности в условиях МСИ при использовании АФМн- $N$ -сигнала.

$\tau_{\text{АФ.н.ок}_\nu}$  – длительность символов, при которых начинается  $\nu$ -ое «окно прозрачности», соответственно, общее для мгновенной фазы и огибающей

$\tau_{\text{АФ.к.ок}_\nu}$  – длительность символов, при которых заканчивается  $\nu$ -ое «окно прозрачности», соответственно, общее для мгновенной фазы и огибающей

$\tau_{\text{АФ.гр}}$  – граничная длительность символа, общая для огибающей и мгновенной фазы,

$S_{\text{АФ}}$  – число «окон прозрачности», общего для амплитуды и мгновенной фазы АФМн- $N$ -сигнала

$t_{\text{О.н.ок}_{i_0}}$  – длительность символа, при которой начинается  $i_0$ -ое «окно прозрачности» для огибающей АФМн- $N$ -сигнала

$t_{\text{О.к.ок}_{i_0}}$  – длительность символа, при которой заканчивается  $i_0$ -ое «окно прозрачности» для огибающей АФМн- $N$ -сигнала

$t_{\text{Ф.н.ок}_{i_\phi}}$  – длительность символа, при которой начинается  $i_\phi$ -ое «окно прозрачности» для мгновенной фазы АФМн- $N$ -сигнала

$t_{\text{Ф.к.ок}_{i_\phi}}$  – длительность символа, при которой заканчивается  $i_\phi$ -ое «окно прозрачности» для мгновенной фазы АФМн- $N$ -сигнала

$t_{\text{О.гр}}$  – граничная длительность символа для огибающей АФМн- $N$ -сигнала

$t_{\text{Ф.гр}}$  – граничная длительность символа для мгновенной фазы АФМн- $N$ -сигнала

$N_{\text{А}}$  – число «окон прозрачности» для огибающей

$N_{\text{Ф}}$  – число «окон прозрачности» мгновенной фазы

$t_{\text{раз}_0}$  – разрешающее время по огибающей АФМн- $N$ -сигнала

$t_{\text{разф}}$  – разрешающее время по фазе АФМн- $N$ -сигнала

$\Delta_{\text{доп}}$  – допустимая ошибки установления по амплитуде

$C_{\text{б.ок}}$  – оценка пропускной способности без использования окон прозрачности;

$C'_k, C'_v$  – оценки верхней границы пропускной способности для  $k$ -го и  $v$  - го окна прозрачности при использовании ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигнала, соответственно;

$C''_k, C''_v$  – оценки нижней границы пропускной способности для  $k$ -го и  $v$  - го окна прозрачности при использовании ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигнала, соответственно.

$C_{\text{б.ок}}$  – оценка пропускной способности без использования окон прозрачности;

$C'_k$  – оценка верхней границы пропускной способности для  $k$ -го окна прозрачности

$C''_k$  – оценки нижней границы пропускной способности для  $k$ -го окна прозрачности

$C_{\text{пот}}$  – потенциальная пропускная способность

$\alpha_0$  – приведенная допустимая ошибка установления по фазе

$\Delta_0$  – приведенная допустимая ошибка установления по амплитуде

$\lceil \cdot \rceil$  – операция округления в большую сторону.

$W_{-1}(\cdot)$  –  $W$ -функция Ламберта с выбором ветви -1

$\{i_k\}_{k=1}^n = \{i_k, k = \overline{1, n}\}$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Абилов А.В. Лекции по курсу «Многоканальные системы передачи». – Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2001. – 130 с.
2. Агеев Д.В. О переходных процессах в резонансном усилителе / Д.В. Агеев, Ю.Б. Кобзарев // Журнал технической физики. – 1935. – Т.5. – №. 8. – С. 1408-1420.
3. Аджемов А. С, Назаров М. В., Парамонов Ю. В., Санников В. Г. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации. -М.:МТУСИ, 1997. – 153 с.
4. Акульшин П.К. Теория связи по проводам / П.К. Акульшин, И.А. Кощев, К.Е. Кульбацкий. – М.: Связьиздат, 1940. – 568 с.
5. Алехин В. А., Шеболков В. В. Помехоустойчивость сигналов с квадратурной амплитудной модуляцией // Известия ЮФУ. Технические науки.- 2009. - №1. - С.7-14
6. Артым А.Д. Электрические корректирующие цепи и усилители. Теория и проектирование / А.Д. Артым. – М.-Л.: Энергия, 1965. – 419 с.
7. Атабеков Г.И. Гармонический анализ и операторный метод / Г.И. Атабеков. – М.: Оборонгиз, 1956. – 150 с.
8. Атабеков Г.И. Основы теории цепей / Г.И. Атабеков. – М.: Энергия, 1969. – 424 с.
9. Ахиезер Н. О некоторых вопросах теории моментов / Н. Ахиезер, М. Крейн. – Харьков: ГНТИ Украины, 1938. – 256 с.
10. Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б. Проблема повышения спектральной эффективности и емкости в перспективных системах связи 6G // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2020. Т. 14. № 2. С. 25-31.
11. Балашков М.И., Богачев В.М. Применение Z-преобразования для экспоненциальной аппроксимации временных функций // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. – 2018. – № 3. – С.20 – 27

12. Барабашов Б. Г., Вертоградов Г. Г. Динамическая адаптивная структурно-физическая модель ионосферного радиоканала // Матем. моделирование. - 1996. - Т. 8. - №2. - С. 3–18
13. Баранчук Е.И. Переходные процессы в линейных электрических цепях с сосредоточенными постоянными при включении периодических э.д.с. / Е.И. Баранчук // Радиотехника. – 1953. – Т.8. – №3. – С.73-76.
14. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы / С.И. Баскаков. – 3-е изд. перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 2000. – 462 с.
15. Белоросов Д.М., Шаденков Ю.А. Современные методы цифровой обработки сигналов в радиоприемных устройствах // Специальная техника. - 2011. - №5. - С.32-38
16. Бельгибаев Р.Р. Комплекс для оценки состояния ионосферной линии и показателей качества модемов узкополосной КВ связи на основе пассивного зондирования: дис. ... канд. техн. наук: 05.12.13. – Йошкар-Ола, 2017. - 124 с.
17. Брусин Е. А. Оценка несущей частоты ФМ сигналов в демодуляторах спутниковых систем связи / Е. А. Брусин // Электросвязь. – 2007. – № 5. – С. 12-13.
18. Богачев В.М. Синтез, частотные и переходные характеристики полиномиальных фильтров // Вестник МЭИ. 2005. № 5. С. 94–101.
19. Богачев В.М., Соломатин Д.А. Исследование переходных процессов в резонансных усилителях методом укороченных операторных уравнений: основное и высшие приближения // REDS: Телекоммуникационные устройства и системы. - 2017. - №1. - С.36-40
20. Богачев В.М., Балашков М.В. Комбинированный метод экспоненциальной аппроксимации и его применение // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов – 2018. – №1. – С. 28 – 35.
21. Богданов А. В., Зудов Р. И., Куликов Н. В., Сороцкий В. А. Высокоэффективный усилитель мощности для радиопередающего устройства декаметрового диапазона // Радиотехника, электроника и связь : тезисы докладов VI Международной научно-

- технической конференции (6–8 октября 2021 года, Омск, Россия). Омск : ОНИИП, 2021. С. 106–107.
22. Борисов В. И., Зинчук В. М. Помехозащищённость систем радиосвязи. Вероятностно временной подход. – М.: Радио и связь, 1999. - 252 с.
23. Ван-дер-Поль Б. Нелинейная теория электрических колебаний / Б. Ван-дер-Поль. – М.: Связьиздат, 1935. – 42 с.
24. Варгаузин, В. А. Методы повышения энергетической и спектральной эффективности цифровой радиосвязи / В. А. Варгаузин, И. А. Цикин. – СПб: БХВ-Петербург, 2013. – 352 с.
25. Василенко Г.И. Теория восстановления сигналов: о редукции к идеальному прибору в физике и техники. – М.: Сов. радио, 1979. – 272 с.
26. Ващенко-Захарченко М. Е. Символическое исчисление и приложение его к интегрированию линейных дифференциальных уравнений / М.Е. Ващенко-Захарченко. – Киев: Киев. ун-т, 1862. – 92 с.
27. Вебер Э. Переходные процессы в линейных цепях: пер. с англ. В 2 т. Т.1 / Э. Вебер; пер. с англ. под ред. И.И. Теумина. – М.: Сов. радио, 1958. – 392 с.
28. Вентцель Е.С. Теория вероятности / Е.С. Вентцель. — 4-е изд. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
29. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы: справочное пособие. Киев: Наук. думка, 1986.– 544 с.
30. Вертоградов Г. Г. Комплексные исследования ионосферного распространения декаметровых радиоволн на трассах разной протяженности: дис. ... д-р физ-мат наук: 01.04.03. - Ростов на Дону, 2007. - 432 с
31. Витерби А. Д. Принципы когерентной связи // Пер. с англ. под ред. Б. Р. Левина – М.: Сов. радио, 1970. – 392 с.
32. Витерби А. Д., Омура Дж. К. Принципы цифровой связи и кодирования / Пер. с англ. под ред. К. Ш. Зигангирова – М.: Радио и связь, 1982. – 537 с.
33. Воронов Р.А. Расчет периодических токов и напряжений при несинусоидальной форме э.д.с. // Электричество. – 1956. – № 8. – С. 11-15.

34. Возенкрафт Дж., Джекобс И. Теоретические основы техники связи. - М.:Мир, 1969. – 640 с.
35. Гаврилов Г.К. Приближенные методы анализа переходных процессов – М.: Сов. радио, 1966. – 150 с.
36. Гарднер М.Ф. Переходные процессы в линейных системах с сосредоточенными постоянными: пер. с англ. / М.Ф. Гарднер, Дж. Л. Бернс; под ред. Г.И. Атабекова, Я.З.Ципкина. – 2-е изд., исправ. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1951. – 520 с.
37. Гинзбург С.Г. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. – М.: Сов. радио, 1959. – 404 с.
38. Гоноровский И.С. Прохождение частотно-модулированных колебаний через линейные системы // Радиотехника. – 1952. – Т.7. – №1. – С.40-56.
39. Гоноровский И.С. Воздействие сложных периодических электродвижущих сил на линейные системы // Радиотехника. – 1953. – Т.8. – №1. – С.3-15.
40. Гоноровский И.С. Радиосигналы и переходные явления в радиоцепях. – М.: Связьиздат, 1954. – 326 с.
41. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. Ч. 1. – М.: Советское радио, 1967. – 430 с.
42. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1986. – 512 с.
43. Горячкин О.В. Методы слепой обработки сигналов и их приложения в системах радиотехники и связи. – М.: Радио и связь. – 2003. – 230 с.
44. Гуревич А. В. Нелинейные явления в ионосфере// УФН. - 2007. - Т.177. - №11. - С.1145–1177
45. Густомесов В.А. Функции нескольких переменных. Учебное пособие / Урал. гос. пед. ун-т. – Екатеринбург, 2005. – 118 с.
46. Гуткин Л.С. Теория оптимальных методов радиоприёма при флуктуационных помехах. - М. : Сов. радио, 1972. - 488 с.
47. Гуткин Л. С. Проектирование радиосистем и устройств: Учеб. Пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 1986. – 288 с.

48. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. – М.: Наука, 1971. – 288 с.
49. Диткин В.А. Интегральные преобразования и операционное исчисление / В.А. Диткин, А.П. Прудников. – М.: Физматгиз, 1961. – 524 с.
50. Добровольский Г.В. Передача импульсов по каналам связи. – М.: Связьиздат, 1960. – 216 с.
51. Добрушин Р. Л. Общая формулировка основной теоремы Шеннона в теории информации // УМН – 1959. – Т.14 – №6 – С. 3–104
52. Долуханов М.П. Распространение радиоволн. Учебник для вузов. - М.:Связь, 1972. - 336 с
53. Дубинов А.Е. W-функция Ламберта и её применение в математических задачах физики: Учеб. Пособие для вузов. – Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2006. – 160 с.
54. Евтянов С.И. Переходные процессы в приемно-усилительных схемах. – М.: Связьиздат, 1948. – 221 с.
55. Ермолаев В.Т., Флакман А.Г. Теоретические основы обработки сигналов в системах мобильной радиосвязи. – Нижний Новгород: Изд-во ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2010. – 107 с.
56. Ермолаев В. Т. Эффективность линейной обработки сигналов в системах связи в условиях многолучевого ионосферного канала декаметрового диапазона / В. Т.Ермолаев, А. Г.Флакман, С. А. Тираспольский, А. В. Елохин, Д. П. Серебрякова, О. Д. Косымов // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. – 2016. – № 1. – С. 8-14
57. Ерохин С.Д., Зайцева Ю.М. Анализ спектральной эффективности современных широкополосных систем связи // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. 2010. Т. 10. № 1-3. С. 166-169
58. Заездный А.М. Сборник задач и упражнений по курсу «Теоретическая радиотехника». – М.: Связьиздат, 1957. – 476 с.

59. Заездный А.М. Гармонический синтез в радиотехнике и радиосвязи. – М.- Л.: Госэнергоиздат, 1961. – 536 с.
60. Зайцева Ю.М. Методы повышения эффективности использования частотного ресурса в беспроводных широкополосных системах связи // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2012. № 2. С. 56-58.
61. Золотарев В.В. Эффективность многопороговых декодеров при использовании многопозиционных ФМ и КАМ / В.В. Золотарев, Г.В. Овечкин, П.В. Овечкин // Доклады 9-й международной конференции DSPA-2007 "Цифровая обработка сигналов и ее применение". – М.: РНТОРЭС им. А.С. Попова, 2007. – С.24-28.
62. Золотарев И.Д. Нестационарные процессы в резонансных усилителях фазово-импульсных измерительных систем / И.Д. Золотарев; под. ред. К.Б. Карандеева. – Новосибирск: Наука СО АН СССР, 1969. – 176 с.
63. Золотарев И.Д. Переходные процессы в избирательных усилителях на транзисторах. – М.: Связь, 1976. – 160 с.
64. Золотарев И.Д. Метод ортогональных составляющих при исследовании реакций фильтра на радиоимпульс с прямоугольной огибающей / И.Д. Золотарев, Я.Э. Миллер // Омск. науч. вест. – 2003. – №3. – С.84-87.
65. Золотарев И.Д. Исследование прохождения радиоимпульса с синусквадратной огибающей через избирательный фильтр методом ортогональных составляющих / И.Д. Золотарев, Я.Э. Миллер // Омск. науч. вест. – 2004. – №3(28). – С. 110-114.
66. Золотарев И.Д. Переходные процессы в колебательных системах и цепях / И.Д. Золотарев, Я.Э. Миллер. – М.: Радиотехника, 2010. – 304 с., ил.
67. Зубакин, И. А. Решения уравнения связи / И. А. Зубакин, Ш. С. Фахми, А. К. Цыцулин // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. – 2008. – № 2. – С. 9-27.
68. Зяблов В.В. Высокоскоростная передача сообщений в реальных каналах / В.В. Зяблов, Д.Л. Коробков, С.Л. Портной. – М.: Радио и связь, 1991. – 288 с.

69. Иванов В.А., Рябова Н.В., Царев И.Е. Диагностика функции рассеяния декаметровых узкополосных стохастических радиоканалов // Радиотехника и электроника. - 2010. - Т.55. - №3. - С.285-291
70. Иванов Д. В. Система частотного обеспечения каналов вч связи на базе нового цифрового ионозонда на платформе USRP / Д. В. Иванов, В. А. Иванов, Н. В. Рябова, А. А. Елсуков, М. И. Рябова, А. А. Чернов // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. – 2014. – Т. 5. – № 4 – С. 133-136
71. Иванов Д. В., Иванов В. А., Рябова Н. В., Бельгибаев Р. Р., Чернядьев А. В. Мониторинг спектра помех и доступности КВ-радиоканалов с полосами 3...24 кГц // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Сер.: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. 2022. № 1 (53). С. 21-32
72. Игнатъев В. К. Метод медленно меняющейся частоты в радиоволновых измерениях / В. К. Игнатъев, А. В. Никитин // Журнал Радиоэлектроники [Электронный ресурс]. – 2011. - №11. – 20с. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/nov11/17/text.pdf>, свободный. – Загл. с экрана.
73. Ильин А.Г. Особенности преобразования Гильберта для описания квазигармонических колебаний с произвольной структурой / А.Г. Ильин, Г.И. Ильин // Инфокоммуникационные технологии. – 2007. – № 4. – С.13-15.
74. Ильин А.Г. Применение преобразования Гильберта для описания узкополосных процессов с произвольной структурой / А.Г. Ильин, Г.И. Ильин // Труды 6-ой всероссийской НПК (с участием стран СНГ) «Современные проблемы создания и эксплуатации радиотехнических систем». Ульяновск, 22-23 сентября 2009. – Ульяновск: Изд-во УлГТУ, 2009. – С.16-18.
75. Ильин Г.И., Польский Ю.Е. Динамический диапазон и точность радиотехнических и оптоэлектронных измерительных систем / Г.И. Ильин, Ю.Е. Польский // Итоги науки и техники. Сер. Радиотехника. – 1989. – Т.39.- С.67 – 114.
76. Ильин Г.И. Информационные потери при прохождении сигналов через систему с ограниченной полосой пропускания // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. – 1997. – Вып.1. - С. 83 - 85.

77. Ильин Г.И. К анализу прохождения фазоманипулированного сигнала через узкополосный линейный фильтр / Г.И. Ильин, И.М. Лернер // Гражданская авиация: XXI век: сборник материалов I Международной молодежной научной конференции. Ульяновск, 23-24 апреля 2009. – Ульяновск: Изд-во УВАУ ГА(И), 2009. – С.75-76.
78. Исакович Н. Н., Жандаров Д. Е. Предельные возможности квадратурного модулятора цифро-аналоговых радиостанций с угловой модуляцией // Доклады БГУИР. – 2009. – Т.39. – №1. – С. 34 – 41
79. Иццоки Я.С. Приближенный метод анализа переходных процессов в сложных линейных цепях / Я.С. Иццоки. – М.: Сов. радио, 1969. – 172 с.
80. Кадушкин В. В. К определению условий возникновения периодически нестационарного случайного процесса установления фазы ФМН-п-сигнала на выходе линейной избирательной системы / В. В. Кадушкин, И. М. Лернер // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. – 2018. – Т. 9. – № 3. – С. 104-109.
81. Карсон Д.Р. Электрические нестационарные явления и операционное исчисление / Д.Р. Карсон. – Харьков - Киев: ОНТИ НКТП, 1934. – 232 с.
82. Картьяну Г. Частотная модуляция / Г. Картьяну. – Бухарест: Изд-во Академии Румынской Народной Республики, 1961. – 434 с.
83. Карташевский, В.Г. Методы повышения эффективности последовательных систем передачи дискретных сообщений в пространственно-временных радиоканалах: дис. ... д-р техн наук: 05.12.02. – Самара, 1995. - 306 с.
84. Карташевский, В.Г. Методы повышения эффективности последовательных систем передачи дискретных сообщений в пространственно-временных радиоканалах: автореферат дис. ... д-р техн наук: 05.12.02. – СПб, 1995. - 37 с.
85. Карташевский В.Г. Обработка пространственно-временных сигналов в каналах с памятью – М.: Радио и связь, 2000. – 272с

86. Карташевский В.Г. Алгоритм демодуляции сигналов ФМ-8 в канале с память / В.Г. Карташевский, Д.А. Шутов // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. – 2011. –Т.1 – №1. – С. 28-30.
87. Кузьмин И.В. Основы теории информации и кодирования / И.В. Кузьмин, В.А. Кедрус. – 2-е изд., перераб и доп. – К.: Вища шк. Головное изд-во, 1985. – 238 с.
88. Кловский Д.Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам с переменными параметрами. дис. ... канд. тех. наук. – Л.:ЛЭИС,1960. – 244с.
89. Кловский Д.Д. Системы оптимального приема в каналах с эхо сигналами // Тр. учеб. ин-тов связи. – 1964. – Вып.19. – С.19 – 30
90. Кловский Д.Д., Николаев Б.И. Инженерная реализация радиотехнических схем (в системах передачи дискретных сообщений в условиях межсимвольной интерференции). – М.: Связь, 1975. – 200 с.
91. Кловский Д.Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. 2-е изд. пер и доп. – М.: Радио и связь, 1982. – 304 с.
92. Копысов А.Н. Исследование и разработка средств согласования линейного тракта приема широкополосного сигнала КВ-диапазона с устройствами цифровой обработки: автореферат дис. ... к-н техн наук: 05.12.03. – Ижевск, 2006. - 22 с.
93. Копысов, А. Н. Каталогизация и сравнительный анализ иностранных средств радиосвязи и управления / А. Н. Копысов, В. В. Хворенков, В. М. Лихарев. – Ижевск : Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова, 2022. – 268 с.
94. Конторович М.И. Операционное исчисление и нестационарные явления в электрических цепях – М.-Л.: ТТЛ, 1949. – 214 с.
95. Конторович М.И. Операционное исчисление и нестационарные явления в электрических цепях. 2-е изд. перераб. и доп. – М.: ТТЛ, 1955. – 227 с.
96. Коржик В. И., Финк Л. М., Щелкунов К. Н. Расчёт помехоустойчивости систем передачи дискретных сообщений: Справочник. - М.: Радио и связь, 1981. - 232 с.

97. Коржик В. И., Лопато Ю. П. Оптимальное декодирование сверточных кодов в каналах с аддитивным марковским шумом // Пробл. передачи информ. – 1987. – Т.23. – №4. – С. 35–40
98. Корн Г.А. Справочник по математике / Корн Г.А., Корн Т.М. – М.: Наука, 1973. – 831 с.
99. Котельников В.А. Основы радиотехники, в 2 ч. Ч. 1 / В.А. Котельников, А.М. Николаев. – М.: Связьиздат, 1950. – 372 с.
100. Котельников В.А. Теория потенциальной помехоустойчивости / В.А. Котельников. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1956. – 158 с.
101. Круг К. А. Переходные процессы в линейных электрических цепях / К.А. Круг. – М.: Госэнергоиздат, 1948. – 219 с.
102. Куренков С.И. Расчет цепей при периодических разрывных или импульсных напряжениях // Электричество. – 1953. – № 12. – С.59-62.
103. Лавренюк И. И. Помехоустойчивость приема сигналов с управляемой межсимвольной интерференцией при использовании алгоритмов поэлементной обработки с обратной связью по решению / И. И. Лавренюк, С. Б. Макаров, С. В. Завьялов // Радиотехника. – 2021. – Т. 85, № 11. – С. 146-162.
104. Лернер И.М. Особенности прохождения ФМ-сигналов через узкополосные линейные фильтры / И.М. Лернер, Г.И. Ильин // 9-ая международная научно-техническая конференция «Проблемы техники и технологий телекоммуникаций» ПТиТТ-2008. (г. Казань, 25-27 ноября 2008 г.). Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2008. С.116 – 118.
105. Лернер И.М. Исследование переходного процесса при скачкообразном изменении фазы на выходе линейного узкополосного фильтра / И.М. Лернер, Г.И. Ильин // Труды 6-ой всероссийской НПК (с участием стран СНГ) «Современные проблемы создания и эксплуатации радиотехнических систем». (Ульяновск, 22-23 сентября 2009). Ульяновск: Изд-во УлГТУ, 2009. – С.19-22.
106. Лернер И.М. Прохождение ФМ-сигнала через полосовой фильтр / И.М. Лернер, Г.И. Ильин // Гражданская авиация: XXI век: сборник материалов II

Международной молодежной научной конференции. (Ульяновск, 12-13 апреля 2010) – Ульяновск: Изд-во УВАУ ГА(И), 2010. – С.73-75.

107. Лернер И.М. Исследование переходного процесса при скачкообразном изменении фазы в полосовом фильтре / И.М. Лернер, Г.И. Ильин // Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций «РТ – 2010»: Материалы конференции 6-ой международной молодежной науч.- техн. конф. (Севастополь, 19 – 24 апреля 2010). Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2010. – С.496.

108. Лернер И.М. Аналитический расчет переходных процессов на выходе узкополосной системы, вызванных скачкообразным изменением фазы, при расстройке / И.М. Лернер, Г.И. Ильин // IX Международной НТК «Физика и технические приложения волновых процессов». Материалы докладов. (Челябинск, 15 – 18 сентября 2010). Челябинск: Изд-во Челяб. гос. ун-та, 2010. – С.81-82.

109. Лернер И.М. Фазоманипулированный сигнал с использованием амплитудно-модулированной огибающей для передачи частоты тактирования / И.М. Лернер, Г.И. Ильин // Нелинейный мир, 2010. - Т.8.-№5.-С.321 - 325

110. Лернер И.М., Ильин Г.И. Переходные процессы в колебательном контуре при скачкообразных изменениях фазы // Радиотехника и электроника, 2010. – Т.55.– №12.– С.1482 – 1487.

111. Лернер И.М., Ильин Г.И., Чернявский С.М. Переходные процессы в полосовом фильтре при скачкообразных изменениях фазы // Радиотехника и электроника, 2011. – Т.56.– №3.– С.346 – 351.

112. Лернер И.М. Метод расчета переходного процесса, вызванного прохождением ФМн-п-сигнала через узкополосную линейную систему при расстройке / И.М. Лернер, Г.И. Ильин // Гражданская авиация: XXI век: сборник материалов III Международной молодежной научной конференции. (Ульяновск, 12-13 апреля 2011). Ульяновск: Изд-во УВАУ ГА(И), 2011. – С.55-56.

113. Лернер И.М. Аналитический метод расчета переходного процесса во временной области на выходе узкополосной линейной системы, вызванного скачкообразным изменением фазы высокочастотного заполнения на её входе / И.М.

Лернер, Г.И. Ильин // XVIII Российская научная конференция профессорско-преподавательского состава научных сотрудников и аспирантов: материалы конференции. (Самара, 31 января – 4 февраля 2011). Самара: Изд-во Поволж. гос. универ. телекоммуникаций и информатики, 2011. – С. 111 – 112.

114. Лернер И.М. Аналитический метод расчета переходного процесса на выходе узкополосной линейной системы при воздействии АФМ- $n$ -сигнала / И.М. Лернер, Г.И. Ильин // XIX Международная молодежная научная конференция «Туполевские чтения». В 4 т. труды конференции. (Казань, 24 – 26 мая 2011): Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2011. – Т. 4. - С.54-56.

115. Лернер И.М. Переходной процесс, вызванный прохождением АФМ- $n$ -сигнала через колебательный контур / И.М. Лернер, Г.И. Ильин // XIX Международная молодежная научная конференция «Туполевские чтения». Труды конференции. В 4 т. (Казань, 24 – 26 мая 2011) . – Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2011. – Т. 4. - С.59-62.

116. Лернер И.М. Анализ переходного процесса, вызванного скачком амплитуды и фазы радиоимпульса на входе узкополосной линейной системы / И.М. Лернер, Г.И. Ильин // Радиотехника и электроника, 2012. – Т.57.– №2.– С.192 – 206.

117. Лернер И. М. Анализ переходных процессов в узкополосных линейных системах при скачках фазы и амплитуды гармонического колебания : дис. ... к-н физ-мат. наук: 05.12.04. – Казань, 2012. – 231 с.

118. Лернер И.М., Ильин Г.И. Оценка пропускной способности  $r$ -каскадного резонансного фильтра при воздействии на него ФМ $n$ - $n$ -сигнала // XIII международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы электронного приборостроения, АПЭП-2016». Труды конференции. В 12 т.; (Новосибирск, 3-6 октября 2016 г.). Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – Т.6. – С.49-55.

119. Лернер И.М., Ильин Г.И. Ограничение пропускной способности избирательными системами при воздействии ФМ $n$ - $n$ -сигнала // Нелинейный мир. 2017. Т.15. № 1. С. 8-12.

120. Лернер И. М., Ильин Г. И., Чернявский С. М. Оценка пропускной способности канала связи с ФМН- $n$ -сигналами при наличии межсимвольных искажений // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. – 2017. – Т. 8. – № 1. – С. 38-45.
121. Лернер И.М., Хайруллин М.И., Ильин Г.И., Ильин В.И. Особенности обработки фазоманипулированного сигнала с  $n$  дискретными состояниями в условиях межсимвольных искажений в линейном радиотракте // Нелинейный мир. 2017. Т.15. № 6. С. 54-61.
122. Лернер И.М., Хайруллин М.И., Ильин Г.И., Ильин В.И. Особенности обработки фазоманипулированного сигнала с  $n$  дискретными состояниями в условиях межсимвольных искажений в линейном радиотракте при расстройке по частоте // Нелинейный мир. 2017. Т.15. № 6. С. 17-25.
123. Лернер И. М., Камалетдинов Н. Н. К вопросу увеличения скорости передачи в фазовых радиотехнических системах передачи информации, работающих при сильных межсимвольных искажениях в линейном радиотракте // Научные технологии в космических исследованиях Земли. 2017. Т. 9. № 5. С. 92–104.
124. Лернер И.М. Метод оценки пропускной способности реальных каналов связи с многопозиционными фазоманипулированными сигналами при наличии межсимвольных искажений и его применение // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2017. Том 11. №8. С. 52-58
125. Лернер И.М. Аналитическая оценка пропускной способности канала связи с частотной характеристикой резонансного фильтра при наличии межсимвольных искажений и использовании многопозиционного фазоманипулированного сигнала // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2017. Т. 11. № 9. С. 65–73.
126. Лернер И.М., Ильин Г.И. Об одной возможности увеличения скорости передачи при наличии дестабилизирующих факторов в системах связи, использующих взаимную интерференцию символов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2017. – Т.20. – №4. – С.24–34.

127. Лернер И.М., Файзуллин Р.Р., Чернявский С.М. К вопросу повышения спектральной эффективности фазовых радиотехнических систем передачи информации, функционирующих при сильных межсимвольных искажениях // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2018. № 1, С. 113-118.
128. Лернер И.М., Чернявский С.М. Оценка пропускной способности реальных каналов связи с АФМн- $N$ -сигналами при наличии МСИ // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2018. Том 12. №4. С. 48-55.
129. Лернер И.М., Ильин Г.И., Ильин А.Г. К вопросу о циклостационарности АФМн- $N$ -сигналов, наблюдаемых на выходе канала связи с межсимвольными искажениями // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. – 2018.– №3. – С. 107-117.
130. Лернер И.М., Ильин Г.И. Численный метод оценки потенциальной пропускной способности при использовании ФМн- $n$ -сигнала в канале связи с межсимвольными искажениями // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. – 2018. – №4. – С. 138-149.
131. Лернер И.М., Ильин Г.И., Ильин А.Г. Исследование вероятностных характеристик циклостационарных АФМн- $N$ -сигналов, наблюдаемых на выходе канала связи с межсимвольными искажениями // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. – 2018. – №4. – С. 150-157.
132. Лернер И.М. Оценка пропускной способности каналов с взаимно коррелированными символами при использовании ФМн- $n$ -сигналами // Тезисы докладов Международной научной конференции «Нигматуллинские чтения-2018», (Казань, 9 – 12 октября 2018 г.). Казань: Изд-во АН РТ, 2018. – Т.1 – 303 с.
133. Лернер И.М., Фатыхов М.М., Ильин Г.И. Особенности функционирования каналов связи с АФМн- $N$ -сигналами при использовании взаимно коррелированных символов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2019. – Т.22. – №1. – С.36–49.

134. Лернер И.М. К вопросу оптимизации амплитудно-частотных характеристик каналов связи с ФМН- $n$ -сигналами, построенных на основе теории разрешающего времени // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2019. – Том 13. – №9. – С. 36-49.
135. Лернер И.М. О влиянии формы амплитудно-частотной характеристики на пропускную способность канала связи с памятью, использующего принципы теории разрешающего времени, с АФМН- $N$ -сигналами // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. – 2019. – Том 13. – №10. – С. 45-59.
136. Лернер И.М., Файзуллин Р.Р., Яушев С.Т. О повышении пропускной способности беспроводных систем связи с ФМН- $n$ -сигналами в каналах связи с межсимвольными искажениями // Вестник Казанского государственного технического университета. – 2019. – №3. – С. 159-168
137. Лернер И.М. Оценка пропускной способности беспроводных систем связи на основе выбора оптимальной комплексной частотной характеристики канала // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. – 2019. – №4. – С. 142-151
138. Лернер, И. М. К вопросу построения радиотехнической системы передачи информации, функционирующей на основе теории разрешающего времени и использующую ЧМН- $n$ -сигнал с непрерывной фазой / И. М. Лернер, С. М. Чернявский, В. В. Кадушкин // Научные технологии в космических исследованиях Земли. – 2020. – Т. 12. – № 5. – С. 22-35.
139. Лернер И.М. К вопросу о выборе метода анализа переходных процессов для развития теории временного разрешения. Ретроспективный аналитический обзор // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2021. Том 15. №8. С. 62-70.
140. Лернер И.М., Файзуллин Р.Р., Рябов И.В. Оптимизированный алгоритм оценки пропускной способности каналов связи, функционирующих на базе теории разрешающего времени // Радиотехника. – 2022. – Т.86. – №4. – С.91–109.
141. Лернер И.М. Повышение удельной пропускной способности как фундаментальная проблема теории связи. Стратегия развития в постшенноновскую

эпоху. Часть 1 – Ретроспективный обзор методов приёма и обработки сигналов в частотно-селективных каналах связи при скоростях передачи информации выше скорости Найквиста / И.М. Лернер, Р.Р. Файзуллин, А.Н. Хайруллин, Д.В. Шушпанов, В.И. Ильин, И.В. Рябов // Успехи современной радиоэлектроники – 2023. – Т.77. – №1. – С.37-50

142. Лернер И.М. Повышение удельной пропускной способности как фундаментальная проблема теории связи. Стратегия развития в постшенноновскую эпоху. Часть 2 – Ретроспективный обзор методов приёма и обработки сигналов в частотно-селективных каналах связи при наличии межсимвольных искажений / И.М. Лернер, Р.Р. Файзуллин, А.Н. Хайруллин, Д.В. Шушпанов, В.И. Ильин, И.В. Рябов // Успехи современной радиоэлектроники – 2023. – Т.77. – №2. – С.16-33

143. Лернер И.М. Повышение удельной пропускной способности как фундаментальная проблема теории связи. Стратегия развития в постшенноновскую эпоху. Часть 3 – Ретроспективный обзор методов оценки пропускной способности частотно-селективных каналов связи при наличии межсимвольных искажений и использовании ФМн-п и АФМн-N-сигнала / И.М. Лернер, Р.Р. Файзуллин, Д.В. Шушпанов, В.И. Ильин, И.В. Рябов, А.Н. Хайруллин // Успехи современной радиоэлектроники – 2023. – Т.77. – №3. – С.24-33

144. Лернер, И. М. Способ повышения пропускной способности радиотехнической системы с последовательной передачей информации в узкополосных КВ-каналах связи на базе теории разрешающего времени / И. М. Лернер // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. – 2023. – Т.57. – № 1. – С. 6-23.

145. Лернер, И. М. Методы оценки пропускной способности с учётом требуемой помехоустойчивости фазовой радиотехнической системы с последовательной передачей информации в среднеширотных узкополосных КВ-каналах связи / И. М. Лернер // Вестник Поволжского государственного технологического университета.

Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. – 2023. – Т.57. – № 1. – С. 24-40.

146. Лукин Ф.В. Переходные процессы в линейных элементах радиотехнических устройств / Ф.В. Лукин. – М.: Оборонгиз, 1950. – 140 с.

147. Лурье А.И. Операционное исчисление и его приложения к задачам механики / А.И. Лурье. – М.-Л.: Гостехиздат, 1951. – 432 с.

148. Лурье О.Б. Усилители видеочастоты / О.Б. Лурье. – М.: Советское радио, 1955. – 280 с.

149. Маслаков М. Л. Адаптивная коррекция сигналов для коротковолновых радиолиний последовательной передачи данных: дис. ... канд техн наук: 05.12.13. - СПб, 2019. - 149 с

150. Махьюб Х. Е. А., Кисель Н. Н., Грищенко С. Г. Повышение спектральной эффективности канала в беспроводных системах связи пятого поколения на основе системы массив-ММО // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2015. –Т.172 – №11. – С.63-72

151. Мамонкин И.Г. Импульсные усилители / И.Г. Мамонкин. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1958. – 208 с., ил.

152. Мандельштам Л.И. Об обосновании одного метода приближенного решения дифференциальных уравнений / Л.И. Мандельштам, Н.Д. Папалекси // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1934. – Т.4. – №2. – С. 117-122.

153. Меерович Л.А. К расчету временных и частотных характеристик многокаскадных систем / Л.А. Меерович, Г.П. Тартаковский. – Журнал технической физики. – 1952. – Т.22. – вып. 7. – С.1200- 1220.

154. Меерович Л.А. К расчету немонотонных переходных функций многокаскадных систем / Л.А. Меерович. – Журнал технической физики. – 1953. – Т. 23. – вып. 2. – С. 37-42.

155. Меерович Л.А. Импульсная техника / Л.А. Меерович, Л.Г. Зелинченко. – М.: Советское радио, 1954. – 759 с.

156. Метелёв С.А. Модификация модели Ваттерсона ионосферного канала коротковолновой радиосвязи для адаптивного пространственно разнесенного приема // Известия вузов. Радиофизика. – 2012. – Т.4. – №4. – С.266 – 279
157. Михайлов А. В. Высокоэффективные оптимальные системы связи. - М.: Связь, 1980. - 344 с
158. Миллер Я.Э. Исследование прохождения радиоимпульса с синусной огибающей через избирательный фильтр методом ортогональных составляющих / Я.Э. Миллер // Омск. науч. вест. – 2004. –Т.29 – №4. – С.113-116.
159. Миллер Я.Э. Прохождение ФМн сигнала через избирательный тракт радиоэлектронной системы, обладающей повышенной прямоугольностью АЧХ / Я.Э. Миллер // Омск. науч. вест. – 2005. – Т.32. – №3. – С.162-166.
160. Мирошникова Н.Е. Анализ эффективности алгоритмов слепой идентификации ионосферных каналов // Научные технологии в космических исследованиях Земли. - 2016. - Т.8. - №3. - С.30-34.
161. Мишин Д.В. Методы повышения эффективности обработки сигналов в каналах с памятью: дис. ... д-р тех. наук: 05.12.13. - Самара, 2004. - 368 с.
162. Мордвинов А.Е. Исследование возможности повышения частотной эффективности линий связи за счет использования сигналов с взаимной интерференцией символов: дис. ... канд. техн. наук: 05.12.04. – Москва, МЭИ(ТУ). – 150 с.
163. Николаев Б. И. Последовательная передача дискретных сообщений по непрерывным каналам с памятью. - М.: Радио и связь, 1988. - 264 с.
164. Никиас Х.Л., Рагувер М.Р. Биспектральное оценивание применительно к цифровой обработке сигналов // ТИИЭР. – 1987. - т.75, - №7. - С. 5-30.
165. Никольский С.Н. Курс математического анализа В 2 т. Т.1 / С.Н. Никольский. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, глав. ред. физ.-мат. лит.-ры, 1983. – 484 с.
166. Овсеич И.А., Пинскер М.С. Оценка пропускной способности канала связи, параметры которого являются случайной функцией времени некоторых реальных каналов связи // Радиотехника. – 1957. – Т.12. - №10. – С. 40 – 46.

167. Овсеевич И.А., Пинскер М.С. Оценка пропускной способности некоторых реальных каналов связи // Радиотехника. – 1958. – Т.13. - №4. – С. 15 – 25.
168. Овчинников В.В. Адаптивное эквалайзирование сигналов с быстрой ППРЧ для преодоление дисперсионных искажений и повышения скрытности широкополосной СВ связи: дис. ... канд. техн. наук: 05.12.13. - Йошкар-Ола, 2020. - 159 с.
169. Петрович Н.Т. Передача дискретной информации в каналах с фазовой манипуляцией – М.: Сов. радио, 1965. – 263 с.
170. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов, т.2: Учебное пособие для втузов. – 13-е изд. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 560 с.
171. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л.С. Понтрягин. – М.: Физматгиз, 1961. – 331 с.
172. Прокис Дж. Цифровая связь. Пер с англ. / Под ред Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь. 2000. – 800 с.
173. Пухов Г.Е. Комплексное исчисление и его применение. – Киев: Изд. АН УССР, 1961. – 232 с.
174. Пятошин Ю.П. Некоторые свойства  $m$ -ичных систем связи с кодированием // Проблемы передачи информации. – 1968. – Т.4. – №1. – С. 45 – 51.
175. Ризкин А.А. Основы теории усилительных схем / А.А. Ризкин. – М.: Советское радио, 1954. – 439 с.
176. Розенфельд А.С. Переходные процессы и обобщенные функции / А.С. Розенфельд, Б.И. Яхинсон. – М.: Наука, 1966. – 440 с.
177. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. Часть 1. Случайные процессы. – М.: Наука, Гл. ред. физ-мат. литературы, 1976. – 494 с.
178. Свешников А. Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной: Учеб.: Для вузов. – 6-е изд., стереот. – М.: Физматлит, 2005. – 336 с.

179. Серкин Ф.Б., Важенин Н.А., Вейцель В.В. Сравнительный анализ алгоритмов оценки отношения сигнал-шум на основе квадратурных компонент принимаемого сигнала // Труды МАИ. – 2015. – №83. – С.1-24
180. Сифоров В.И. Об условиях получения высокой пропускной способности каналов связи со случайными изменяемыми параметрами // Электросвязь – 1958. – №1. С. 30. – 35.
181. Смирнов А.А. Использование метода внесения цифровых предискажений для повышения энергоэффективности инфокоммуникационных радиосредств // Труды МАИ. - 2019. - Вып.105. - С.1-23
182. Сифоров В.И. Радиоприемные устройства / В.И. Сифоров. – М.: Сов. радио, 1974. – 560 с., ил.
183. Смирнов В.И. Курс высшей математики. В 5 т. Т.2. / В.И. Смирнов. – М.: Наука, 1974. – 656 с.
184. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2-е, испр.: Пер. с англ. - М.: Издательский дом "Вильямс", 2003. - 1104 с.: ил.
185. Солодовников В.В. О применении трапецеидальных частотных характеристик к анализу качества систем автоматического регулирования / В.В. Солодовников // Автоматика и телемеханика. – 1949. – Т.10. – №5. – С.362-376.
186. Солодовников В.В. Частотный метод построения переходных процессов с приложением таблиц и номограмм / В.В. Солодовников, Ю.И. Топчиев, Г.В. Крутикова. – М.: ГИТТЛ, 1955. – 196 с.
187. Таланина Н. В. Установление фазы колебаний на выходе резонансного усилителя при переключении входных сигналов // Изв. вузов: сер. Радиотехника, 1964. – Т.7. – №1. – С.105-109.
188. Тафтс Д.В. Задача Найквиста - совместная оптимизация передатчика и приёмника в системе амплитудно-импульсной модуляции // ТИИЭР. - 1965. - №3.- С. 287-300.
189. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. – 142 с.

190. Тихонов В. И. Оптимальный приём сигналов. - М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.
191. Теумин И.И. Справочник по переходным процессам / И.И. Теумин. – М.: Связьиздат, 1952. – 410 с.
192. Турбович И.Т. Воздействие частотно и амплитудно-модулированных колебаний на линейные системы // Радиотехника. – 1960. – Т.15. – №1. – С. 30-34.
193. Файзулаев Б.Н. Переходные процессы в транзисторных каскадах. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Связь, 1968. – 247 с.
194. Феер К. Беспроводная цифровая связь. Методы модуляции и расширения спектра / К. Феер; пер. с англ. под ред. В.И. Журавлева. – М.: Радио и связь, 2000. – 520 с.
195. Филиппов Л. И. Теория передачи дискретных сигналов. - М.: Высш. школа, 1981. - 176 с.
196. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. - М.: Сов. радио, 1970. – 397 с.
197. Фролов А.А. Анализ современных стандартов: MCWILL, TD-SCDMA, WCDMA, IEEE 802.15.3A для применения в СШП системах // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2012. № 9. С. 144-148.
198. Хабаров Е.О. Разработка и исследование методов передачи дискретных сигнальных последовательностей по каналам с межсимвольной интерференцией: дис. ... д-р техн. наук: 05.12.13. - Самара, 2013. - 311 с.
199. Хайруллин М. И. Определение оптимального числа реализаций модулирующей последовательности ФМН-п-сигнала необходимого для оценки вероятности ошибки на символ, вызванной МСИ в линейных избирательных системах / М. И. Хайруллин, И. М. Лернер, В. И. Ильин // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. – 2018. – Т. 9. – № 4. – С. 121-131.
200. Харкевич А.А. Спектры и анализ / А.А. Харкевич. – М.: Физматгиз, 1962. – 236 с.
201. Харкевич А. А. Борьба с помехами. – М.: Наука, 1965. – 274 с.

202. Хинчин А.Я. Об основных теоремах теории информации // УМН. – 1956. – Т.11. – вып. 1. – С.17 – 75.
203. Хромов Л. И., Ковригин А. Б., Мартынихин А. В. Принцип равновесного согласования в теории информации // Докл. РАН. – 1995. – Т.344. –№ 1. – С. 30 – 31
204. Хромов Л. И. Теория информации и теория познания. – СПб: РФО, 2006. – 200 с.
205. Хромов Л. И. Теория информации и теория познания. 2-е. изд. доп – СПб: РФО, 2021. – 310 с.
206. Цыбаков Б.С. О пропускной способности дискретного по времени гауссовского канала с фильтром // ППИ – 1970. – Т.6. – Вып.3. – С. 78 - 82.
207. Цыцулин, А. К. Теория линейного кодирования зашумлённых сигналов / А. К. Цыцулин // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. – 2009. – № 2. – С. 16-40.
208. Цыцулин, А. К. Начальный этап проектирования кодера источника непрерывного сигнала / А. К. Цыцулин, Ш. С. Фахми, И. А. Зубакин // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. – 2010. – № 2. – С. 17-34.
209. Цыцулин, А. К. Множественность решений уравнения связи для непрерывной системы / А. К. Цыцулин, И. А. Зубакин // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. – 2013. – № 2. – С. 47-59.
210. Цыцулин, А. К. Развитие теории информации научной школой НИИ телевидения / А. К. Цыцулин // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. – 2015. – № 3. – С. 66-87.
211. Черри К. Переходные процессы в электрических цепях / К. Черри; пер. под ред. А.Я. Брейтбарта. – М.: Сов. радио, 1951. – 333 с.
212. Шахнович И.В. Современные технологии беспроводной связи / И.В. Шахнович. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Техносфера, 2006. – 288 с.
213. Шац С. Я. Транзисторы и основы их применения / С. Я. Шац. – М.: Судпромгиз, 1960. – 198 с.

214. Шац С. Я. Транзисторы в импульсной технике / С. Я. Шац. – Л.: Судпромгиз, 1963. – 251 с.
215. Шварц Л. Математические методы для физических наук / Л. Шварц. – М.: Мир, 1965. – 412 с.
216. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. – М.: Изд-во иностранной литературы. – 1963. – 829 с.
217. Щербачев В. А. Беспойсковая оценка частоты заполнения радиоимпульса // Радиотехника. – 2014. – № 1. – С. 4-8
218. Шестаков, А. Л. Оценка несущей частоты случайной последовательности импульсов методом Прони / А. Л. Шестаков, А. С. Семенов, О. Л. Ибряева // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2009. – Т.170 - № 37. – С. 106-115
219. Щукин А.Н. Нестационарные процессы в резонансных и полосовых усилителях / А.Н. Щукин // Изв. АН СССР, сер. Физическая. – 1946. – Т.10. – №1. – С.37-48.
220. Шутов В.Д. Линеаризация СВЧ усилителей мощности методом цифровых предсказаний: дис. ... канд. физ.-мат наук: 01.04.03 и 05.13.01. - Воронеж, 2015. - 146 с.
221. Элмор В. Электроника в ядерной физике / В. Элмор, М. Сендс. – М.: ИЛ, 1953. – 412 с.
222. Эльсгольц Л.Э. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л.Э. Эльсгольц. – М.: ГИТТЛ, 1950. – 424 с.
223. Эфрос А.М. Операционное исчисление и контурные интегралы / А.М. Эфрос, А.М. Данилевский. – Харьков: ОНТИ НКТП, 1937. – 384 с.
224. Юрьев М. Ю. Устанавливающийся режим в четырехполюсниках / М. Ю. Юрьев – М.- Л.: Гл. ред. энергет. лит., 1936. – 203 с.

225. Якаб И. Г. О расчете периодических режимов в линейных элементах / И. Г. Якаб // Научные доклады высшей школы: сер. Электромеханика и автоматика. – 1958. – № 2. – С. 46-53.
226. ГОСТ Р 51820-2001. Устройства преобразования сигналов для радиосигналов тональной частоты. М., 2001. – 15 с.
227. Нормы 19-02. Нормы на ширину полосы радиочастот и внеполосные излучения радиопередатчиков гражданского применения. М., 2002. – 52 с
228. Нормы 19-13. Нормы на ширину полосы радиочастот и внеполосные излучения радиопередатчиков гражданского применения. М., 2013. – 82 с
229. Информационные технологии в радиотехнических системах: учеб. пособие / В.А. Васин, И.Б. Власов, Ю.М. Егоров и др.; под ред. И.Б. Федорова.– 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 768 с., ил.
230. Радиопередающие устройства: учебник для вузов связи / Л.Е. Клягин, В.Б. Козырев, А.А. Ляховкин и др.; под ред. В.В. Шахгильдяна. – М.: Связь, 1980. – 328 с., ил.
231. Метод преобразования одночастотного когерентного излучения в двухчастотное / Г.И. Ильин, О.Г. Морозов. заявитель и патентообладатель «Казанский авиационный институт им. А.Н. Туполева» – № 1338647 заявл. 13.04.1983: опубл. 20.07.2004.
232. Способ измерения малых отношений сигнал/шум и устройство для его осуществления / Ильин А. Г., Насретдинов М. А. заявитель и патентообладатель федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ» – № 2354981; заявл. 21.08.2007 : опубл. 10.05.2009
233. Способ аналого-цифрового преобразования и устройство для его осуществления / Рябов И.В., Лернер И.М., Ильин Г.И. заявитель и патентообладатель федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение высшего образования «ПГТУ» – RU 2696557; заявл. 21.11.18; опубл. – 2 с.

234. Быстродействующий параллельный АЦП / Ильин Г.И., Рябов И.В., Лернер И.М., Файзуллин Р.Р. заявитель и патентообладатель Ильин Г.И., Рябов И.В., Лернер И.М., Файзуллин Р.Р. – RU 2777024; заяв. 10.08.2020; опубл. – 01.08.2022. – 2 с.

235. Свид. о гос. регистрации прог для ЭВМ 2019665776 Российская Федерация. ResCap / Лернер И.М., Кадушкин В.В., Чернявский С.М., заявитель и патентообладатель Лернер И.М., Кадушкин В.В. – № 2019663612; заявл. 30.10.19; опубл. 28.11.19. – 2 с.

236. Свид. о гос. регистрации прог для ЭВМ 2021615058 Российская Федерация. Программа для аналитической оценки разрешающего времени и пропускной способности каналов связи с межсимвольными искажениями (МСИ), использующих АФМн-п-сигналы в радиотехнических системах передачи информации (РСПИ) / Лернер И.М.; заявитель и патентообладатель федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ» – № 2021614238; заявл. 31.03.21; опубл. 02.04.21. – 2 с.

237. Свид. о гос. регистрации прог для ЭВМ 2021615057 Российская Федерация. Программа для аналитической оценки разрешающего времени и пропускной способности каналов связи с межсимвольными искажениями (МСИ), использующих ФМн-п-сигналы в радиотехнических системах передачи информации (РСПИ) / Лернер И.М.; заявитель и патентообладатель федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ» – № 2021614247; заявл. 31.03.21; опубл. 02.04.21. – 2 с.

238. Свид. о гос. регистрации прог для ЭВМ 2021615163 Российская Федерация. Программа вычисления зависимостей эффективной памяти канала с межсимвольными искажениями от длительности символа для ФМн-п и АФМн-п-

сигналов для радиотехнических систем передачи информации (РСПИ) / Лернер И.М., Файзуллин Р.Р.; заявитель и патентообладатель федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ» – № 2021614349; заявл. 31.03.21; опубл. 05.04.21. – 2 с.

239. Свид. о гос. регистрации прог для ЭВМ 2021615647 Российская Федерация. Программный комплекс для построения карт областей окон прозрачности и граничного времени установления информативных параметров ФМн-п- и АФМн-п-сигналов для радиотехнических систем передачи информации (РСПИ) / Лернер И.М., Файзуллин Р.Р.; заявитель и патентообладатель федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ» – № 2021614237; заявл. 31.03.21; опубл. 9.04.21. – 2 с.

240. Свид. о гос. регистрации прог для ЭВМ 2021619969 Российская Федерация. Программный комплекс для оценки наименьшего числа реализаций модулирующей псевдослучайной последовательности ФМн-п- и АФМн-п-сигнала, необходимого для формирования цикло-стационарного процесса на выходе канала с памятью / Лернер И.М. ; заявитель и патентообладатель федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ» – № 2021619147; заявл. 11.06.21; опубл. 21.06.21. – 2 с.

241. Свид. о гос. регистрации прог. для ЭВМ 2022668160 Российская Федерация. Программа для построения вероятности ошибки на символ от его длительности для РСПИ ППИ с ФМн-п-сигналами, вызванной МСИ в частотно-селективных каналах связи / И.М. Лернер; заявитель и патентообладатель КНИТУ-КАИ – № 2022667521; заявл. 28.09.22; опубл. 4.10.22. – 2 с.

242. Свид. о гос. регистрации прог. для ЭВМ 2022667954 Российская Федерация. Программа для построения вероятности ошибки на символ от его длительности для

РСПИ ППИ с АФМн-N-сигналами, вызванной МСИ в частотно-селективных каналах связи / И.М. Лернер; заявитель и патентообладатель федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ» – № 2022666595; заявл. 12.09.22; опубл. 29.09.22. – 2 с.

243. Справочник по специальным функциям / под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 830 с., ил.

244. Теория информации и её приложения (сборник переводов) / под. ред. Харкевича А.А. – М.: Гос. изд. физ-мат. лит-ры, 1959. – 328 с.

245. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации / А. Г. Зюко, А. И. Фалько, И. П. Панфилов и др. ; Под ред. А. Г. Зюко. - М. : Радио и связь, 1985. - 271 с.

246. Российский процессор «ЭЛБРУС» // bitblaze.ru URL: [https://bitblaze.ru/wp-content/uploads/2021/03/elbrus\\_gorshenin\\_omsk.pdf](https://bitblaze.ru/wp-content/uploads/2021/03/elbrus_gorshenin_omsk.pdf) (дата обращения: 17.04.2022).

247. Abed-Meraim K., Qia W., Hua Y. Blind System Identification // IEEE Proceeding. 1997. – Vol. 85. – Pp. 1308 – 1322.

248. Abend K., Fritchman B.D. Statistical detection for communication channels with intersymbol interference // Proc. IEEE. - 1970. - vol. 58. - No.5. - pp. 779-785.

249. Andrews A. A square root formulation of the Kalman covariance equations // AIAA J. - 1968. - vol. 6. - no. 6. - pp.1165-1166

250. Andersen I.N. Sample-Whitened Matched Filter // IEEE Transactions on Information Theory. – 1973. – Vol.19. – No.5. –pp.653–659.

251. Anderson J.B., Rusek, F. Improving OFDM: multistream faster-than-Nyquist signaling. // In Proceedings of the 6th International ITG-conference on source and channel coding. (Munich, Germany, 3–7 April 2006); N.Y.: IEEE. 2006. pp. 1–5

252. Anderson J. B., Rusek F. Optimal Side Lobes under Linear and Faster-than-Nyquist Modulation // Proc. of 2007 IEEE International Symposium on Information Theory (Nice, France – 24 – 29 June, 2007). N.Y.: IEEE - pp. 2301 -2304.

253. Anderson, J. B., Rusek F., Viktor Ö. Faster Than Nyquist Signaling // Proceeding of the IEEE. – 2013. – Vol.101. – No.8. – pp.1817 – 1830.
254. Arikan F. A Brief Review of HF Channel Response Estimation // Journal of Electromagnetic Waves and Applications. - 2004. - Vol.18. - No.6.- pp.837-851
255. Arnold D., Loeliger H.-A. On the information rate of binary-input channels with memory //In Conference Record of. IEEE International Conference on Communications. (ICC 2001) (Helsinki, Finland. - 11-14 June 2001). N.Y.: IEEE. vol. 9 – PP. 2692–2695
256. Arnold D., Loeliger H.-A., Vontobel P. O., Kavčič A., Zeng W. Simulation-based computation of information rates for channels with memory // IEEE Trans. Inf. Theory. - 2006. - Vol. 52. - №8. - PP. 3498–3508.
257. Balashkov M.V., Bogachev V.M. Z-transform Application for Exponential Approximation of Time-Functions // 2018 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). (4-5 July 2018, Minsk). N.Y.:IEEE. – 2018.
258. Balashkov M.V., Bogachev V.M. Matrix Beam Method And Some Its Applications In Radio Electronics // 2019 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications (20,21 March 2019, Moscow). N.Y.:IEEE. 2020
259. Balashkov M.V., Bogachev V.M. Z-transform Exponential Approximation Of One-Dimensional Functions: Theory And Applications // Radioelectronics And Communications Systems – 2021. – Vol.64 – No.4. – pp.189 –203.
260. Bogachev V.M. Approximation Of Pulse Characteristics And Synthesis Of Operator Models Of Frequency Selective Systems // 2017 Systems Of Signal Synchronization, Generating And Processing In Telecommunications (SINKHROINFO) (3-4 July 2017, Kazan). N.Y.:IEEE. – 2017.
261. Barry J. R. Capacity Penalty Due to Ideal Zero-Forcing Decision-Feedback Equalization / J. R. Barry, E. A. Lee, D. G. Messerschmitt // IEEE Transactions on Information Theory. – 1996. – Vol.42. – №4. – pp. 1062 – 1071.
262. Belfiore C.A., Park J.H. Decision Feedback Equalization // Proc. IEEE. – 1979. – vol. 67. – No.8. – pp.1143 – 1156.

263. Benveniste A., Goursat M. Blind Equalizer // IEEE Transactions on Communications. - 1984. - Vol.32. - No.8. - pp. 871–883.
264. Bergamo P., Maniezzo D., Giovanardi A., Mazzini G., Zorzi M. Improved Markov model for Rayleigh fading envelope // Electronics Letters. – 2002. – Vol.38. – No.10. – pp. 477–478.
265. Bierman G.J. Measurement updating using the U-D factorization // Proc. of IEEE Conference on Decision and Control Including the 14th Symposium on Adaptive Processes, (10-12 Dec. 1975, Houston). Houston.:IEEE.–1975. – pp.337-346.
266. Bierman G.J. Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation. 1<sup>st</sup> ed. – N.Y.: Academic Press. – 1977– 241 p.
267. Bromwich T.J. Examples of operational methods in mathematical physics / T.J. Bromwich // Phil. Mag. –1919. – Vol.37. – P.407-419.
268. Bromwich T.J. Some Solutions of the Electromagnetic Equations, and of the Elastic Equations, with Applications to the Problem of Secondary Waves / T.J. Bromwich // Proc. Lond. Math. Soc. – 1928. – Bd. 28. – P.438-475.
269. Bromwich T.J. The application of operational methods to some electrical problems in diffusion / T.J. Bromwich // Proc. Lond. Math. Soc. – 1930. – Bd. 31. – P.209-216.
270. Carlson N.A. Fast triangular formulation of the square root filter // AIAA Journal. – 1973. – vol. 11. – No.9. – 1259 – 1265.
271. Carmon Y., Shamai S., Weissman T. Comparison of the Achievable Rates in OFDM and Single Carrier Modulation with I.I.D. Inputs // Transactions on Information Theory. – 2015. – Vol. 61. – No.4. – pp.1795–1818
272. Cilliers J. E., Linde, L. P. Comparison of data directed estimators and decision feedback lattice equaliser algorithms' performance on fading channels // In Proceedings of IEEE. AFRICON '96, (Stellenbosch, South Africa, 27 September 1996). N.Y.: IEEE. –Vol.2 – pp. 1083-1086.
273. Chang R.W., Hancock J.C. On Receiver structures for Channels having memory // IEEE Trans. – 1966. – Vol.12. – №4. – pp.463 – 468.

274. Dasalukunte D, Rusek F., Anderson J. B., Owall V. Transmitter architecture for faster-than-Nyquist signaling systems // In Proceedings of 2009 IEEE International Symposium on Circuits and Systems. (Taipei, Taiwan, 24–27 May 2009). – pp. 1028–1031
275. Dasalukunte D. Multicarrier Faster-than-Nyquist Signaling Transceivers From Theory to Practice / Ph. D. Thesis. - Jan. 2012. Lund University - p. 142.
276. Dean R. A. Tactical HF Modem Performance: a Simplified Comparison of Serial-tone vs Parallel Tone Approach // Proceedings of the Tactical Communications Conference. Tactical Communications: Technology in Transition. – 1992. – Vol. 1. – P. 147-151
277. Elgenedy M. Adaptive Equalization Techniques in Multipath Fading Channels in the HF Band / MS. Thesis.- Oct. 2010. Cairo University - p. 162.
278. Elmore W. C. The Transient Response of Damped Linear Networks with Particular Regard to Wideband Amplifier / W. C. Elmore // J. Applied Physics. – 1948.–19. – No. 1.– P. 55-63.
279. Falconer D.D., Ljung L. Application of Fast Kalman Estimation to Adaptive Equalization // IEEE Trans. on Comm. – 1978. – vol. 26. – No.10 – pp.1439-1446.
280. Faulkner M., Johansson M. Adaptive Linearization Using Predistortion- Experimental Results // IEEE Trans. on Veh. Tech. – 2004. – vol. 43. – No.2. – pp. 323-332.
281. Feinstein A. On the coding theorem and its converse for finite-memory channels // Il Nuovo Cimento – 1959 – Vol. 13, 560–575.
282. Forney G. D. Maximum-likelihood sequence estimation of digital sequences in the presence of intersymbol interference // IEEE Trans. Inform. Theory – 1972. – vol. 18. – No.3 – pp. 363-378.
283. Foschini G. J. Equalizing Without Altering or Detecting Data // AT&T Technical Journal. - 1985. - Vol 64. - No. 8 - pp. 1885–1911.
284. Gabor D. Theory of Communication / D. Gabor // J. of IEE. – 1946. – Vol. 93. – No.26. – P. 429-457.

285. Gardner W. A. Cyclostationarity: Half a century of research / W. A. Gardner, A. Napolitano, P. Luigi // *Signal Processing*. – 2006. – vol. 86. – № 4. – P. 639–697.
286. Gallager R. G. *Information Theory and Reliable Communication*. New York, NY, USA: Wiley, 1968. - 588 p.
287. Gentleman W. M. Least squares computations by Givens transformations without square roots // *J. Inst. Math. Appl.* - 1973. - vol. 12 - No.3 - pp. 329–336
288. George D.A., Bowen R.R., Storey J.R. An Adaptive Decision Feedback Equalizer // *IEEE Transactions on Communication Technology*. – 1971. – vol.19. – No. 3. – pp. 281 – 293.
289. Gitlin R.D., Weinstein S.B. On the Required Tap-Weight Precision for Digitally Implemented, Adaptive, Mean-Squared Equalizers // *Bell System Technical Journal*. - 1979. - Vol.58. - No.2 - pp.301 -321
290. Gitlin, R.D., Weinstein, S.B. Fractional-Spaced Equalization: An improved Digital Transversal Equalizer // *Bell Syst. Tech. J.* – 1981. – vol.60. – No.2. – pp. 275 – 296.
291. Glave F.E. An Upper Bound on the Probability of Error due to Intersymbol Interference for Correlated Digital Signals // *IEEE Trans. Inform. Theory*. – 1972. – vol.18. – No.3 – pp.356–363.
292. Godard D.N. Channel Equalization Using a Kalman Filter for Fast Data Transmission // *IBM Journal of Research and Development*. – 1974. – Vol. 18. – No. 3. – pp. 267–273.
293. Godard D.N. Self-recovering equalization and carrier tracking in two dimensional data communication systems // *IEEE Trans. on Communications*. – 1980. - vol.28. - No.11. - P.1867-1875.
294. Gray A. On Gaussian noise envelopes // *IEEE Trans. Information Theory*. – 1970. – Vol.16. – № 5. – pp. 522–528
295. Haonan Ch., Yunpeng Ch., Liang Sh. Combined linear interpolated channel estimation and block equalization over HF channels // *Proceedings 2011 International Conference on Transportation, Mechanical, and Electrical Engineering (TMEE)*. – 2011 December 16-18, Changchun. – PP. 1593-1596

296. Habgood K. Arel I. Revisiting Cramer's rule for solving dense linear systems // Proceedings of the 2010 Spring Simulation Multiconference, SpringSim 2010. (11-15 April 2010 - USA Orlando, Florida ). – PP.1 - 8
297. Hartley R.V.L. Transmission of Information // BSTJ. –1928. – Vol.7. – No.3. – PP. 535–563
298. Hatzinakos D., Nikias C.L. Blind Equalization Using a Tricepstrum-Based Algorithm // IEEE Trans. Commun. – 1991. –vol. 39. – No.5. – pp.669 – 682
299. Heaviside O. Electromagnetic Theory: in 3 vol. Vol. 1 / O. Heaviside. – L.: “The Electrician” printing and publishing company, 1893. – 466 p.
300. Helmstrom C., Isley C. Two notes on a Markov envelope process // IRE Transactions on Information Theory. – 1959. – № 5. – pp. 139–140.
301. Hirt W., Massey J.L. Capacity of Discrete-Time Gaussian Channel with Intersymbol Interference // IEEE Transactions on Information Theory. – 1988. – vol.34. – No.3. – PP.380 – 388.
302. Ho E.Y., Yeh Y.S. A New Approach for Evaluating the Error Probability in the Presence of Intersymbol Interference and Additive Gaussian Noise // Bell Syst. Tech. J. – 1970. – vol. 49. – No.9. – PP. 2249 – 2265.
303. Howson R. An analysis of the capabilities of polybinary data transmission // IEEE Trans, on Communication Technology. – 1965. – vol. 13. – No.3. – pp. 312-319.
304. Hsu F. High speed modem techniques for fading dispersive channels / F. Hsu, A. H. Giordano, H. E. de Pedro, J. G. Proakis // NUSC Workshop Comm. Fading Dispersive Medium, (5,6 June 1979. – New London), N.Y.: IEEE. – p. 22
305. Hua Y. Fast maximum likelihood for blind identification of multiple FIR channels // IEEE Transactions on Signal Processing. – 1996. – vol. 44. – pp. 661–672
306. Ibrahim A., Bedeer E.; Yanikomeroğlu H. A novel low complexity faster-than-Nyquist (FTN) signaling detector for ultra high-order QAM // IEEE Open Journal of the Communications Society. – 2021. – vol. 2. – pp. 2566 - 2580
307. Il'in G.I., Lerner I.M., Fayzullin R.R. Analytical Capacity estimation of resonant filter under the action of PSK- $n$ -signal // 2017 Systems Of Signal Synchronization,

- Generating And Processing In Telecommunications (SINKHROINFO) (3-4 July 2017, Kazan). N.Y.:IEEE. – 2017.
308. Kabal P., Pasupathy S. Partial-response signaling // IEEE Transaction on Communications. – 1975. – Vol. 23. – No.9– pp.921–934.
309. Kadushkin V.V. Lerner I.M. Determination of Occurrence Conditions for Periodically Non-Stationary Random Process with Establishing PSK-n Phase at the Output of the Linear Selective System // 2018 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). (4-5 July 2018, Minsk). N.Y.:IEEE. – 2018.
310. Kadushkin V.V. Lerner I.M., Il'in G.I., Il'in V.I. To the Matter of Optimal Transfer Characteristics of Linear Selective Systems of Communication Channel With Memory and PSK-n signals // 2019 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO) (1-3 July 2019, Yaroslavl). N.Y.:IEEE. – 2019
311. Khairullin M. I., Lerner I. M. Faizullin R. R.; Kadushkin V. V. Fatykhov M. M. Selection of the initial shift for PSK signal constellation in the presence of intersymbol interference // 2017 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SINKHROINFO), (3-4 July, Kazan). N.Y.:IEEE. 2017.
312. Khairullin M.I., Lerner I.M., Il'in V.I. Determination of the Optimal Number of Realizations of the Modulating Sequence of the PSK-n signal Necessary for Estimating the Error Probability per Symbol Caused by the ISI Produced by Linear Selective Systems // 2018 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO) (4,5 July 2018, Minsk). N.Y.:IEEE. 2018.
313. Kobayashi H. Application of probabilistic decoding to digital magnetic recording systems. - IBM J. Res. Develop. - 1971. - vol. 15. – No.1. - pp. 64-74
314. Kobayashi H. Correlative level coding and maximum-likelihood decoding // IEEE Trans. Inform. Theory. - 1971. - vol. 17. -No,5. - pp. 586-594
315. Kobayashi H. A survey of coding schemes for transmission or recording of digital data // Trans. Inform. Theory. - 1971. - vol. 19. – No,6. - pp.1087-1100

316. Kretzmer E.R. Generalization of a technique for binary data communication // IEEE Transactions on Communication Technology. – 1966.–Vol.14 – No.1 – pp. 67-68
317. Lee E.A. Digital Communication / E.A. Lee, D.G. Messerschmitt. – 2-nd ed. – Boston: Kluwer Academic Press, 1994. – 906 p.
318. Lender A. The duobinary technique for high-speed data transmission // IEEE Trans. Commun. Electron. – 1963 – vol. 82. – No.2. – P. 214-218.
319. Lerner I.M. Transient Process in an Oscillatory Circuit Caused by Stepwise Phase Changes / I.M. Lerner, G.I. Il'in // Journal of Communications Technology and Electronics, 2010. – Vol. 55.– No. 12. – P. 1385 – 1390.
320. Lerner I.M. Transient Processes in a Bandpass Filter Caused by Stepwise Phase Variations / I.M. Lerner, G.I. Il'in, S.M. Chernyavskii // Journal of Communications Technology and Electronics, 2011. – Vol.56. – No.3.– P. 320 – 325.
321. Lerner I.M. The Analysis of the Transient Process Caused by a Jump in the Amplitude and Phase of Radio Pulse at the Input of Narrowband Linear System / I.M. Lerner, G.I. Il'in // Journal of Communications Technology and Electronics, 2012. – Vol.57.– No.2.– P. 174 – 188.
322. Lerner I.M., Il'in G.I. Capacity of p-cascade Tuned Filter with an Impact PSK-n-signal // Proceedings of 13th International Scientific-technical Conference On Actual Problems Of Electronic Instrument Engineering (APEIE - 2016), (03-06 October 2016 - Novosibirsk). N.Y.: IEEE. – 2016. – Vol.1. – P. 443-447.
323. Lerner I.M., Il'in G.I., Chernyavskii S.M. The Capacity Estimation Of Real Selective Chains Under The Influence Of PSK-n-signals // Proceeding of 18th International Conference Of Young Specialists On Micro/Nanotechnologies And Electron Devices. EDM 2017 (Erlagol, Altai, 29 June-03 July, 2017). N.Y.: IEEE – pp. 94-98
324. Lerner I.M., Il'in G.I., Chernyavskii S.M. Capacity Estimation Of Communication Channel With PSK-n-signals In The Presence Of Intersymbol Interference // 2017 Systems Of Signal Synchronization, Generating And Processing In Telecommunications (SINKHROINFO). (3-4 July 2017- Kazan). N.Y.:IEEE. 2017.

325. Lerner I.M., Faizullin R.R., Chernyavskii S.M. To Matter of Increasing the Spectral Efficiency of Phase Radio-Technical Data Transmission Systems Operating under Strong Intersymbol Interference // Russian Aeronautics. – 2018. – Vol.61. – No.1. – PP.120-126.
326. Lerner I.M. Capacity Determination of Linear Selective Systems under the Acting of PSK-n Signal on Its Input due to the Estimation of the Error Probability per Symbol Caused by the ISI // 2018 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications, SYNCHROINFO. (4-5 July 2018– Minsk). N.Y.:IEEE. 2018.
327. Lerner I. M., Il'in G. I., Il'in V. I. To the Matter of Optimal Transfer Characteristics of Linear Selective Systems of Communication Channel With Memory and APSK-N Signals // 2019 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). (1-3 July 2019, Yaroslavl). N.Y.:IEEE. 2019.
328. Lerner I.M., Manerov M.A., Fayzullin R.R., Chernyavskii S.M., Il'in V.I. Features of Capacity of Communication Channel with APSK-N signals, which Implements the Theory of Resolution Time // 2020 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications (19, 20 March 2020, Moscow). N.Y.:IEEE. 2020.
329. Lerner I.M., Ilin V.I., Fayzullin R.R., Garifullina G.A. To the Matter of Implementation of Radio Engineering Data Transmission System with APSK-N-signal based on the Theory of Resolution Time // 2021 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications (16 - 18 March 2021, Moscow) – N.Y.:IEEE. 2021.
330. Lim T. L., Mueller M. S. Rapid Equalizer Start-Up Using Least Squares Algorithms // Proc. of 1980 Internat. Conf. on Commun. (Seattle, WA., 8-12 June, 1980) – Seattle: IEEE – pp. 22-24
331. Ling F., Proakis J.G. Generalized Least Squares Lattice and Its Applications to decision feedback equalization // Proc. ICASSP '82. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing – 3-5 May 1982, France, - pp.1784 – 1769
332. Ling F., Proakis J.G. Numerical Accuracy and Stability: Two Problems of Adaptive Estimation Algorithms Caused by Round-Off Error // Proc. ICASSP '84. IEEE

- International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. (19-21 March 1984) – N.Y.:IEEE - pp.571 – 574
333. Ling F., Proakis J.G. A generalized multichannel least squares lattice algorithm based on sequential processing stages //IEEE Transactions on ASSP – 1984. – Vol.31. – No.2 - pp.381-389
334. Ling F., Proakis J.G. Adaptive Lattice Decision-Feedback Equalizers--Their Performance and Application to Time-Variant Multipath Channels. // IEEE Transactions on Communications. – 1985. – Vol.33. – No.4. – pp. 348–356.
335. Liveris A.D., Georghiades C. N. Exploiting faster-than-Nyquist signaling // IEEE Trans, on Communications. – 2003. – Vol. 51. – No.9. – pp. 1502-1511.
336. Long G., Ling F., Proakis J.G. Fractionally-spaced equalizers based on singular value decomposition // ICASSP-88., International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. 11-14 April 1988. – pp.1514 – 1517.
337. Long G., Ling F., Proakis J.G. Application of fractionally-spaced decision-feedback equalizers to HF fading channels // MILCOM 88, 21st Century Military Communications, (Diego, CA, USA, 23–26 October 1988). – pp.103-107.
338. Lucky R.W. Automatic Equalization for Digital Communication // Bell Syst. Tech. J. – 1965. – vol. 44. – No.4. – PP. 547-588
339. Lucky R.W. Techniques for Adaptive Equalization for Digital Communications // Bell Syst. Tech. J. – 1966. – vol. 45. – No.2. – PP. 255-286.
340. Lugannani R. Intersymbol Interference and Probability of Error in Digital Systems // IEEE Trans. Inform. Theory. -1969. - vol. 15. – No.6. – pp. 682-688.
341. Mackechnie L. K. Receivers for channels with intersymbol interference // Presented at IEEE Int. Symp. Information Theory, (Pacific Grove, CA, USA, January 1972). N.Y.:IEEE – p. 82
342. Makhoul J. A Class of All-Zero Lattice Digital Filters: Properties and Applications // IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing. – 1978. – Vol. 26. – No.4. – pp.304 – 314.

343. Male J., Porte J., Gonzalez T., et al. Analysis of the Ordinary and Extraordinary Ionospheric Modes for NVIS Digital Communications Channels // Sensors – 2021. Vol. 21, –No.6. – pp.1-16
344. Marko H. Kann man ueber die Nyquistrate hinaus uebertragen. Moeglichkeiten und grenzen der digitalen uebertragung mit und ohne quanttisierte rueckkopplung. Kann man ueber die nyquistrate hinaus uebertragen. // AEU -1982. - Vol.36. - No. 6. pp. 238-244.
345. Mazo J.E. Faster than Nyquist-Signaling // BSTJ – 1975 – No.8 - pp. 1451-1462.
346. McGuire M., Sima M. Discrete Time Faster-Than-Nyquist Signalling // 2010 IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM 2010), (6-10 December 2010, Miami, Florida). N.Y.:IEEE – pp. 1- 5.
347. MIL-STD-188-110B: Interoperability and Performance Standards for Data Modems. USA: US Department of Defense. 2000. - 137 p.
348. MIL-STD-188-110D: Interoperability and Performance Standards for Data Modems. USA: US Department of Defense. 2017. - 270 p.
349. Mosen P. Feedback equalization for fading dispersive channels // IEEE Transactions on Information Theory. – 1971. – Vol. 17. – No.1 – pp. 56–64.
350. Morf M., Dickinson B., Kailath T., Vieira A. Efficient solution of covariance equations for linear prediction // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing – 1977. – Vol.25. - No.5 - pp.429–433
351. Morf M., Vieira A., Lee D. Ladder forms for identification and speech processing // in Proc. 1977 IEEE Conf. Decision and Countr. (7-9 Dec. 1977, New Orlean, LA) – p.1074 – 1078.
352. Morf M., Lee D. Recursive least squares ladder forms for fast parameter tracking // IEEE Conference on Decision and Control Including the 17th Symposium on Adaptive Processes. (San Diego, CA, USA, 10-12 January 1979). NY.: IEEE. pp. 1362-1367
353. Myung H.G., Goodman D.J. Single Carrier FDMA: A New Air Interface for Long Term Evolution. – New Jersey: Wiley Telecom. – 2008. – 198 p
354. Nyquist H. Certain Topics in Telegraph Transmission Theory // Trans. American IEE. – 1928. – No.2. – P. 617-644.

355. Nyquist H. Effect of Quadrative Component in Signal Sideband Transmission / H. Nyquist, K. W. Peleger // Bell System Technical J. – 1940. – No. 1. – P. 63-73.
356. Omura J. K. On optimum receivers for channels with intersymbol interference // IEEE Int. Symp. Information Theory. (Holland, Noordwijk, June 1970). N.Y.:IEEE – p. 30
357. Tong. L., Perreau S. Blind Channel Estimation: From Subspace to Maximum Likelihood Methods// IEEE Proceedings. 1998. – vol. 86. – pp. 1951–1968.
358. Peng X., Wang Z., Mo J, Wang C., Liu J., Yu F. A Blind Calibration Model for I/Q Imbalances of Wideband Zero-IF Receivers // Electronics. – 2020. – No 11. – PP.1–16
359. Pehria E., Gong M.X. Gigabit wireless LANs: an overview of IEEE 802.11 ac and 802.11 ad. // ACM SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review, – 2011. –Vol.15. – No. 3. pp. 23–33.
360. Petitpied T., Tajan R., Chevalier P., Traverso S., Ferré G. Circular Faster-Than-Nyquist Signaling for High Spectral Efficiencies: Optimized EP-Based Receivers // IEEE Transactions on Communications - 2021. - vol. 69. - №8. pp. 5487-5501
361. Pfister H. D., Soriaga J. B., Siegel P. H. On the achievable information rates of finite-state ISI channels // in Proc. IEEE GLOBECOM, (25-29 November 2001 – San Antonio, TX). N.Y.:2001 - PP. 2992–2996.
362. Picchi G., Prati G. Blind Equalization and Carrier Recovery Using a “Stop-and-Go” Decision-Directed Algorithm // IEEE Transactions on Communications. - 1987. - Vol.35. - No. 9 -pp.877–887
363. Pierce J. A Markov envelope process // IRE Transactions on Information Theory. – 1958. – № 4. – pp. 163–166
364. Pierce J. Further comments on a Markov envelope process // IRE Transactions on Information Theory. – 1958. – № 5. – pp. 186–189
365. Price R. Nonlinear Feedback-Equalized PAM vs Capacity for Noisy Filter Channels // Proc. Int. Computer Conf., 19-21 June 1972.– pp. 22.12-22.17

366. Primak S., Kontorovich V., Lyandres V. Stochastic Methods and their Applications to Communications: Stochastic Differential Equations Approach. – West Sussex.: John Willey & Sons. – 2003. – 496 p.
367. Proakis J.G. Miller J. An adaptive receiver for digital signaling through channels with intersymbol interference // IEEE Transactions on Information Theory. – 1969. – Vol, 15. – No. 4. – pp. 484–497.
368. Proakis J.G. Advances in Equalization for Intersymbol interference in advances in communication systems / под. ред А. J. Viterbi. – N.Y.: Academic Press. – 1975. – vol.4. – pp. 123 – 198.
369. Proakis J.G. Digital Communications. 4<sup>th</sup> ed. N.Y.: McGraw-Hill, 2001. – 928 p.
370. Raheli R., Polydoros A., Tzou C.-K. Per-Survivor Processing: a general approach to MLSE in uncertain environments // IEEE Tran. Commun. - 1995. - Vol.43- No.234. – pp. 354–364
371. Recommendation ITU-R F.1487. Testing of HF Modems with Bandwidths of up to about 12 kHz using ionospheric Channel Simulators. Geneva: ITU. – 2000. – 13 p.
372. Rusek F., Anderson J.B. Non Binary and Precoded Faster Than Nyquist Signaling // IEEE Transactions on Communications. - 2008. - Vol.5. - pp.808–817.
373. Qureshi S.U.H., Newhall E.E. Adaptive receiver for data transmission over time-dispersive channels // IEEE Trans. Inform. - 1973. - Vol.19. - No,4 - pp.448-457.
374. Qureshi S.U.H., Forney G.D. Performance and Properties of a T/2 Equalizer // Natl. Telecom. Conf. Record, Los Angeles, Calif. – Dec. 1977. – P.11.1.1. –11.1.14.
375. Said A., Anderson J. B. Bandwidth-Efficient Coded Modulation with Optimized Linear Partial-Response Signals // IEEE Trans. Inform. Theory. – 1998. – vol. 44. –No.2 – pp. 701— 713.
376. Saltzberg B.R. Intersymbol Interference Error Bounds with Application to Ideal Bandlimited Signaling // IEEE Trans. Inform. Theory. – 1968. – vol.14. – No.4 – pp. 563 – 568.
377. Salz J. Optimum Mean-Square Decision Feedback Equalization // Bell System Technical Journal. - 1973. - Vol. 52. - No.8 - pp. 1341–1373

378. Sato Y. A Method of Self-Recovering Equalization for Multilevel Amplitude-Modulation Systems // IEEE Trans. Commun. – 1975. – vol. 23. – No.6. – pp. 679 – 682.
379. Sato Y., Oda H., Hashimoto S. Blind Suppression of Time Dependency and its Extension to Multi-Dimensional Equalization. In Proceedings of IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM '86), (Houston, TX, USA, 1-4 December 1986); N.Y.:IEEE – pp. 1652–1656
380. Satorius E.H., Alexander S.T. Channel equalization using adaptive lattice algorithms // IEEE Trans. Comm. – 1979. – vol. 27. – No.6. – pp.899 – 905.
381. Satorius E.H., Pack J.D. Application of Least Squares Lattice Algorithms to Adaptive Equalization // IEEE Trans. Comm. – 1981. – vol. 29. – No.2. – pp.136 – 142.
382. Seshadri N., Anderson J. B. Asymptotic error performance of modulation codes in the presence of severe intersymbol interference // IEEE Transactions on Information Theory. - 1988. - Vol. 34. - No.5. - pp. 1203–1216
383. Seshadri N. Joint Data and Channel Estimation Using Fast Blind Trellis Search Techniques // IEEE Trans. Commun. - 1994. - vol.42. - No.234. - pp. 1000-1011
384. Sills J.A., Sperlich R. Adaptive Power Amplifier Linearization by Digital Pre-Distortion with Narrowband Feedback using Genetic Algorithms // Proceedings RAWCON 2002, IEEE Radio and Wireless Conference, 2002, pp. 54 - 59.
385. Shalvi O., Weinstein E. New Criteria for Blind Deconvolution of Nonminimum Phase Systems Channels // IEEE Transactions on Information Theory.- 1990. - Vol.36. - No.2. -pp.312–321
386. Shamai S., Ozarow L. H., Wyner A.D. Information rates for a discrete-time Gaussian channel with intersymbol interference and stationary inputs // IEEE Trans. Inf. Theory. - 1991. - Vol. 37. - №6. - PP. 1527–1539.
387. Shamai S., Laroia R. The Intersymbol Interference Channel: Lower Bounds on Capacity and Channel Precoding Loss / S. Shamai, R. Laroia // IEEE Transactions on Information Theory. – 1996. – Vol. 42. – № 5. – pp. 1388 – 1404.
388. Shannon C.E. A Mathematical Theory of Communication // Bell System Technical J. – 1948 – Vol. 27 – No. 3. – PP. 379–423.

389. Shannon C.E. A Mathematical Theory of Communication // Bell System Technical J. – 1948. – Vol. 27 – No. 4. – PP. 623–656.
390. Shimbo O. C., Celebiler M. The Probability of Error due to Intersymbol Interference and Gaussian Noise in Digital Communication Systems // IEEE Trans. Commun. Tech. – 1971. – vol. 19. – No.2. – P.113–119
391. Sivarprakasam S., Shanmugan K. An equivalent Markov model for burst errors in digital channels// IEEE Trans. Communications. – 1995. – Vol. 43. No.2–4, 1347–1355
392. Solomatin D.A., Bogachev V.M., Balashkov M.V. Simulation of Dynamic Systems by Combined Methods of Prony–Laplace–Pade and Matrix Beams // 2020 Systems Of Signal Synchronization, Generating And Processing In Telecommunications (SINKHROINFO), (Svetlogorsk, 01–03 July 2020) – N.Y.: IEEE. – 2020.
393. STANAG 4285: Characteristics of 1200/2400/3600 Bits per Second Single Tone Modulators/Demodulators for HF Radio Links. NATO.:1993. - 70 p.
394. STANAG-4539: Technical Standards for Non-Hopping HF Communications Waveforms. NATO.:2017. - 51 p.
395. Sunde E.D. Theoretical Fundamentals of Pulse Transmission – I / E.D. Sunde // The Bell System Technical Journal. – 1954. – May. – pp. 721 – 788.
396. Sunde E.D. Theoretical Fundamentals of Pulse Transmission – II / E.D. Sunde // The Bell System Technical Journal. – 1954. – July. – pp. 987 – 1010.
397. Tong L., Xu. G., Kailath T. Blind identification and equalization based on second-order statistics: a time domain approach // IEEE Transactions on Information Theory - 1994. - Vol.40. - No.2. - pp.340 - 349
398. Ungerboeck G. Nonlinear equalization of binary signals in Gaussian Noise // IEEE Trans. Commun. Technol. - 1971 - vol. 19. - № 6.- pp.1128-1137.
399. Ungerboeck G. Theory on the Speed of Convergence in Adaptive Equalizers for Digital Communication // IBM Journal of Research and Development. - 1972. - Vol. 16. - No.6. - pp. 546–555.

400. Ungerboeck G. Adaptive Maximum-Likelihood Receiver for Carrier-Modulated Data-Transmission Systems // IEEE Trans on Commun. - 1974 - Vol.22. – No,5. - pp.624-636.
401. Ungerboeck G. Fractional Tap-Spacing Equalizer and Consequences for Clock Recovery in Data Modems // IEEE Trans on Commun. - 1976 – vol.24. - №8. - pp.856-864.
402. Van der Pol B. A simple proof and an extension of Heaviside's operational calculus for invariable systems / B. Van der Pol // Phil. Mag. – 1929. – Vol. 7. – P.1153-1162.
403. Van der Pol B. On simultaneous operational calculus / B. Van der Pol, K.F. Niessen // Phil. Mag. – 1931. – Vol. 11. – P.368-376.
404. Van der Pol B. Symbolic Calculus / B. van der Pol, K.F. Niessen // Phil. Mag. – 1932. – Vol. 13. – P.537-577.
405. Verdú S. Fifty Years of Shannon Theory // IEEE Trans. 1998. V.IT-44. - №6. - PP. 2057 – 2078.
406. Vontobel P. O., A. Kavčič', Arnold D. M., Loeliger H.-A. A generalization of the Blahut-Arimoto algorithm to finite-state channels // IEEE Trans. Inf. Theory - 2008. - Vol. 54. - №5. - PP. 1887 – 1917.
407. Watterson C.C., Juroshek J., Bensema W.D. Experimental Confirmation of an HF Channel Model // IEEE Transactions on Communications, No. 6, 1970. pp. 792-803.
408. Widrow B., Hoff M.E. Adaptive Switching Circuits // In Convention record of Western Electronic Show and Convention (1960 I.R.E. WESCON), (Los Angeles, CA, USA, 23–26 August 1960). N.Y.:The Institute of Radio Engineers, Inc., 1960; Volume 4, pp. 96–104
409. Wang C.K., Lee L. S. Practically realizable digital transmission significantly below the Nyquist bandwidth // in Proc. IEEE Global Commun. Conf., Phoenix, AZ, USA, Dec. 1991. - pp. 1187–1191.
410. Yao K. On Minimum Average Probability of Error Expression for Binary Pulse – Communication Systems with Intersymbol Interference // IEEE Trans. Inform. Theory. – 1972. – vol. 18. – No.4 – pp. 528–531.

411. Yao K., Tobin R.M. Moment Space Upper and Lower Error Bounds for Digital Systems with Intersymbol Interference // IEEE Trans. Inform. Theory. – 1976. – vol. 22. – No.1 – pp.65-74
412. Yang S. The Capacity of Communication Channels with Memory. A thesis on Doctor of Philosophy in the subject of Engineering Sciences. - Harvard University. 2004. - 126 p.
413. Xiang W., Pietrobon S. S. On the capacity and normalization of ISI channels // IEEE Trans. Inf. Theory. - 2003. - Vol. 49. - №. 9. - pp. 2263–2268.
414. Zervas E., Proakis J.G., Eyuboglu V. A ‘quantized’ channel approach to blind equalization // In Conference Record of SUPERCOMM/ICC '92 Discovering a New World of Communications, (Chicago, IL, USA, 14-18 June 1992). – N.Y.:IEEE. – 1992.– vol.3, pp. 1539–1543
415. Zolotarev I.D. The method of orthogonal components and its application for making research of PSK and FSK signal passing through the selective filter [Электронный ресурс] / I.D. Zolotarev, Ya. E. Miller, T.O. Pozharky // Abstracts of the XXVIIIth General Assembly of International Union of Radio Science – URSI -2005. – New Delhi, India. - 2005. – Режим доступа: [http://www.ursi.org/Proceedings/ProcGA05/pdf/CP3.26\(01773\).pdf](http://www.ursi.org/Proceedings/ProcGA05/pdf/CP3.26(01773).pdf). Дата обращения 13.02.2012
416. Zolotarev I.D. The Passage of Phase-Shift Keyed Signals Through The Band-Pass Filters at Operational Amplifiers / I.D. Zolotarev, T.O. Pozharsky // Proc. Of 6th International Siberian Workshop and Tutorial EDM’2005. Session IV. July 1-5 2005. – P.208-210.
417. Zolotarev I.D. Research of Deformation of the Fine Phase Structure of Ultra Wideband Radar Signals when Passing Through the System of Identical Selective Filters / I.D. Zolotarev, Ya. E. Miller, T.O. Pozharsky // Proc. IEEE IGARSS-2005 Seoul. 2005. July 25-29. – N.Y.: IEEE - 2005. – Vol.8. – P. 5538-5542.
418. Zolotarev I.D. The Investigation of the PSK Signal Passage Through the Selective Filter with the High Suppression of the Signals in the Adjacent Channels Of The

Telecommunication System / I.D. Zolotarev, T.O. Pozharsky // Proc. of the 5th IEEE – Russian Conference Microwave Electronics: Measurements, Identification, Applications – 2005 (MEMIA2005). – Novosibirsk. 2005. December 12-15. – P. 122-125.

419. Digital communication over fixed time-continuous channel with memory with special application to telephone channels: Tech. Rep. 430 / Mit Res. Lab. Electron.; пук. Holsinger J. L. – Cambridge, MA, 1964. - 130 p.

420. Adaptive Filters I: Fundamental: Tech. Rep. 6764-6 / Stanford Electronics Laboratories.; пук. Widrow. B. – Stanford, 1966. - 65 p.

421. Decision-Feedback Equalization for Digital Communication Over Dispersive Channels: Tech. Rep. 461 / Mit Res. Lab. Electron.; пук. Austin M.E. – Cambridge, MA, 1967. - 102 p.

422. Communication Systems and Random Process Theory / под. ред. J.K. Skwirzynski. – Dordrecht: Springer Netherlands, 1978. –1004 с.

423. CPU-Z Benchmark for Intel Pentium 4 3.00 GHz (2T) - CPU-Z Validator // CPU-Z Validator URL: <https://valid.x86.fr/bench/1eq7uu/2> (дата обращения: 17.04.2022)

424. CPU-Z Benchmark for Intel Core i9-9880H (1T) - CPU-Z VALIDATOR // CPU-Z Validator URL: <https://valid.x86.fr/bench/sx1unq/1> (дата обращения: 17.04.2022).

**ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ МЕРЫ ПО ОПТИМИЗАЦИИ  
АНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ПРОПУСКНОЙ  
СПОСОБНОСТИ [140]**

Для дополнительного снижения вычислительной сложности аналитических методов рассмотрим  $i$ -е уравнение из набора для фазы, определяемое, как

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi}{n} \alpha_0 = \left| \operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(dT_p) \right|, \quad (\text{П1.1})$$

и для амплитуды, определяемое следующим соотношением

$$\Delta_0 = \frac{|\Delta_{\text{уст}}(dT_p)|}{\Delta M_{\text{ш}}} = \left[ \left( B'_d(T_p) k'_{d,i} - (P_{d,i}(T_p) + k'_{d,i}) \cos \alpha_{\text{уст}}(dT_p) \right)^2 + \right. \\ \left. + \sin^2 \alpha_{\text{уст}}(dT_p) (P_{d,i}(T_p) + k'_{d,i})^2 \right]^{1/2}, \quad (\text{П1.2})$$

где для ФМн- $n$ -сигнала  $\operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(dT_p) = -P'_{d,i}(T_p) / \sqrt{(B'_d(T_p))^2 - (P'_{d,i}(T_p))^2}$ , а для

АФМн- $N$ -сигнала  $\operatorname{tg} \alpha_{\text{уст}}(dT_p) = -P_{d,i}(T_p) / \sqrt{(B'_d(T_p) k'_{d,i})^2 - (P_{d,i}(T_p))^2}$ . Здесь

$$P_{d,i}(T_p) = \sum_{r=0}^{d-2} k'_{r,i} B'_r(T_p) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{q,i} + k'_{d-1,i} B'_{d-1}(T_p), \quad (\text{П1.3})$$

$$P'_{d,i}(T_p) = \sum_{r=0}^{d-2} B'_r(T_p) \prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{q,i} + B'_{d-1}(T_p), \quad (\text{П1.4})$$

$$B'_r(T_p) = \begin{cases} 1 - B_0(dT_p) & \text{при } r = 0; \\ B_0([d-r+1]T_p) - B_0([d-r]T_p) & \text{при } r = \overline{1, d-1}; \\ B_0(T_p) & \text{при } r = d. \end{cases}$$

Здесь  $T_p = t_{\Phi_{d_i}} = \left\{ \tau_{\Phi, \text{но}_{d_i}}^{(w_{\Phi_{d_i}})} \right\}_{w_{\Phi_{d_i}}=1} \cup \left\{ \tau_{\Phi, \text{ко}_{d_i}}^{(w_{\Phi_{d_i}})} \right\}_{w_{\Phi_{d_i}}=1} \cup \left\{ \tau_{\Phi, \text{гр}_{d_i}} \right\}$ , если ищутся решения по фазе

(см. (П1.1))  $T_p = t_{\Lambda_{d_i}} = \left\{ \tau_{\Lambda, \text{но}_{d_i}}^{(w_{\Lambda_{d_i}})} \right\}_{w_{\Lambda_{d_i}}=1} \cup \left\{ \tau_{\Lambda, \text{ко}_{d_i}}^{(w_{\Lambda_{d_i}})} \right\}_{w_{\Lambda_{d_i}}=1} \cup \left\{ \tau_{\Lambda, \text{гр}_{d_i}} \right\}$ , если ищутся решения

по амплитуде (см. (П1.2)).

Для АФМн- $N$ -сигнала каждое  $i = \overline{1, 2^{d-1}(2^{d+1}-1)}$ -е уравнение из набора определяется конкретными значениями параметров  $s_{v,i}$  и  $k'_{\mu,i}$ , их значения можно определить, используя следующее правило, которое задано в виде двух множеств

$$S_{d,i} = \left\{ s_{v,i} \left| \left( s_{d-1,i} s_{d-2,i} \dots s_{2,i} s_{1,i} \right)_2 = i-1 - \left\lfloor \frac{i-1}{2^{d-1}} \right\rfloor 2^{d-1}; v = \overline{1, d-1} \right. \right\}, \quad (\text{П1.5})$$

$$K_{d,i} = \left\{ k'_{\mu,i} = 1 + \operatorname{sgn}(a_{\mu,i})(m-1) + \frac{M_{\text{cc}}}{\Delta M_{\text{III}}} \left| \left( a_{d,i} \dots a_{1,i} a_{0,i} \right)_2 = \left\lfloor \frac{i-1}{2^{d-1}} \right\rfloor; \mu = \overline{0, d} \right. \right\}, \quad (\text{П1.6})$$

А для ФМН- $n$ -сигнала каждое  $i = \overline{1, 2^{d-1}}$ -е уравнение из набора определяется конкретными значениями параметра  $s_{v,i}$ , которые задаются следующим множеством

$$S_i^{(d)} = \left\{ s_{v,i} \left| \left( s_{d-1,i} s_{d-2,i} \dots s_{2,i} s_{1,i} \right)_2 = i-1; v = \overline{1, d-1} \right. \right\}. \quad (\text{П1.7})$$

Для сокращения вычислительной сложности аналитических методов оценки пропускной способности вместо вычисления  $\prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{q,i}$  целесообразно использовать  $\cos \pi s'_{q,i}$ , где  $s'_{q,i}$  является элементом эквивалентного двоичного числа  $(s'_{d-1,i} s'_{d-2,i} \dots s'_{2,i} s'_{1,i})_2 = X'_i$ , где  $X'_i$  – эквивалентное десятичное число, которое получено из исходного  $X_i = (s_{d-1,i} s_{d-2,i} \dots s_{2,i} s_{1,i})_2$  с помощью преобразования

$$X'_i = f(X_i) = \sum_{r=1}^{d-1} 2^{r-1} \left( \left[ \sum_{q=r}^{d-1} s_{q,i} \right] \bmod 2 \right), \quad (\text{П1.8})$$

которое следует из

$$\prod_{q=r+1}^{d-1} \cos \pi s_{q,i} = \cos \pi \sum_{q=r+1}^{d-1} s_{q,i} = \cos \pi \left( \left[ \sum_{q=r+1}^{d-1} s_{q,i} \right] \bmod 2 \right) = \cos \pi s'_{q,i}. \quad (\text{П1.9})$$

Здесь  $\bullet \bmod 2$  – бинарная операция «взятия остатка» от деления числа  $\bullet$  на 2. При этом область значений и область определения функции  $X'_i = f(X_i)$  совпадают, а сама функция является однозначной. В результате  $s'_{q,i}$  можно определить из следующих соотношений для ФМН- $n$ - и АФМН- $N$ -сигнала, соответственно,

$$S'_{d,i} = \left\{ s'_{v,i} \left| \left( s'_{d-1,i} s'_{d-2,i} \dots s'_{2,i} s'_{1,i} \right)_2 = i-1; v = \overline{1, d-1} \right. \right\}, \quad (\text{П1.10})$$

$$S''_{d,i} = \left\{ s'_{v,i} \left| \left( s'_{d-1,i} s'_{d-2,i} \dots s'_{2,i} s'_{1,i} \right)_2 = i-1 - \left\lfloor \frac{i-1}{2^{d-1}} \right\rfloor 2^{d-1}; v = \overline{1, d-1} \right. \right\}. \quad (\text{П1.11})$$

Это позволяет снизить число сложений по модулю два.

Анализируя «свойство о комбинациях» для АФМн- $N$ -сигнала полиномы  $P_{d,i}(\tau_c)$ , с учётом их задания с использованием (П1.11), будут являться одинаковыми для уравнений с номерами  $i = \overline{1; 2^{d-1}(2^d - 1)}$  и  $i = \overline{2^{2d-1} + 1; 2^{d-1}(2^{d+1} - 1)}$ , а сами уравнения будут различаться благодаря значению множителя  $k'_{d,i}$ . В результате объем вычислений при численном решении уравнений может быть снижен за счёт вычисления  $P_{d,i}(\tau_c)$  только для номеров уравнений  $i = \overline{1; 2^{2d-1}}$  и повторного использования полиномов  $P_{d,i}(\tau_c)$  для номеров  $i = \overline{1; 2^{d-1}(2^d - 1)}$ , при решении уравнений с порядковыми номерами  $i = \overline{2^{2d-1} + 1; 2^{d-1}(2^{d+1} - 1)}$ .

Для ФМн- $n$ -сигнала номера уравнений, являющихся новыми в наборе уравнений для  $d > 2$ , при определении наибольшего времени установления для  $d$ -го символа относительно  $(d-1)$ -го с учётом полученного выше результата, определяются множеством  $I_{\text{нов}_d}$ , которое задается следующим образом

$$I_{\text{нов}_d} = I_d \setminus I_{\text{пов}},$$

где  $I_{\text{пов}} = \left\{ i_k = 4k : k = \overline{1+1(3-d); 2^{d-2}} \right\} \cup \left\{ i_k = 4k - 3 : k = \overline{1; 2^{d-2} - 1(3-d)} \right\}$  – номера повторяющихся уравнений в наборе для  $d$ -го символа относительно  $(d-1)$ -го;  $I_d = \left\{ i_v = v : v = \overline{1, 2^{d-1}} \right\}$  – множество всех номеров уравнений для  $d$ -го символа.

Для АФМн- $N$ -сигнала номера уравнений, являющихся новыми в наборе уравнений для  $d > 2$ , при определении наибольшего времени установления для  $d$ -го символа относительно  $(d-1)$ -го, с учётом выше полученных результатов, определяются множеством  $I_{\text{нов}_d}$ , которое задается следующим образом

$$I_{\text{нов}_d} = I_d \setminus I_{\text{пов}_d},$$

где  $I_d = \left\{ i_v = v : v = \overline{1, 2^{d-1}(2^{d+1} - 1)} \right\}$ .

$$I_{\text{пов}_d} = \left\{ i_{d,k} = \left\lfloor \frac{k-1}{2^{d-2}} \right\rfloor 2^d + 2^{d-1} \left[ \left\lfloor \frac{k-1}{2^{d-2}} \right\rfloor \bmod 2 \right] + 2 \left[ (k-1) \bmod 2^{d-2} \right] + \left[ (k-1) \bmod 2^{d-2} \right] \bmod 2 + 1 : k = \overline{1, 2^{d-2}(2^d + 1)} \right\}.$$

Дополнительное уменьшение объема вычислений можно достичь за счёт использования полиномов, которые являются общими для различных реализаций  $P_{d,i}(\tau_c)$  и  $P'_{d,i}(\tau_c)$ .

Для определения общих полиномов для  $P_{d,i}(\tau_c)$  и  $P'_{d,i}(\tau_c)$  преобразуем их, учитывая выражения (П1.8) – (П1.11). Так для ФМн- $n$ -сигнала оно примет вид

$$P_{d,i}(\tau_c) = (-1)^{s'_{i,i}} B_0(\tau_c) + 2 \sum_{r=2}^d (\Phi_1(r-1, r, i) - \Phi_1(r, r-1, i)) B_0((d-r+2)\tau_c), \quad (\text{П1.12})$$

а для АФМн- $N$ -сигнала будет определяться следующим образом

$$P_{d,i}(\tau_c) = (-1)^{s'_{i,i}} k_{0,i} - k_{d-1,i} B_0(\tau_c) + \sum_{r=0}^{d-2} [\Phi_2(r+1, i) - \Phi_2(r, i)] B_0((d-r)\tau_c), \quad (\text{П1.13})$$

где  $\Phi_1(\alpha_1, \alpha_2, i) = 1(\text{sgn}(s'_{\alpha_1, i} - s'_{\alpha_2, i} - 0,5))$ ;  $\Phi_2(\alpha, i) = k_{\alpha, i} \text{sgn}(0,5 - s'_{\alpha+1, i})$ ;  $s'_{d,i} = 0$ .

Использование выражений (П1.12) и (П1.13) вместо (П1.3) и (П1.4) путем предварительной оценки множителей  $\Phi_1(r-1, r, i) - \Phi_1(r, r-1, i)$  и  $\Phi_2(r+1, i) - \Phi_2(r, i)$  и формирования соответствующей матрицы, которая позволяет исключить суммирование членов полиномов, равных нулю, позволяет уменьшить число слагаемых от 1,2 до 1,78 раз для ФМн- $n$ -сигнала при изменении  $d$  от 2 ... 15 символов и от 1,1 ... до 1,21 раза для АФМн- $N$ -сигнала при изменении  $d$  от 2 ... 7 символов. Продемонстрировано на рисунке П1.1.

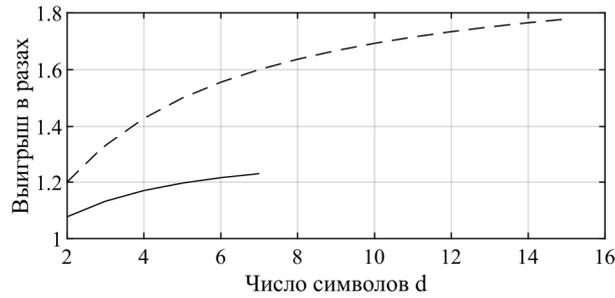


Рисунок П1.1. Зависимости сокращения числа слагаемых в наборах уравнений от числа символов  $d$ . Тип сигнала: ФМН- $n$ -сигнал (*пунктирная*) и АФМН- $N$ -сигнал (*сплошная*).

Анализируя выражения (П1.12) и (П1.13) совместно с выражениями (П1.10) и (П1.11) можно прийти к выводу, что общие полиномы целесообразно задавать в виде двоичных масок, которые необходимо формировать, начиная со старших разрядов двоичной последовательности, определяющую конкретную реализацию  $P_{d,i}(\tau_c)$  и  $P'_{d,i}(\tau_c)$ . При этом общим полиномом, который будет входить во все реализации  $P'_{d,i}(\tau_c)$  для ФМН- $n$ -сигнала будет  $Y_0 = (-1)^{s'_{i,i}} - B_0(\tau_c)$ , а для АФМН- $N$ -сигнала в полиноме  $P_{d,i}(\tau_c) - Y'_0 = (-1)^{s'_{i,i}} k_{0,i} - k_{d-1,i} B_0(\tau_c)$ .

Оставшиеся общие полиномы  $Y_{b_1, b_3} = 2(B_0([d - b_1 + 2]\tau_c) - B_0([d - b_3 + 1]\tau_c))$  для ФМН- $n$ -сигнала должны быть заданы в виде набора следующих условий

$$\begin{cases} s_{b_1} = 0 \\ s_{b_2} = 1, \\ s_{b_3} = 0 \end{cases}$$

где

$$\begin{aligned} b_1, b_2, b_3 &\in \mathbb{N}^*, \\ b_2 &= \overline{b_3 + 1, b_1 - 1}, \\ 4 &\leq b_1 \leq d, \\ 2 &\leq b_3 \leq d - 2, \\ b_1 - b_3 &\geq 2, \end{aligned}$$

При этом значение наибольшего числа разрядов битовой маски<sup>1</sup>, при которой искомые полиномы не являются одночленами при заданном значении  $d$ , определяется в соответствии с выражением

$$v_{\text{макс}} = d - 2,$$

являющимся решением уравнения  $N_{\text{пол}} = 2^{d-1}/2^{v_{\text{макс}}}$ , где  $N_{\text{пол}} = 2$ . Здесь и далее  $N_{\text{пол}}$  – число членов в полиноме  $Y_{b_1, b_3}$ . Число уравнений, содержащих  $Y_{b_1, b_3}$ , определяется в соответствии с выражением

$$N_{\text{ур}} = 2^{\alpha_{\text{св}}} = N_{\text{чл}}/N_{\text{реал}} = 2^{d-1}/2^{b_1-b_3+1-\delta_{b_1 d}} = 2^{d-2-b_1+b_3+\delta_{b_1 d}}, \quad (\text{П1.14})$$

здесь  $\alpha_{\text{св}}$  – число степеней свободы;  $N_{\text{чл}} = 2^{d-1}$  – общее число уравнений в наборе для  $d$ -го символа;  $N_{\text{реал}} = 2^{b_1-b_3+1-\delta_{b_1 d}}$  – число всех возможных реализаций двоичной маски, составленной из  $b_1 - b_3 + 1 - \delta_{b_1 d}$  разрядов, где  $\delta_{b_1 d}$  – дельта Кронекера. Стоит отметить, что наличие члена  $\delta_{b_1 d}$  обусловлено тем, что  $s'_{d,i} = 0$ .

При этом число возможных вариантов расположений маски по двоичным разрядам, определяется в соответствии с выражением

$$N_{\text{рас}} = d - v_{\text{мас}}, \quad (\text{П1.15})$$

где  $v_{\text{мас}}$  – число разрядов в двоичной маске.

Номера уравнений  $n_{\text{ур}_i} = 1 + \sum_{k=1}^d r_{k,i} 2^{k-1}$ , в которых содержится общий полином

$Y_{b_1, b_3}$ , определяется на основании следующего выражения

$$(r_{d,i} \dots r_{1,i})_2 = \begin{cases} (s_{b_1} 1 \dots 1 s_{b_3} 0 \dots 0)_2 + (0 \dots 0 l_{b_3-1,i} \dots l_{1,i})_2, & \text{если } b_1 = d; \\ (0 \dots 0 s_{b_1} 1 \dots 1 s_{b_3} 0 \dots 0)_2 + (0 l_{d-1,i} \dots l_{b_1+1,i} 0 \dots 0 l_{b_3-1,i} \dots l_{1,i})_2, & \text{если } b_1 < d, b_3 > 2; \\ (0 \dots 0 s_{b_1} 1 \dots 1 s_{b_3} 0)_2 + (0 l_{d-1,i} \dots l_{b_1+1,i} 0 \dots 0 l_{1,i})_2, & \text{если } b_3 = 2; b_1 < d; \end{cases}$$

<sup>1</sup> При расчётах не учитывается  $d$ -ый разряд двоичной последовательности, поскольку  $\forall s'_{d,i} = 0$ . Так двоичная маска «010» при её реализации для  $d=4$  в двоичной последовательности 0100 будет по факту занимать два значащих разряда 3-й и 2-ой.

где  $L_i = \left\{ l_{v,i} \left| \left( l_{\alpha_{cb},i} \dots l_{1,i} \right)_2 = i - 1; i = \overline{1, N_{yp}}; v = \overline{1, \alpha_{cb}} \right. \right\}$ .

При использовании АФМН- $N$ -сигнала из анализа выражения (П1.13) следует, что выражение для общего полинома можно представить в следующем виде

$$Y'_{b_1, b_3} = \left[ k_{b_1-1} \operatorname{sgn}(0,5 - s_{b_1}) - k_{b_2-1} \operatorname{sgn}(0,5 - s_{b_2}) \right] B_0((d - b_1 + 2)\tau_c) + \left[ k_{b_2-1} \operatorname{sgn}(0,5 - s_{b_2}) - k_{b_3-1} \operatorname{sgn}(0,5 - s_{b_3}) \right] B_0((d - b_3 + 1)\tau_c). \quad (\text{П1.16})$$

Из выражения (П1.16) следует, что полиномы можно классифицировать по двоичным маскам следующим образом:

1. Смешанная маска. Задается в виде набора следующих условий

$$\begin{cases} a_{b_1-1} = \chi \text{ и } s_{b_1} = 0; \\ a_{b_2-1} = 1 - \chi \text{ и } s_{b_2} = 1; \\ a_{b_3-1} = \chi \text{ и } s_{b_3} = 0, \end{cases} \quad (\text{П1.17})$$

где

$$\begin{aligned} \chi &= \{0; 1\}, \\ b_1, b_2, b_3 &\in \mathbb{N}^*, \\ b_2 &= \overline{b_3 + 1, b_1 - 1}, \\ 4 &\leq b_1 \leq d, \\ 2 &\leq b_3 \leq d - 2, \\ b_1 - b_3 &\geq 2. \end{aligned} \quad (\text{П1.18})$$

В результате простейших преобразований полином (П1.16) с учётом

$k_v = k_{\min} + (k_{\max} - k_{\min}) \operatorname{sgn}(a_v)^1$ , где  $k_{\min} = 1 + \frac{M_{\text{cc}}}{\Delta M_{\text{ш}}}$ ;  $k_{\max} = m + \frac{M_{\text{cc}}}{\Delta M_{\text{ш}}}$ , и соотношения

(П1.17), примет вид

$$Y'_{b_1, b_3} = (k_{\max} + k_{\min}) \left[ B_0((d - b_1 + 2)\tau_c) - B_0((d - b_3 + 1)\tau_c) \right].$$

<sup>1</sup> Здесь и далее для данного соотношения  $v$  определяется параметрами используемой маски

Выражение для номера уравнения  $i$ -го уравнения из набора  $i = \overline{1, N_{\text{yp}}}$  с общим полиномом  $Y'_{b_1, b_3}$  среди всех уравнений для  $d$ -го символа определяется следующим образом

$$n_{\text{yp}_i} = 1 + \sum_{k=1}^{2d} r'_{k,i} 2^{k-1}. \quad (\text{П1.19})$$

Значения  $r'_{k,i}$ , определяющие  $n_{\text{yp}_i}$  для рассматриваемого случая, задаются в соответствии со следующим соотношением

$$(r'_{2d,i} \dots r'_{1,i})_2 = \begin{cases} (0a_{b_1-1} \dots a_{b_3-1} 0 \dots 0)_2 \times 2^{d-1} + (s_{b_1} 1 \dots 1 s_{b_3} 0 \dots 0)_2 + \\ + (l_{2d,i} 0 \dots 0 l_{d+b_3-2,i} \dots l_d 0 \dots 0 l_{b_3-1} \dots l_{1,i})_2, \text{ если } b_1 = d; \\ (0 \dots 0 a_{b_1-1} \dots a_{b_3-1} 0 \dots 0)_2 \times 2^{d-1} + (0 \dots 0 s_{b_1} 1 \dots 1 s_{b_3} 0 \dots 0)_2 + \\ + (l_{2d,i} \dots l_{d+b_1,i} 0 \dots 0 l_{d+b_3-2,i} \dots l_{b_1+1,i} 0 \dots 0 l_{b_3-1,i} \dots l_{1,i})_2, \text{ если } b_1 < d, b_3 > 2; \\ (0 \dots 0 a_{b_1-1} \dots a_{b_3-1} 0)_2 \times 2^{d-1} + (0 \dots 0 s_{b_1} 1 \dots 1 s_{b_3} 0)_2 + \\ + (l_{2d,i} \dots l_{d+b_1,i} 0 \dots 0 l_{d,i} \dots l_{b_1+1,i} 0 \dots 0 l_{1,i})_2, \text{ если } b_3 = 2; b_1 < d; \end{cases} \quad (\text{П1.20})$$

где

$$L_i = \left\{ l_{v,i} \left| (l_{\alpha_{\text{св}},i} l_{\alpha_{\text{св}}-1,i} \dots l_{1,i})_2 = i-1; i = \overline{1, N_{\text{yp}}}; v = \overline{1, \alpha_{\text{св}}} \right. \right\}, \quad (\text{П1.21})$$

$$N_{\text{yp}} = 2^{\alpha_{\text{св}}}. \quad (\text{П1.22})$$

Здесь

$$\alpha_{\text{св}} = \begin{cases} 2b_3 - 1, \text{ если } b_1 = d; \\ 2(d - b_1 + b_3 - 1), \text{ если } b_1 < d, b_3 > 2; \\ 2(d - b_1 + 1), \text{ если } b_3 = 2, b_1 < d. \end{cases} \quad (\text{П1.23})$$

Следует отметить, что число возможных вариантов расположений маски соответствующим фазовым разрядам, определяется в соответствии с (П1.15), где  $v_{\text{мас}}$  – число разрядов двоичной фазовой маски.

2. Маска с преобладанием фазовых соотношений. Задается в виде набора условий

$$\begin{cases} a_{b_1-1} = \chi \text{ и } s_{b_1} = 0; \\ a_{b_2-1} = \chi \text{ и } s_{b_2} = 1; \\ a_{b_3-1} = \chi \text{ и } s_{b_3} = 0, \end{cases} \quad (\text{П1.24})$$

где остальные параметры удовлетворяют соотношениям (П1.18). В этом случае равенство (П1.16) с учётом  $k_v = k_{\text{мин}} + (k_{\text{макс}} - k_{\text{мин}}) \text{sgn}(a_v)$  и (П1.24), примет вид

$$Y'_{b_1, b_3} = [k_{\text{мин}} + (k_{\text{макс}} - k_{\text{мин}}) \text{sgn}(\chi)] Y_{b_1, b_3}.$$

Номера уравнений  $n_{\text{ур}_i}$  для рассматриваемого случая определяются в соответствии с (П1.19), а значения  $r'_{k,i}$  с использованием (П1.20). При этом необходимо учитывать следующую особенность, что число уравнений, содержащих  $Y'_{b_1, b_3}$  при  $\chi = 1$ , определяется в соответствии с выражением<sup>1</sup>  $N_{\text{ур}} = 3 \times 2^{d-b_1+b_3+\delta_{b_1 d}-2}$ , а  $L_i = \left\{ l_{v,i} \left( l_{\lceil \log_2 N_{\text{ур}} \rceil, i} l_{\lceil \log_2 N_{\text{ур}} \rceil - 1, i} \dots l_{1,i} \right)_2 = i - 1; i = \overline{1, N_{\text{ур}}}; v = 1, \overline{\lceil \log_2 N_{\text{ур}} \rceil} \right\}$ , а при  $\chi = 0$  в соответствии с соотношениями (П1.22) и (П1.23).

При этом число возможных разновидностей расположений маски соответствующим фазовым разрядам, определяется в соответствии с (П1.15), где  $v_{\text{мас}}$  — число разрядов двоичной фазовой маски.

3. Маска с преобладанием амплитудных соотношений. Задается в виде набора следующих условий

$$\begin{cases} a_{b_1-1} = \chi \text{ и } s_{b_1} = 0; \\ a_{b_2-1} = 1 - \chi \text{ и } s_{b_2} = 0; \\ a_{b_3-1} = \chi \text{ и } s_{b_3} = 0. \end{cases} \quad (\text{П1.25})$$

где остальные параметры удовлетворяют соотношениям (П1.18). В этом случае равенство (П1.16) с учётом  $k_v = k_{\text{мин}} + (k_{\text{макс}} - k_{\text{мин}}) \text{sgn}(a_v)$  и (П1.25), примет вид

<sup>1</sup> Множитель 3, обусловлен числом различных комбинаций по амплитуде для данной маски, второй множитель определяется выражением (П1.14).

$$Y'_{b_1, b_3} = (k_{\max} - k_{\min}) \left[ (\operatorname{sgn}(\chi) - \operatorname{sgn}(1 - \chi)) \right] \times \\ \times \left( B_0((d - b_1 + 2)\tau_c) - B_0((d - b_3 + 1)\tau_c) \right).$$

Номера уравнений для рассматриваемого случая  $n_{yp_i}$  определяются в соответствии с (П1.19), а значения  $r'_{k,i}$  в соответствии со следующими соотношениями

$$(r'_{2d,i} \dots r'_{1,i})_2 = \begin{cases} \left( 0a_{b_1-1} \dots a_{b_3-1} 0 \dots 0 \right)_2 \times 2^{d-1} + \\ + \left( l_{2d,i} 0 \dots 0 l_{d+b_3-2,i} \dots l_{1,i} \right)_2, \text{ если } b_1 = d; \\ \left( 0 \dots 0 a_{b_1-1} \dots a_{b_3-1} 0 \dots 0 \right)_2 \times 2^{d-1} + \\ + \left( l_{2d,i} \dots l_{d+b_1,i} 0 \dots 0 l_{d+b_3-2,i} \dots l_{1,i} \right)_2, \text{ если } b_1 < d, b_3 > 2; \\ \left( 0 \dots 0 a_{b_1-1} \dots a_{b_3-1} 0 \right)_2 \times 2^{d-1} + \\ + \left( l_{2d,i} \dots l_{d+b_1,i} 0 \dots 0 l_{d,i} \dots l_{1,i} \right)_2, \text{ если } b_3 = 2, b_1 < d \end{cases}$$

Число уравнений  $N_{yp}$  для рассматриваемого случая определяется в соответствии (П1.22) и (П1.23), а  $l_{v,i}$  в соответствии с выражением (П1.21).

4. Малоразмерная маска, составленная из двоичной 3-х битовой последовательности. Её реализации имеют две формы, которые задаются в виде следующих условий:

– первая реализация

$$\begin{cases} a_{b_1-1} = \chi \text{ и } s_{b_1} = 0; \\ a_{b_2-1} = 1 - \chi \text{ и } s_{b_2} = 1; \\ a_{b_3-1} = 1 - \chi \text{ и } s_{b_3} = 0; \end{cases} \quad (\text{П1.26})$$

– вторая реализация

$$\begin{cases} a_{b_1-1} = \chi \text{ и } s_{b_1} = 0; \\ a_{b_2-1} = \chi \text{ и } s_{b_2} = 1; \\ a_{b_3-1} = 1 - \chi \text{ и } s_{b_3} = 0; \end{cases} \quad (\text{П1.27})$$

где

$$\begin{aligned}
\chi &= \{0;1\}, \\
b_1, b_2, b_3 &\in \mathbb{N}^*, \\
b_2 &= \overline{b_3 + 1, b_1 - 1}, \\
3 &\leq b_1 \leq d, \\
1 &\leq b_3 \leq d - 2, \\
b_1 - b_3 &= 2.
\end{aligned}$$

Полином (П1.16) при (П1.26) с учётом  $k_v = k_{\min} + (k_{\max} - k_{\min}) \operatorname{sgn}(a_v)$ , примет вид

$$\begin{aligned}
Y'_{b_1, b_3} &= (k_{\min} + k_{\max}) B_0((d - b_1 + 2)\tau_c) - \\
&- 2(k_{\min} + (k_{\max} - k_{\min}) \operatorname{sgn}(1 - \chi)) B_0((d - b_3 + 1)\tau_c),
\end{aligned}$$

а при соотношениях (П1.27)

$$\begin{aligned}
Y'_{b_1, b_3} &= 2(k_{\min} + (k_{\max} - k_{\min}) \operatorname{sgn}(\chi)) B_0((d - b_1 + 2)\tau_c) + \\
&- (k_{\max} + k_{\min}) B_0((d - b_3 + 1)\tau_c).
\end{aligned}$$

Номера уравнений  $n_{\text{ур}_i}$  в которых содержится общий полином  $Y'_{b_1, b_3}$ , определяются с помощью выражения (П1.19), где

$$\left( r'_{2d, i} \dots r'_{1, i} \right)_2 = \left\{ \begin{array}{l}
\left( 0a_{b_1-1} a_{b_2-1} a_{b_3-1} 0 \dots 0 \right)_2 \times 2^{d-1} + \left( s_{b_1} 1s_{b_3} 0 \dots 0 \right)_2 + \\
+ \left( l_{2d, i} 0 \dots 0 l_{d+b_3-2, i} \dots l_d 0 \dots 0 l_{b_3-1} \dots l_{1, i} \right)_2, \text{ если } b_1 = d; \\
\left( 0 \dots 0 a_{b_1-1} a_{b_2-1} a_{b_3-1} 0 \dots 0 \right)_2 \times 2^{d-1} + \left( 0 \dots 0 s_{b_1} 1s_{b_3} 0 \dots 0 \right)_2 + \\
+ \left( l_{2d, i} \dots l_{d+b_1, i} 0 \dots 0 l_{d+b_3-2, i} \dots l_{b_1+1, i} 0 \dots 0 l_{b_3-1, i} \dots l_{1, i} \right)_2, \text{ если } b_1 < d, b_3 > 1; \\
\left( 0 \dots 0 a_{b_1-1} a_{b_2-1} a_{b_3-1} \right)_2 \times 2^{d-1} + \left( 0 \dots 0 s_{b_1} 1s_{b_3} \right)_2 + \\
+ \left( l_{2d, i} \dots l_{d+b_1, i} 0 \dots 0 l_{d-1, i} \dots l_{b_1+1, i} 0 \dots 0 \right)_2, \text{ если } b_3 = 1;
\end{array} \right.$$

где  $l_{v, i}$  определяется с использованием (П1.21) и (П1.22), где  $\alpha_{\text{св}}$  определяется на основании выражения

$$\alpha_{\text{св}} = \begin{cases} 2d - 5, & \text{если } b_1 = d; \\ 2d - 6, & \text{если } b_1 < d, b_3 \geq 1. \end{cases}$$

Вышеуказанные особенности были использованы при создании программного обеспечения, свидетельства на которые приведены в приложении 5, а результаты моделирования, доказывающие эффективность по скорости в – П4.3

**ПРИЛОЖЕНИЕ 2. К АПРОБАЦИИ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ПРОПУСКНОЙ  
СПОСОБНОСТИ КАНАЛА СВЯЗИ С ФМ<sub>n</sub>-*n*-СИГНАЛАМИ**

В данном приложении представлены промежуточные результаты, демонстрирующие работу разработанных аналитического и численного методов для ФМн- $n$ -сигналов. Представленные ниже результаты отражают промежуточные вычисления и сгруппированы по следующим функциональным этапам:

*Первый этап.* Производятся промежуточные оценки начальных условий, к которым относятся оценка зависимости эффективной памяти от длительности символа, первоначальная оценка эффективной памяти. Дополнительно к перечисленным параметрам для численного метода производится первоначальная оценка разрешающего времени, а для аналитического метода – наибольшее время установления для третьего символа.

*Второй этап.* Это совокупность мероприятий, направленных на оценку разрешающего времени в соответствии с алгоритмами разработанных методов.

*Третий этап.* Получение оценок пропускной способности на основании вычисленных значений разрешающего времени.

Первый этап. Зависимости наибольшей оценки эффективной памяти представлены на рисунках П2.1 и П2.2, которые были получены с помощью разработанного программного обеспечения [238]. Для достижения общности получаемых результатов построение зависимостей наибольшей оценки эффективной памяти производилось при значении параметра  $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-4}$ , а шаг решения по безразмерной длительности символа составлял  $\alpha_{\Delta} \times 10^{-3}$ . Остальные результаты, соответствующие результату выполнения первого функционального этапа для некоторых типов сигнальных созвездий, представлены в таблицах П2.1 и П2.2, при этом было использовано разработанное программное обеспечение [235,237]. Используемые параметры были  $\alpha_0 = 0,499$ ,  $M_{\text{пор}} = 0$ ,  $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-4}$ . Следует отметить, что в таблице П2.1 для сигнальных созвездий, у которых первоначальная оценка  $G_1 < 3$ , приведены вместо первоначальных оценок  $\min\{\Delta\Omega_0 t'_{\text{ну}_3}\}$ ,  $G_1$ , значения  $\min\{\Delta\Omega_0 t'_{\text{ну}_p}\}$  и  $G$  (окрашены в зелёный цвет).

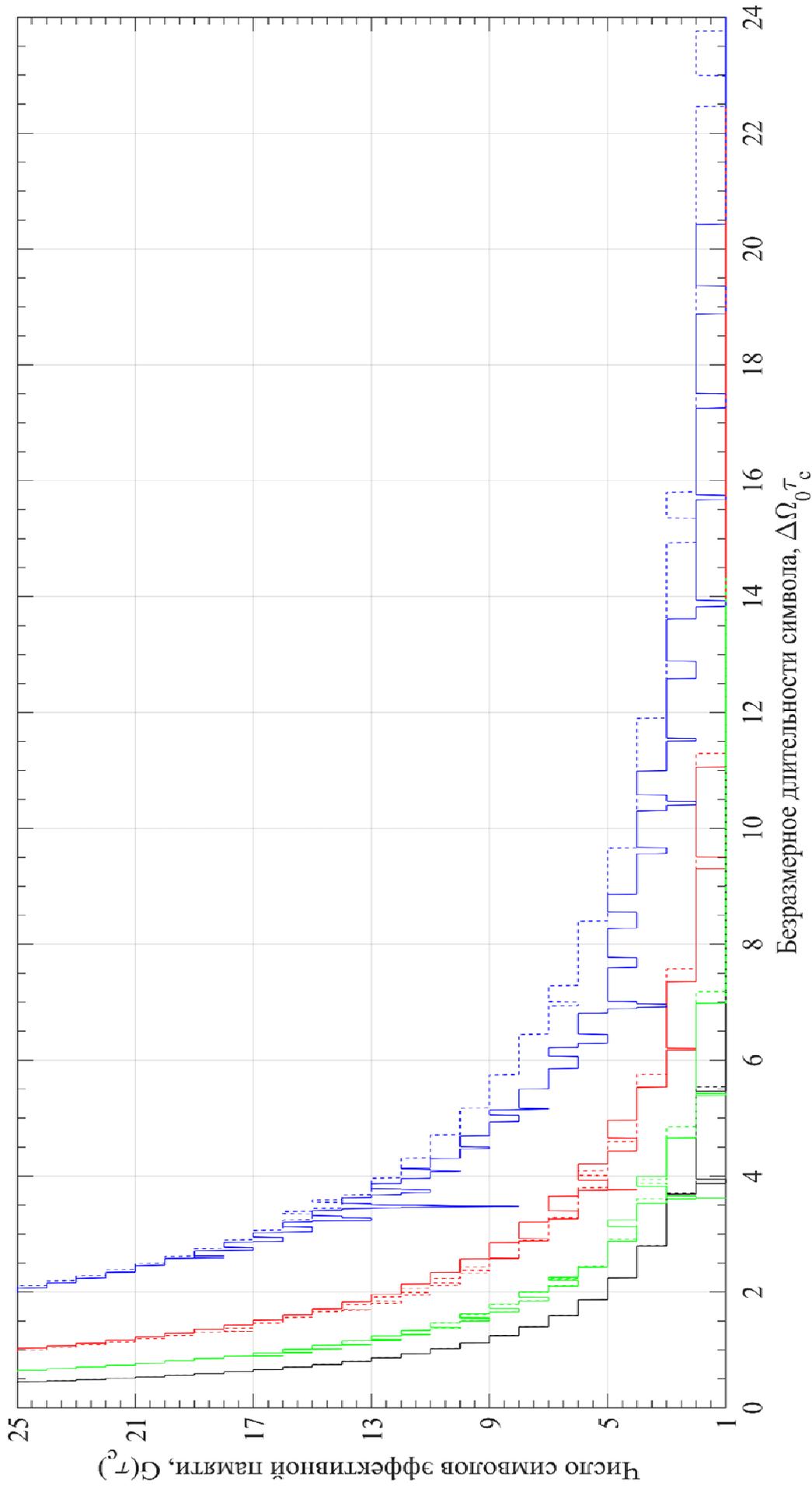


Рис. П2.1. Зависимость эффективной памяти канала связи от безразмерной длительности информационного символа. Тип линейной избирательной системы: фильтр 1-го типа при  $\beta_{\text{кр}} = 1$  (черная линия) и при  $\beta = 2,41$  (красная линия); фильтр 2-го типа  $\beta_{\text{кр}} = \sqrt{3}$  (зеленная линия) и при  $\beta = 6$  (синяя линия). Результирующая безразмерная расстройка по частоте  $|\rho_0|$ : 0 (сплошная линия); 0,5 (штриховая линия)

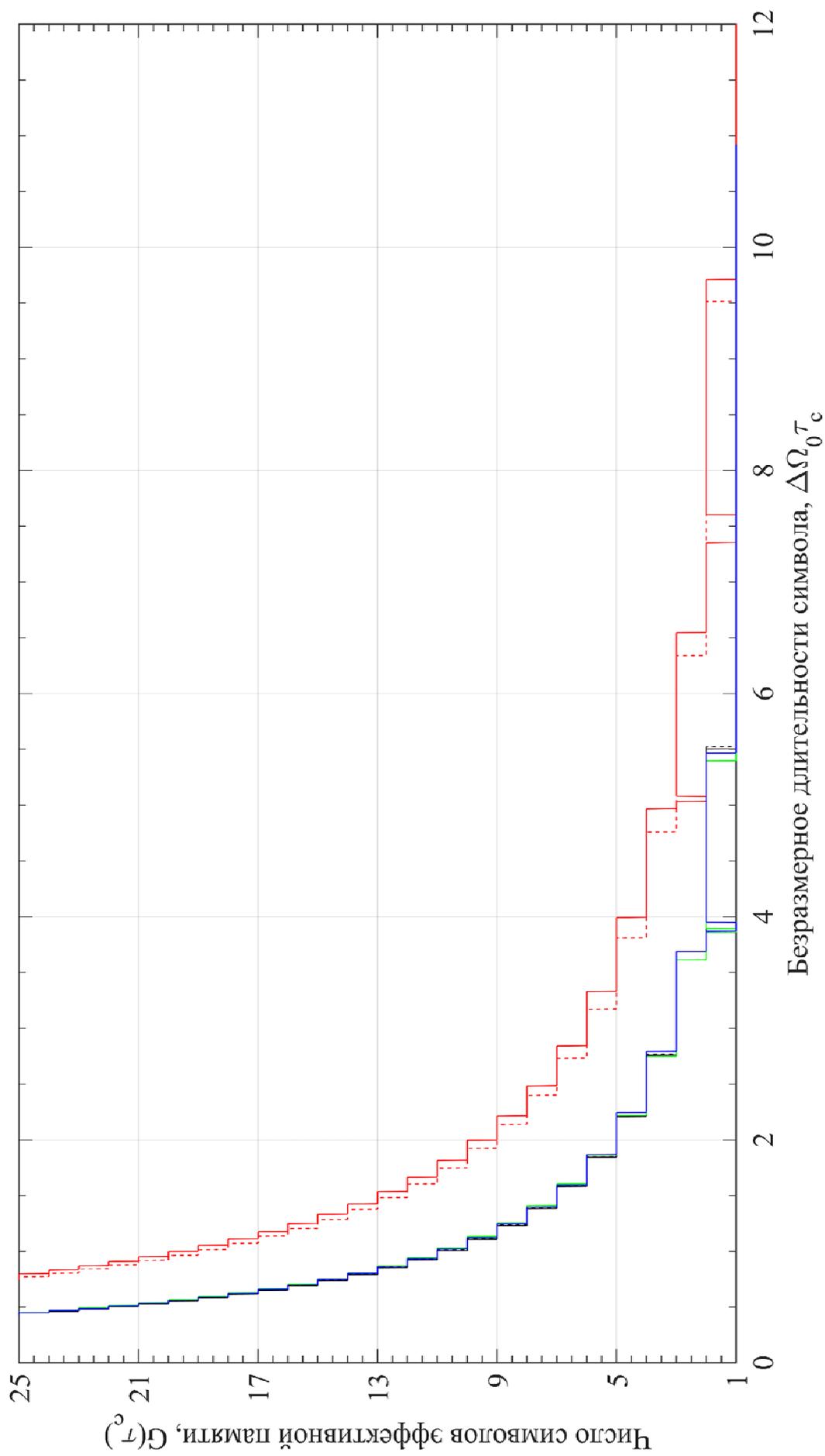


Рис. П2.2. Зависимость эффективной памяти канала связи от безразмерной длительности информационного символа. Тип линейной избирательной системы: фильтр 3-го типа при  $\beta_{кр} = 0,486$  (красная линия) и при  $\beta = 1,15$  (синяя линия); фильтр 1-го типа при  $\beta_{кр} = 1$  (синяя линия); фильтр 4-го типа (зеленная линия). Результирующая безразмерная расстройка по частоте  $|\rho_0|$ : 0 (сплошная линия); 0,5 (штриховая линия)

Таблица П2.1

Начальные параметры для использования аналитического метода

Тип ЛИС	$\beta$	$n$	$\min\{\Delta\Omega_0 t'_{\text{нуз}}\},$	$G_1, G$	$\Delta\Omega_0 \varepsilon_{\text{раз}}$
			$\min\{\Delta\Omega_0 t'_{\text{нуз}^*}\}$		
1	1	16	2,62592	3	$1,865 \cdot 10^{-3}$
		128	3,3125	2	$2,65 \cdot 10^{-2}$
	2,41	16	5,05304	3	$6,64 \cdot 10^{-3}$
		128	6,35495	2	$1,355 \cdot 10^{-2}$
2	$\sqrt{3}$	16	3,260064	3	$1,392 \cdot 10^{-3}$
		128	3,64514	2	$1,207 \cdot 10^{-2}$
	6	16	4,54584	9	$1,128 \cdot 10^{-2}$
		128	10,77013	3	$2,903 \cdot 10^{-2}$
3	0,486	16	1,97538	4	$2,255 \cdot 10^{-3}$
		128	3,377598	2	$1,2327 \cdot 10^{-2}$
	1,15	16	2,33688	7	$6,955 \cdot 10^{-3}$
		128	7,49664	2	$1,233 \cdot 10^{-2}$
4	1	16	3,39669	2	$1,41 \cdot 10^{-3}$
		128	3,887	2	$1,69 \cdot 10^{-2}$

Таблица П2.2

Начальные параметры для использования численного метода

Тип ЛИС	$\beta$	$n$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{раз}_1}$		$G_1$	
			$ \rho_0 =0$	$ \rho_0 =0,5$	$ \rho_0 =0$	$ \rho_0 =0,5$
1	1	$n=16$	2,3705	2,778	4	4
		$n=128$	3,1145	6,2975	3	1
	2,41	$n=16$	2,137	6,183	11	3
		$n=128$	6,36	10,835	3	2
2	$\sqrt{3}$	$n=16$	3,058	3,407	4	4
		$n=128$	3,46176	7,58	4	1
	6	$n=16$	4,25	3,659	11	14
		$n=128$	10,698	23,57	4	2

Тип ЛИС	$\beta$	$n$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{раз}_1}$		$G_1$	
			$ \rho_0 =0$	$ \rho_0 =0,5$	$ \rho_0 =0$	$ \rho_0 =0,5$
3	0,486	$n = 16$	1,871	2,474	5	4
		$n = 128$	3,086	3,971	3	2
	1,15	$n = 16$	1,157	5,134	17	3
		$n = 128$	7,494	8,3473	2	2
4	1	$n = 16$	1,871	2,474	5	4
		$n = 128$	3,086	3,971	3	2

Второй этап. Результаты, демонстрирующие реализацию данного этапа для аналитического метода представлены в таблице П2.3, и на рисунках П2.3 и П2.4, а для численного в таблице П2.4, и на рисунках П2.5 – П2.34.

На рисунках П2.3 и П2.4 представлены зависимости ошибок установлений по фазе, построенные с использованием (4.2.35) и (4.2.33) с учётом того, что  $d=d_1=G+1$ . В силу большого числа зависимостей в подрисуночных надписях номер комбинации, при которой представлена конкретная зависимость не приводится.

Таблица П2.3

Оценки эффективной памяти и безразмерного разрешающего времени при использовании аналитического метода

Тип ЛИС	$\beta$	$n$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{раз}}$	$G$	$\Delta\Omega_0 \varepsilon_{\text{раз}}$
1	1	16	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 2,627785$	2	$1,865 \cdot 10^{-3}$
		128	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_1} = 3,3125;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_1} = 3,657;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 5,724$	2	$2,65 \cdot 10^{-2}$
	2,41	16	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 5,06632$	3	$6,64 \cdot 10^{-3}$
		128	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_1} = 6,3685;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_1} = 6,51755;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 9,9999$	2	$1,355 \cdot 10^{-2}$

Тип ЛИС	$\beta$	$n$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{раз}}$	$G$	$\Delta\Omega_0 \varepsilon_{\text{раз}}$
2	$\sqrt{3}$	16	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 3,267024$	3	$1,392 \cdot 10^{-3}$
		128	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_1} = 3,64514;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_1} = 3,81412$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 6,5178$	2	$1,207 \cdot 10^{-2}$
	6	16	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_1} = 4,78272;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_1} = 7,6704;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_2} = 8,92248$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_2} = 8,93376$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 9,12552$	5	$1,128 \cdot 10^{-2}$
		128	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_1} = 10,77013;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_1} = 11,00237;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_2} = 12,59902;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_2} = 14,16664;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 16,80837$	3	$2,903 \cdot 10^{-2}$
3	0,486	16	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 1,97538$	3	$2,255 \cdot 10^{-3}$
		128	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 3,377598$	2	$1,2327 \cdot 10^{-2}$
	1,15	1	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 5,070195$	4	$6,955 \cdot 10^{-3}$
		128	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 7,49664$	2	$1,233 \cdot 10^{-2}$
4	1	16	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 3,39669$	2	$1,41 \cdot 10^{-3}$
		128	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_1} = 3,887$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_1} = 4,1743$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 6,5234$	2	$1,69 \cdot 10^{-2}$

Уточненные оценки эффективной памяти и безразмерного разрешающего времени при использовании численного метода для некоторых типов сигнальных созвездий при  $\alpha_0 = 0,499$ ,  $M_{\text{пор}} = 0$  и  $\Delta\Omega_0 \varepsilon_{\text{раз}} = \alpha_{\Delta} \times 3,5 \cdot 10^{-3}$

Тип ЛИС	$\beta$	$n$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{раз}}$		$G$	
			$ \rho_0  = 0$	$ \rho_0  = 0,5$	$ \rho_0  = 0$	$ \rho_0  = 0,5$
1	1	16	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 2,62297$	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 2,845675$	2	2
		128	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_1} = 3,310881;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_1} = 3,652362;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 5,721044$	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 6,300077$	3	2
	2,41	16	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 5,05064$	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 6,40038$	3	3
		128	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_1} = 6,367725;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_1} = 6,520115;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 9,99243$	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 10,90677$	2	2
2	$\sqrt{3}$	16	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 3,262$	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 3,472$	3	3
		128	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_1} = 3,647;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_1} = 3,801$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 6,517$	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 8,904$	3	3
2	6	16	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_1} = 4,7844;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_1} = 7,73892$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 8,87768$	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_1} = 9,7608;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_1} = 11,66648;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 12,06156$	4	4
		128	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_1} = 10,78336;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_1} = 10,99252;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_2} = 12,59608;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_2} = 14,1764;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 16,80252$	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 23,63508$	3	2

Тип ЛИС	$\beta$	$n$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{раз}}$		$G$	
			$ \rho_0 =0$	$ \rho_0 =0,5$	$ \rho_0 =0$	$ \rho_0 =0,5$
3	0,486	16	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 1,93725$	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 2,52$	2	3
		128	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 3,3495$	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 4,0005$	3	2
	1,15	16	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 5,01102$	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 5,140167$	3	4
		128	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 7,49931$	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 8,34309$	2	1

На рисунках на рисунках П2.5 – П2.34 представлены следующие зависимости:

- 1) зависимости, демонстрирующие процесс определения требуемого минимального числа реализаций случайной информационной последовательности  $N_{\text{мин}}$  при  $\lambda_{\text{ош}} = 0,01$  (см. рис. П2.5 – П2.16), которые построены посредством разработанного программного обеспечения [240].
- 2) зависимости вероятности ошибки на символ от длительности символа (см. рис. П2.17 – П2.34), построены с помощью программного обеспечения [241]

На рисунках П2.5 – П2.16 используются следующие общие обозначения. Тип сигнала: 1) ФМн-16-сигнал (*сплошная линия*); 1) ФМн-128-сигнал (*штриховая линия*). Вертикальными линиями обозначены значения числа реализация ПСП, начиная с которых выполняются соотношения  $V_{\Phi} \leq \lambda_{\text{ош}}, D_{\Phi} \leq \lambda_{\text{ош}}$ .

Построение зависимостей производится при  $\Delta\Omega_0 t_{\text{раз}_1}$  и числе символов в информационной последовательности  $G_1 + 1$  (см. табл. П2.2). Отсутствие зависимостей для 4-ого фильтра обусловлено, тем, что зависимости эффективной

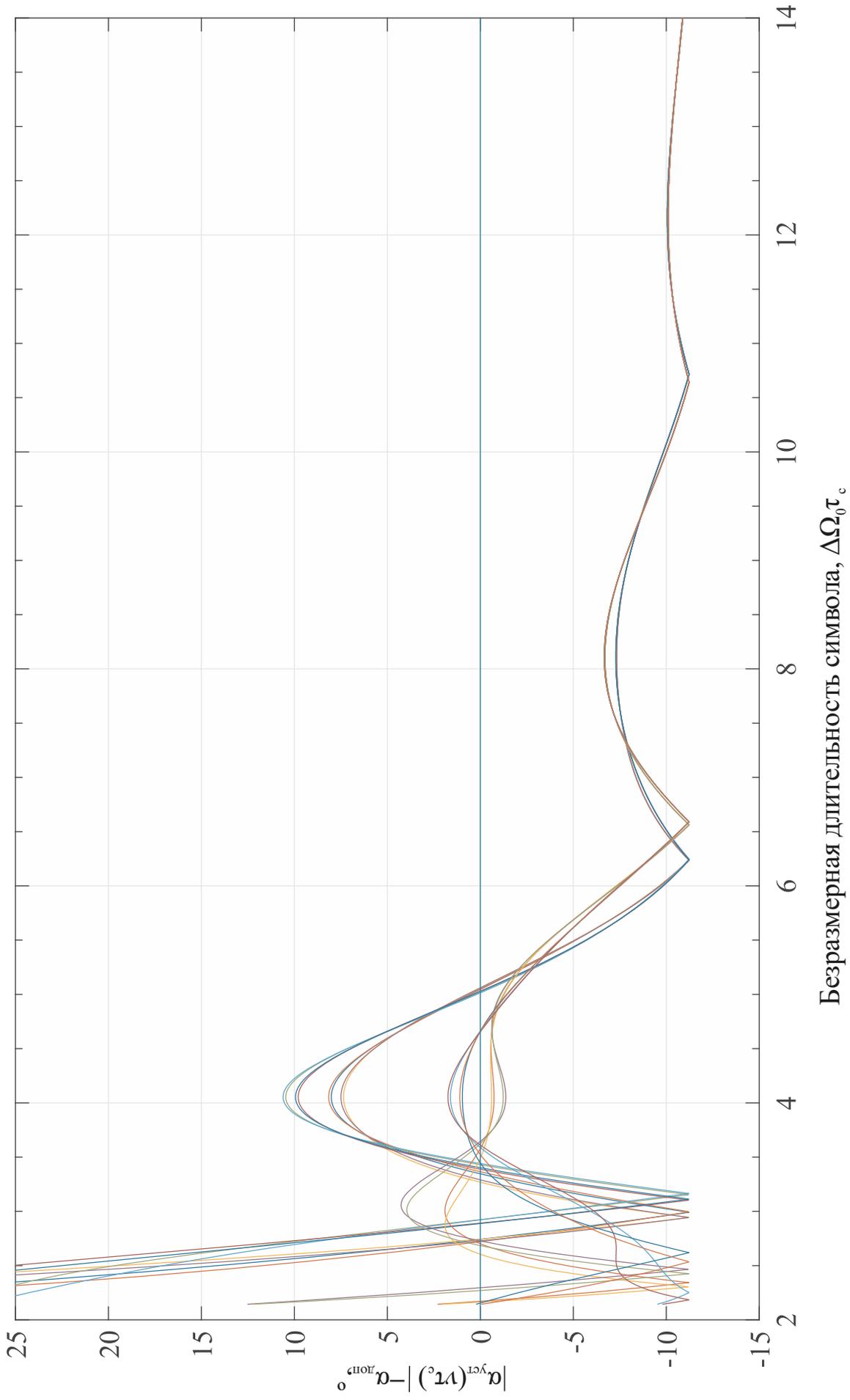


Рис. П2.3. Зависимости  $|\alpha_{\text{уст}}(v\tau_c)|_{\text{доп}} - \alpha_{\text{доп}}$  от длительности символа для ФМн-16-сигнала, при его прохождении через фильтр 1-ого типа при степенях связи между контурами  $\beta_{\text{кр}} = 2,41$

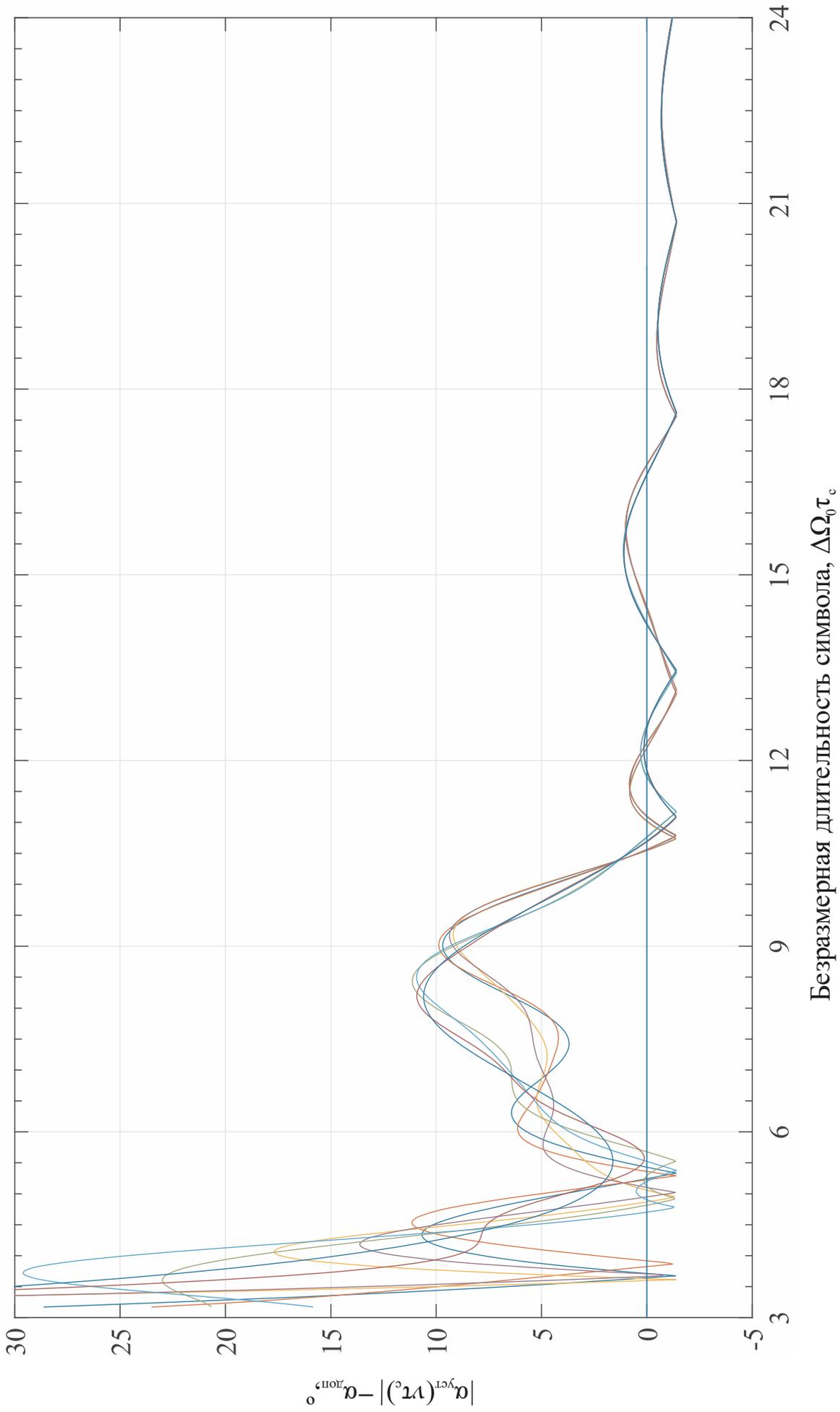


Рис. П2.4. Зависимости  $|\alpha_{\text{yet}}(v\tau_c) - \alpha_{\text{доп}}| - \alpha_{\text{поп}}$  от длительности символа для ФМн-128-сигнала, при его прохождении через фильтр 2-ого типа при степени связи между контурами  $\beta = 6$

памяти от длительности символа для фильтров 1-ого и 4-ого типов является достаточно близкими, что позволяет говорить об одинаковых значениях  $N_{\text{мин}}$ .

Анализ представленных зависимостей на рисунках П2.5 – П2.16 позволяет говорить, что при используемых параметрах моделирования  $N_{\text{мин}}$  не превосходит  $3 \times 10^4$  реализаций.

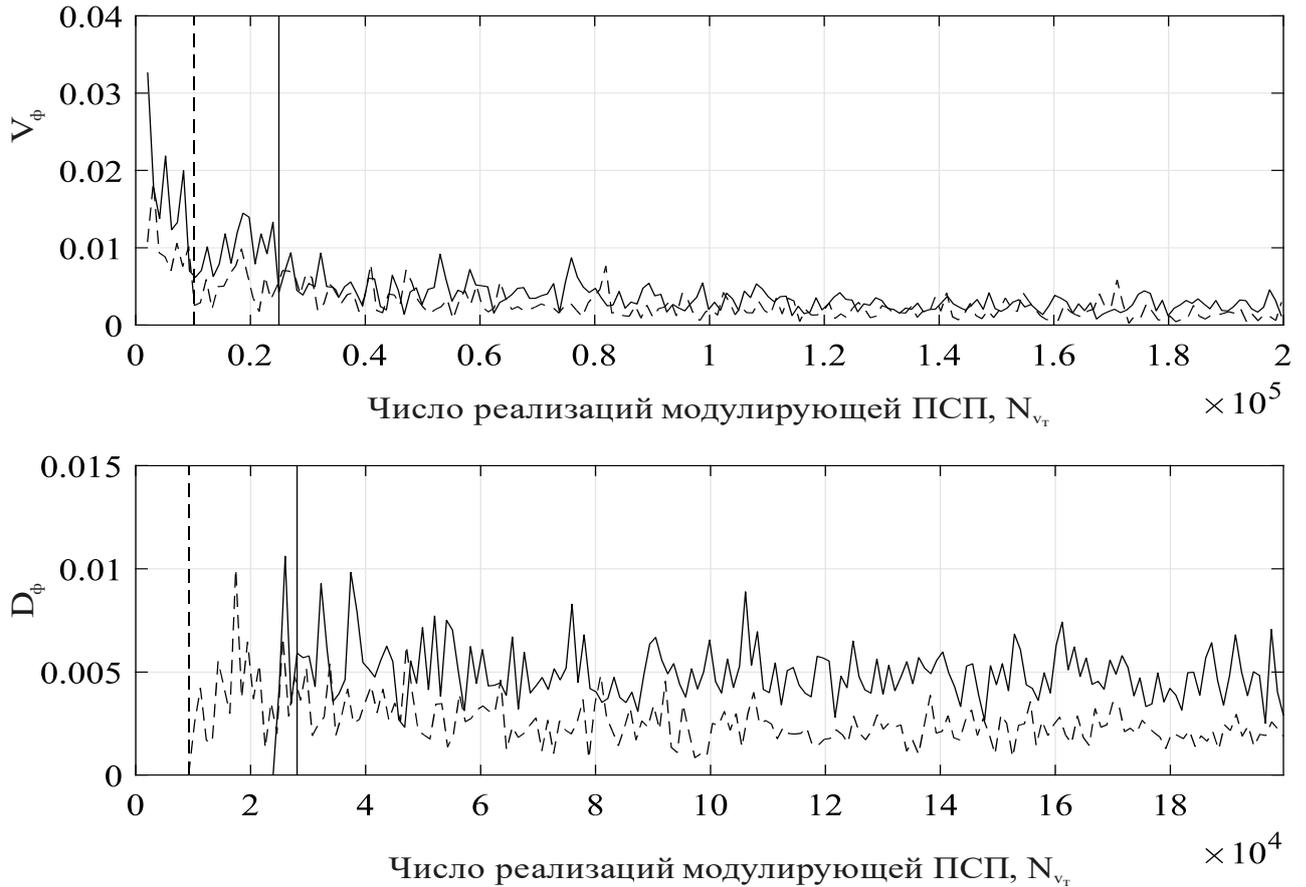


Рис. П2.5. Зависимости параметров  $V_\phi$  и  $D_\phi$  для фильтра 1-ого типа при  $\beta_{кр} = 1$  и  $\rho_0 = 0$

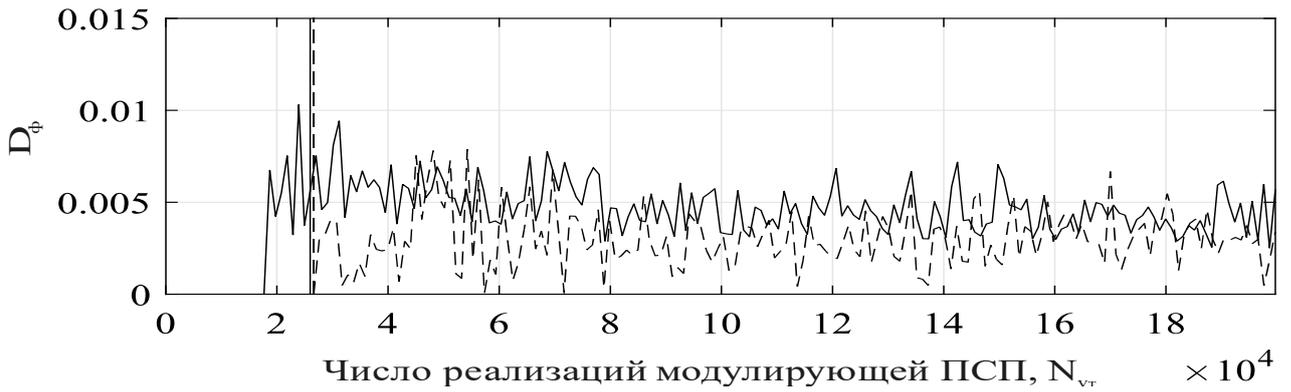
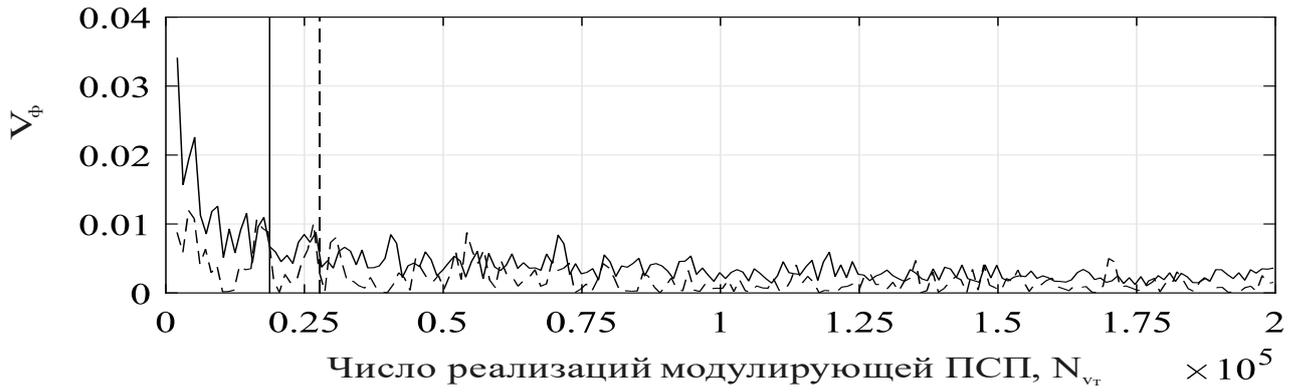


Рис. П2.6. Зависимости параметров  $V_\phi$  и  $D_\phi$  для фильтра 1-ого типа при  $\beta_{кр} = 1$  и  $|\rho_0| = 0,5$

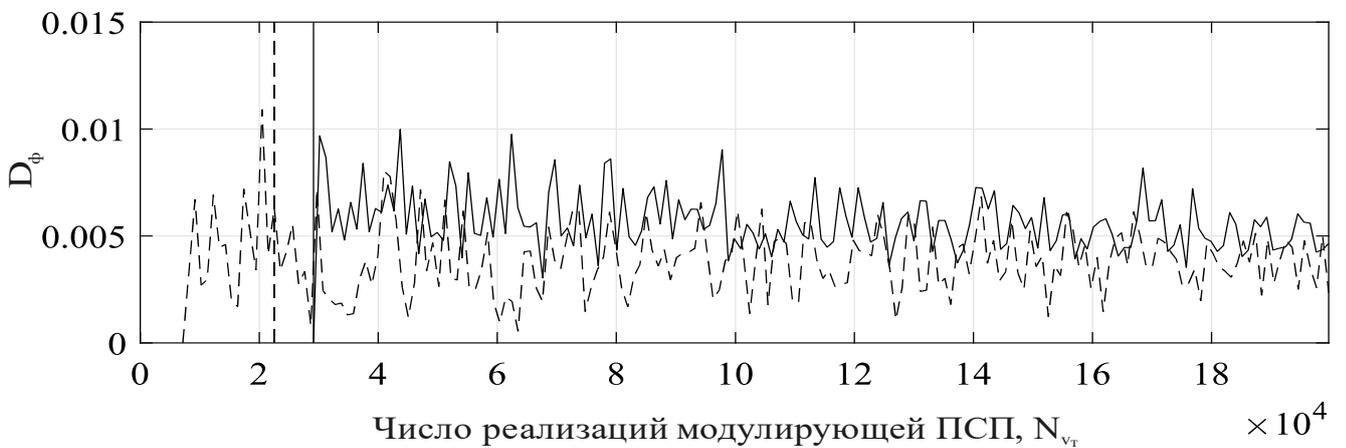
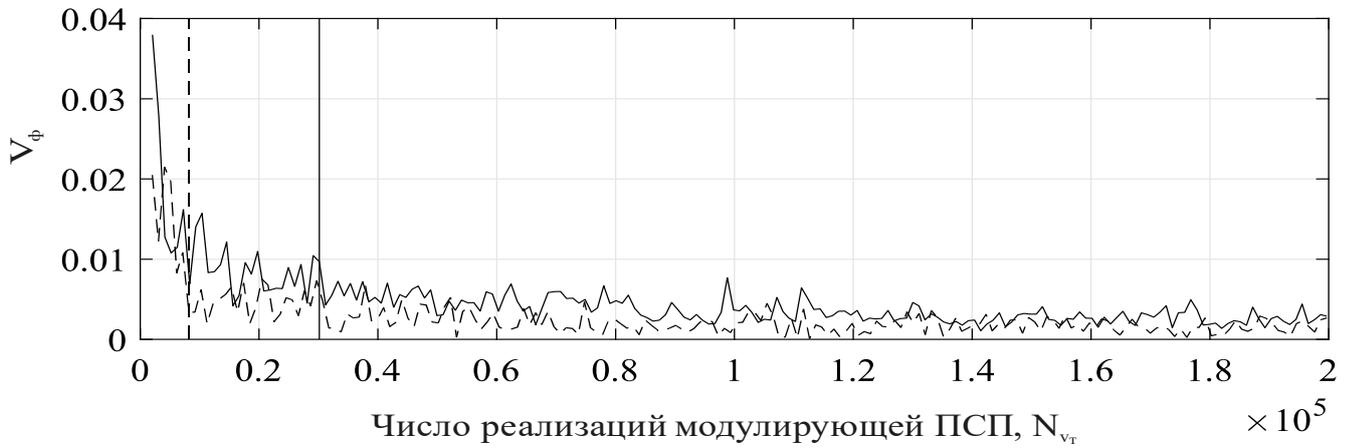


Рис. П2.7. Зависимости параметров  $V_\phi$  и  $D_\phi$  для фильтра 1-ого типа при  $\beta = 2,41$  и  $\rho_0 = 0$

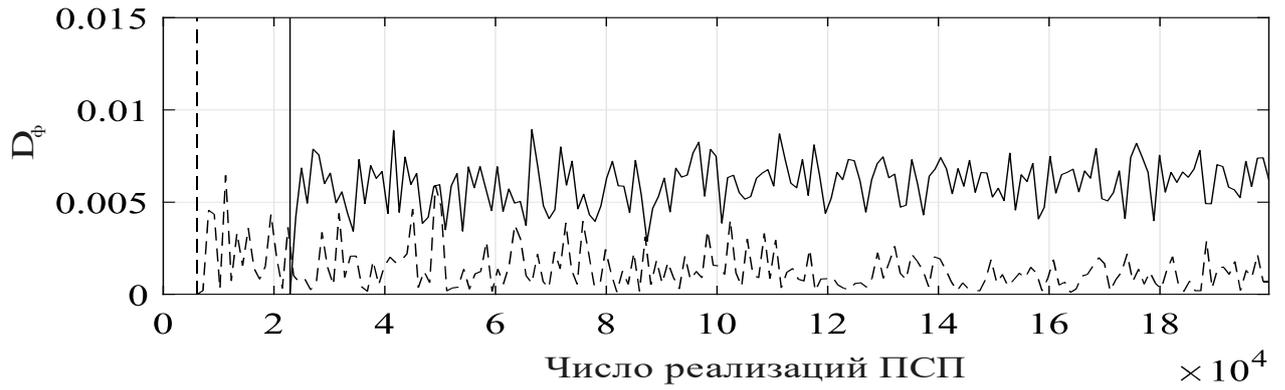
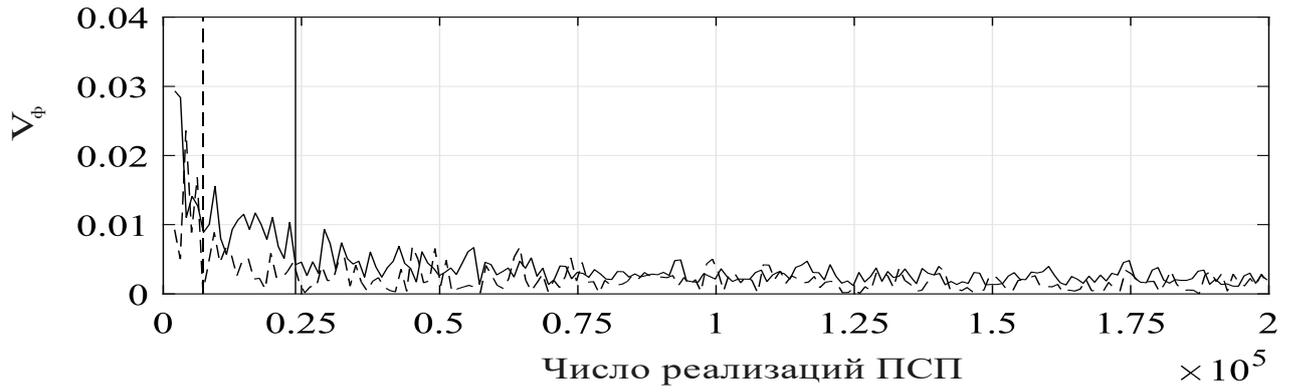


Рис. П2.8. Зависимости параметров  $V_\phi$  и  $D_\phi$  для фильтра 1-ого типа при  $\beta = 2,41$  и  $|\rho_0| = 0,5$

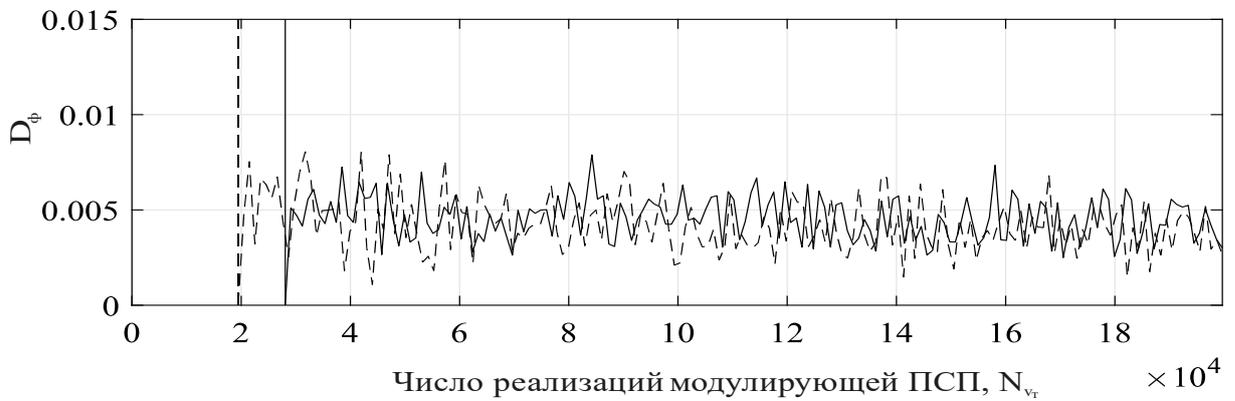
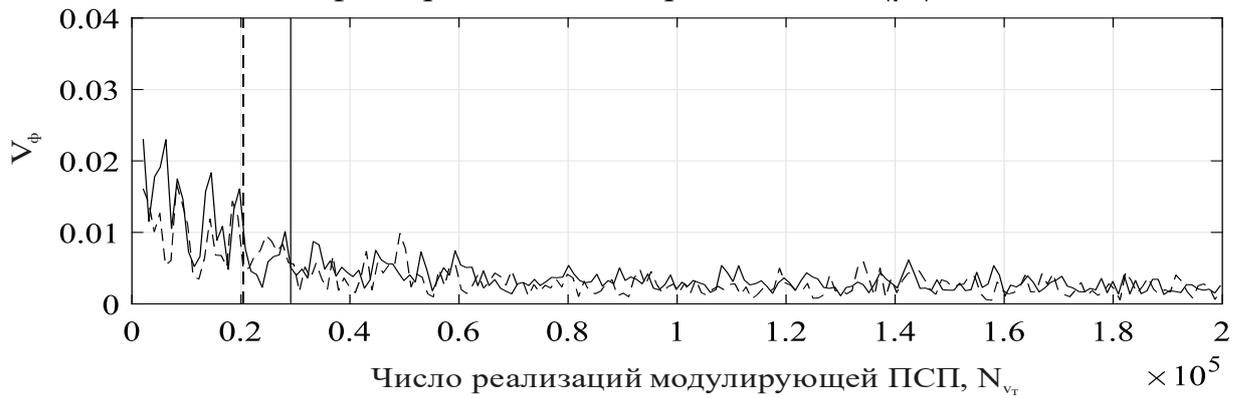


Рис. П2.9. Зависимости параметров  $V_\phi$  и  $D_\phi$  для фильтра 2-ого типа при  $\beta_{кр} = \sqrt{3}$  и  $\rho_0 = 0$

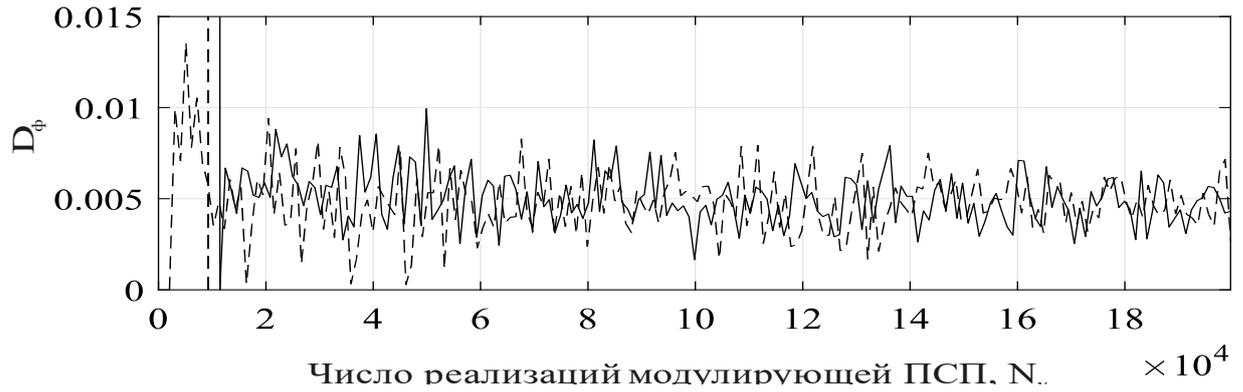
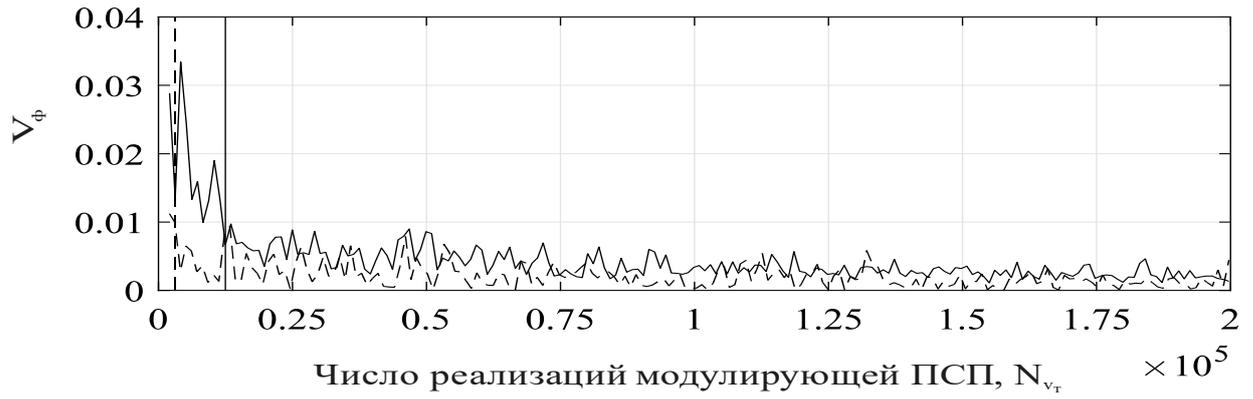


Рис. П2.10. Зависимости параметров  $V_\phi$  и  $D_\phi$  для фильтра 2-ого типа при  $\beta_{кр} = \sqrt{3}$  и  $|\rho_0|=0,5$

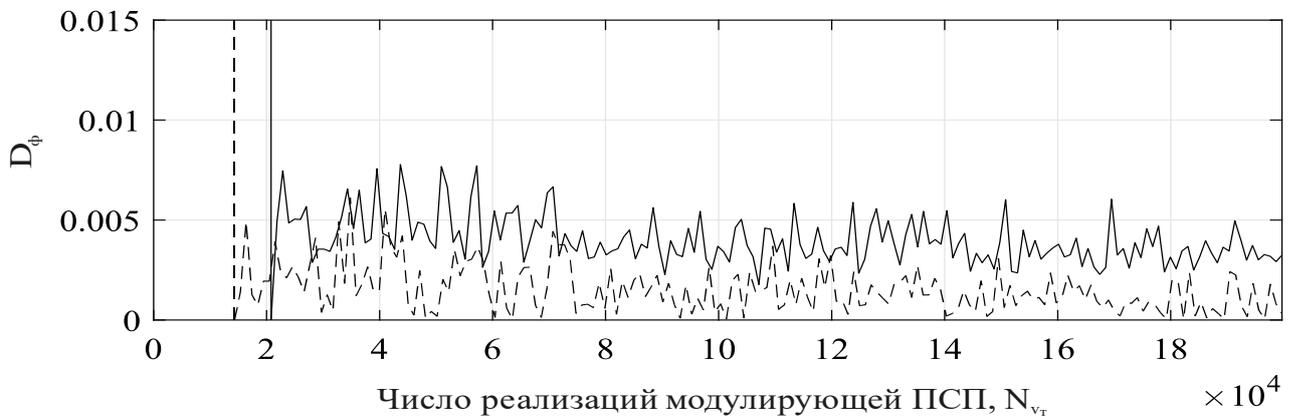
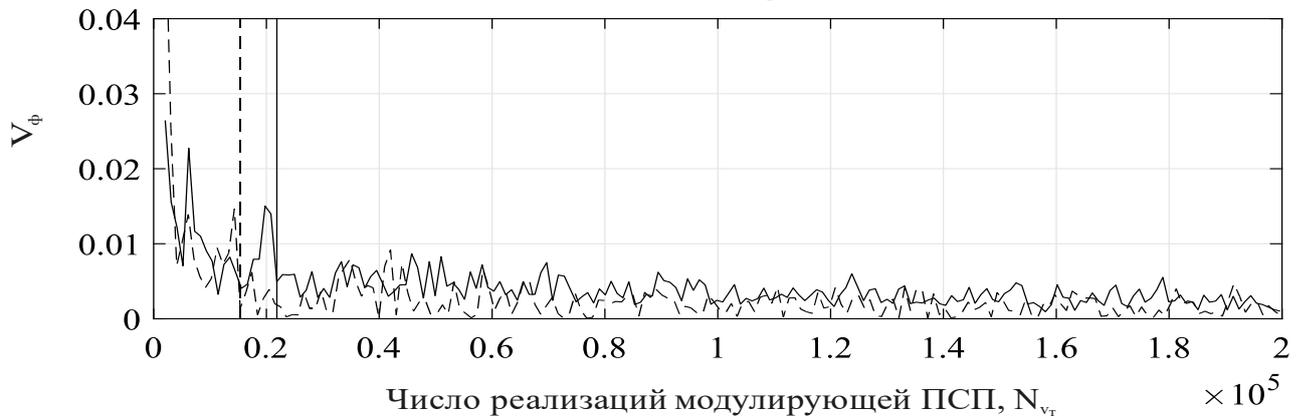


Рис. П2.11. Зависимости параметров  $V_\phi$  и  $D_\phi$  для фильтра 2-ого типа при  $\beta = 6$  и  $\rho_0=0$

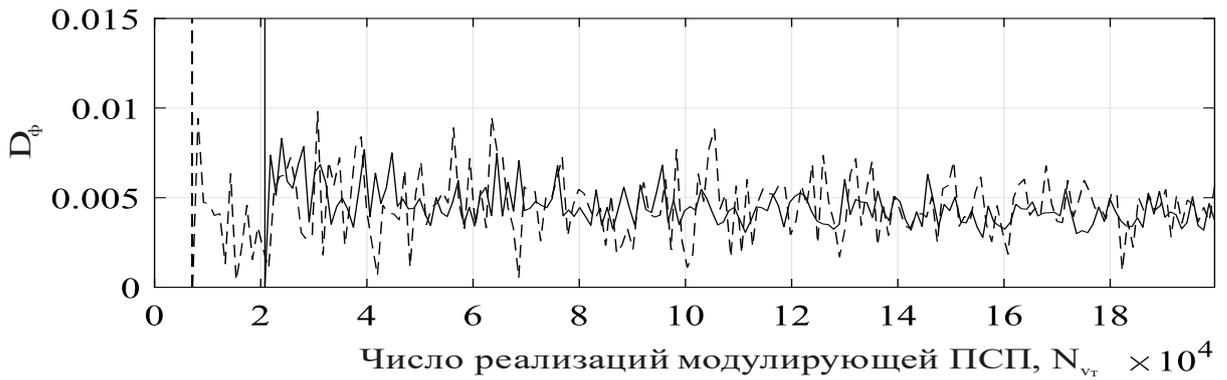
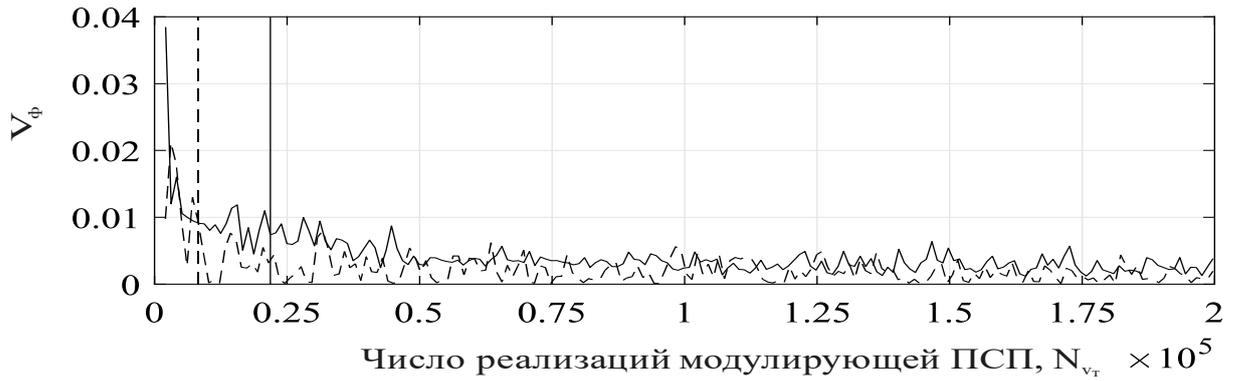


Рис. П2.12. Зависимости параметров  $V_\phi$  и  $D_\phi$  для фильтра 2-ого типа при  $\beta = 6$  и  $|\rho_0| = 0,5$

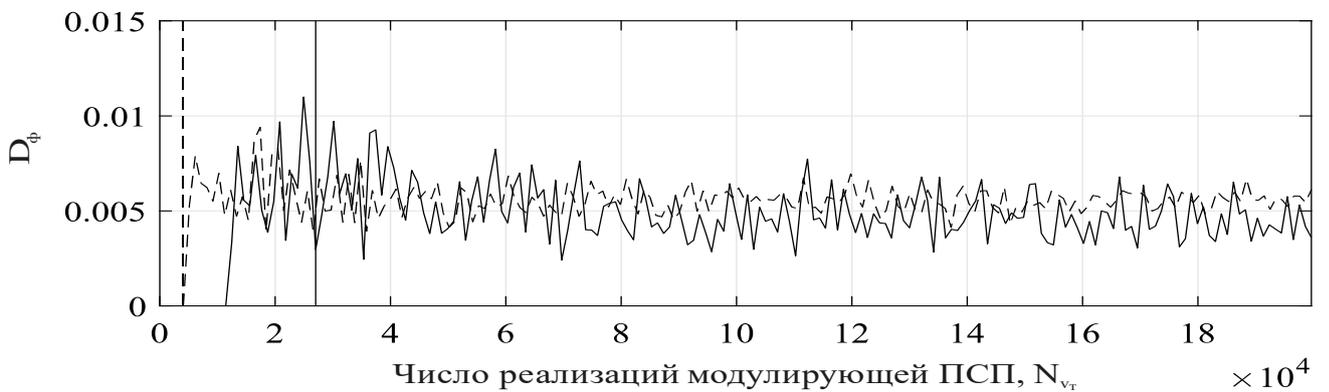
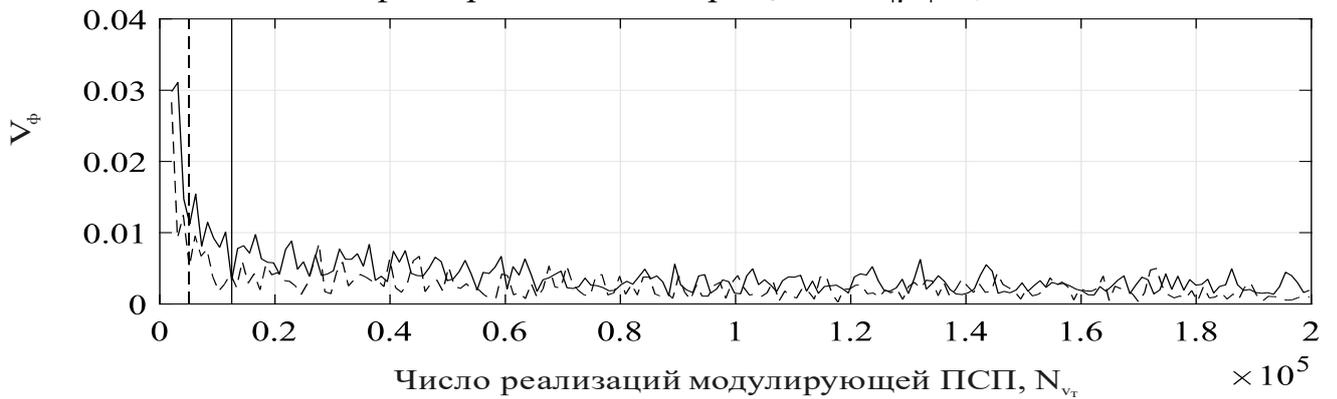


Рис. П2.13. Зависимости параметров  $V_\phi$  и  $D_\phi$  для фильтра 3-ого типа при  $\beta_{кр} = 0,486$  и  $\rho_0 = 0$

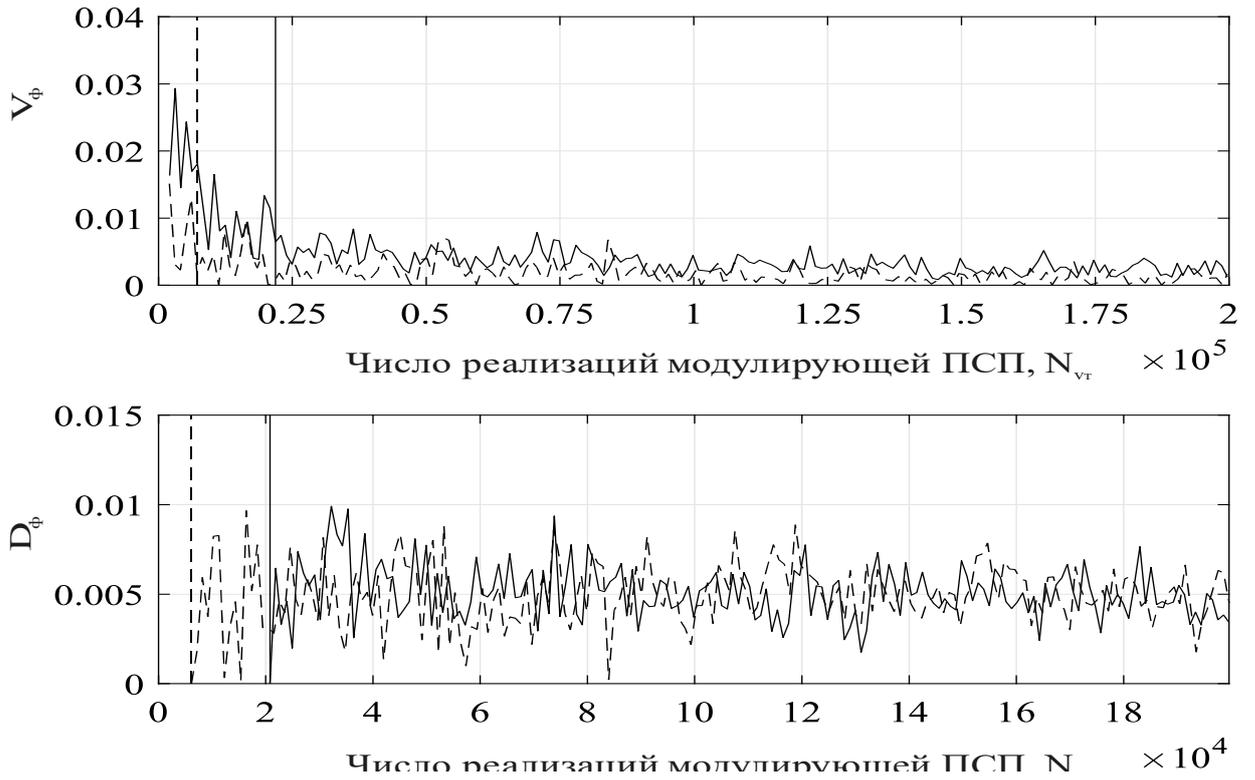


Рис. П2.14. Зависимости параметров  $V_\phi$  и  $D_\phi$  для фильтра 3-го типа при  $\beta_{кр} = 0,486$  и  $|\rho_0| = 0,5$

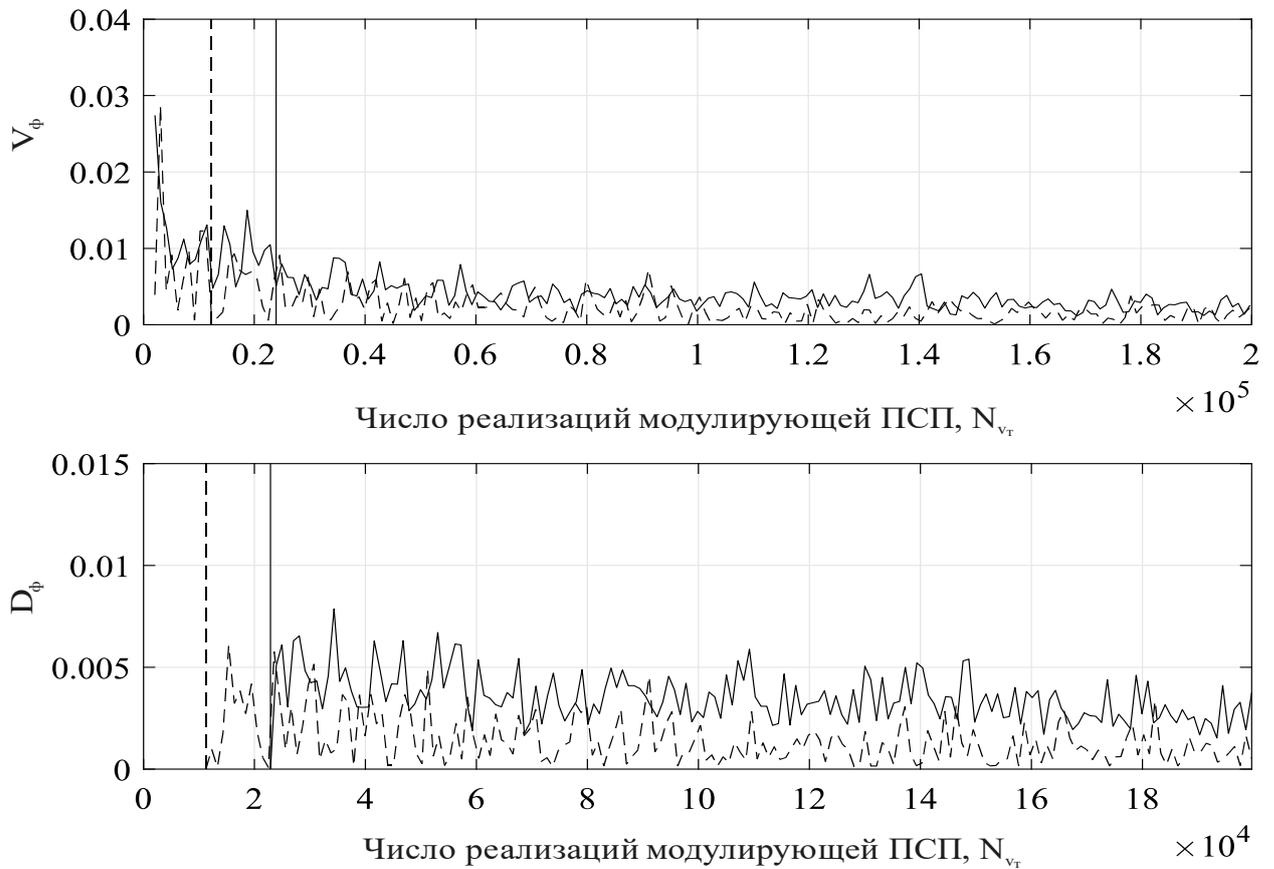


Рис. П2.15. Зависимости параметров  $V_\phi$  и  $D_\phi$  для фильтра 3-го типа при  $\beta = 1,15$  и  $\rho_0 = 0$

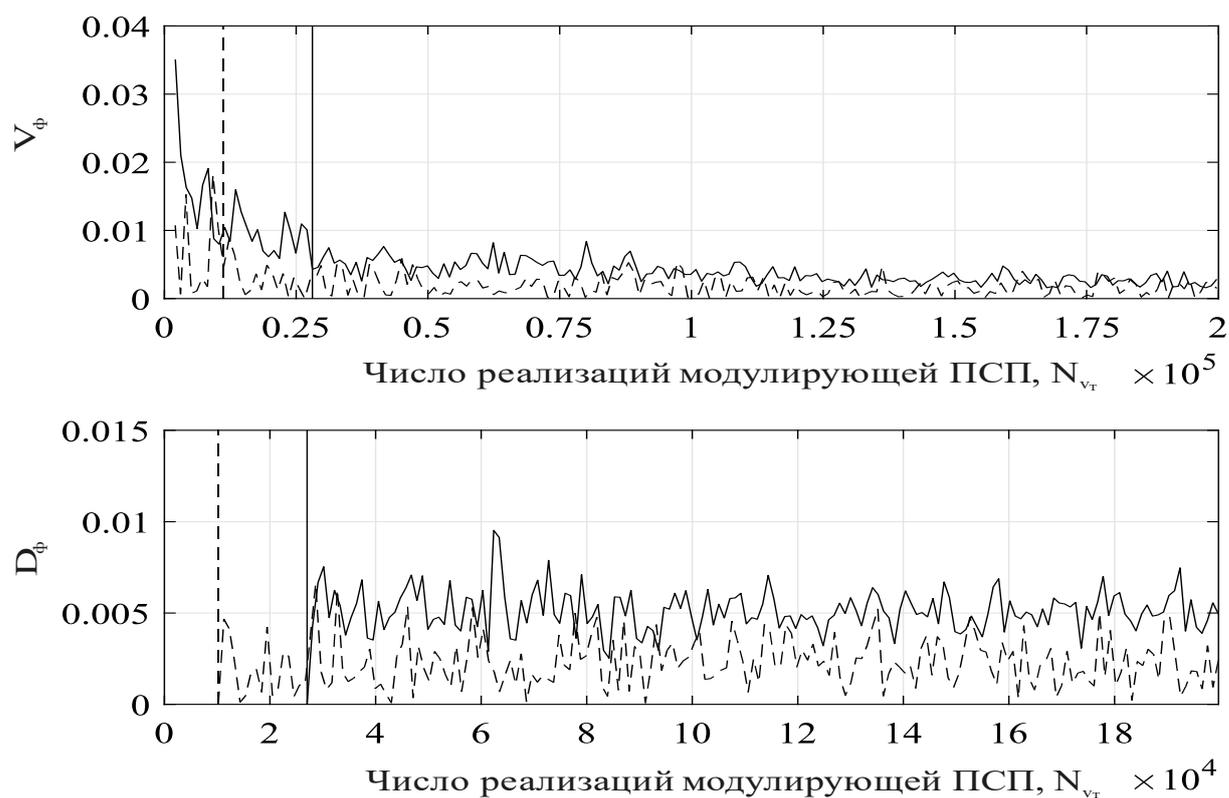


Рис. П2.16. Зависимости параметров  $V_\phi$  и  $D_\phi$  для фильтра 3-ого типа при  $\beta = 1,15$  и  $|\rho_0| = 0,5$ .

На основании полученных результатов были построены зависимости вероятности ошибки на символ от длительности символа для фильтров, представленных в разделе 4.6, которые приведены на рисунках П2.17–П2.35.

Следует отметить, что полученные зависимости можно разделить на три категории:

1. Зависимости, демонстрирующие корректность определения эффективной памяти, представлены на рисунках П2.17 и П2.18, на примере фильтров 1-ого и 2-ого типа.
2. Зависимости, демонстрирующие влияние начального фазового сдвига сигнального созвездия на оценку канального символа и особенности процесса установления фазы при отсутствии расстройки по частоте, представлены на рис. П2.19 – П2.23.
3. Зависимости, демонстрирующие влияния начального фазового сдвига сигнального созвездия на оценку информационного символа и особенности

процесса установления фазы при наличии расстройки по частоте, представлены на рис. П2.24 – П2.34.

Используемые параметры моделирования при построении данных зависимостей были следующие:  $N_{\text{мин}} = 5 \cdot 10^4$ ;  $\lambda_{\text{ош}} = 0,01$ ;  $\varepsilon_{\text{раз}} = \alpha_{\Delta} \times 3,5 \cdot 10^{-3}$ . Для рисунков, демонстрирующих вторую и третью категорию зависимостей, номер символа последовательности, используемый для их построения – 9.

На рисунках П2.19 – П2.23 используются следующие общие обозначения Число дискретных состояний в сигнальном созвездии  $n$ : 4 (1); 8 (2); 16 (3); 32 (4); 64 (5); 128 (6). Начальный фазовый сдвиг сигнального созвездия  $\varphi_{\text{сс}}$ : 1)  $\pi/n$  (сплошная линия); 2) 0 (штриховая линия).

Отсутствие зависимостей для фильтра 3-ого типа обусловлена схожестью его АЧХ с фильтром 1-ого.

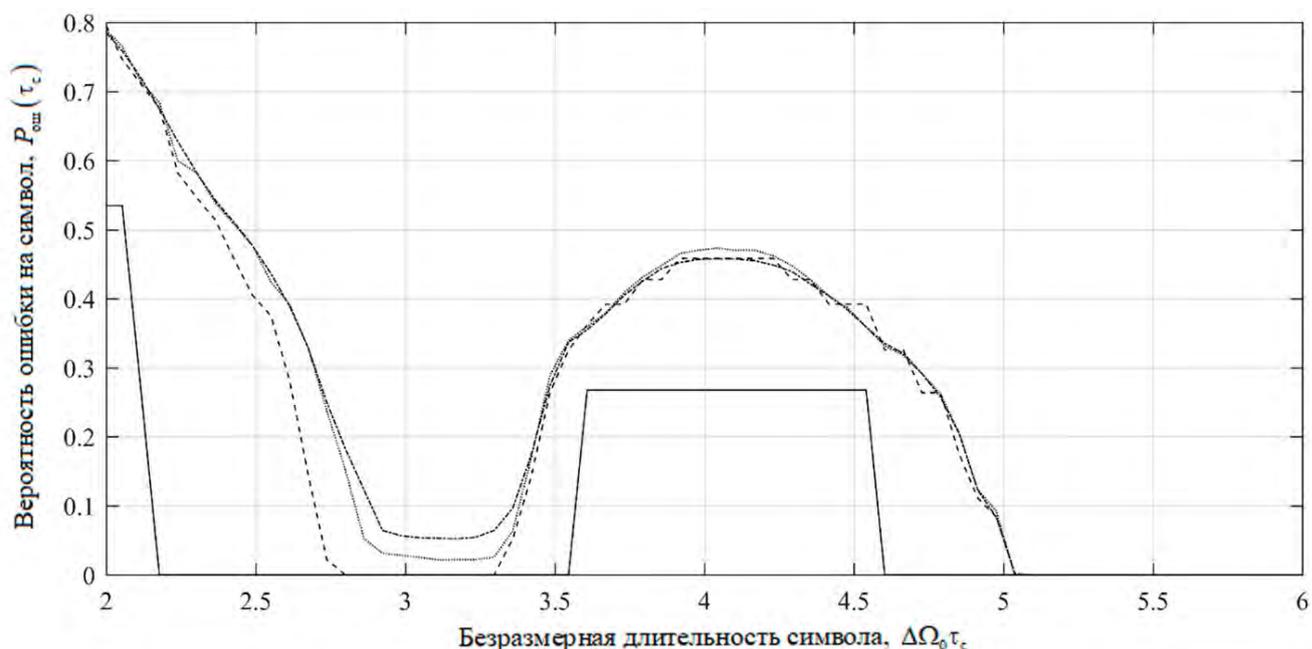


Рис. П2.17. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа для ФМн-16-сигнала с  $\varphi_{\text{сс}} = \pi/16$ . Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа при  $\beta = 2,41$ . Номер символа в модулирующей ПСП: 1 (сплошная линия); 2 (штриховая линия); 3 (пунктирная линия); 5 (штрихпунктирная линия).

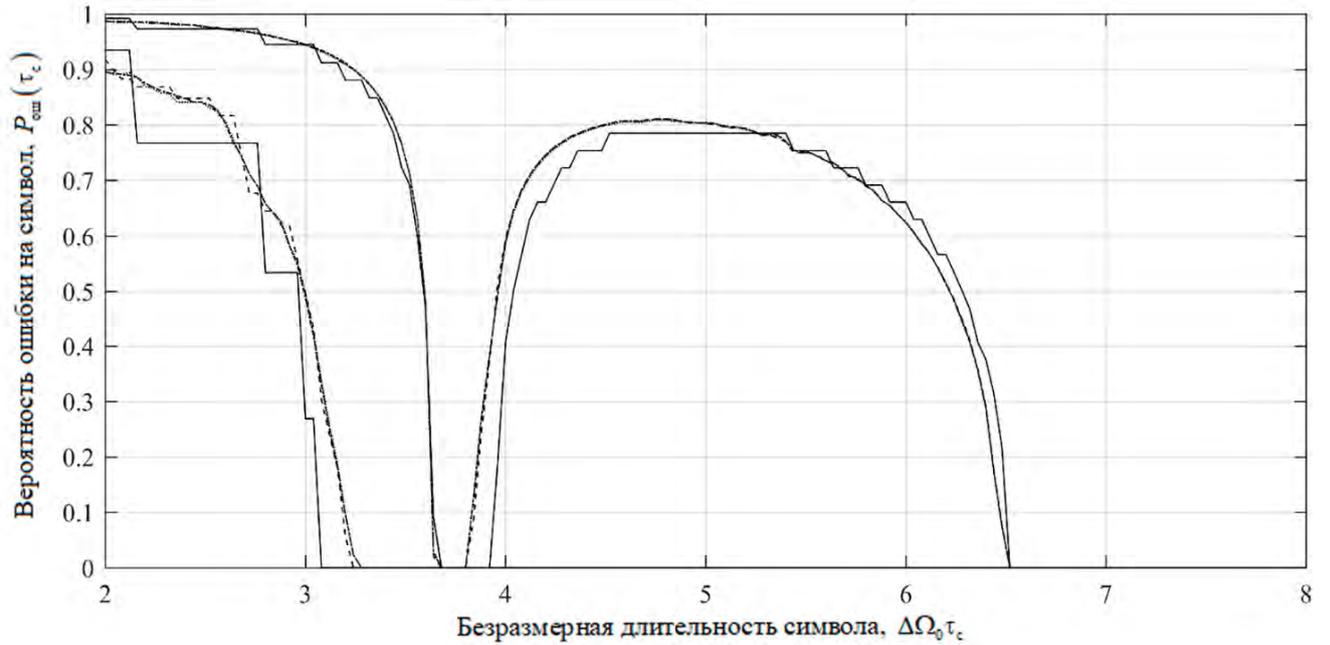


Рис. П2.18 Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа для ФМн-128-сигнала с  $\varphi_{cc} = \pi / 128$ . Тип ЛИС: фильтр 2-ого типа при  $\beta_{кр} = \sqrt{3}$ . Номер символа в модулирующей ПСП: 1 (сплошная линия); 2 (штриховая линия); 3 (пунктирная линия); 5 (штрихпунктирная линия).

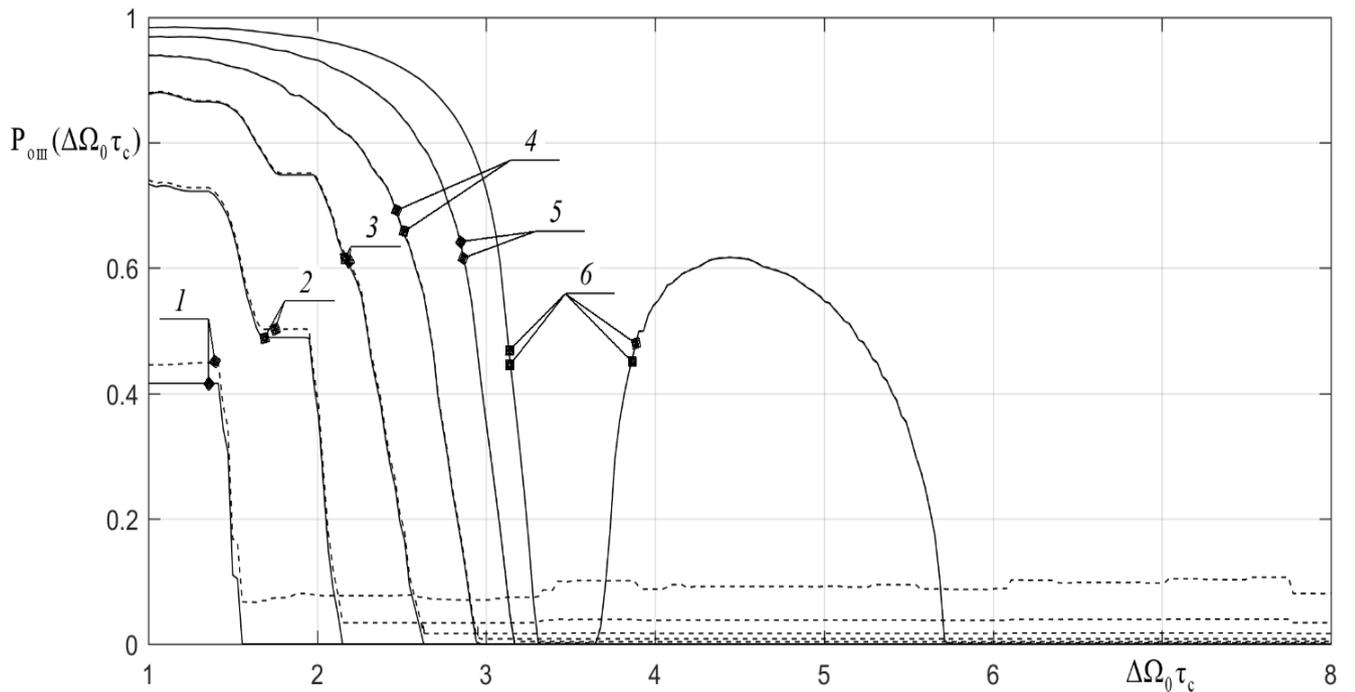


Рис. П2.19. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа при отсутствии расстройки по частоте. Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа при  $\beta_{кр} = 1$ .

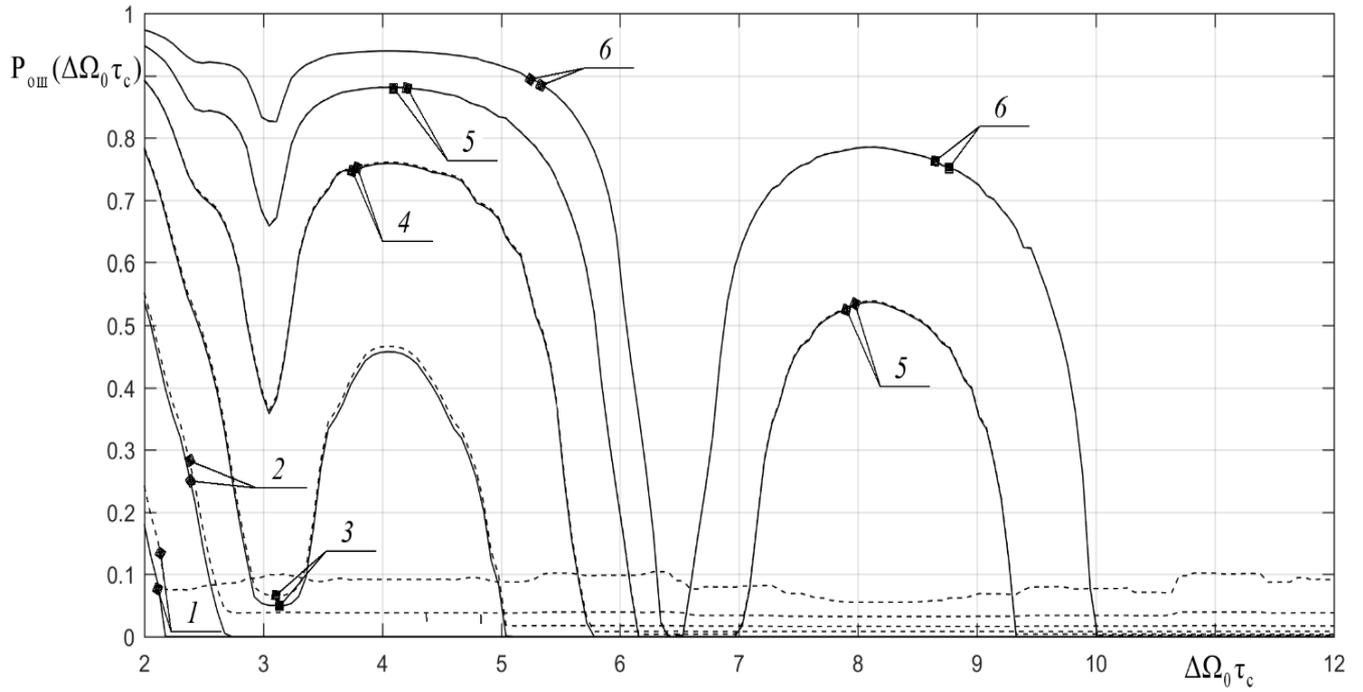


Рис. П2.20. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа при отсутствии расстройки по частоте. Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа при  $\beta = 2,41$ .

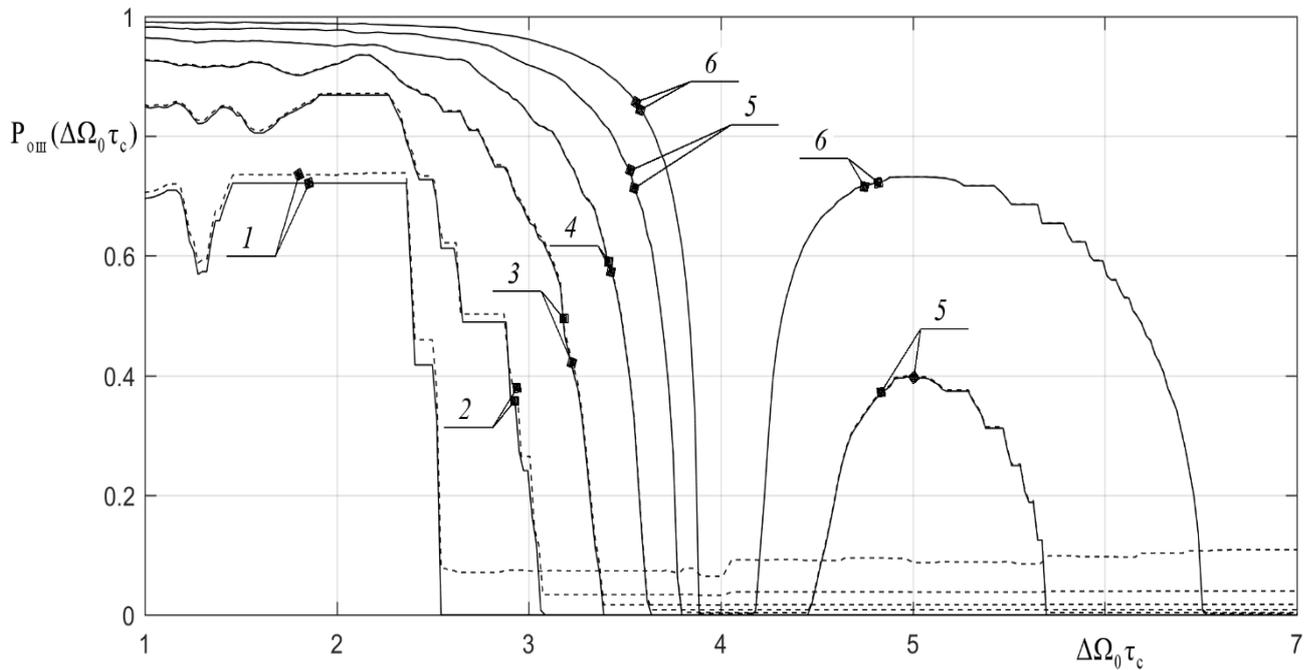


Рис. П2.21. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа при отсутствии расстройки по частоте. Тип ЛИС: фильтр 4-ого типа.

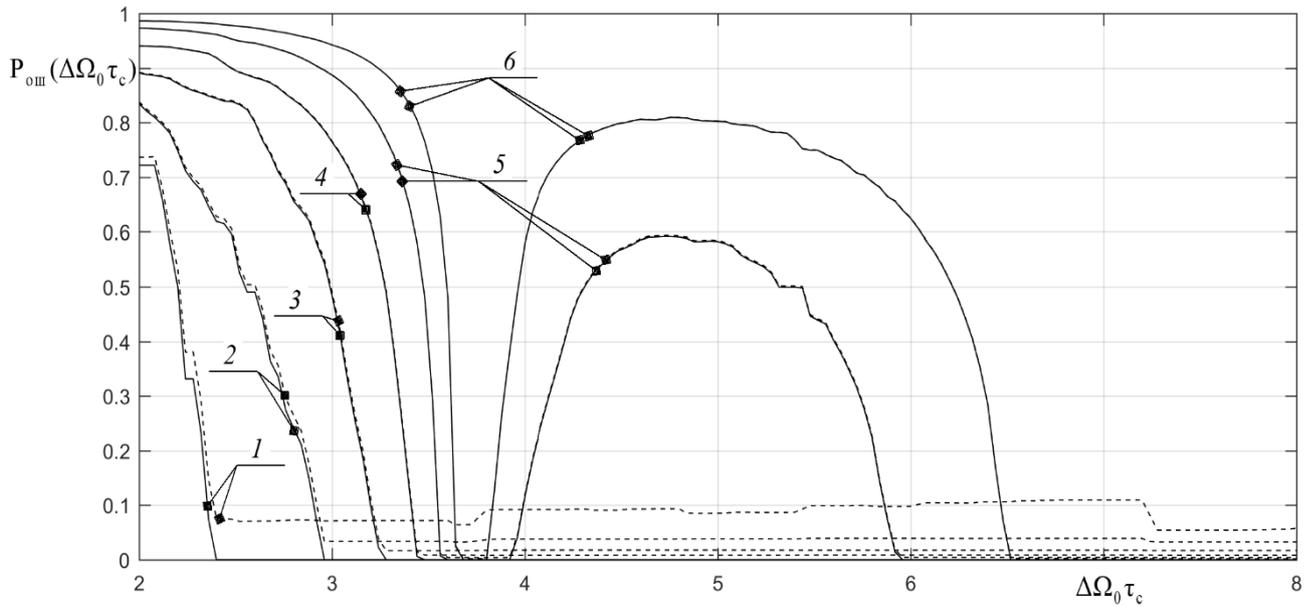


Рис. П2.22. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа при отсутствии расстройки по частоте. Тип ЛИС: фильтр 2-ого типа при  $\beta_{кр} = \sqrt{3}$

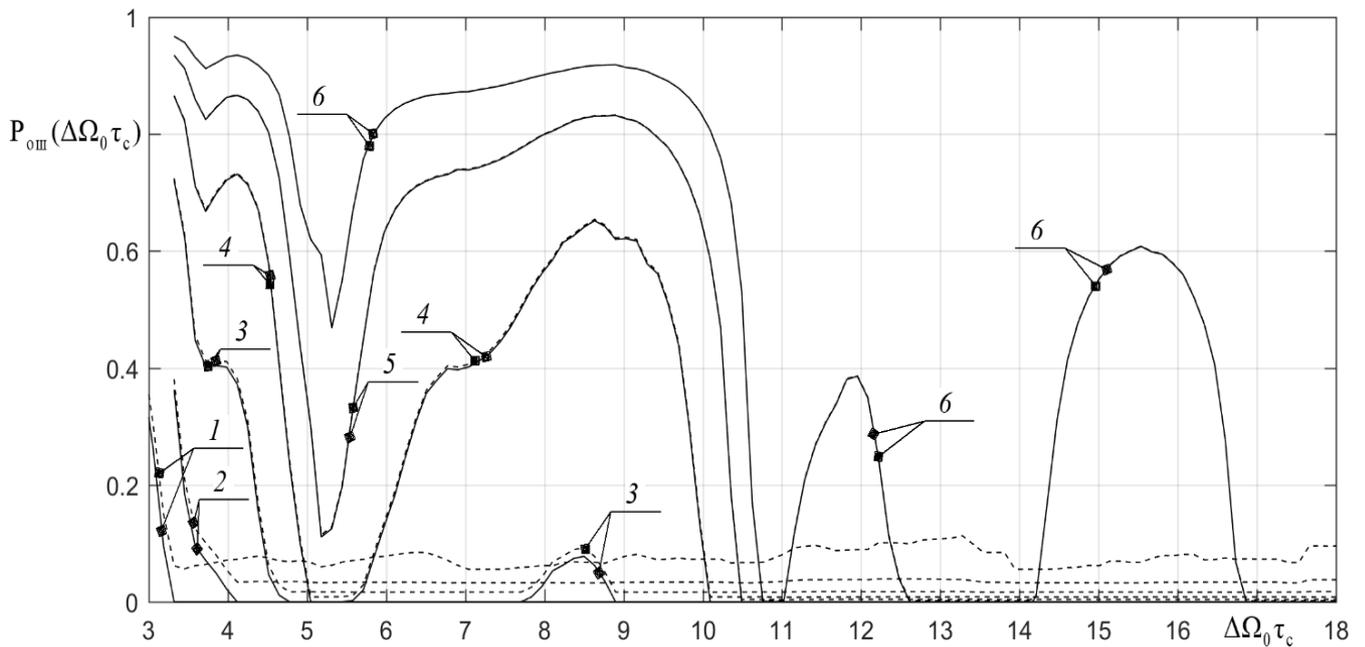


Рис. П2.23. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа при отсутствии расстройки по частоте. Тип ЛИС: фильтр 2-ого типа при  $\beta = 6$ .

На рисунках П2.24 – П2.33 используются следующие общие обозначения число дискретных состояний в сигнальном созвездии  $n$ : 4 (1); 8 (2); 16 (3); 32 (4); 64 (5); 128 (6). А на рисунках П2.34 – П2.35 – число дискретных состояний в

сигнальном созвездии  $n$ : 8 (1); 16 (2); 32 (3); 64 (4); 128 (5). При этом на рисунках П2.24 – П2.31 используются следующие дополнительные обозначения. Начальный фазовый сдвиг сигнального созвездия  $\varphi_{cc}$ : 1)  $\pi/n$  (сплошная линия); 2)  $0.5\pi/n$  (штриховая линия); 3) 0 (штрих-пунктирная линия).

А для зависимостей, представленных на рисунках П2.32 – П2.35 используются следующие дополнительные обозначения. Комбинация результирующей расстройки по частоте и начального фазового сдвига сигнального созвездия: 1)  $\rho_0 = 0$  и  $\varphi_{cc} = \pi/n$  (сплошная линия с маркером ромб); 2) сплошная линия –  $\varphi_{cc} = \pi/n$  и  $\rho_0 = \pm 0,5$  (см. рис. П2.32 и П2.34) или  $\varphi_{cc} = \pi/n$  и  $\rho_0 = \pm 1$  (см. рис. П2.33 и П2.35); 3) штрихпунктирная линия –  $\varphi_{cc} = 0,5\pi/n$  и  $\rho_0 = 0,5$  (см. рис. П2.32 и П2.34) или  $\varphi_{cc} = 0,5\pi/n$  и  $\rho_0 = 1$  (см. рис. П2.33 и П2.35); 4) штриховая линия –  $\varphi_{cc} = 0,5\pi/n$  и  $\rho_0 = -0,5$  (см. рис. П2.32 и П2.34) или  $\varphi_{cc} = 0,5\pi/n$  и  $\rho_0 = -1$  (см. рис. П2.33 и П2.35).

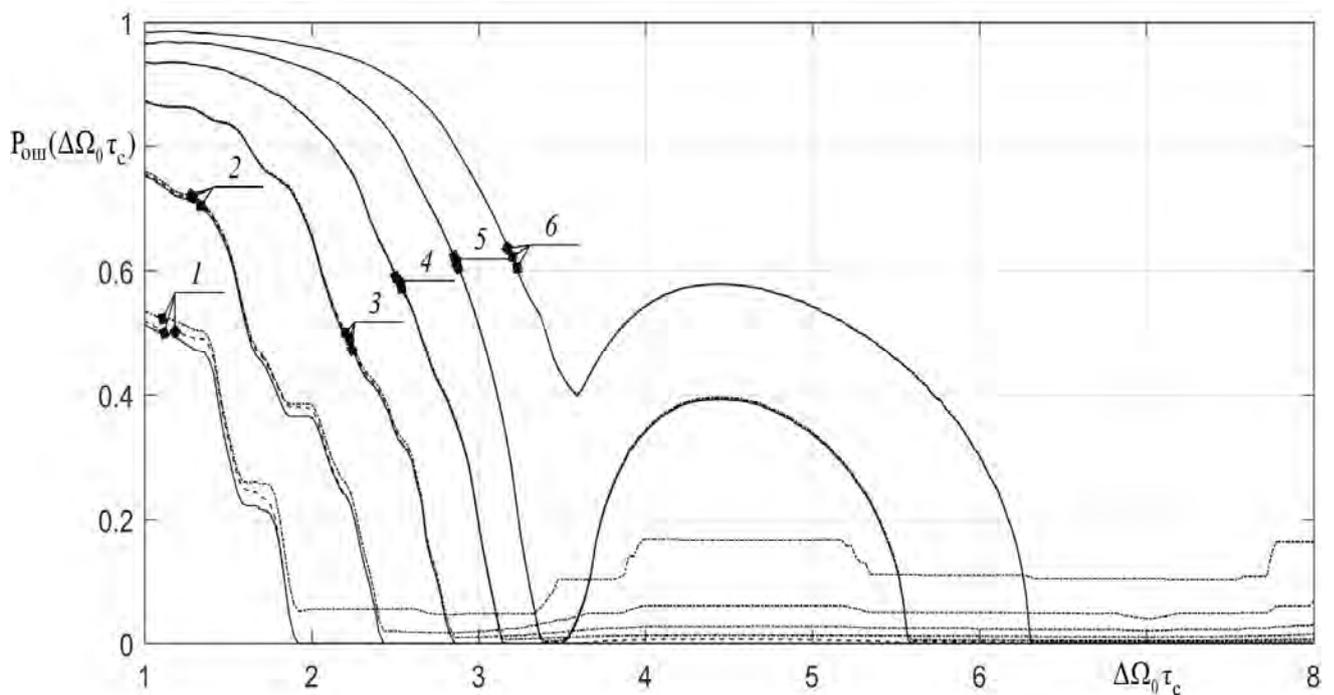


Рис. П2.24 Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа при отсутствии при результирующей обобщенной расстройке  $\rho_0 = -0,5$ . Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta_{кр} = 1$ .

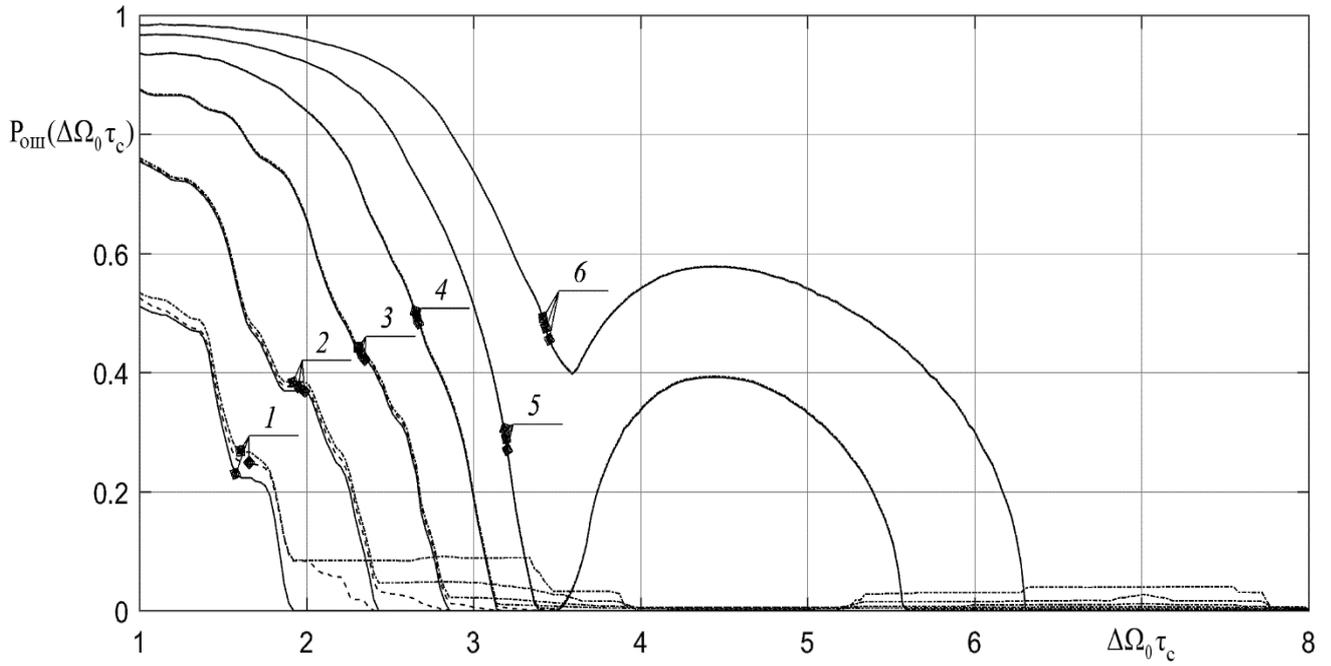


Рис. П2.25. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа при отсутствии при результирующей обобщенной расстройке  $\rho_0 = 0,5$ . Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta_{кр} = 1$ .

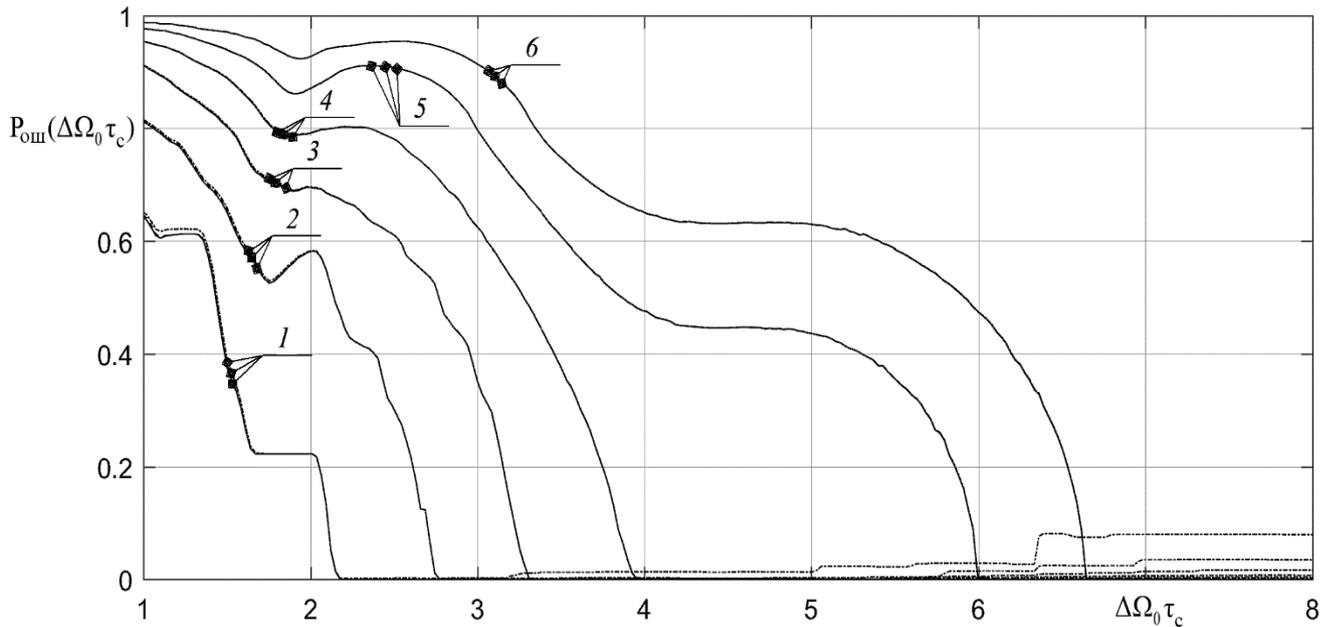


Рис. П2.26. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа при отсутствии при результирующей обобщенной расстройке  $\rho_0 = -1$ . Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta_{кр} = 1$ .

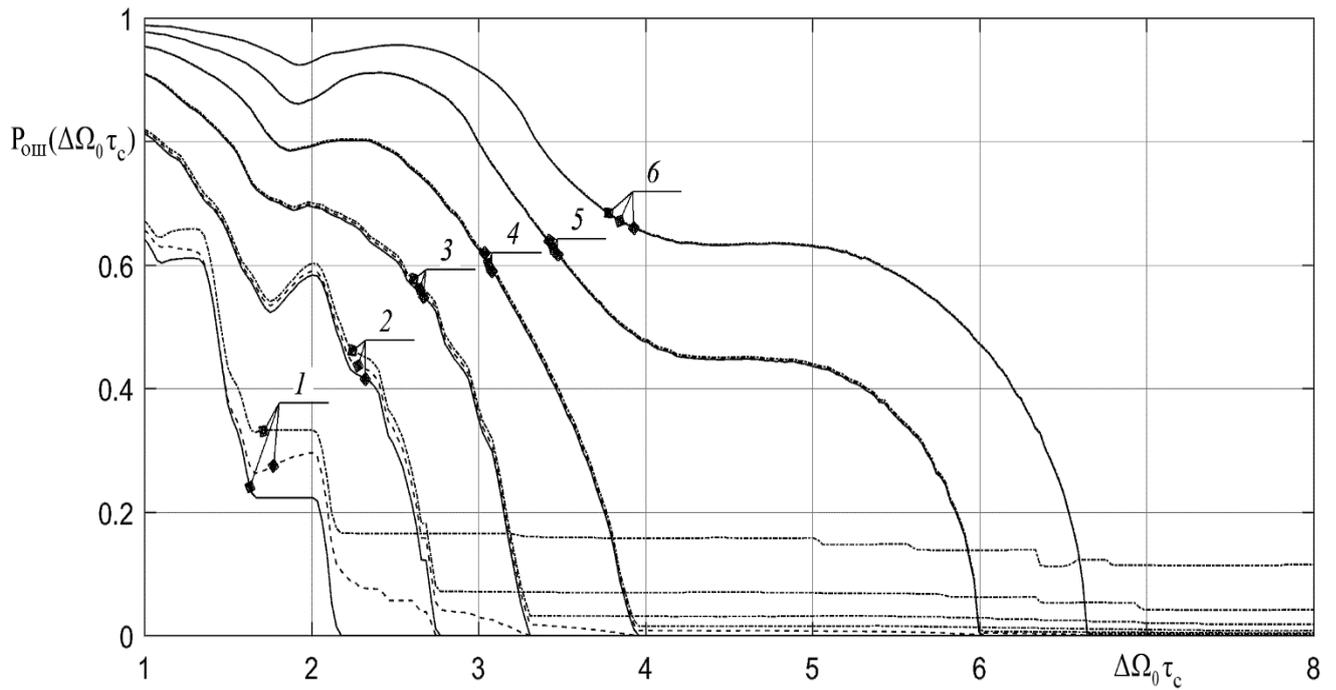


Рис. П2.27. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа при отсутствии при результирующей обобщенной расстройке  $\rho_0 = 1$ . Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta_{кр} = 1$ .

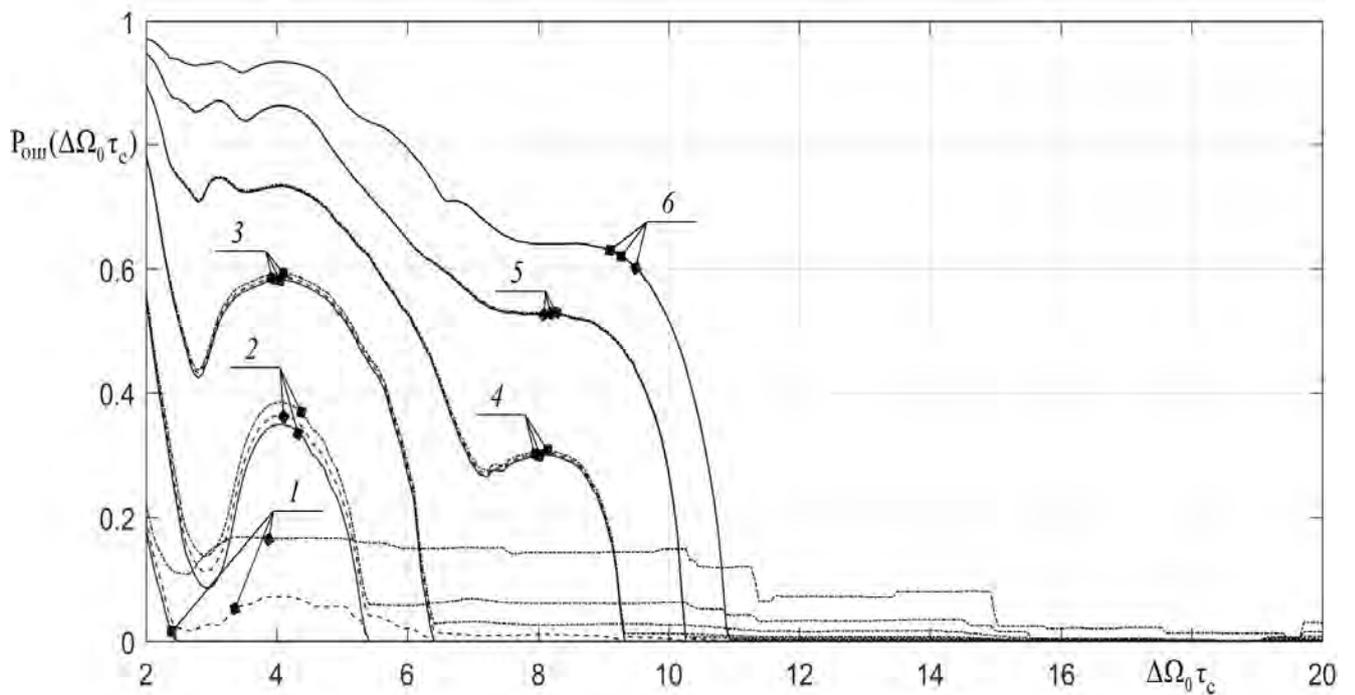
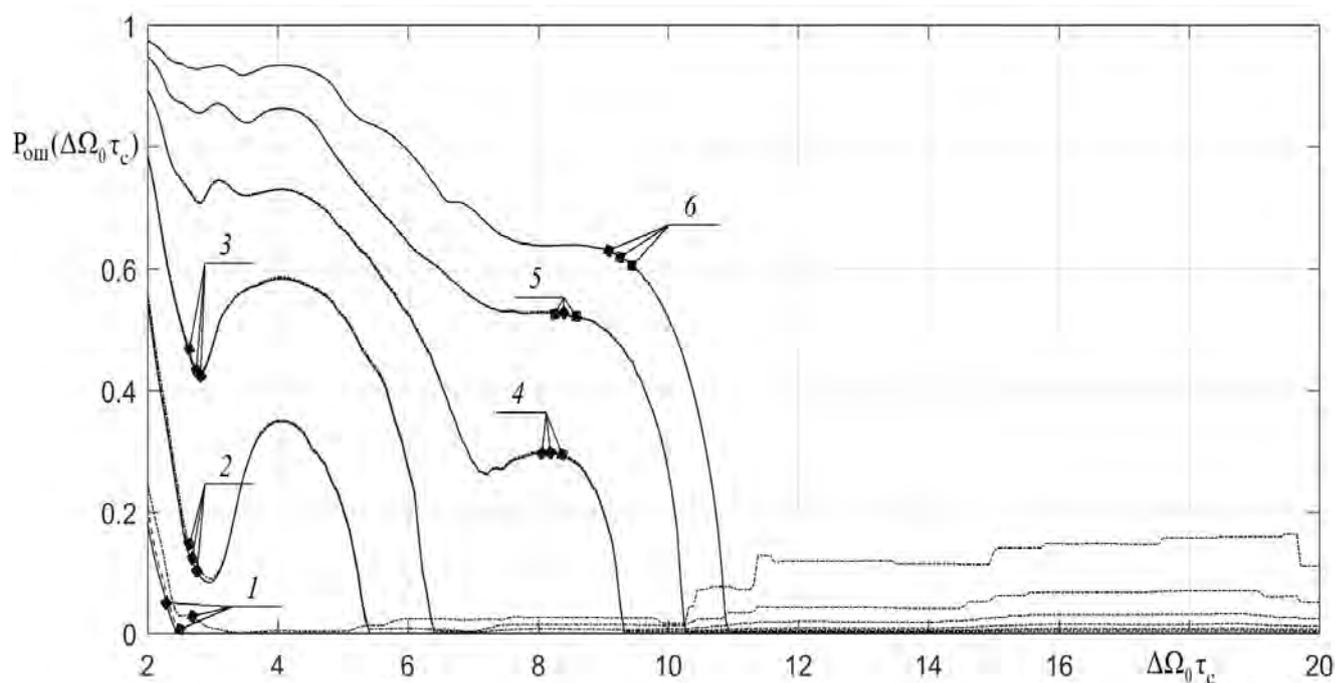


Рис. П2.28. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа при отсутствии при результирующей обобщенной расстройке  $\rho_0 = -0,5$ . Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta = 2,41$ .



П2.29. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа при отсутствии при результирующей обобщенной расстройке  $\rho_0 = 0,5$ . Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta = 2,41$ .

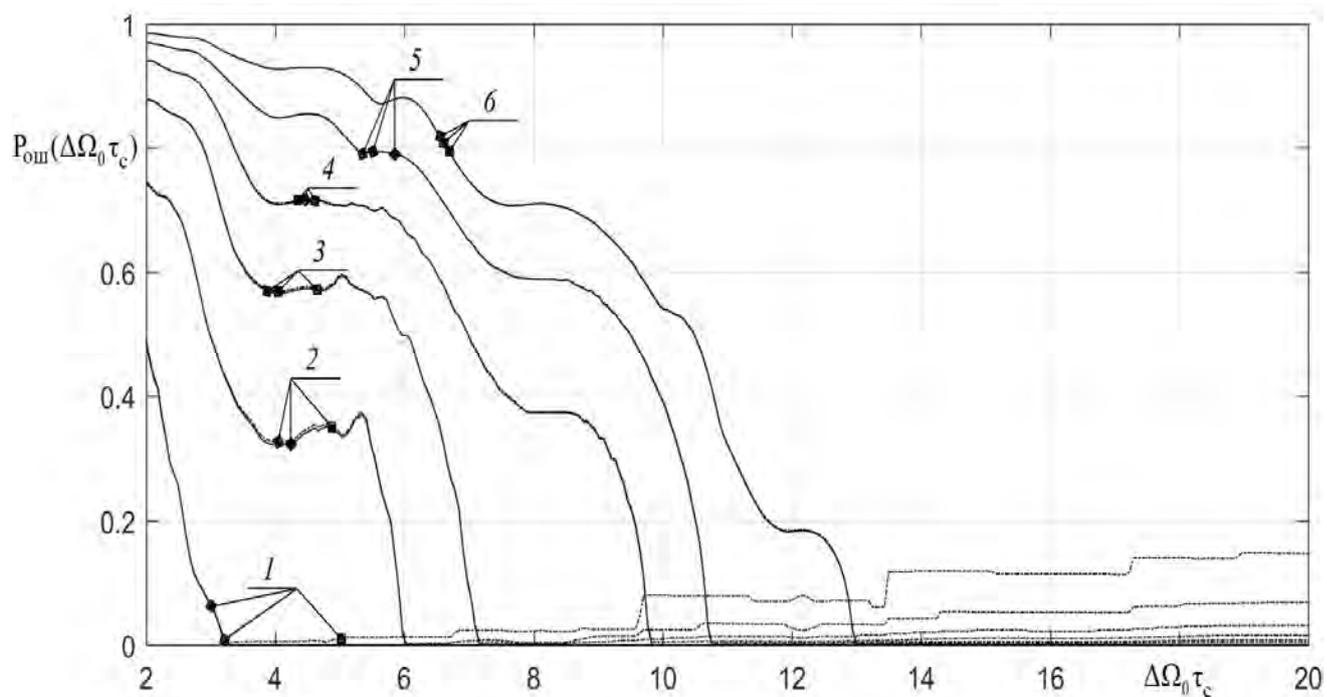


Рис. П2.30. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа при отсутствии при результирующей обобщенной расстройке  $\rho_0 = -1$ . Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta = 2,41$ .

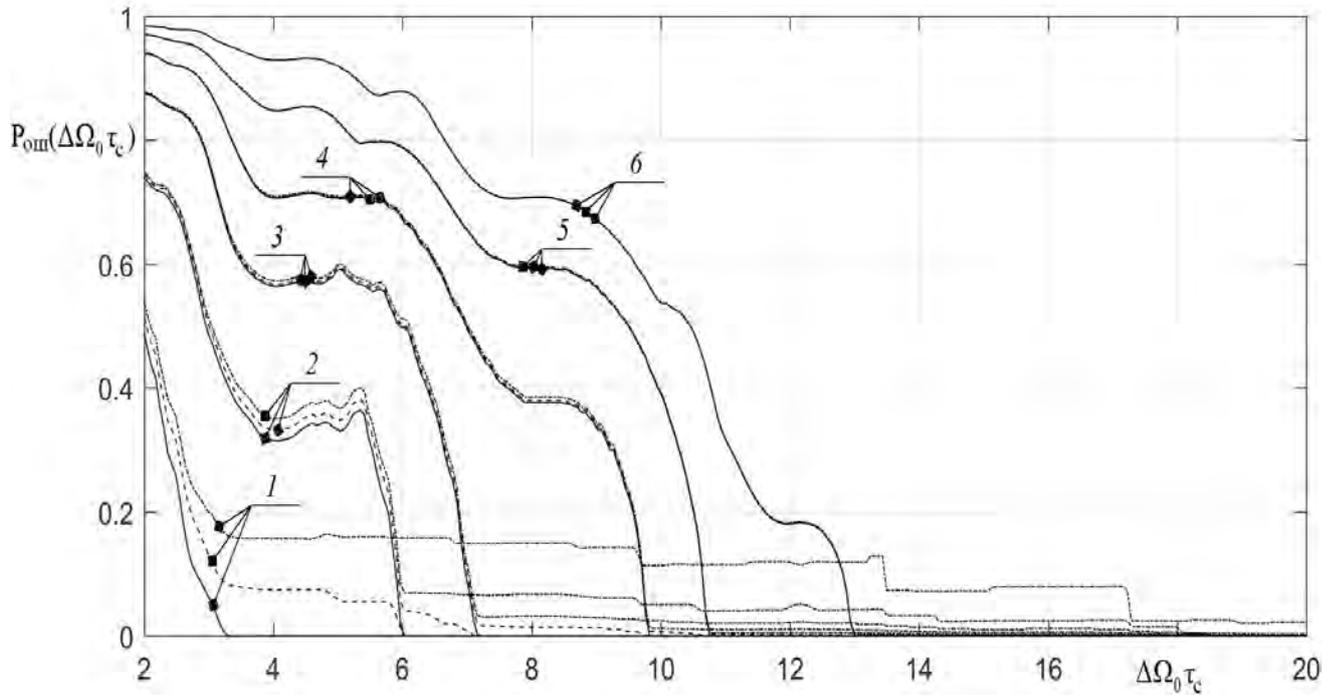


Рис. П2.31. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа при отсутствии при результирующей обобщенной расстройке  $\rho_0 = 1$ . Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta = 2,41$ .

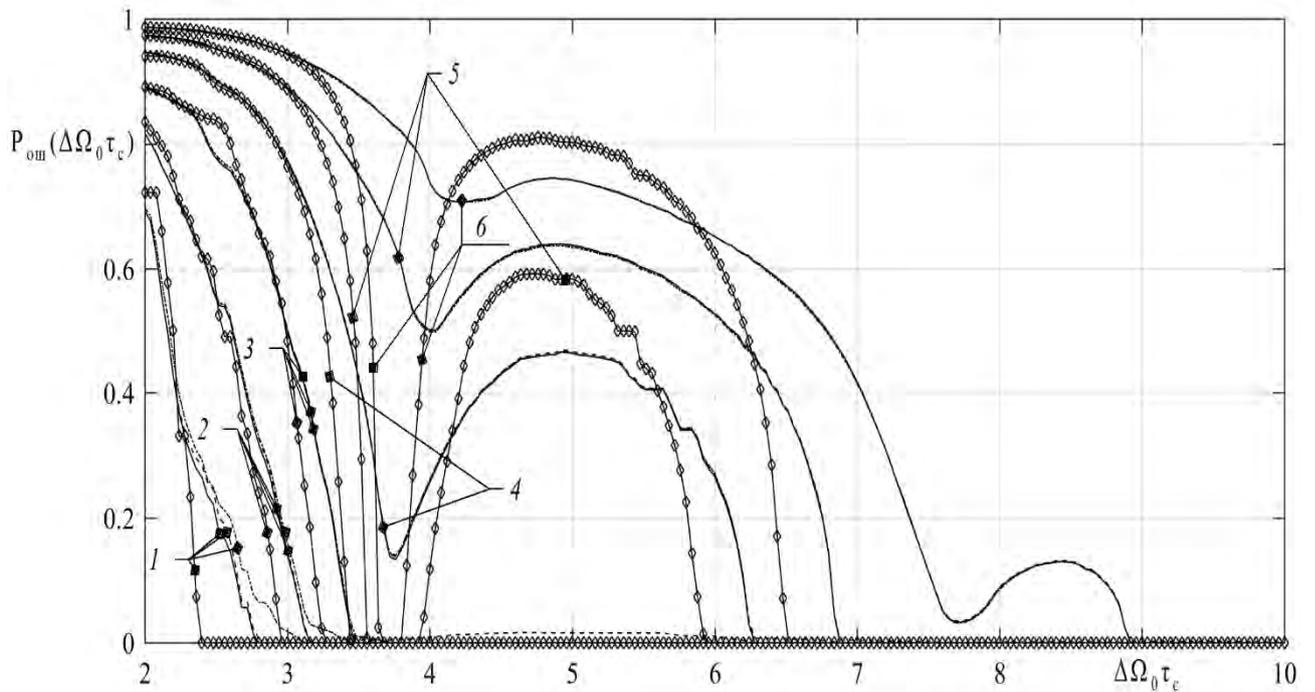


Рис. П2.32. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа при наличии МСИ в ЛИС при расстройках  $\rho_0 = \{0; \pm 0,5\}$ . Тип ЛИС: фильтр 2-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta = \sqrt{3}$ .

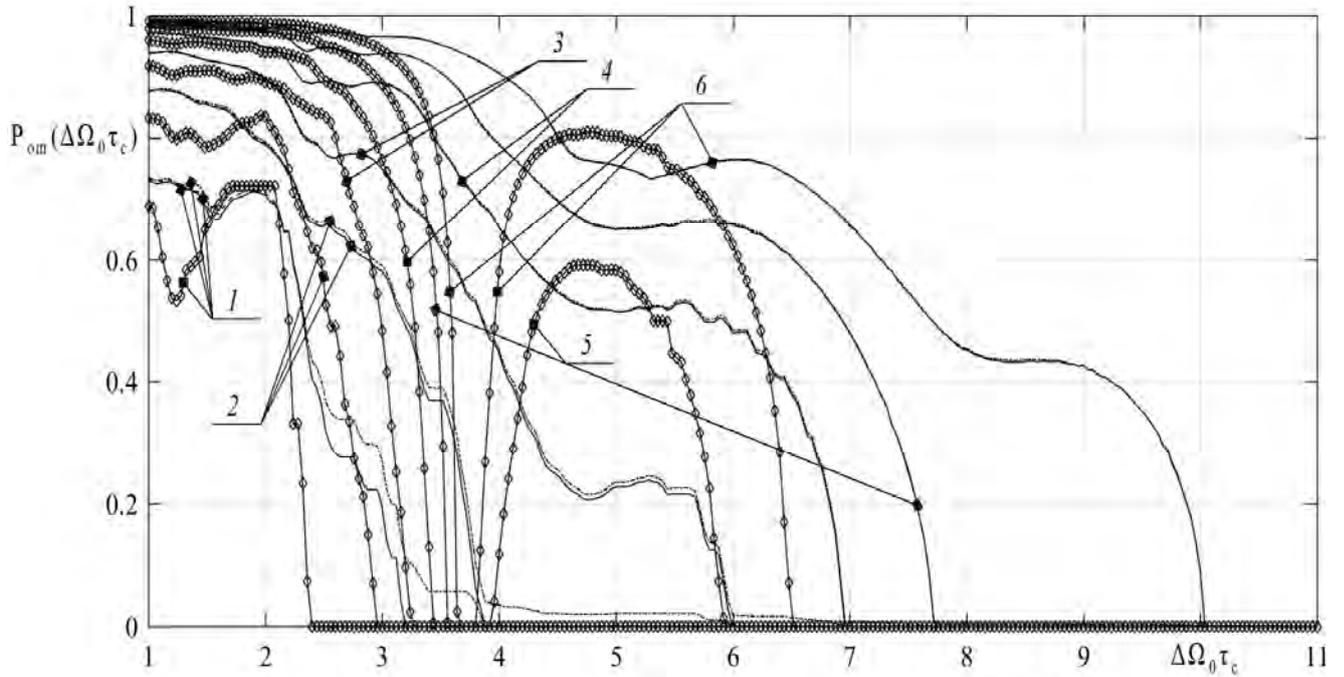


Рис. П2.33. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа при наличии МСИ в ЛИС при расстройках  $\rho_0 = \{0; \pm 1\}$ . Тип ЛИС: фильтр 2-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta = \sqrt{3}$ .

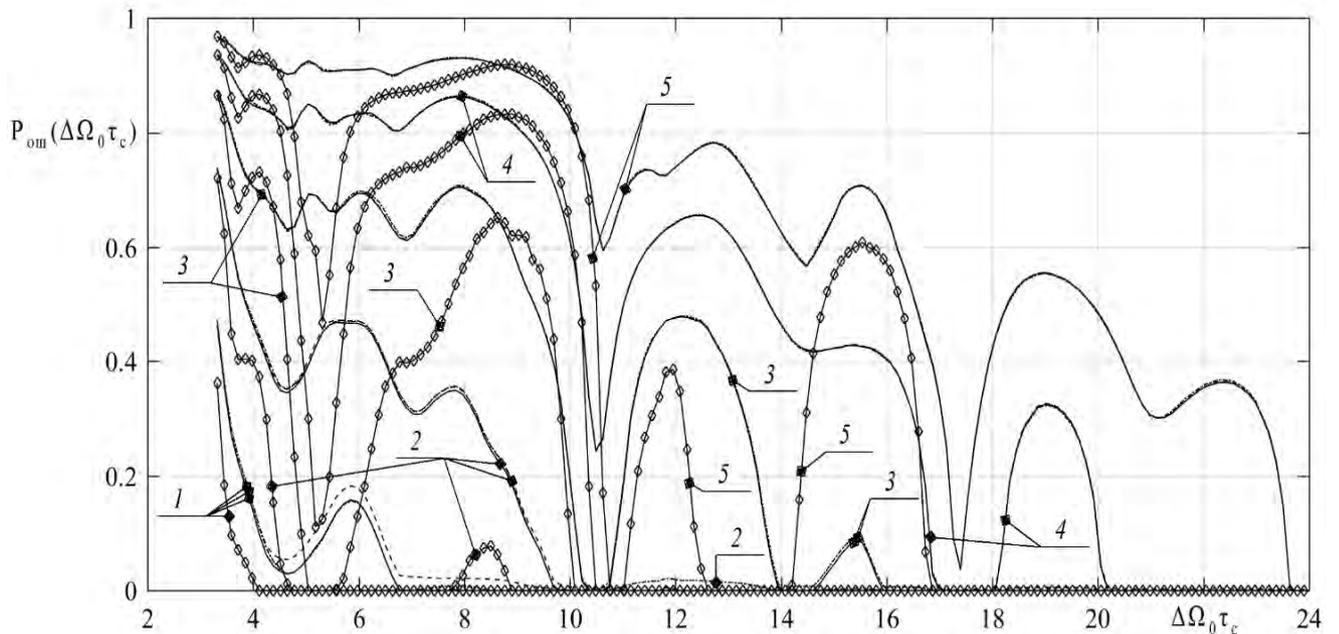


Рис. П2.34. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа при наличии МСИ в ЛИС при расстройках  $\rho_0 = \{0; \pm 0,5\}$ . Тип ЛИС: фильтр 2-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta = 6$ .

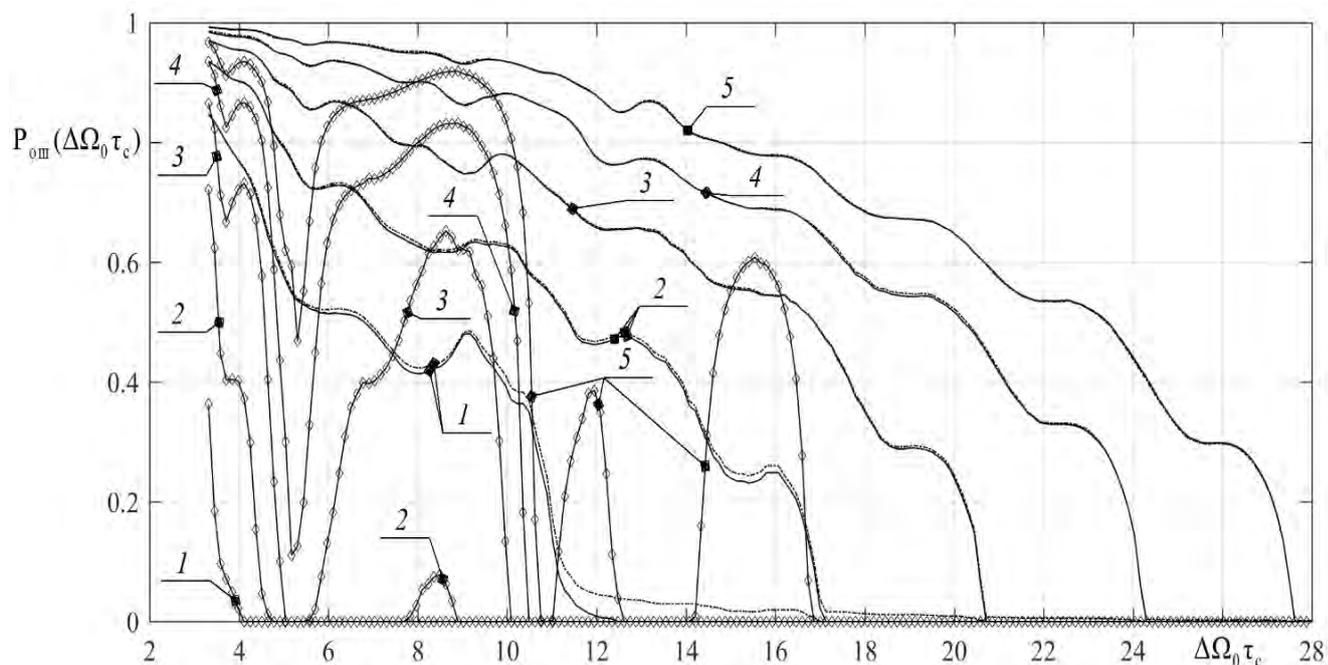


Рис. П2.35. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа при наличии МСИ в ЛИС при расстройках  $\rho_0 = \{0; \pm 1\}$ . Тип ЛИС: фильтр 2-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta = 6$ .

Анализируя полученные результаты, полученные в ходе реализации второго этапа, можно сделать следующие дополнительные выводы, относительно тех, которые представлены в разделе 4.6.1.

Разрешающее время формируется, когда наблюдаемый сигнал становится цикло стационарным процессом, а для практических расчётов достаточно полагать, что эффективная память составляет 4 символа при  $\varepsilon_{\text{раз}} = \alpha_{\Delta} \times 3,5 \cdot 10^{-3}$ , а требуемое число реализаций ПСП –  $N_{\text{мин}}$  не превосходит 50000 при  $\lambda_{\text{ош}} = 0,01$ .

#### Третий этап.

Результаты третьего этапа представлены в разделе 4.6.1. При получении результатов было использовано разработанное программное обеспечение ResCap [235] для результатов, полученных с использованием численного метода, а для аналитического – программное обеспечение [237].

**ПРИЛОЖЕНИЕ 3. К АПРОБАЦИИ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ ПРОПУСКНОЙ  
СПОСОБНОСТИ КАНАЛА СВЯЗИ С АФМ<sub>n</sub>-N-СИГНАЛАМИ**

В данном приложении представлены промежуточные результаты, демонстрирующие работу разработанных аналитического и численного методов для АФМн- $N$ -сигналов.

Полученные результаты будем классифицировать, используя те же этапы, которые были предложены в приложении 2, однако при этом первые два этапа будут объединенными. Это обусловлено тем, что зависимости наибольшей оценки эффективной памяти от длительности символа для ФМн- $n$  и АФМн- $N$ -сигналов являются идентичными, что показано в разделе 4.3 и 4.4.

#### Объединенный первый этап (первый и второй этап)

Результаты оценок  $N_{\text{мин}}$ , разрешающего времени и уточненные оценки эффективной памяти, полученные посредством численного метода для ряда конфигураций сигнального созвездия, представлены в таблице ПЗ.1 – ПЗ.3, соответственно. При этом в качестве исходных параметров были использованы следующие параметры  $M_{\text{сс}} = \Delta M_{\text{ш}} (0,5 \operatorname{cosec}[\pi/n] - 1)$ ,  $\alpha_0 = 0,499$ ,  $\Delta_0 = 0,499$ ,  $\Delta\Omega_0 \varepsilon_{\text{раз}} = \alpha_{\Delta} \times 3,5 \cdot 10^{-3}$ ;  $\lambda_{\text{ош}} = 0,01$ . Также были построены зависимости вероятности ошибки на символ с помощью разработанного программного обеспечения [242], представленные на рисунках ПЗ.1 – ПЗ.12 для различных конфигураций сигнального созвездия  $N=256$  и при различных значениях приведённых значениях допустимых ошибок установлений при  $\lambda_{\text{ош}} = 0,01$  и для десятого символа последовательности. Оценка  $N_{\text{мин}}$  была произведена с помощью разработанной программы [240]. Из таблицы ПЗ.1 следует  $N_{\text{мин}} < 5 \times 10^4$  при  $\lambda_{\text{ош}} = 0,01$ , при этом учитывая результаты, представленные в приложении 2, можно сделать вывод, что данные результаты будут справедливы и для больших значений  $N > 256$ .

На рисунках ПЗ.9 – ПЗ.11 используются следующие общие обозначения:

- 1)  $\alpha_0 = 0,499$ ;  $\Delta_0 = 0,499$ ;  $\mu_H = 0$ ;  $\mu_{\psi} = 0$ ;  $\rho_0 = 0$  (сплошная линия);
- 2)  $\alpha_0 = 0,25$ ;  $\Delta_0 = 0,25$ ;  $\mu_H = 0,249$ ;  $\mu_{\psi} = 0,249$ ;  $\rho_0 = 0$  (штриховая линия);
- 3)  $\alpha_0 = 0,499$ ;  $\Delta_0 = 0,25$ ;  $\mu_H = 0,249$ ;  $\mu_{\psi} = 0,249$ ;  $\rho_0 = 0$  (штриховая линия);

$\Delta_0 = 0,499$ ;  $\mu_H = 0$ ;  $\mu_\psi = 0$ ;  $|\rho_0| = 0,5$  (штрихпунктирная линия); 4)  $\alpha_0 = 0,25$ ;  
 $\Delta_0 = 0,25$ ;  $\mu_H = 0,249$ ;  $\mu_\psi = 0,249$ ;  $|\rho_0| = 0,5$  (пунктирная линия).

Таблица ПЗ.1

Оценки  $N_{\min}$  при использовании численного метода для некоторых типов сигнальных созвездий

Тип ЛИС	Степень связи $\beta$	Число дискретных состояний по фазе и амплитуде в сигнальном созвездии	Оценка минимального числа реализаций $N_{\min}$ информационной последовательности	
			$ \rho_0  = 0$	$ \rho_0  = 0,5$
1	1	$n = 4; m = 64$	20480	20480
		$n = 16; m = 16$	28160	30720
		$n = 128; m = 2$	20480	35840
	2,41	$n = 4; m = 64$	23040	17920
		$n = 16; m = 16$	25600	17920
		$n = 128; m = 2$	28160	25600
2	$\sqrt{3}$	$n = 4; m = 64$	17920	33280
		$n = 16; m = 16$	17920	20480
		$n = 128; m = 2$	17920	20480
	6	$n = 4; m = 64$	12800	23040
		$n = 16; m = 16$	25600	23040
		$n = 128; m = 2$	23040	15360

Таблица ПЗ.2

Оценки эффективной памяти при использовании численного метода для некоторых типов сигнальных созвездий.

Тип ЛИС	$\beta$	$n, m$	$G$	
			$ \rho_0  = 0$	$ \rho_0  = 0,5$
1	1	$n = 4; m = 64$	2	1
		$n = 16; m = 16$	2	1
		$n = 128; m = 2$	3	2
	2,41	$n = 4; m = 64$	3	1

		$n = 16; m = 16$	5	2
		$n = 128; m = 2$	3	2
2	$\sqrt{3}$	$n = 4; m = 64$	3	1
		$n = 16; m = 16$	5	2
		$n = 128; m = 2$	3	4
	6	$n = 4; m = 64$	3	5
		$n = 16; m = 16$	3	3
		$n = 128; m = 2$	3	2

Таблица ПЗ.3

Оценки безразмерного разрешающего времени при использовании численного метода для некоторых типов сигнальных созвездий

Тип ЛИС	$\beta$	$n, m$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{раз}}$	
			$ \rho_0  = 0$	$ \rho_0  = 0,5$
1	1	$n = 4; m = 64$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{гр}} = 7,1464$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{гр}} = 7,334418$
		$n = 16; m = 16$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{н.ок}_1} = 3,380167;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{к.ок}_1} = 3,469249;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{гр}} = 6,408955$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{гр}} = 6,601966$
		$n = 128; m = 2$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{н.ок}_1} = 3,390065;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{к.ок}_1} = 3,449453;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{гр}} = 6,418853$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{гр}} = 6,745487$
	2,41	$n = 4; m = 64$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{н.ок}_1} = 10,547565;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{к.ок}_1} = 10,787035;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{н.ок}_2} = 14,23758;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{к.ок}_2} = 15,380505;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{гр}} = 17,252725$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{гр}} = 14,858025$
		$n = 16; m = 16$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{н.ок}_1} = 10,329865;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{к.ок}_1} = 11,21155;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{гр}} = 13,38855$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{гр}} = 13,660675$

		$n = 128;$ $m = 2$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_1} = 10,34075;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_1} = 11,200665;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{TP}} = 13,399435$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{TP}} = 13,725985$
2	$\sqrt{3}$	$n = 4;$ $m = 64$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_1} = 7,098;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_1} = 7,385;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{TP}} = 10,22$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{TP}} = 10,297$
		$n = 16;$ $m = 16$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_1} = 3,717;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_1} = 3,759;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_2} = 6,832;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_2} = 7,91;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{TP}} = 9,114$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{TP}} = 9,429$
		$n = 128;$ $m = 2$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_1} = 3,724;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_1} = 3,752;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_2} = 6,839;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_2} = 7,896;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{TP}} = 9,142$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{TP}} = 9,793$
	6	$n = 4;$ $m = 64$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_1} = 13,43272;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_1} = 13,45596;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_2} = 17,45324;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_2} = 17,75536;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_3} = 20,42796;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_3} = 21,0322;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_4} = 23,96044;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_4} = 24,983;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_5} = 26,93516;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_5} = 29,00352;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{TP}} = 29,72396$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_1} = 27,67884;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_1} = 28,469;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_2} = 30,37468;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_2} = 32,25712;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{TP}} = 33,44236$

		$n = 16; m = 16$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_1} = 13,03764;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_1} = 13,75808;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_2} = 17,17436;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_2} = 18,15044;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_3} = 19,66104;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_3} = 22,1942;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{TP}} = 22,58928$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_1} = 23,9372;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_1} = 25,28512;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{TP}} = 26,42388$
		$n = 128; m = 2$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_1} = 13,08412;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_1} = 13,73484;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_2} = 17,17436;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_2} = 18,1272;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_3} = 19,68428;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_3} = 22,10124;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{TP}} = 22,70548$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{H.OK}_1} = 24,12312;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{K.OK}_1} = 24,93652;$ $\Delta\Omega_0 t_{\text{TP}} = 26,98164$

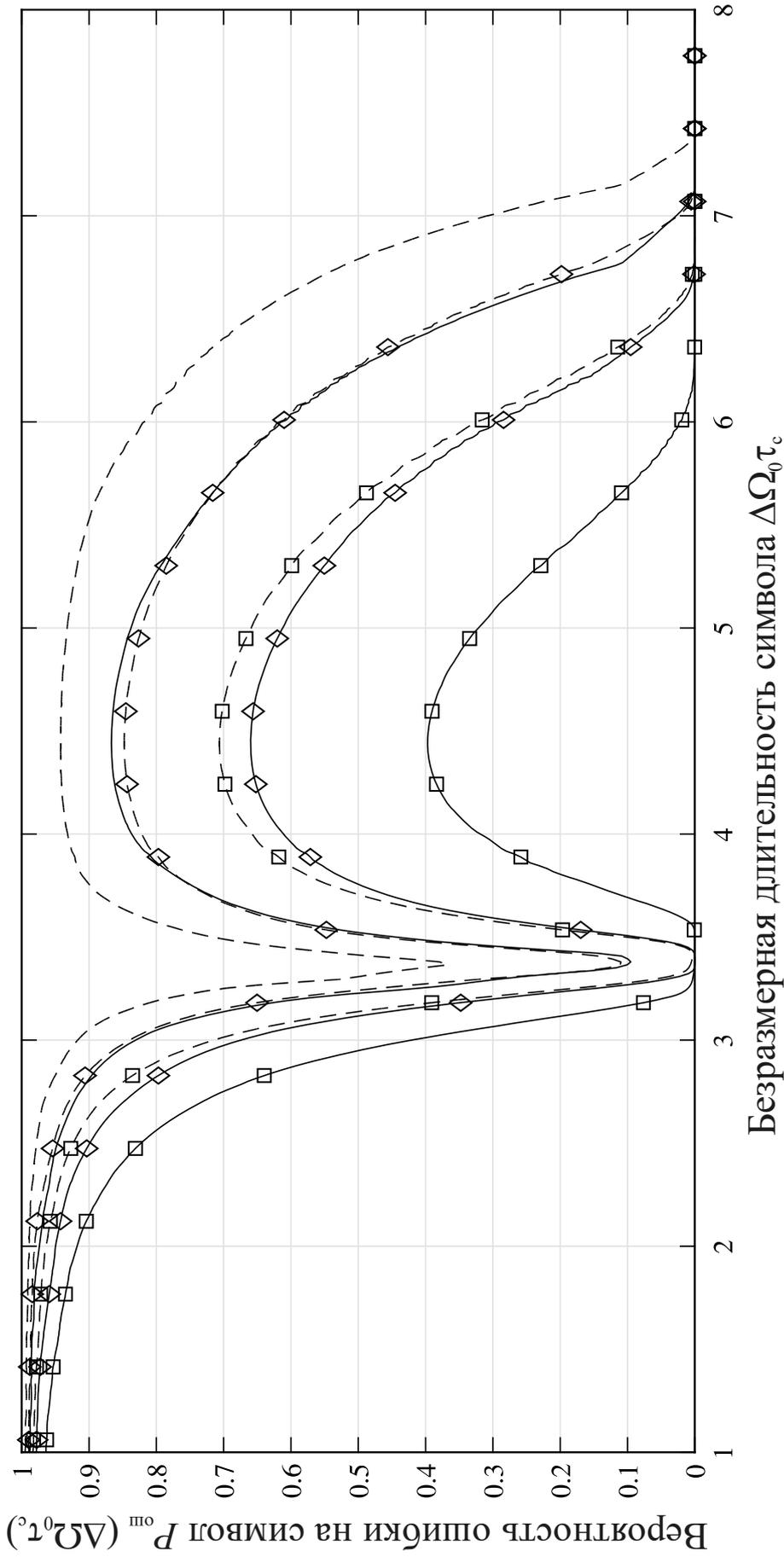


Рис. ПЗ.1. Зависимость вероятности ошибки на символ от его длительности. Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta_{\text{кр}} = 1$ . Конфигурация сигнала созвездия: 1)  $n = 4$ ;  $m = 64$  (линия без маркера); 2)  $n = 8$ ;  $m = 32$  (линия с маркером ромб); 3)  $n = 16$ ;  $m = 16$  (линия с маркером квадрат). Приведенная допустимая погрешность: 1)  $\alpha_0 = 0,499$  и  $\Delta_0 = 0,499$  (сплошная линия); 2)  $\alpha_0 = 0,25$  и  $\Delta_0 = 0,25$  (штриховая линия).

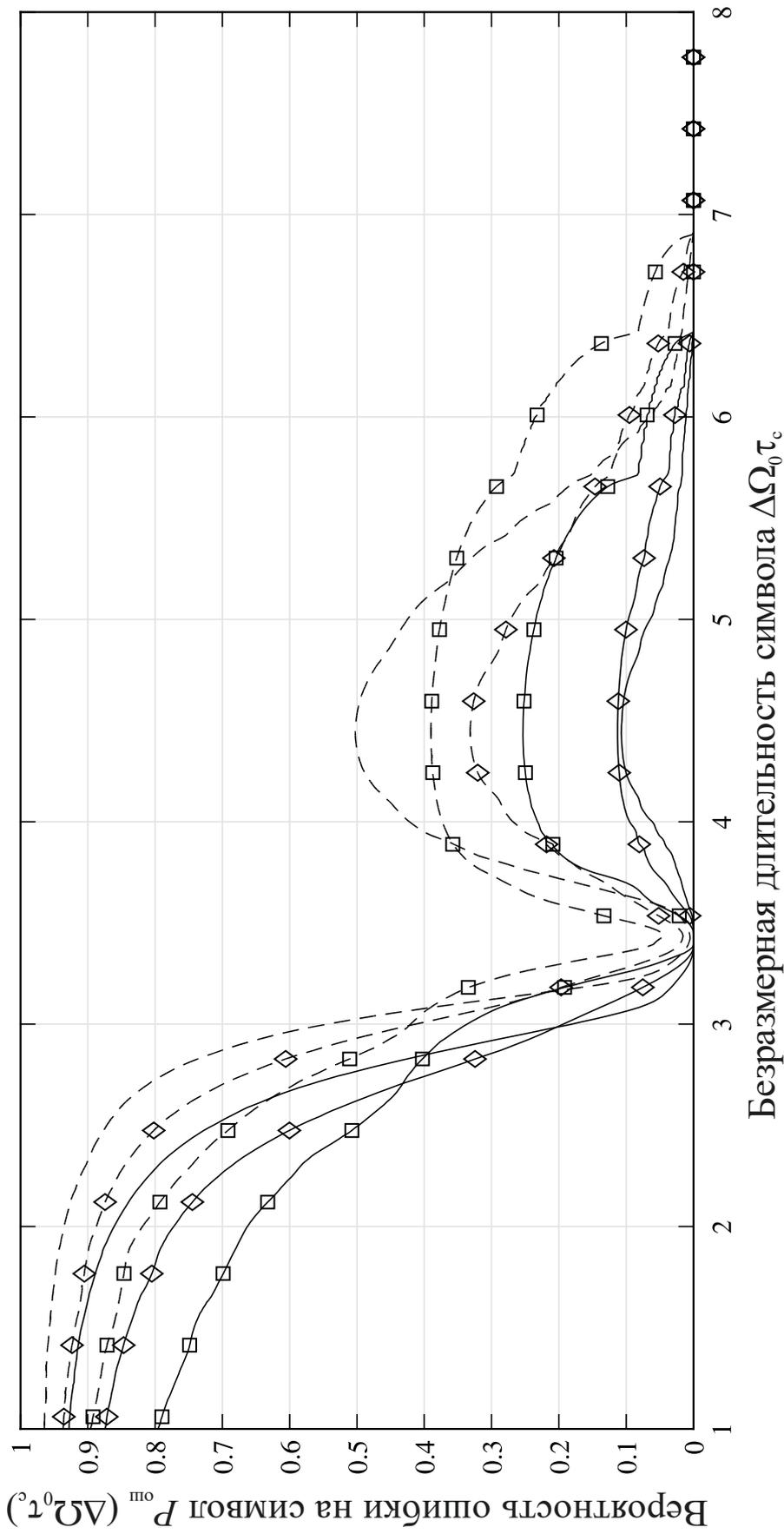


Рис. ПЗ.2. Зависимость вероятности ошибки на символ от его длительности. Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta_{кр} = 1$ . Конфигурация сигнала созвездия: 1)  $n = 32$ ;  $m = 8$  (линия без маркера); 2)  $n = 64$ ;  $m = 4$  (линия с маркером ромб); 3)  $n = 128$ ;  $m = 2$  (линия с маркером квадрат). Приведенная допустимая погрешность: 1)  $\alpha_0 = 0,499$  и  $\Delta_0 = 0,499$  (сплошная линия); 2)  $\alpha_0 = 0,25$  и  $\Delta_0 = 0,25$  (штриховая линия).

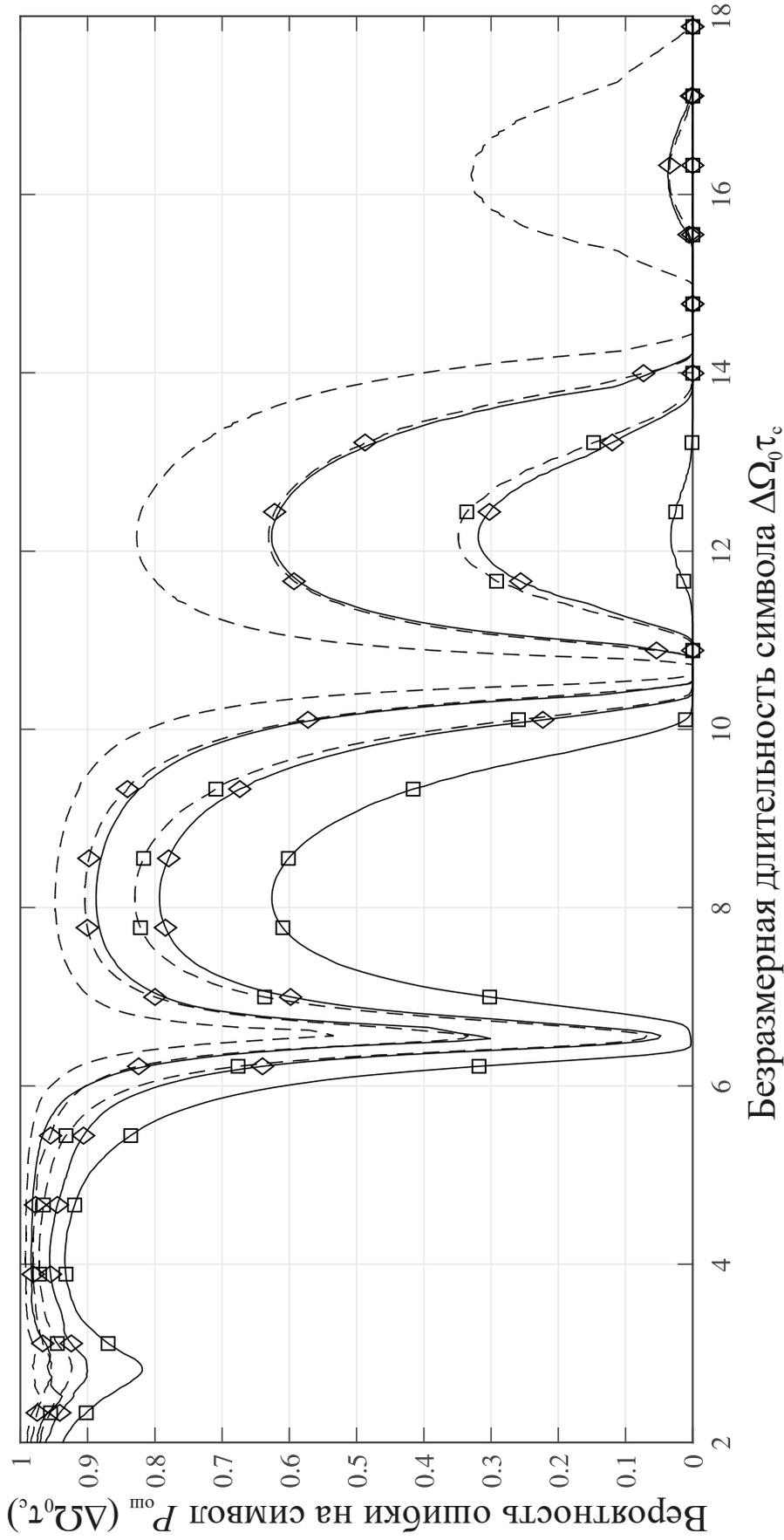


Рис. П3.3. Зависимость вероятности ошибки на символ от его длительности. ЛИС: фильтр 1-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta = 2,41$ . Конфигурация сигнального созвездия: 1)  $n = 4$ ;  $m = 64$  (линия без маркера); 2)  $n = 8$ ;  $m = 32$  (линия с маркером ромб); 3)  $n = 16$ ;  $m = 16$  (линия с маркером квадрат). Приведенная допустимая погрешность: 1)  $\alpha_0 = 0,499$  и  $\Delta_0 = 0,499$  (сплошная линия); 2)  $\alpha_0 = 0,25$  и  $\Delta_0 = 0,25$  (штриховая линия).

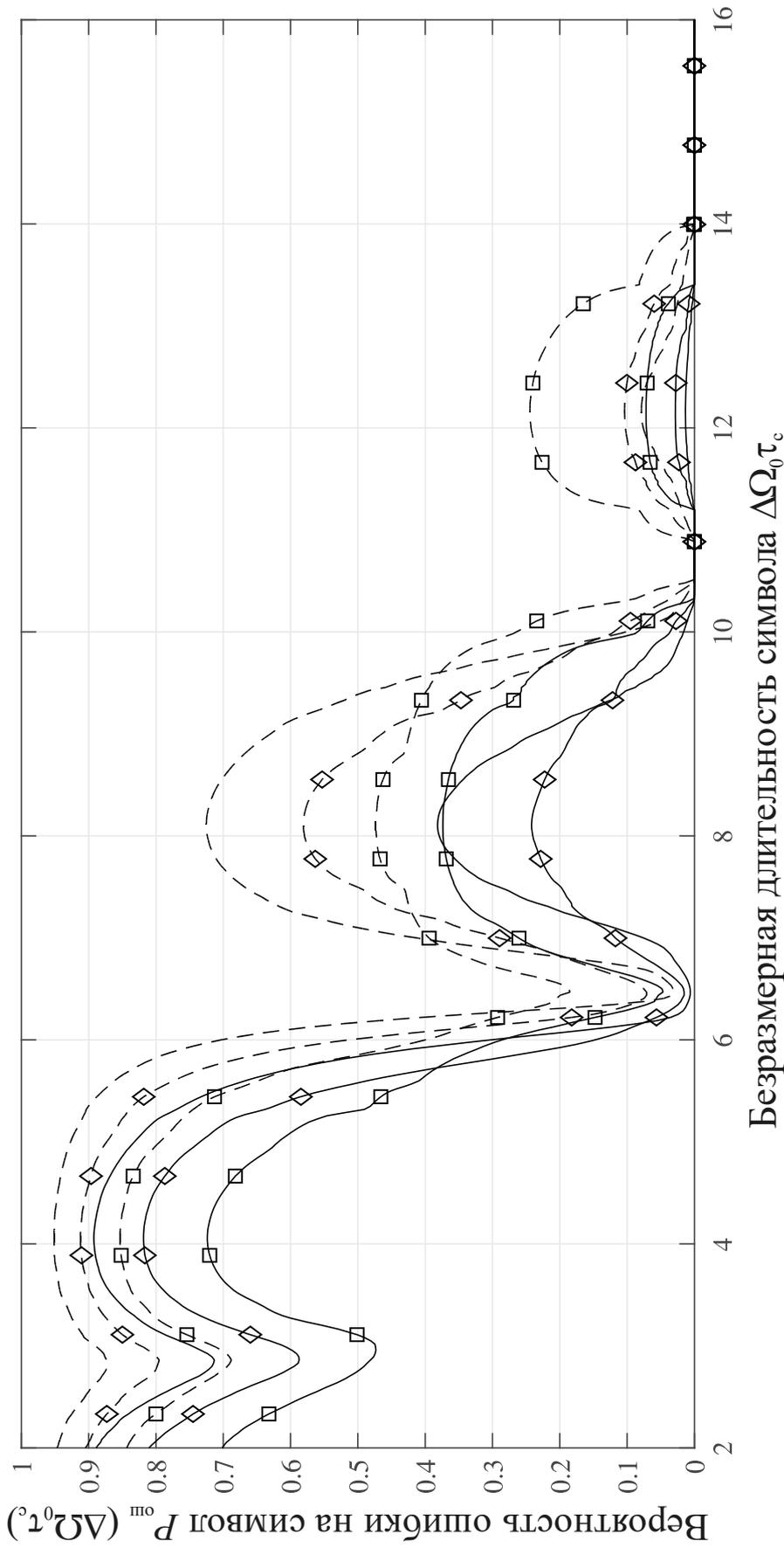


Рис. ПЗ.4. Зависимость вероятности ошибки на символ от его длительности. Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta = 2, 4, 1$ . Конфигурация сигнального созвездия: 1)  $n = 32$ ;  $m = 8$  (линия без маркера); 2)  $n = 64$ ;  $m = 4$  (линия с маркером ромб); 3)  $n = 128$ ;  $m = 2$  (линия с маркером квадрат). Приведенная допустимая погрешность: 1)  $\alpha_0 = 0, 499$  и  $\Delta_0 = 0, 25$  и  $\Delta_0 = 0, 25$  (штриховая линия).

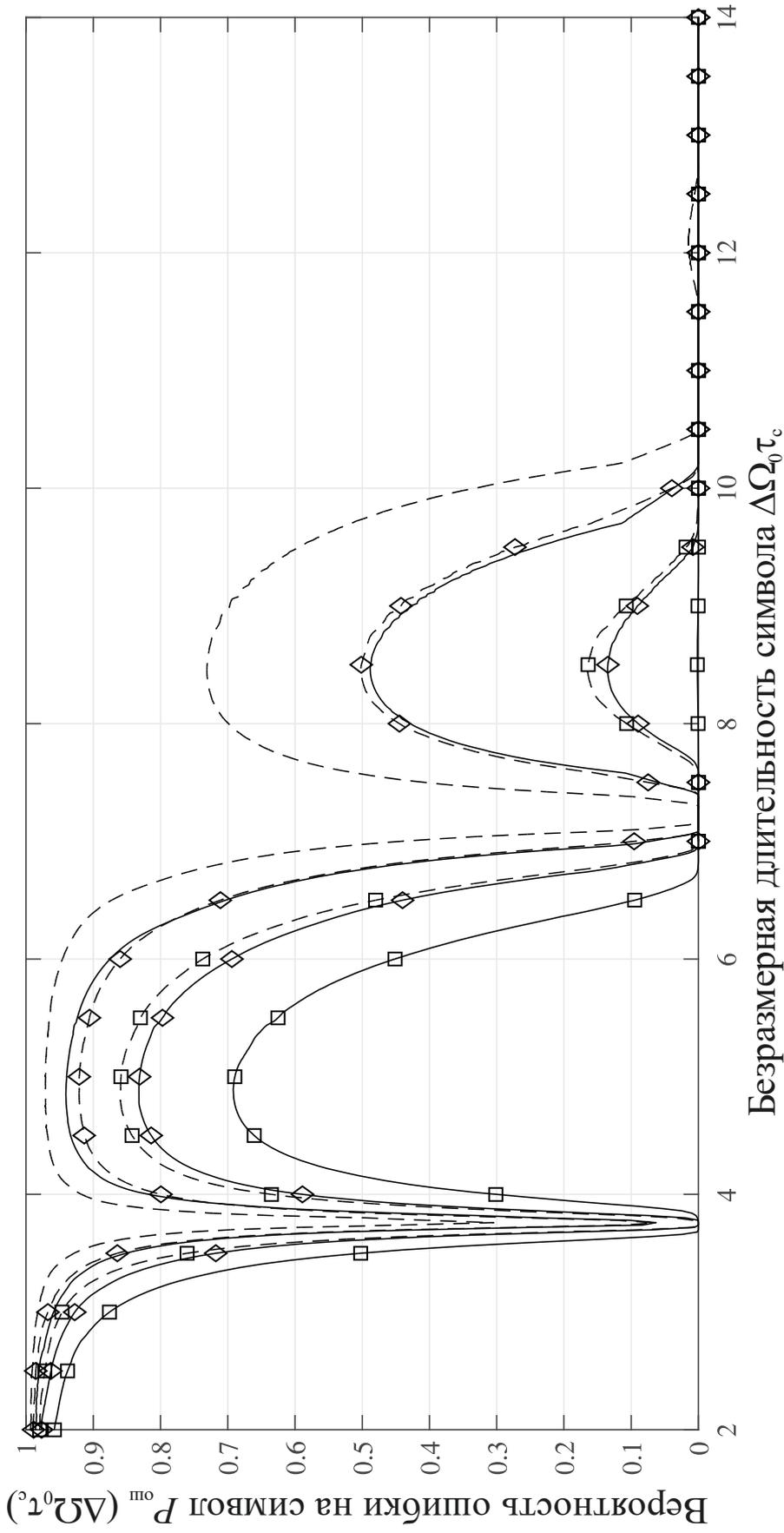


Рис. ПЗ.5. Зависимость вероятности ошибки на символ от его длительности. Тип ЛИС: фильтр 2-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta_{ср} = \sqrt{3}$ . Конфигурация сигнального созвездия: 1)  $n = 4$ ;  $m = 64$  (линия без маркера); 2)  $n = 8$ ;  $m = 32$  (линия с маркером ромб); 3)  $n = 16$ ;  $m = 16$  (линия с маркером квадрат). Приведенная допустимая погрешность: 1)  $\alpha_0 = 0,499$  и  $\Delta_0 = 0,499$  (сплошная линия); 2)  $\alpha_0 = 0,25$  и  $\Delta_0 = 0,25$  (штриховая линия).

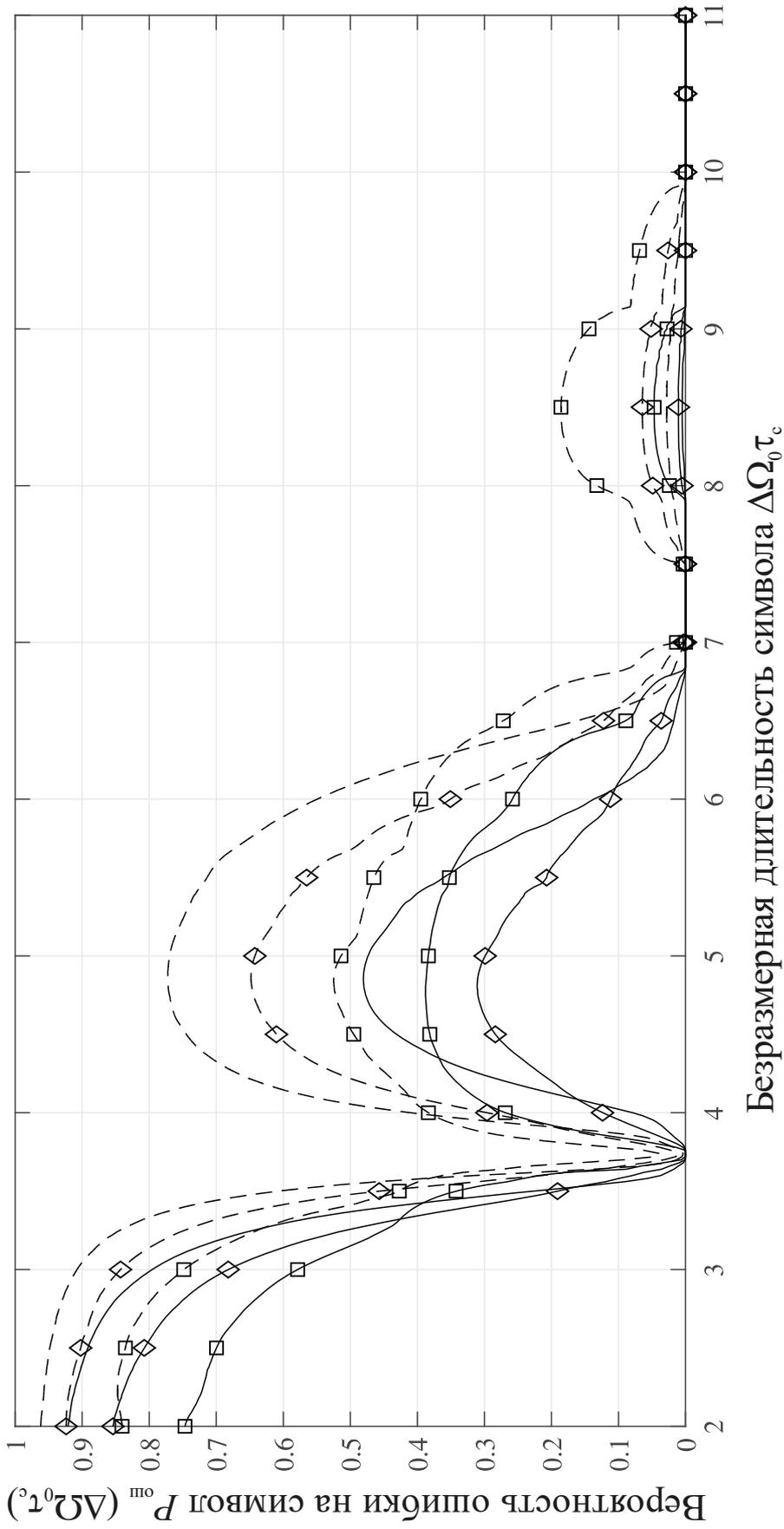


Рис. ПЗ.6. Зависимость вероятности ошибки на символ от его длительности. ЛИС: фильтр 2-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta_{\text{кр}} = \sqrt{3}$ . Конфигурация сигнального созвездия: 1)  $n = 32$ ;  $m = 8$  (линия без маркера); 2)  $n = 64$ ;  $m = 4$  (линия с маркером ромб); 3)  $n = 128$ ;  $m = 2$  (линия с маркером квадрат). Приведенные допустимые погрешности: 1)  $\alpha_0 = 0,499$  и  $\Delta_0 = 0,25$  (штриховая линия); 2)  $\alpha_0 = 0,25$  (штриховая линия).

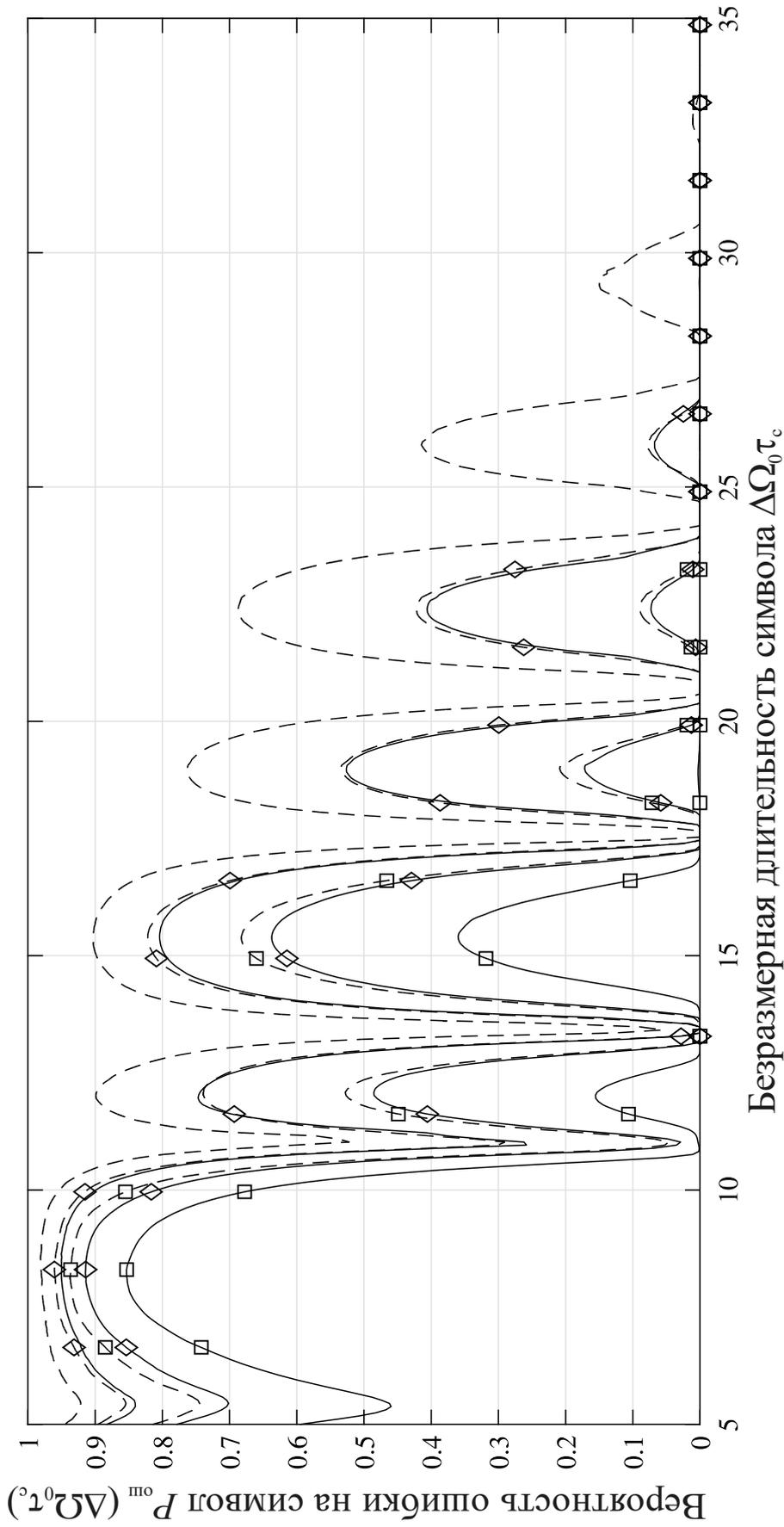


Рис. ПЗ.7. Зависимость вероятности ошибки на символ от его длительности. ЛИС: фильтр 2-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta = 6$ . Конфигурация сигнала созвездия: 1)  $n = 4$ ;  $m = 64$  (линия без маркера); 2)  $n = 8$ ;  $m = 32$  (линия с маркером ромб); 3)  $n = 16$ ;  $m = 16$  (линия с маркером квадрат). Приведенная допустимая погрешность: 1)  $\alpha_0 = 0,499$  и  $\Delta_0 = 0,499$  (сплошная линия); 2)  $\alpha_0 = 0,25$  и  $\Delta_0 = 0,25$  (штриховая линия).

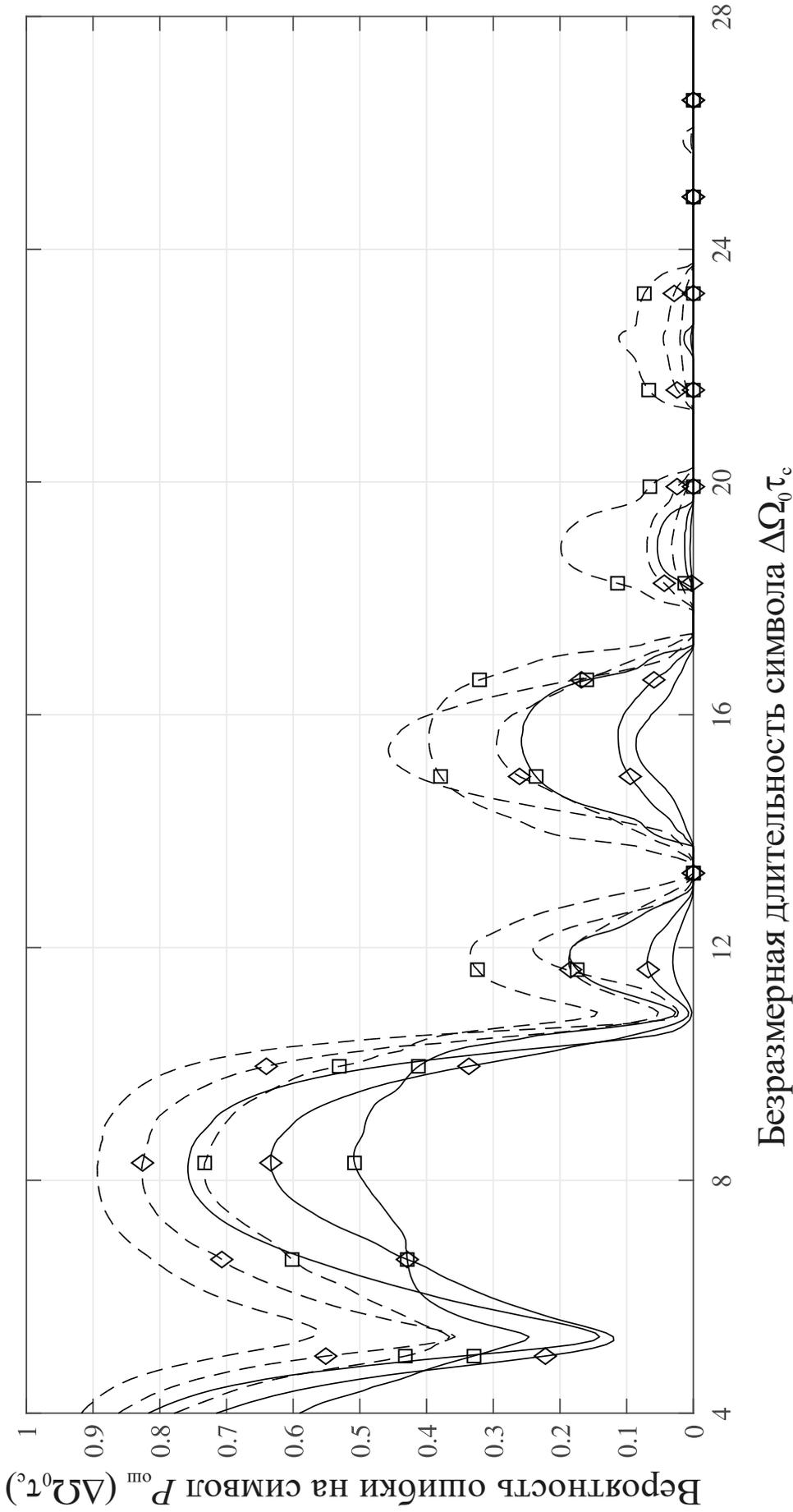


Рис. ПЗ.8. Зависимость вероятности ошибки на символ от его длительности. ЛИС: фильтр 2-ого типа со степенью связи между контурами  $\beta = 6$ . Конфигурация сигнала созвездия: 1)  $n = 4$ ;  $m = 64$  (линия без маркера); 2)  $n = 8$ ;  $m = 32$  (линия с маркером ромб); 3)  $n = 16$ ;  $m = 16$  (линия с маркером квадрат). Приведенная допустимая погрешность: 1)  $\alpha_0 = 0,499$  и  $\Delta_0 = 0,25$  (сплошная линия); 2)  $\alpha_0 = 0,25$  и  $\Delta_0 = 0,25$  (штриховая линия).

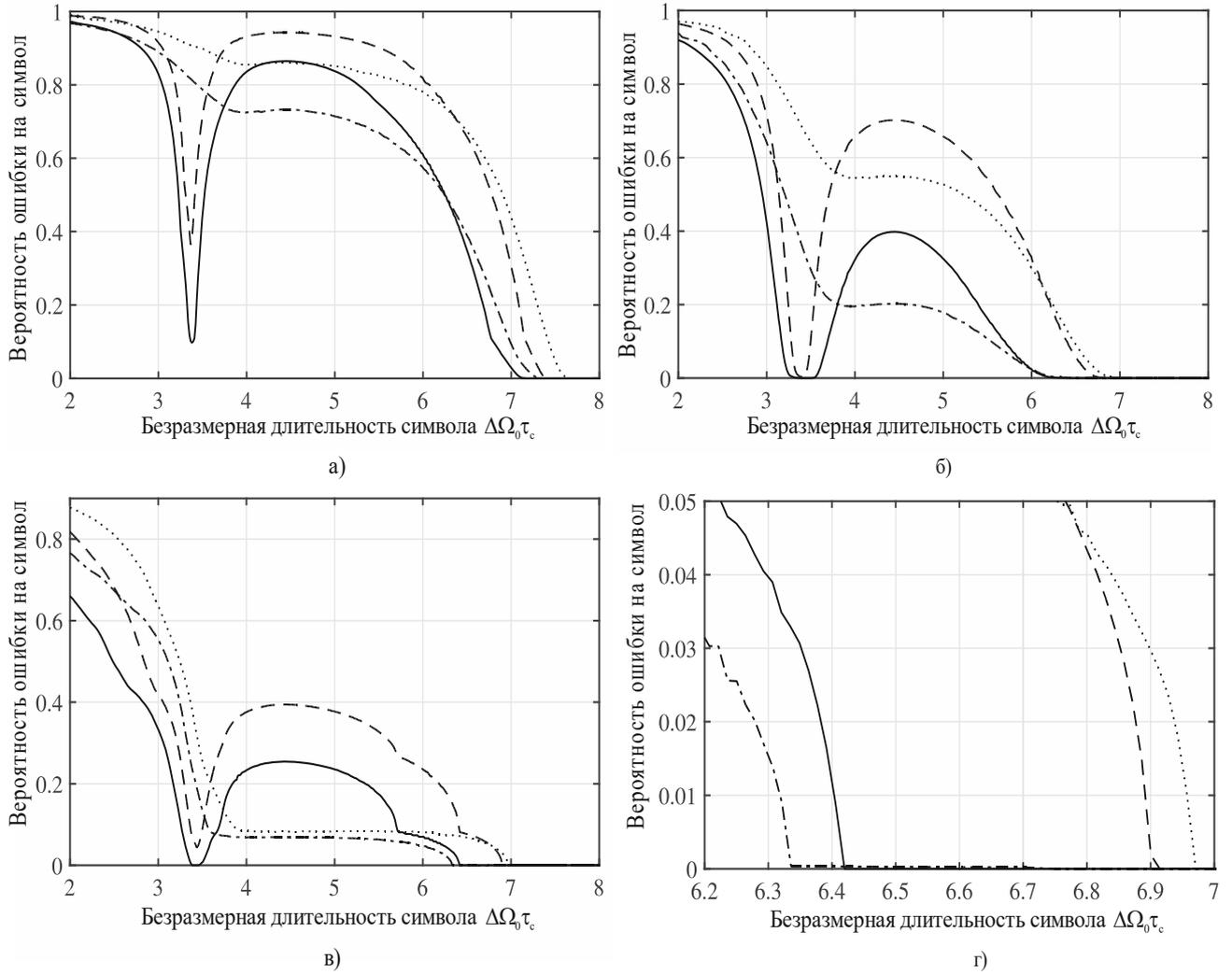


Рис. ПЗ.9. Зависимости вероятности ошибки на символ от длительности символа, когда в качестве линейной избирательной системы выступает фильтр 1-го типа при  $\beta_{кр} = 1$ . Конфигурация сигнального созвездия:  $n = 4$  и  $m = 64$  (а);  $n = 16$  и  $m = 16$  (б);  $n = 128$  и  $m = 2$  (в, г)

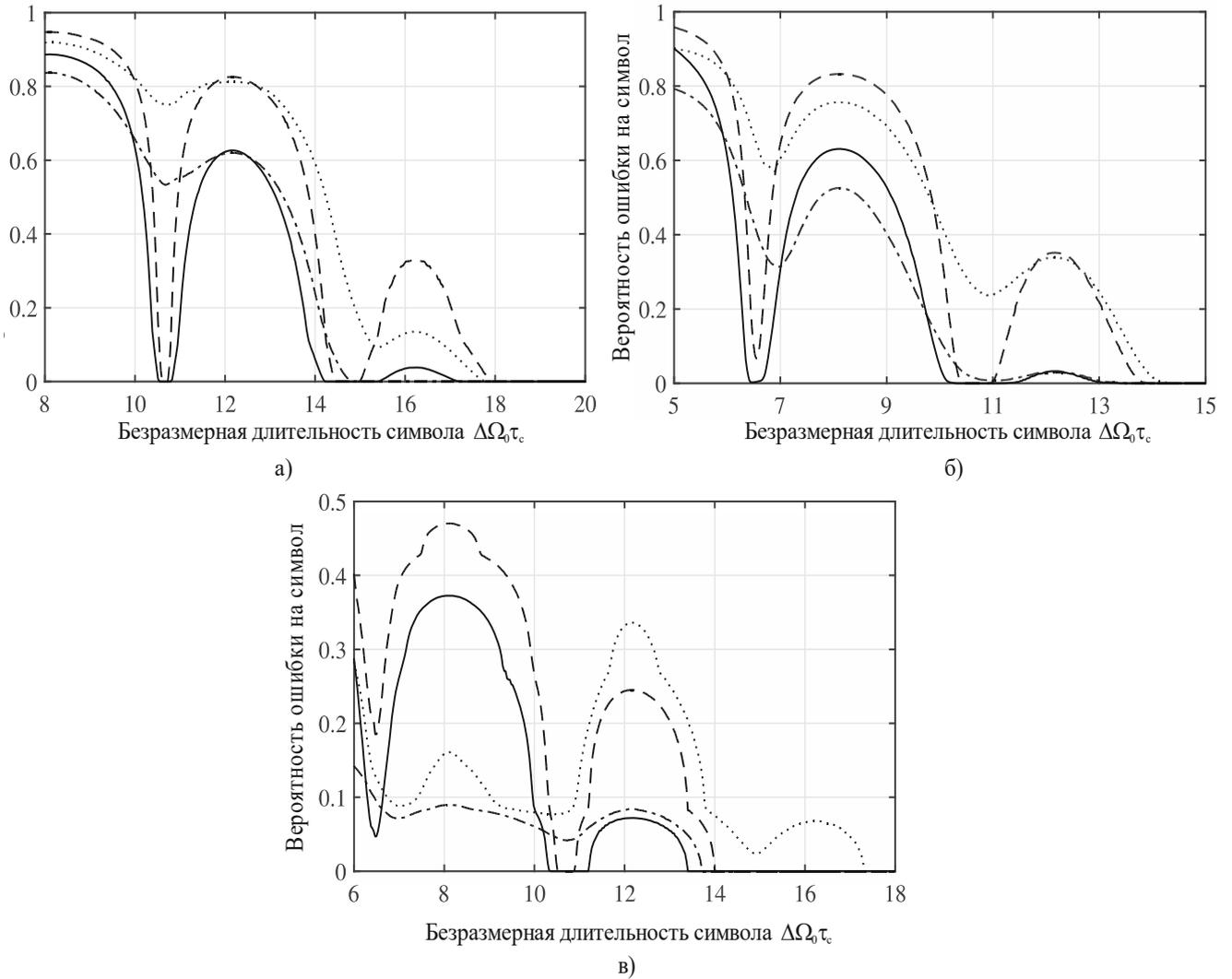


Рис. ПЗ.10. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа, когда в качестве линейной избирательной системы выступает фильтр 1-го типа при  $\beta = 2,41$ . Конфигурация сигнального созвездия:  $n = 4$  и  $m = 64$  (а);  $n = 16$  и  $m = 16$  (б);  $n = 128$  и  $m = 2$  (в)

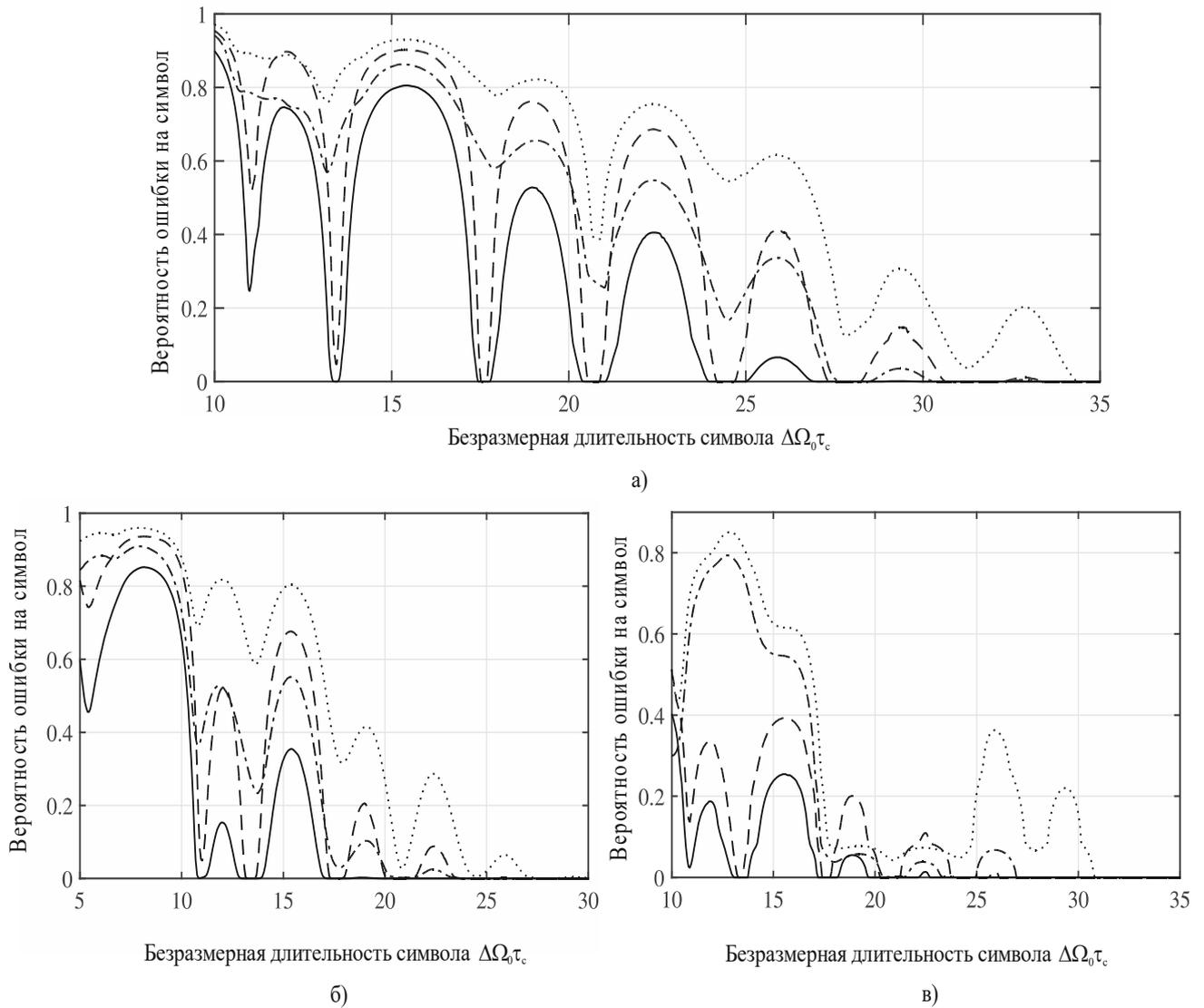


Рис. ПЗ.11. Зависимость вероятности ошибки на символ от длительности символа, когда в качестве линейной избирательной системы выступает фильтр 2-го типа при  $\beta=6$ . Конфигурация сигнального созвездия:  $n=4$  и  $m=64$  (а);  $n=16$  и  $m=16$  (б);  $n=128$  и  $m=2$  (в)

Результаты, демонстрирующие реализацию данного этапа для аналитического метода оценки пропускной способности, представлены в таблице ПЗ.4, и на рисунках ПЗ.12 и ПЗ.13. На данных рисунках представлены зависимости ошибок установлений по фазе и амплитуде АФМн-256-сигнала ( $n=16$  и  $m=16$ ), построенные с использованием соотношений (4.3.54), (4.3.64), (4.3.50), (4.3.51) с учётом того, что  $d=d_1=G+1$ . При этом на рисунках ПЗ.12 и ПЗ.13 фазовые зависимости приведены на рисунках (а), а амплитудные – на (б). В силу большого числа зависимостей в

подрисуночных надписях номер комбинации, при которой представлена конкретная зависимость, не приводится.

Третий этап.

Результаты реализации третьего этапа представлены в раздел 4.6.2 в полном объеме, поэтому в данном приложении не приводятся. При получении результатов было использовано разработанное программное обеспечение ResCap [235] для результатов, полученных с использованием численного метода, а для аналитического метода – разработанное программное обеспечение [236].

Таблица ПЗ.4

Оценки разрешающего времени и уточненные оценки эффективной памяти и безразмерного разрешающего времени при использовании аналитического метода для сигнального созвездия  $n=16$ ,  $m=16$  при  $\alpha_0 = 0,499$ ,  $\Delta_0 = 0,499$ ,  $\Delta\Omega_0 \varepsilon_{\text{раз}} = 3,5 \times 10^{-3} \Delta\Omega_0$

Тип ЛИС	$\beta$	$n, m$	$\Delta\Omega_0 t_{\text{раз}}$	$G$
1	1	$n=16, m=16$	$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_1} = 3,390065$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_1} = 3,449453;$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 6,423802$	3
2	6		$\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_1} = 13,08412$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_1} = 13,7116$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_2} = 17,17436$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_2} = 18,1272$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{н.ок}_3} = 19,70752$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{к.ок}_3} = 22,078$ $\Delta\Omega_0 \tau_{\text{ф.гр}} = 22,72872$	3

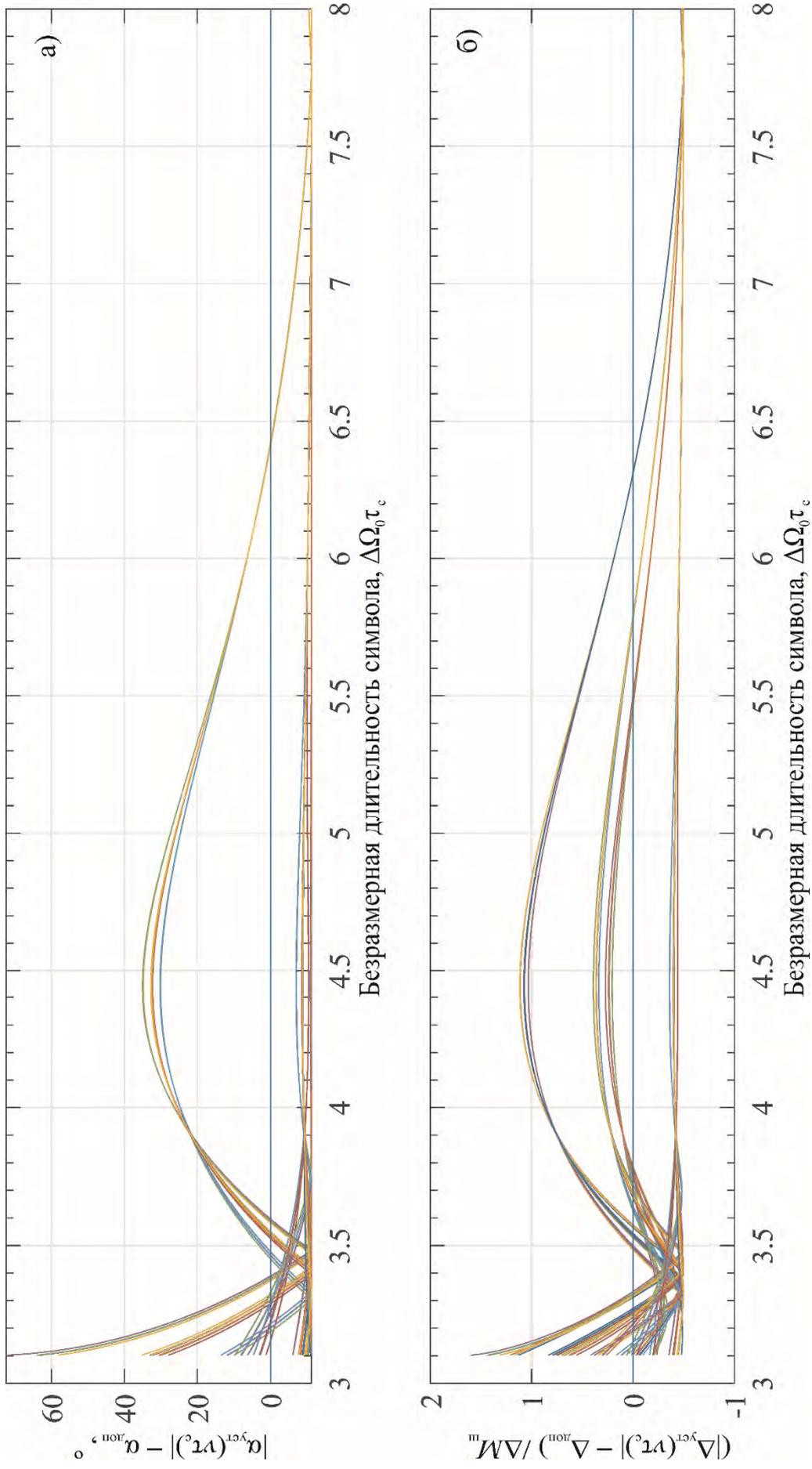


Рис. ПЗ.12. Зависимости ошибок установления информативных параметров от длительности символа.  
Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа при  $\beta_{\text{кр}} = 1$ .

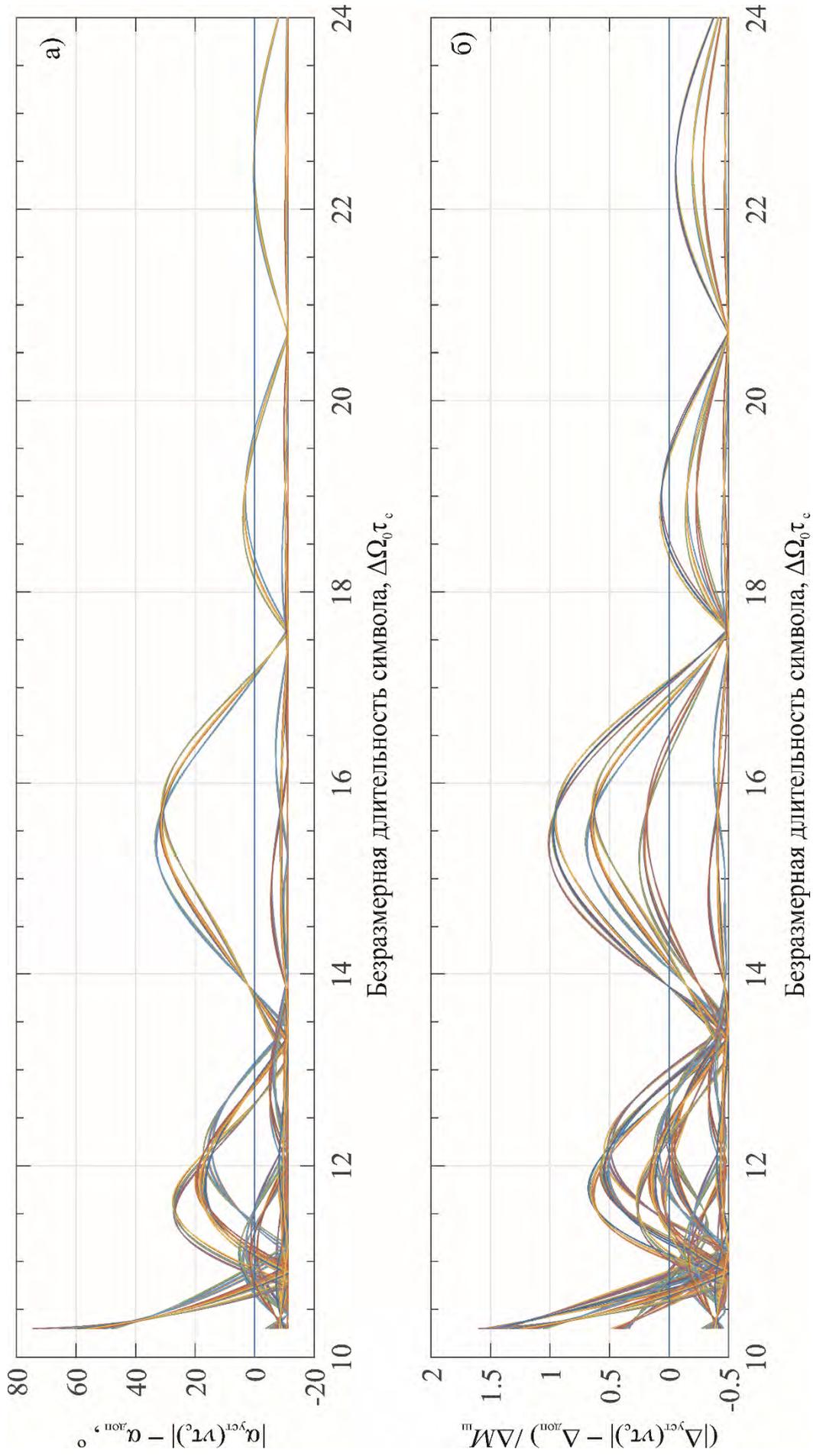


Рис. ПЗ.13. Зависимости ошибок установления  
информативных параметров от длительности символа.  
Тип ЛИС: фильтр 2-го типа при  $\beta = 6$ .

**ПРИЛОЖЕНИЕ 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ  
ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПО ПОВЫШЕНИЮ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ  
ФАЗОВЫХ РСПИ ППИ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРИИ РАЗРЕШАЮЩЕГО  
ВРЕМЕНИ.**

В данном приложении представлены следующие результаты:

- 1) По исследованию стабильности «окон прозрачности» и граничной длительности символа для ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигналов в частотно селективных каналах связи при вариации уровня ошибок измерений, вносимых приемником.
- 2) По исследованию влияния формы АЧХ на оценки пропускной способности в том числе и с учётом дестабилизирующих факторов (ошибок измерений, расстройки по частоте), а также накладываемых ограничений на амплитуды принимаемого сигнала (при использовании ФМн- $n$ - сигнала)
- 3) Результаты моделирования, доказывающие возможность применения разработанных алгоритмов оценки разрешающего времени и пропускной способности в условиях реального масштаба времени.
- 4) Оценки времени выполнения разработанных алгоритмов на универсальных вычислительных платформах

**П4.1 Исследование стабильности «окон прозрачности» и граничной  
длительности символа для ФМн- $n$ - и АФМн- $N$ -сигналов при наличии  
расстройки частоты и вариациях уровня ошибок измерений  
[126,127,133,239,325]**

В данном разделе представлены результаты анализа влияния вариаций уровня ошибок измерений, вносимых приемником, и расстройки по частоте на стабильность «окон прозрачности» и граничной длительности символа. Они получены с помощью нового инженерного метода анализа эффективности фазовых РСПИ ППИ, построенных на базе теории разрешающего, реализовано в виде программного обеспечения в среде моделирования Matlab [239]. Сам метод заключается в виде построения карт<sup>1</sup> областей «окон прозрачности»<sup>2</sup> и граничной длительности символа и базируется на базе использования численного метода оценки разрешающего времени, представленного в разделе 4.4.

*Построение карт для ФМн- $n$ -сигналов* производилось для фильтров 1 и 2 -го типа (см. раздел 4.6). При этом параметры моделирования были следующими:  $N_{\text{мин}} = 5 \times 10^4$ ; шаг решения по безразмерной длительности символа составлял  $\Delta\Omega_0 \varepsilon_{\text{раз}} = 10^{-2} \times \alpha_{\Delta}$ ;  $n = \{4; 8; 16; 32; 64; 128\}$ ; номер символа используемого для оценки построения карт – 9; шаг изменения приведенного значения предельной ошибки измерения мгновенной фазы составлял 0,02; шаг изменения безразмерной результирующей расстройки по частоте составлял 0,01; диапазон изменения результирующей безразмерной расстройки удовлетворял условию  $\rho_0 \in [-1; 1]$ , а  $\mu_{\psi} = Q_{\text{огр}} / \Delta\varphi_{\text{ш}} - \alpha_0$ , где  $Q_{\text{огр}} = 0,4999 \Delta\varphi_{\text{ш}}$  и  $\alpha_0 \in (0,05; 0,5)$ . При проведении

<sup>1</sup> В данном случае под картой понимается плоскость «безразмерная результирующая расстройка по частоте – безразмерная длительность символа», на которой нанесены значения разрешающего времени при заданных абсолютных значениях предельных ошибок измерений.

<sup>2</sup> Область «окон прозрачности» – замкнутая область на плоскости «безразмерная результирующая расстройка по частоте – безразмерная длительность символа», составленная из «окна прозрачности», которая меняет свои размеры и положение на плоскости в зависимости от безразмерной расстройки по частоте при заданных значениях предельных ошибок измерений..

моделирования полагалось, что подсистема порогового шумоподавления не влияет на работу РУ, то есть  $M_{\text{пор}} = 0$ .

Результаты численного моделирования представлены на рисунках П4.1 – П4.10. На рисунках области «окон прозрачности» представляют области с контурами в виде замкнутых криволинейных фигур.

Следует отметить, что из рассмотрения исключена карта для ФМн-32-сигнала и фильтра 2-го типа при  $\beta = 6$ , по причине её малой информативности, что обусловлено тем, что «окна прозрачности» присутствуют только при  $|\rho_0| \approx 1$ . Кроме того, на представленных рисунках при наличии расстройки по частоте отсутствуют области «окон прозрачности», которые имеют точечный характер (на рисунках имеют вид точек) или линий и, таким образом, плохо идентифицируемы и мало пригодны с практической точки зрения. Промежуточные значения  $\mu_\psi$  при построении рисунков для лучшей их читаемости выбирались таким образом, чтобы наилучшим образом продемонстрировать свойства, связанные с изменением форм областей «окон прозрачности» и характеристик.

Из анализа рисунков П4.1 – П4.10, можно сделать следующие выводы, которые характерны для частотно селективных каналов с симметричными КЧХ:

- 1) Рост значений граничной длительности символа с увеличением значения  $|\rho_0|$  имеет периодический характер с чередованием локальных минимумов и максимумов.
- 2) Увеличение значения коэффициента прямоугольности АЧХ канала и/или неравномерности его АЧХ в полосе пропускания приводит к снижению значения  $n$ , начиная с которого наблюдаются «окна прозрачности». При этом достижение данного эффекта за счёт повышения коэффициента прямоугольности, приводит к тому, что «окна прозрачности» формируются при малых значениях длительности символа, что благоприятно сказывается на увеличении скорости передачи.

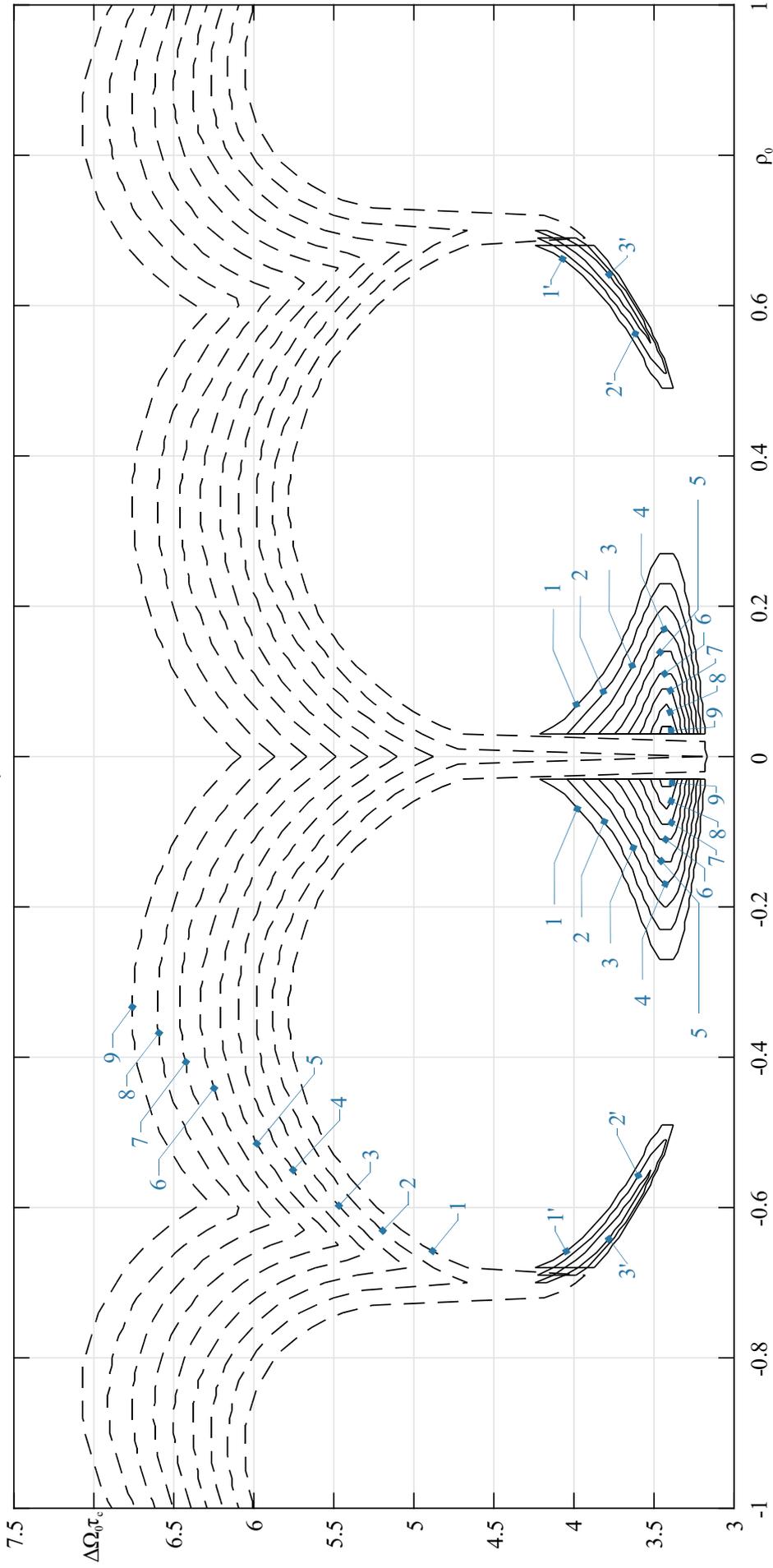


Рис. П4.1. Карта областей «окон прозрачности» и граничных длительностей символа для фильтра 1-ого типа при  $\alpha_0$ . Тип сигнала – ФМн-64-сигнал. Граничная длительность символа (штриховая линия) при  $\alpha_0$ : 0,4999 (1); 0,46 (2); 0,42 (3); 0,38 (4); 0,34 (5); 0,3 (6); 0,26 (7); 0,22 (8); 0,18 (9). Первая область «окон прозрачности» №1 (сплошная линия) при  $\alpha_0$ : 0,4999 (1); 0,46 (2); 0,42 (3); 0,38 (4); 0,34 (5); 0,3 (6); 0,26 (7); 0,22 (8); 0,18 (9). Область «окон прозрачности» №2 (сплошная линия) при  $\alpha_0$ : 0,4999 (1'); 0,48 (2'); 0,46 (3').

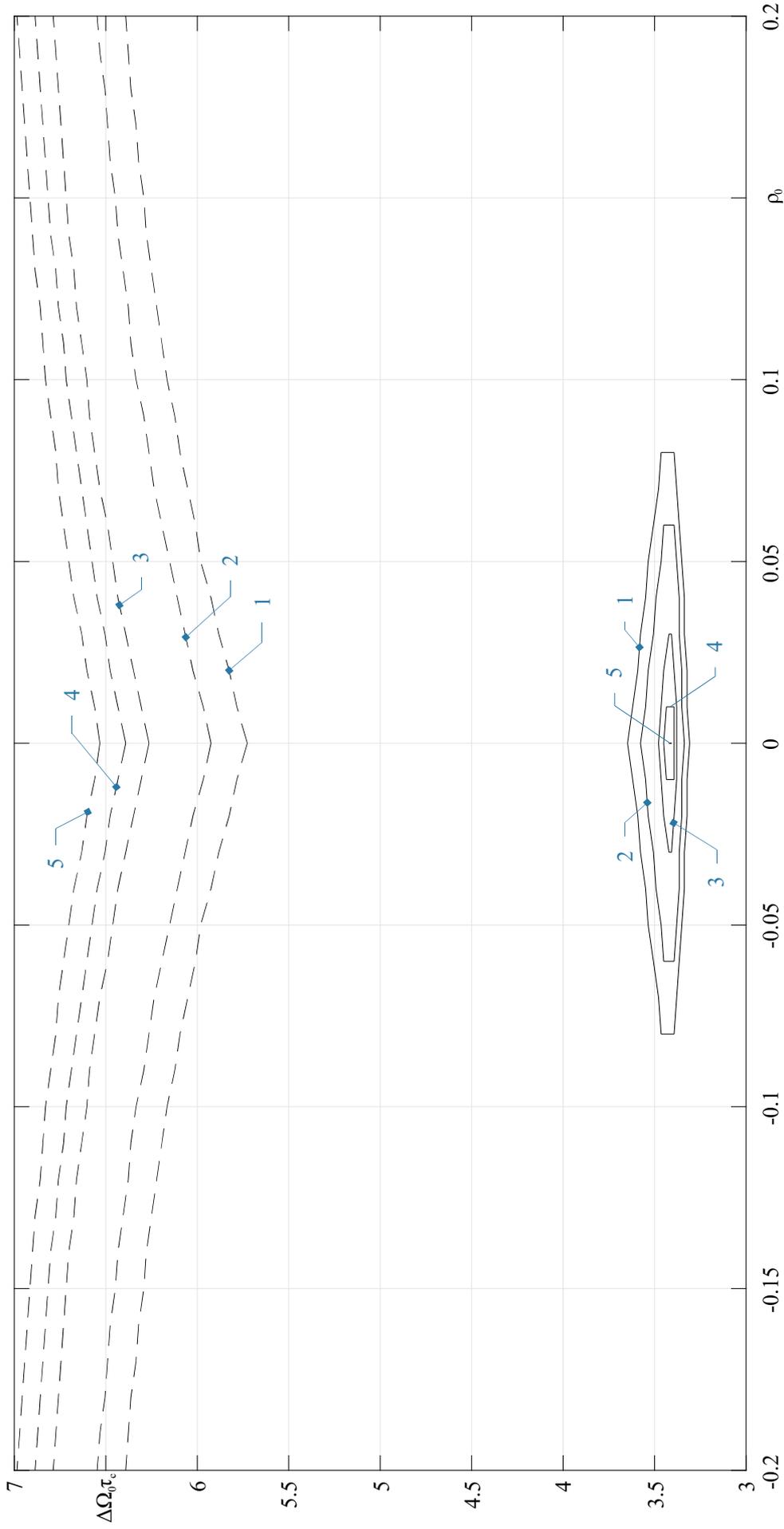


Рис. П4.2. Карта областей «окон прозрачности» и граничных длительностей символа для фильтра 1-ого типа при  $\beta_{\text{кр}} = 1$ . Тип сигнала – ФМн-128-сигнал. Граничная длительность символа (*штриховая линия*) и область «окон прозрачности» (*сплошная линия*) при  $\alpha_0 : 0,4999 (1); 0,42 (2); 0,3 (3); 0,26 (4); 0,22 (5)$ .

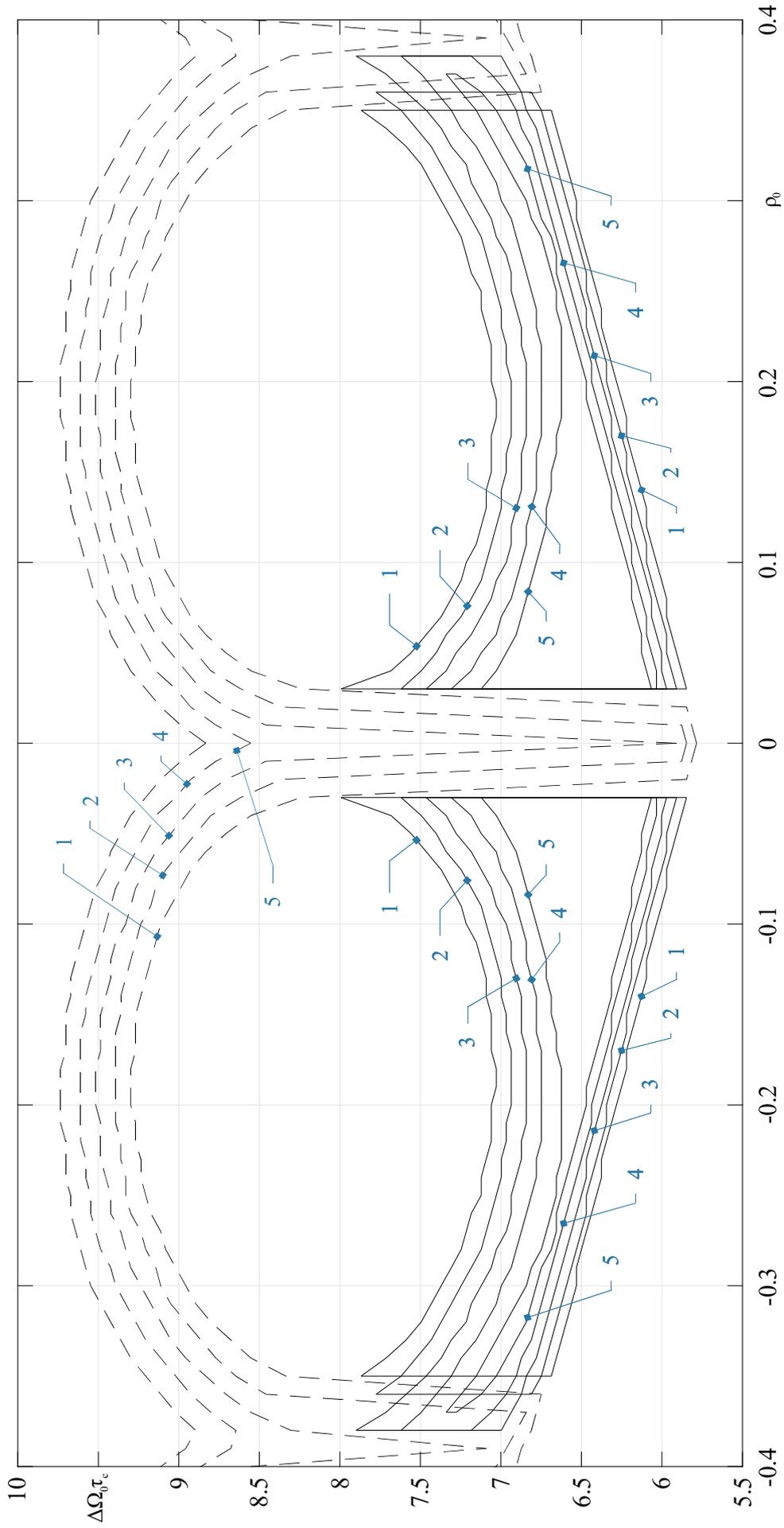


Рис. П4.3. Карта областей «окон прозрачности» и граничных длительностей символа для фильтра 1-ого типа при  $\alpha_0 = 0,25$ . Тип сигнала – ФМн-32-сигнал. Граничная длительность символа (*штриховая линия*) и область «окон прозрачности» (*сплошная линия*) при  $\varphi\Phi$ : 0,4999 (1); 0,46 (2); 0,42 (3); 0,38 (4); 0,34 (5).

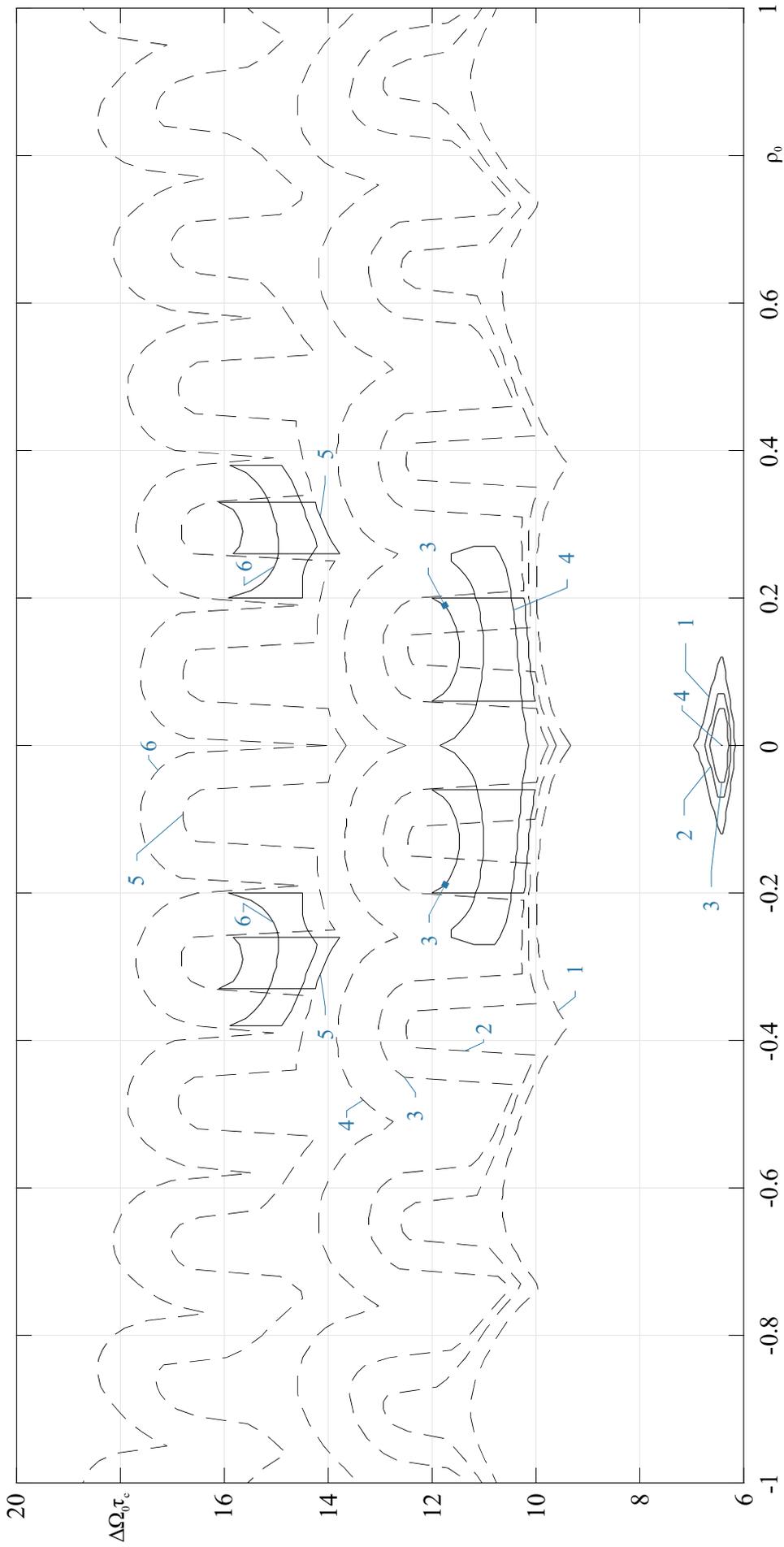


Рис. П4.4. Карта областей «окон прозрачности» и граничных длительностей символа для фильтра 1-ого типа при  $\beta = 2,41$ . Тип сигнала – ФМн-64-сигнал. Граничная длительность символа (*штриховая линия*) и область «окон прозрачности» (*сплошная линия*) при  $\sigma_{\Phi}$ : 0,4999 (1); 0,4 (2); 0,34 (3); 0,2 (4); 0,1 (5); 0,06 (6).

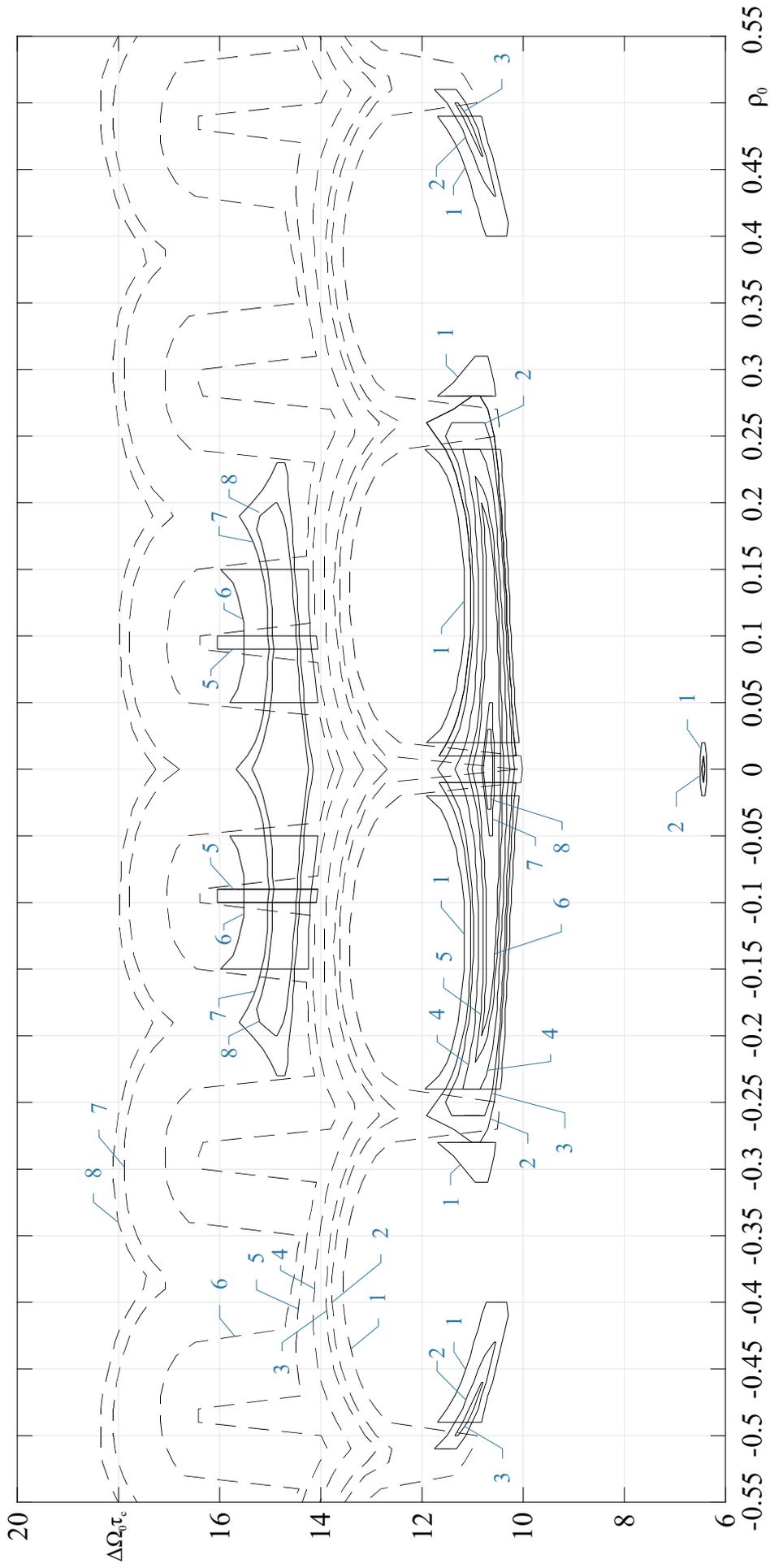


Рис. П4.5. Карта областей «окон прозрачности» и граничных длительностей символа для фильтра 1-ого типа при  $\beta = 2,41$ . Тип сигнала – ФМн-128-сигнал. Граничная длительность символа (*штриховая линия*) и область «окон прозрачности» (*сплошная линия*) при  $\phi$ : 0,4999 (1); 0,42 (2); 0,38 (3); 0,3 (4); 0,22 (5); 0,18 (6); 0,1 (7); 0,08 (8).

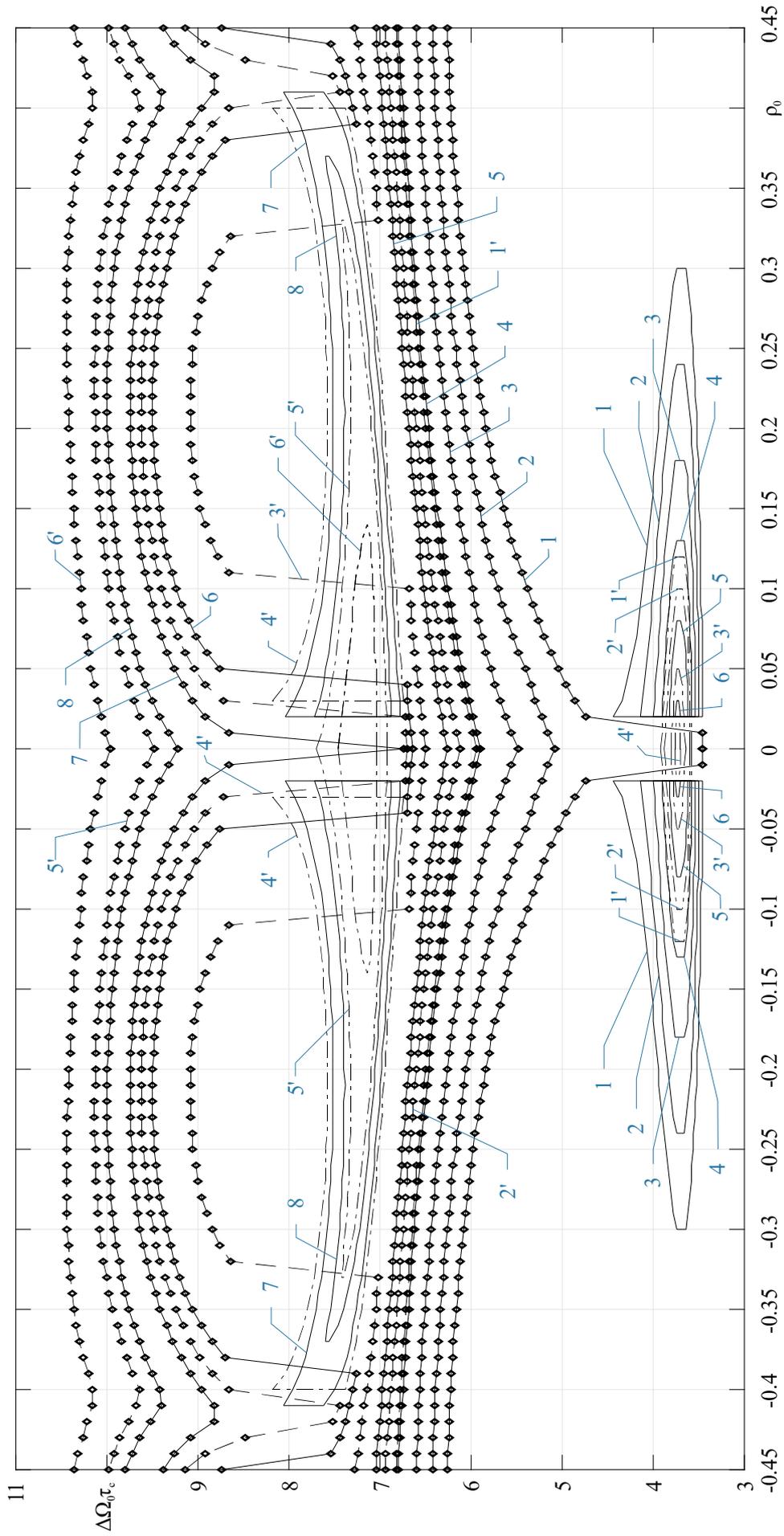


Рис. П4.6. Карта областей «окон прозрачности» и граничных длительностей символа для фильтра 2-ого типа при  $\beta_{кр} = \sqrt{3}$ . Для ФМн-32- сигнала границная длительность символа (сплошная линия с маркером ромб) и область «окон прозрачности» (сплошная линия) при  $\alpha_0 : 0,4999 (1); 0,42 (2); 0,34 (3); 0,26 (4); 0,18 (5); 0,1 (6); 0,08 (7); 0,06 (8)$ . Для ФМн-64- сигнала границная длительность символа (штриховая линия с маркером ромб) и область «окон прозрачности» (штрихпунктирная линия) при  $\alpha_0 : 0,4999 (1'); 0,42 (2'); 0,26 (3'); 0,18 (4'); 0,1 (5'); 0,06 (6')$ .

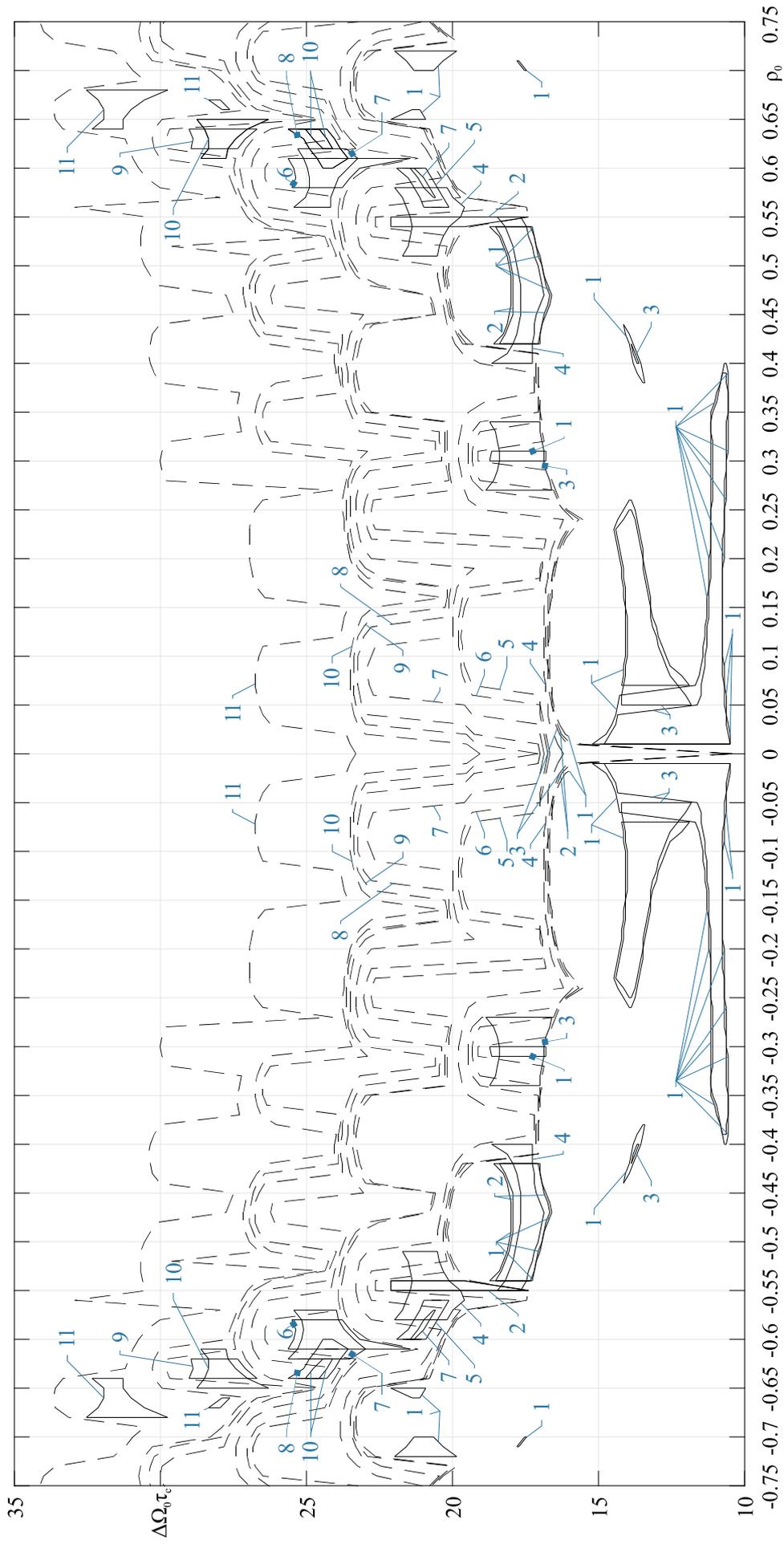


Рис. П4.7. Карта областей «окон прозрачности» и граничной длительности символа для фильтра 2-ого типа при  $\beta = \sqrt{3}$ . Тип сигнала – ФМн-64-сигнал. Граничная длительность символа (*штриховая линия*) и область «окон прозрачности» (*сплошная линия*) при  $\alpha = 0,4999$  (1); 0,48 (2); 0,46 (3); 0,4 (4); 0,3 (5); 0,28 (6); 0,24 (7); 0,2 (8); 0,18 (9); 0,16 (10); 0,1 (11).

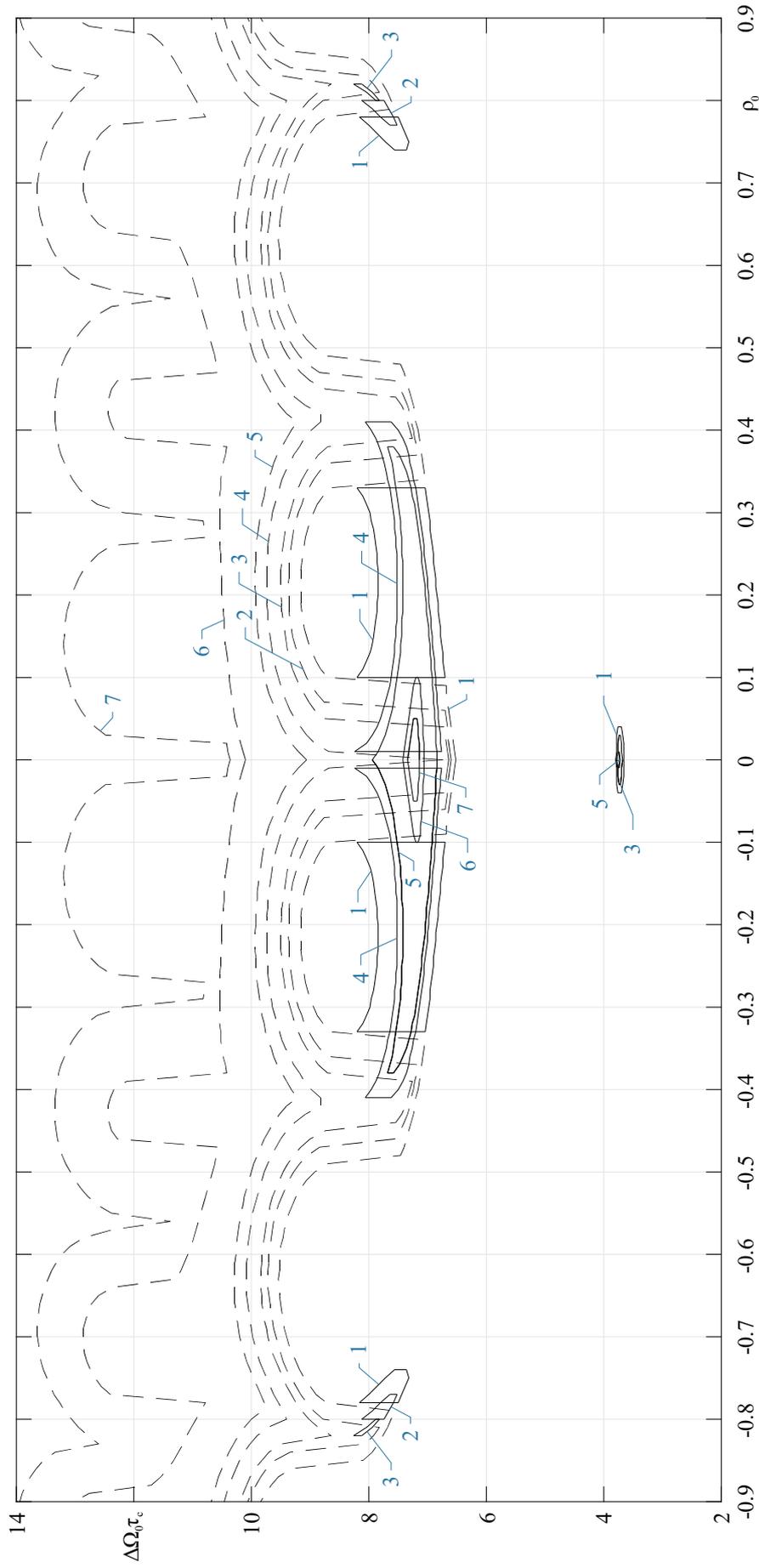


Рис. П4.8. Карта областей «окон прозрачности» и граничной длительности символа для фильтра 2-ого типа при  $\beta_{кр} = \sqrt{3}$ . Тип сигнала: ФМн-128-сигнал. Граничная длительность символа (*штриховая линия*) и область «окон прозрачности» (*сплошная линия*) при  $\sigma_{\tau}$ : 0,4999 (1); 0,44 (2); 0,4 (3); 0,32 (4); 0,26 (5); 0,1 (6); 0,06 (7).

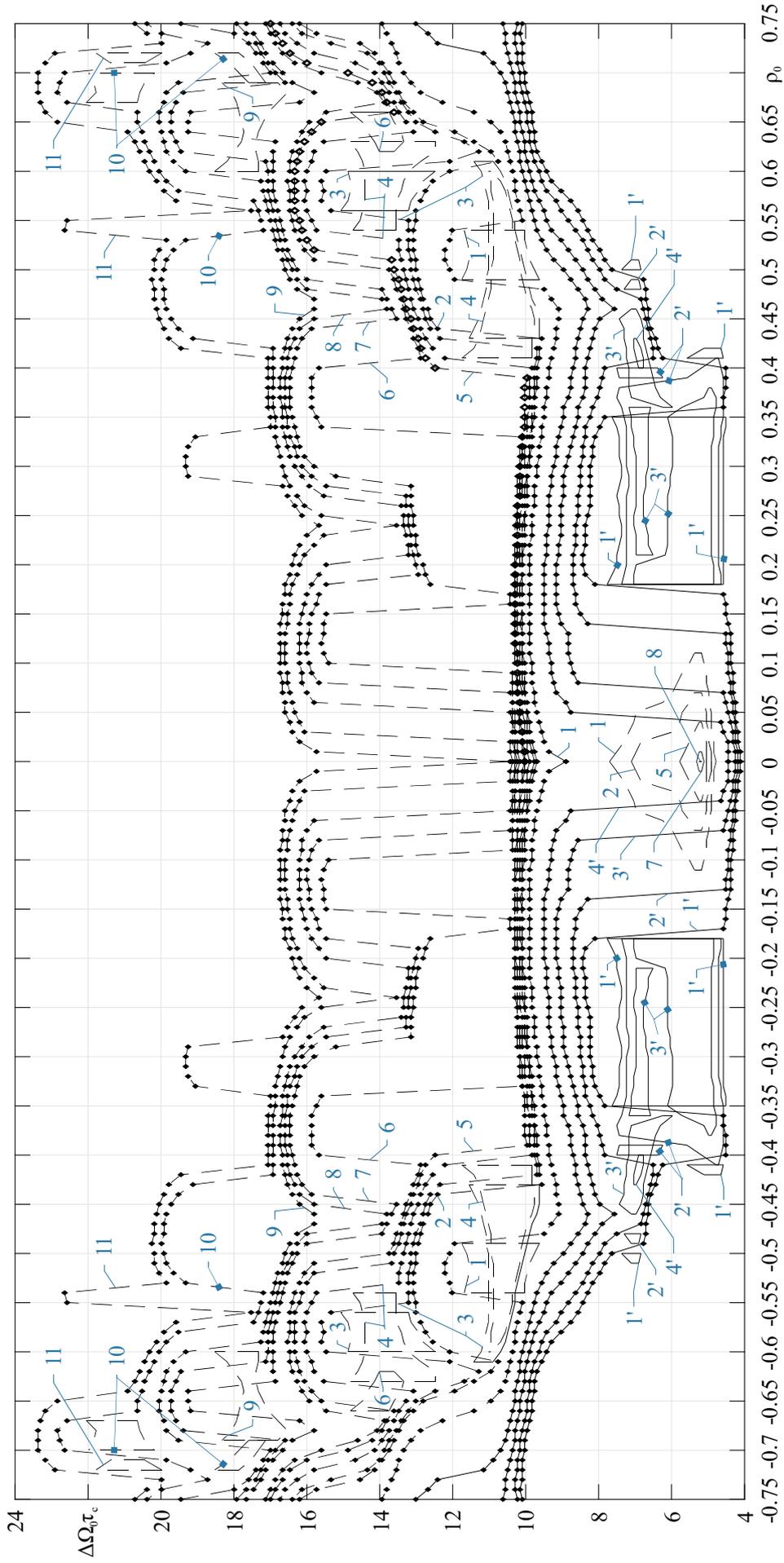


Рис. П4.9. Карта областей «окон прозрачности» и граничной длительности символа для фильтра 2-ого типа при  $\beta = 6$ . Для ФМн-8-сигнала граничная длительность символа (сплошная линия с маркером ромб) и область «окон прозрачности» (сплошная линия) при  $\alpha_0$  : 0,4999 (1'); 0,46 (2'); 0,4 (3'); 0,34 (4'). Для ФМн-16-сигнала граничная длительность символа (штриховая линия с маркером ромб) и область «окон прозрачности» (штриховая линия) при  $\alpha_0$  : 0,4999 (1); 0,4 (2); 0,38 (3); 0,34 (4); 0,3 (5); 0,28 (6); 0,22 (7); 0,2 (8); 0,18 (9); 0,14 (10); 0,12 (11).

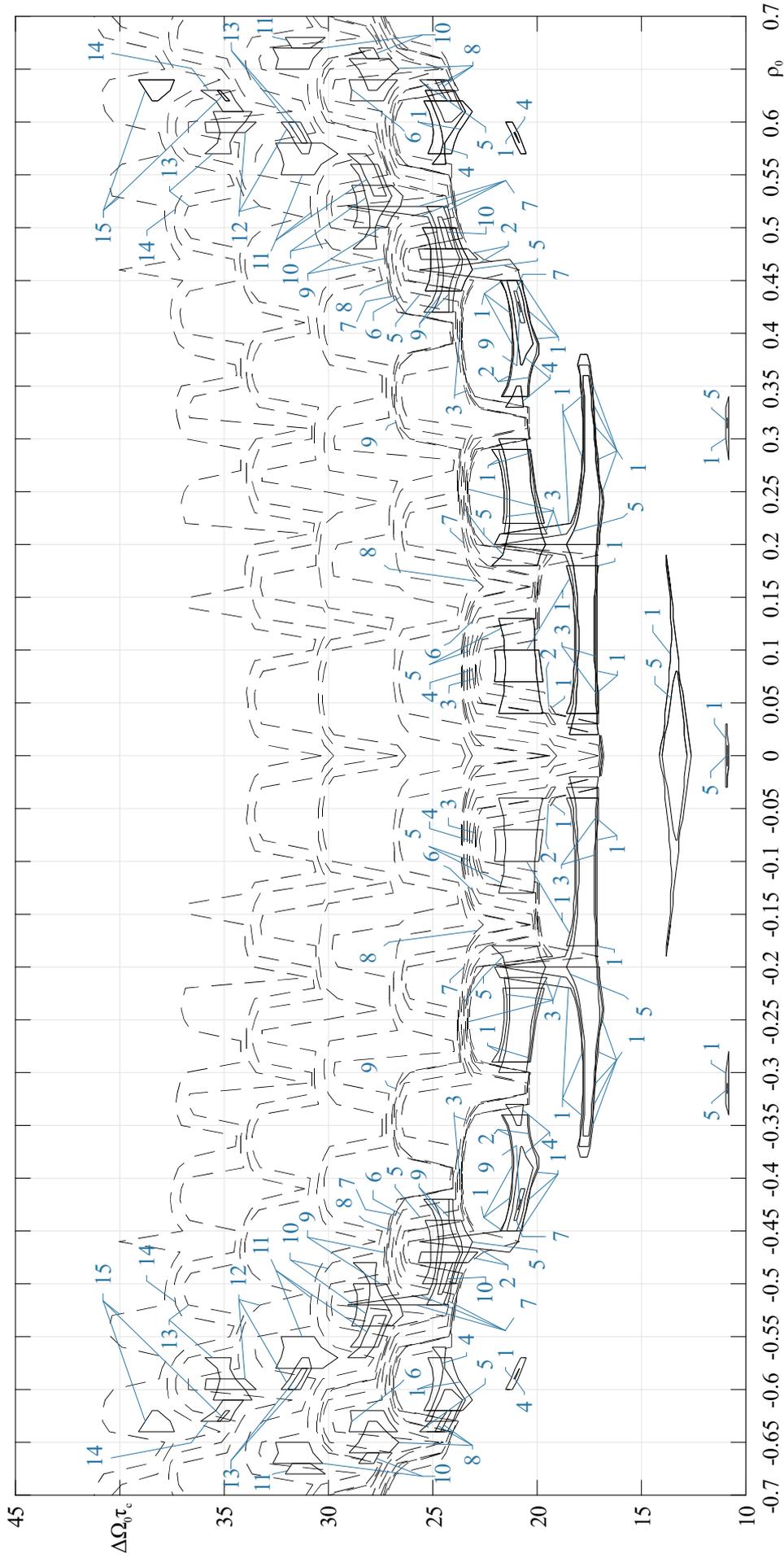


Рис. П4.10. Карта областей «окон прозрачности» и «границной прозрачности» символа для фильтра 2-ого типа при  $\beta = 6$ . Тип сигнала – ФМн-128-сигнал. Граничная длительность символа (*штриховая линия*) и область «окон прозрачности» (*сплошная линия*) при  $\alpha\beta$ : 0,4999 (1); 0,48 (2); 0,46 (3); 0,44 (4); 0,4 (5); 0,36 (6); 0,32 (7); 0,3 (8); 0,28 (9); 0,22 (10); 0,18 (11); 0,12 (12); 0,1 (13); 0,08 (14); 0,06 (15).

3) Увеличение значения предельной ошибки измерения, вносимой приёмником, приводит к следующим особенностям поведения областей «окон прозрачности»:

I. Наблюдается сокращение размеров тех областей «окон прозрачности», которые охватывают область длительностей символов при отсутствии расстройки по частоте и  $\alpha_0 \rightarrow 0,5$ . Это достигается путем стягивания области «окон прозрачности» в точку на плоскости, которая по оси длительности символов находится ближе к длительности символа, при котором начинается окно прозрачности.

II. Наблюдается преобразование форм областей «окон прозрачности», которые при своем первом образовании на плоскости не охватывают область длительностей символов при отсутствии расстройки по частоте. Это преобразование проявляется в виде одной из следующих форм: 1) в виде слияния двух или нескольких областей в единое целое, в результате чего в образуемую область включается область длительностей символов при отсутствии расстройки по частоте; 2) в виде распада области на несколько изолированных друг от друга областей; 3) в виде уменьшения или увеличения её размеров.

4) Среди всех областей окон прозрачности наиболее стабильную форму на плоскости (в дальнейшем «стабильные окна») имеют те из них, которые или существуют при отсутствии расстройки по частоте, или те из них, которые наиболее близко лежат к оси безразмерной длительности символов, то есть существуют при малых значениях  $|\rho_0| \leq 0,03$ . При этом следует отметить, что увеличение коэффициента прямоугольности АЧХ канала приводит к уменьшению значений  $\mu_\psi$ , при которых наблюдаются «стабильные окна», что вызвано возрастанием уровня МСИ на выходе канала. Использование «стабильных окон» в общем случае подразумевает, что  $\mu_\psi \in [0,08; 0,2]$ .

*Построение карт для АФМн-N-сигналов* производилось для фильтров 1 и 2-го типа (см. раздел 4.6). При этом параметры моделирования были следующими:

$N_{\text{мин}} = 5 \times 10^4$ ; шаг решения по безразмерной длительности символа составлял

$\Delta\Omega_0 \varepsilon_{\text{раз}} = 10^{-2}$ ; шаг решения по безразмерной расстройке по частоте  $|\Delta\rho_0| = 0,01$ ; номер символа используемого для оценки построения карт – 10. Диапазон изменения результирующей безразмерной расстройки удовлетворял условию  $\rho_0 \in [-0,5; 0,5]$ .

Общее число дискретных состояний в сигналом созвездии  $N = 256$ . В качестве конфигураций сигнального созвездия были выбраны следующие из них: 1)  $n = 4$  и  $m = 64$ ; 2)  $n = 8$  и  $m = 32$ ; 3)  $n = 16$  и  $m = 16$ ; 4)  $n = 32$  и  $m = 8$ ; 5)  $n = 64$  и  $m = 4$ ; 6)  $n = 128$  и  $m = 2$ . Значения приведенных погрешностей выбирались следующим образом:  $\alpha_0 = \{0,499; 0,25\}$ ;  $\Delta_0 = \{0,499; 0,25\}$ ;  $\mu_H = \{0; 0,249\}$ ;  $\mu_\psi = \{0; 0,249\}$ ;  $\mu_\psi = Q_{\text{орп}} / \Delta\varphi_{\text{ш}} - \alpha_0$  и  $\mu_H = Q_A / \Delta M_{\text{ш}} - \Delta_0$ ,  $Q_{\text{орп}} = 0,499\Delta\varphi_{\text{ш}}$ ;  $Q_A = 0,499\Delta M_{\text{ш}}$ .

Результаты численного моделирования представлены на рисунках П4.11 – П4.18. Из их анализа рисунков можно сделать следующие выводы:

1) Для АФМн- $N$ -сигнала так же, как и для ФМн- $n$ -сигнала с увеличением абсолютных значений предельных ошибок измерений, вносимых приемников наблюдается сокращение размеров областей «окон прозрачности».

2) Для областей «окон прозрачности» и зависимостей граничного времени от расстройки по частоте, полученных при конфигурациях сигнального созвездия  $n = m$ , наблюдаются следующие особенности, которые отличают их от других конфигураций сигнальных созвездий:

2.1) форма областей «окон прозрачности» подобна форме эллипса, а занимаемая ими площадь на плоскости «расстройка по частоте – длительность символа» достигает наибольших значений по сравнению с областями для других конфигураций сигнального созвездия. При этом, их протяжённость по длительностям символов и по абсолютным значениям расстройки по частоте в общем случае, является наибольшей по сравнению с другими конфигурациями сигнальных созвездий.

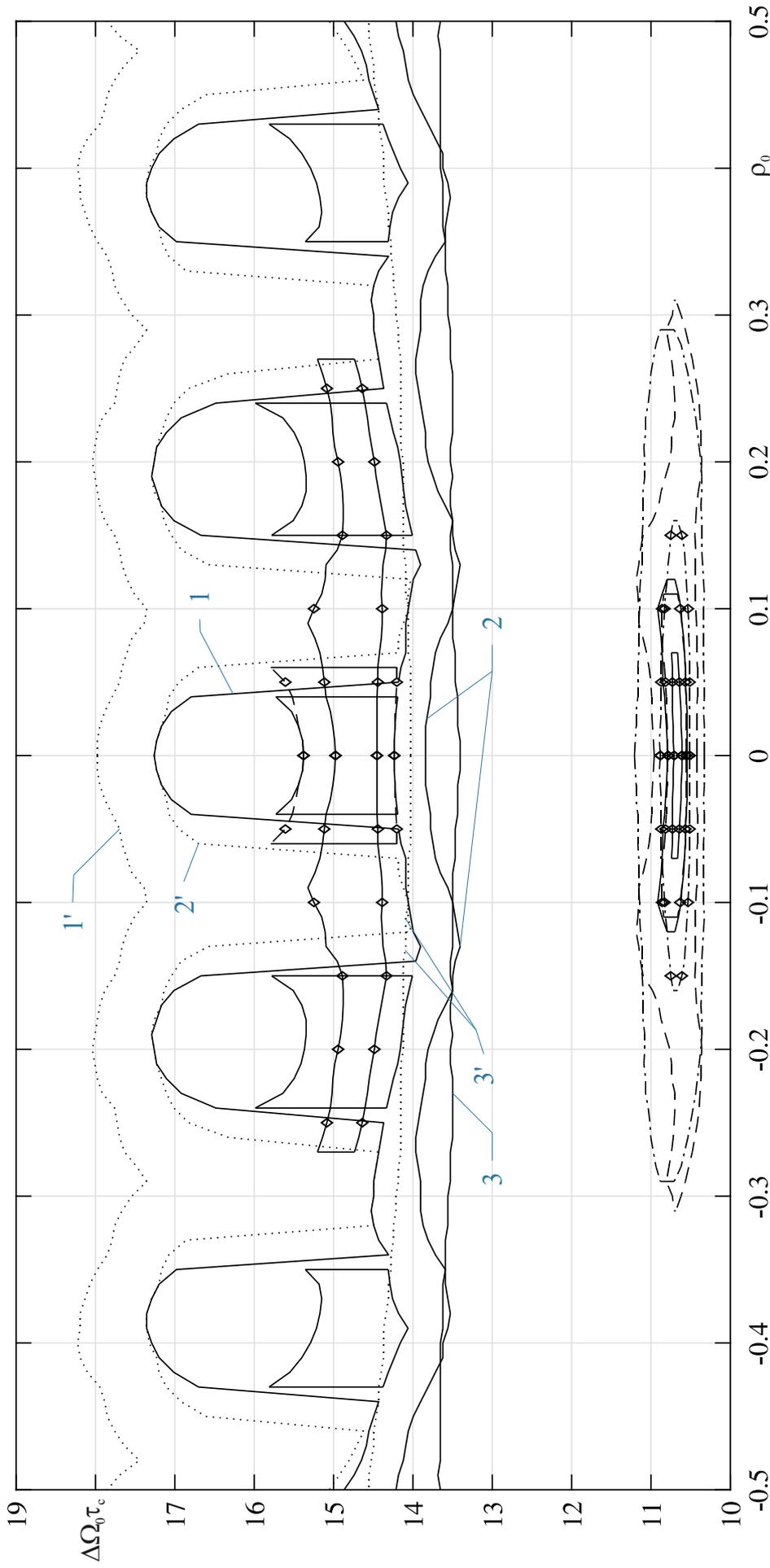


Рис. П4.11. Карта областей «окон прозрачности» и граничных длительностей символа для фильтра 1-ого типа при  $\alpha_0 = 0,25$ . Граничная длительность символа при  $\alpha_0 = 0,499$  и  $\alpha_0 = 0,499$  (сплошная линия), и  $\beta = 2,41$  и  $\alpha_0 = 0,25$  (пунктирная линия) для конфигураций сигнального созвездия  $n = 4$  и  $m = 64$  (1, 1');  $n = 8$  и  $m = 32$  (2, 2');  $n = 16$  и  $m = 16$  (3, 3'). Области «окон прозрачности» при приведенных допустимых погрешностях  $\alpha_0 = 0,499$  и  $\alpha_0 = 0,499$  (линия без маркера);  $\beta = 2,41$  и  $\beta = 2,41$  (линия с маркером ромб) для конфигураций сигнального созвездия: 1)  $n = 4$  и  $m = 64$  (сплошная линия); 2)  $n = 8$  и  $m = 32$  (штриховая линия); 3)  $n = 16$  и  $m = 16$  (штрихпунктирная линия).

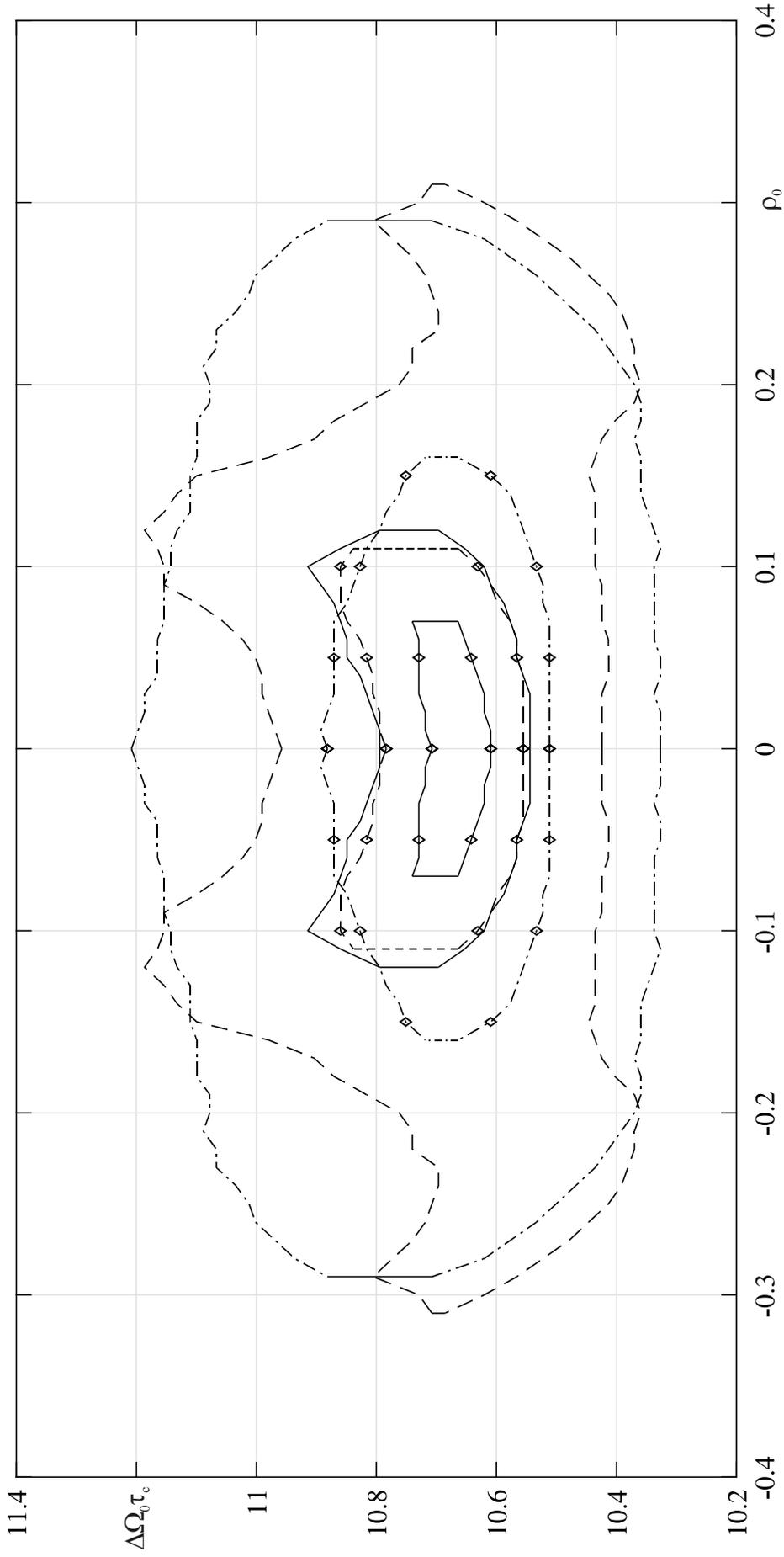


Рис. П4.12. Карта областей «окон прозрачности» (укрупненный вид) для фильтра 1-ого типа при  $\beta = 2,41$ . Области «окон прозрачности» при приведенных допустимых погрешностях  $\alpha_0 = 0,499$  и  $\alpha_0 = 0,499$  (линия без маркера);  $\beta = 2,41$  и  $\beta = 2,41$  (линия с маркером ромб) для конфигураций сигнального созвездия: 1)  $n = 4$  и  $m = 64$  (сплошная линия); 2)  $n = 8$  и  $m = 32$  (штриховая линия); 3)  $n = 16$  и  $m = 16$  (штрихпунктирная линия).

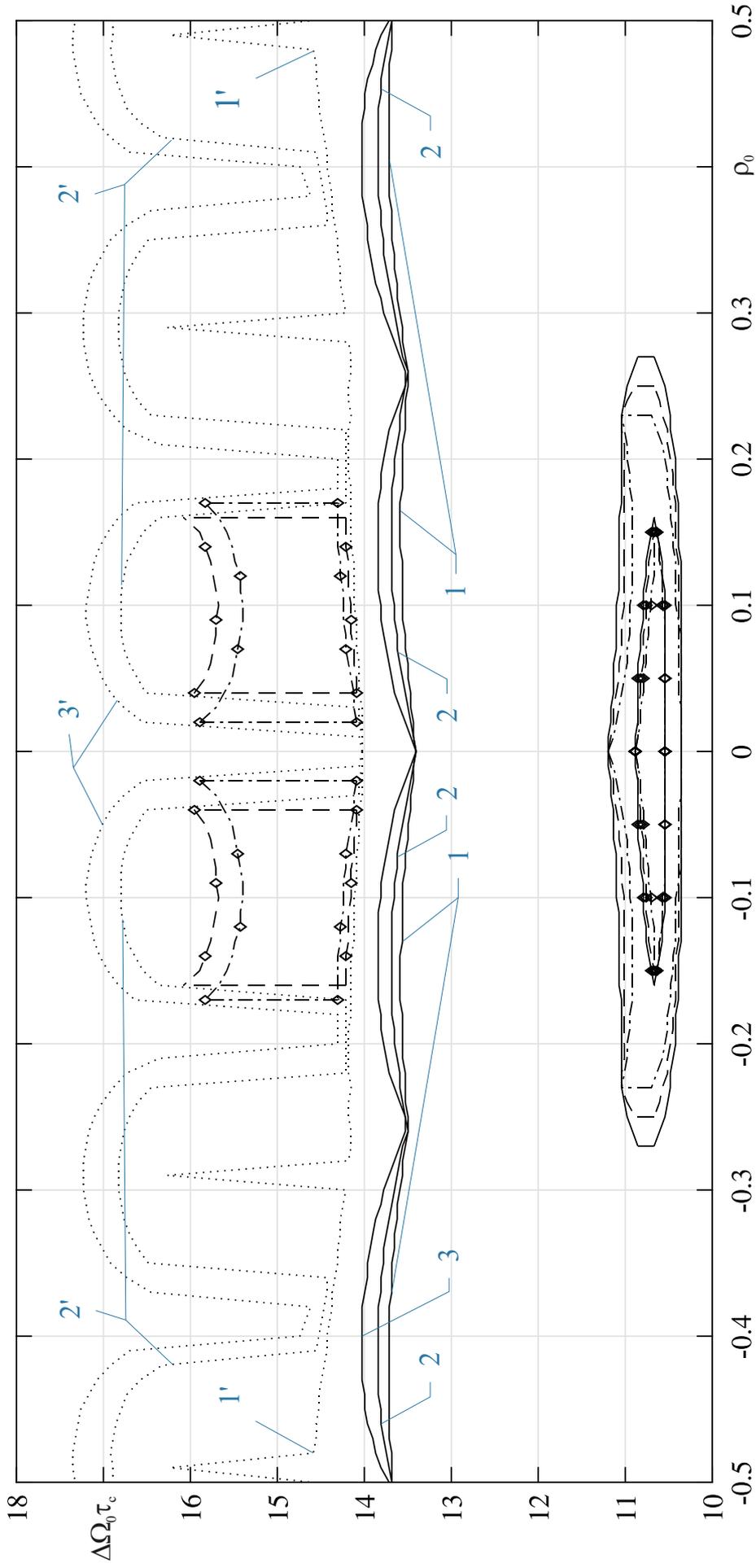


Рис. П4.13. Карта областей «окон прозрачности» и граничных длительностей символа для фильтра 1-ого типа при  $\beta = 2,41$ . Граничная длительность символа при  $\alpha_0 = 0,499$  и  $\alpha_0 = 0,499$  (сплошная линия), и  $\beta = 2,41$  и  $\alpha_0 = 0,25$  (пунктирная линия) для конфигураций сигнального созвездия  $n = 32$  и  $m = 8$  (1, 1');  $n = 64$  и  $m = 4$  (2, 2');  $n = 128$  и  $m = 2$  (3, 3'). Области «окон прозрачности» при приведенных допустимых погрешностях  $\alpha_0 = 0,499$  и  $\alpha_0 = 0,499$  (линия без маркера);  $\beta = 2,41$  и  $\beta = 2,41$  (линия с маркером ромб) для конфигураций сигнального созвездия:

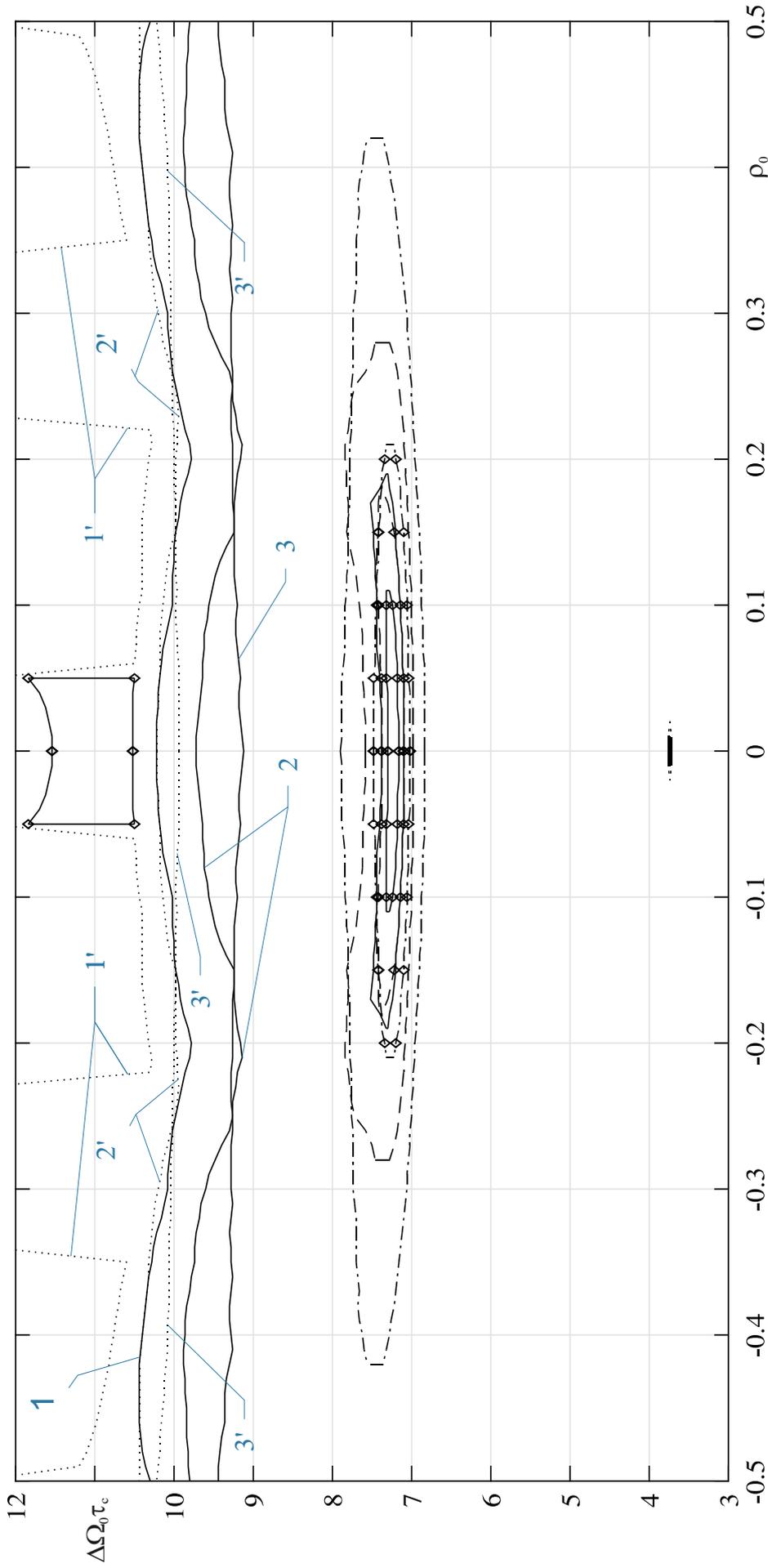


Рис. П4.14. Карта областей «окон прозрачности» и граничных длительностей символа для фильтра 2-ого типа при  $\beta_{кр} = \sqrt{3}$ . Граничная длительность символа при  $\alpha_0 = 0,499$  и  $\Delta_0 = 0,499$  (сплошная линия), и  $\alpha_0 = 0,25$  и  $\Delta_0 = 0,25$  (пунктирная линия) для конфигураций сигнального созвездия  $n = 4$  и  $m = 64$  (1, 1');  $n = 8$  и  $m = 32$  (2, 2');  $n = 16$  и  $m = 16$  (3, 3'). Области «окон прозрачности» при приведенных допустимых погрешностях  $\alpha_0 = 0,499$  и  $\Delta_0 = 0,499$  (линия без маркера); 2)  $\alpha_0 = 0,25$  и  $\Delta_0 = 0,25$  (линия с маркером ромб) для конфигураций сигнального созвездия: 1)  $n = 4$  и  $m = 64$  (сплошная линия); 2)  $n = 8$  и  $m = 32$  (штриховая линия); 3)  $n = 16$  и  $m = 16$  (штрихпунктирная линия).

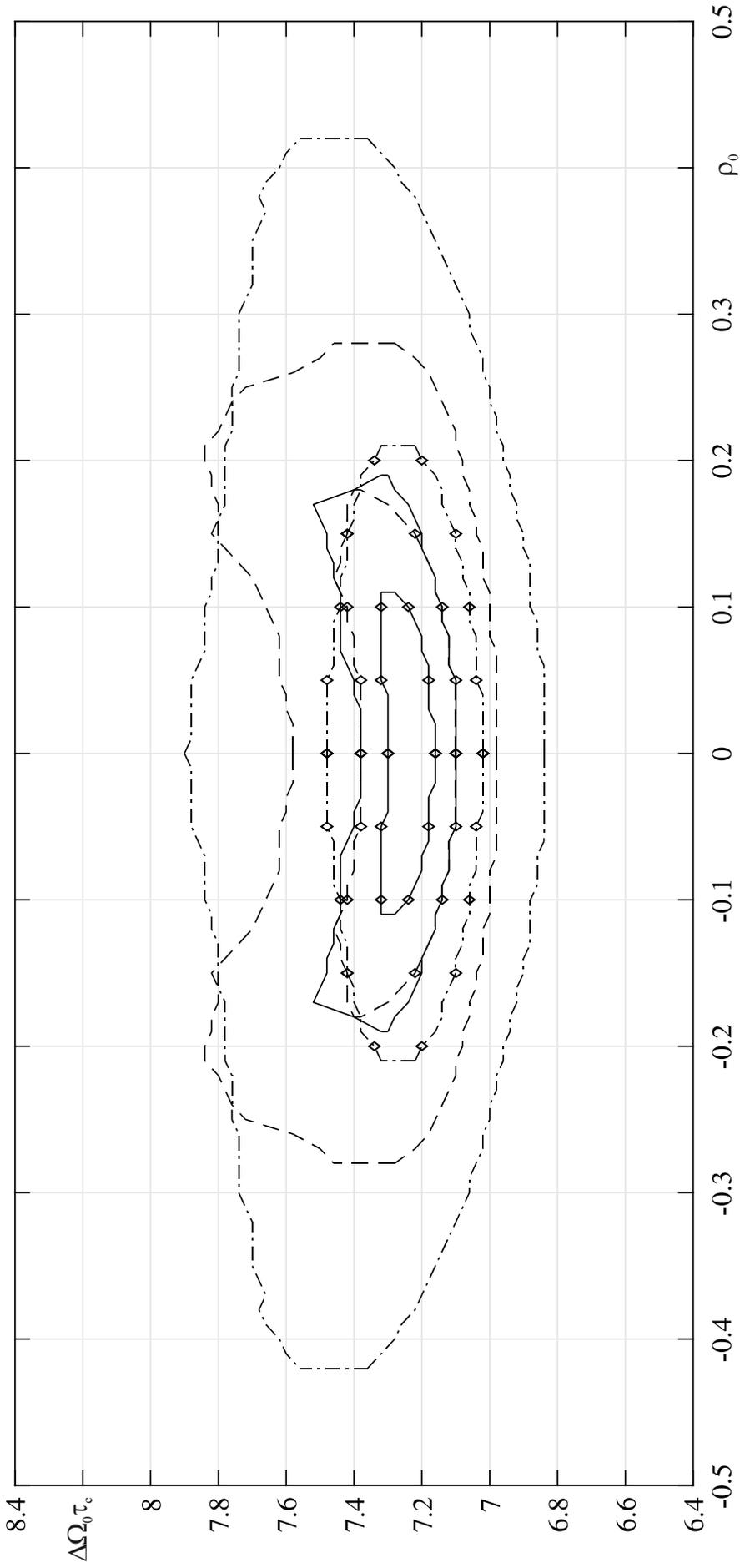


Рис. П4.15. Карта областей «окон прозрачности» (укрупненный вид) для фильтра 2-ого типа при  $\beta = \sqrt{3}$ . Области «окон прозрачности» при приведенных допустимых погрешностях  $\Delta_0 = 0, 25$  и  $\Delta_0 = 0, 25$  (линия без маркера);  $\Delta_0 = 0, 25$  и  $\beta = 2, 41$  (линия с маркером ромб) для конфигураций сигнального созвездия: 1)  $n = 4$  и  $m = 64$  (сплошная линия); 2)  $n = 8$  и  $m = 32$  (штриховая линия); 3)  $n = 16$  и  $m = 16$  (штрихпунктирная линия).

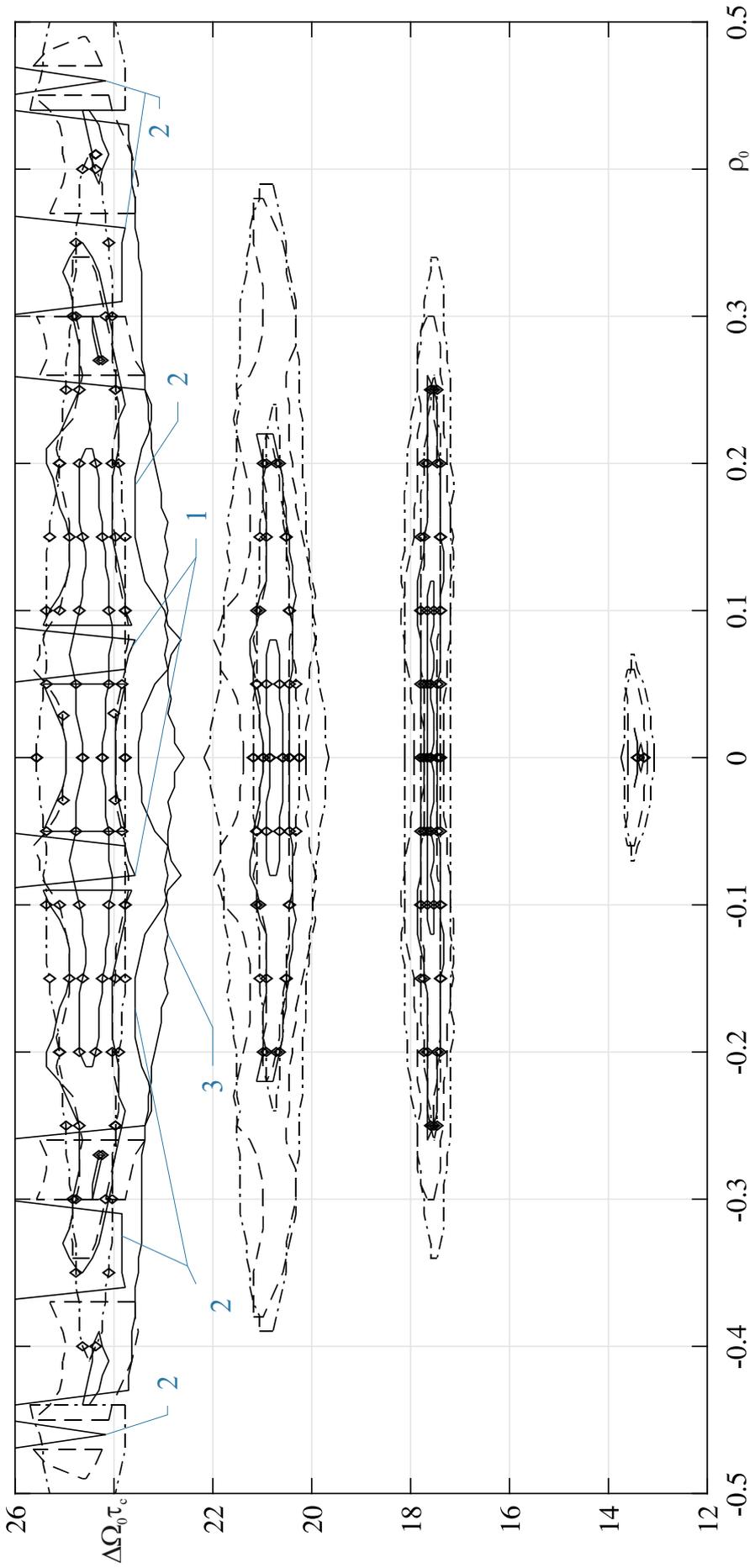


Рис. П4.16. Карта областей «онок прозрачности» и граничных длительностей символа для фильтра 2-ого типа при  $\beta = 6$ . Граничная длительность символа при  $\Delta_0 = 0,25$  и  $\beta = \sqrt{3}$  (сплошная линия) для конфигураций сигнального созвездия  $n = 4$  и  $m = 64$  (1);  $n = 8$  и  $m = 32$  (2);  $n = 16$  и  $m = 16$  (3). Области «онок прозрачности» при приведенных допустимых погрешностях  $\Delta_0 = 0,25$  и  $\beta = \sqrt{3}$  (линия без маркера); 2)  $\Delta_0 = 0,25$  и  $\beta = 2,41$  (линия с маркером ромб) для конфигураций сигнального созвездия: 1)  $n = 4$  и  $m = 64$  (сплошная линия); 2)  $n = 8$  и  $m = 32$  (штриховая линия); 3)  $n = 16$  и  $m = 16$  (штрихпунктирная).

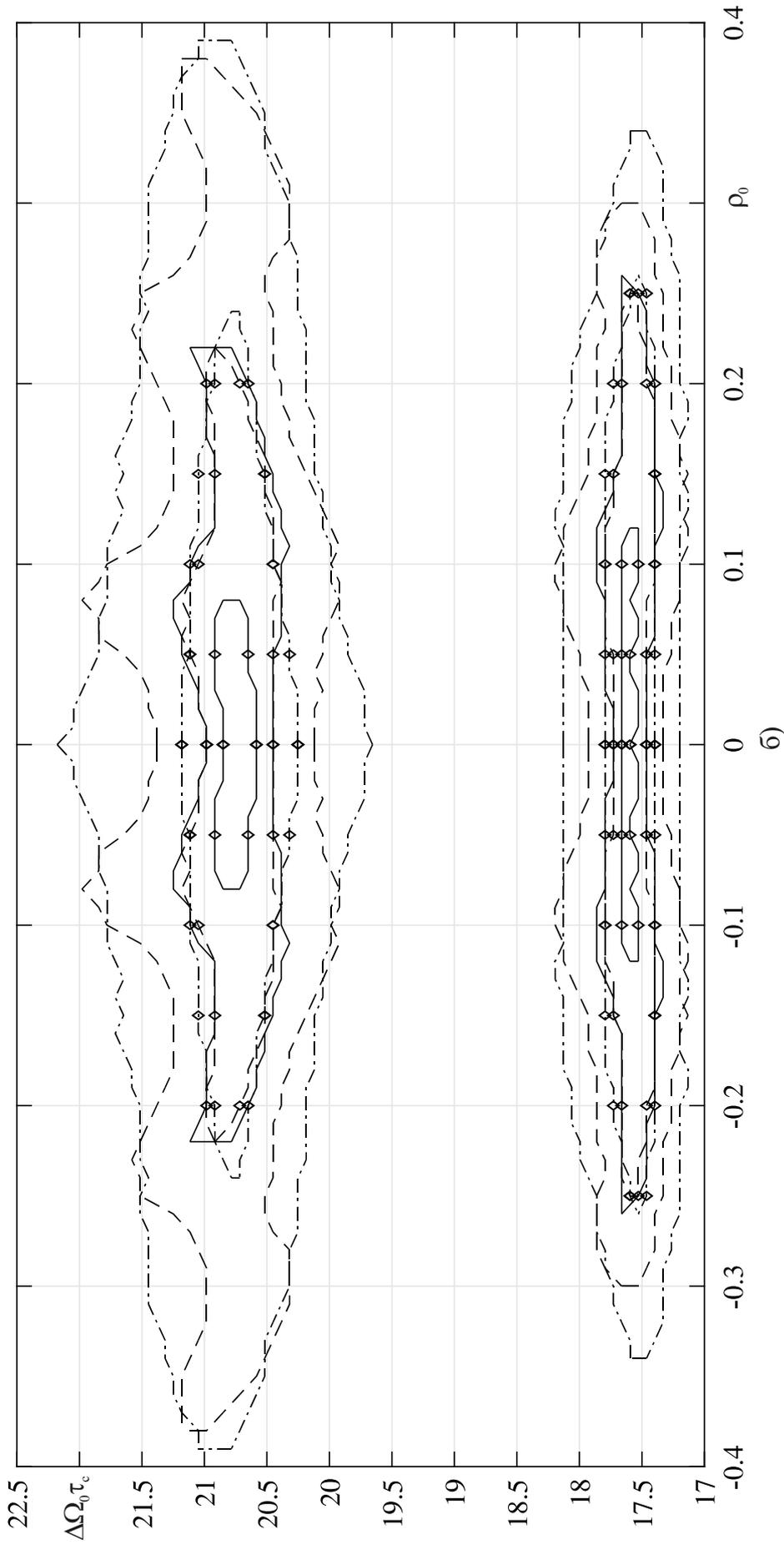


Рис. П4.17. Карта областей «окон прозрачности» (укрупненный вид) для фильтра 2-ого типа при  $\beta = 6$ . Области «окон прозрачности» при приведенных допустимых погрешностях  $\Delta_0 = 0,25$  и  $\beta = \sqrt{3}$  (линия без маркера);  $\Delta_0 = 2,41$  (линия с маркером ромб) для конфигураций сигнального созвездия: 1)  $n = 4$  и  $m = 64$  (сплошная линия); 2)  $n = 8$  и  $m = 32$  (штриховая линия); 3)  $n = 16$  и  $m = 16$  (штрихпунктирная линия).

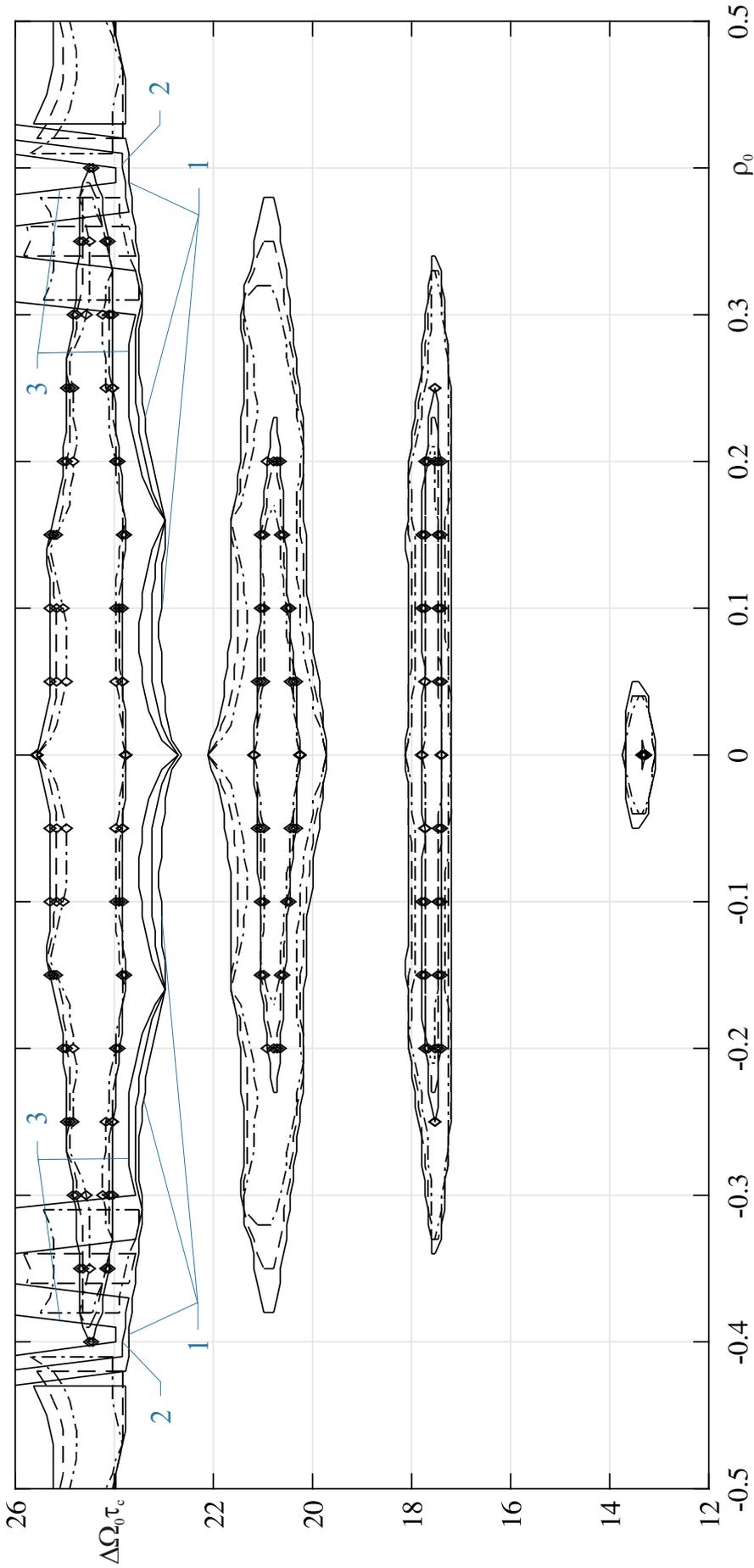


Рис. П4.18. Карта областей «окон прозрачности» и граничных длинностей символа для фильтра 2-ого типа при  $\beta = 6$ . Граничная длительность символа при  $\alpha_0 = 0,499$  и  $\alpha_0 = 0,499$  (сплошная линия) для конфигураций сигнального созвездия  $n = 32$  и  $m = 8$  (1);  $n = 64$  и  $m = 4$  (2);  $n = 128$  и  $m = 2$  (3). Области «окон прозрачности» при приведенных допустимых погрешностях: 1)  $\beta = 2,41$  и  $\beta = 2,41$  (линия без маркера); 2)  $\Delta_0 = 0,25$  и  $\beta = 2,41$  (линия с маркером ромб) для конфигураций сигнального созвездия: 1)  $n = 32$  и  $m = 8$  (сплошная линия); 2)  $n = 64$  и  $m = 4$  (штриховая линия); 3)  $n = 128$  и  $m = 2$  (штрихпунктирная линия).

2.2) для данной конфигурации сигнального созвездия, в общем случае, значения длительностей символов, при которых начинаются области «окон прозрачности», принимают наименьшие значения по сравнению с другими конфигурациями сигнальных созвездий.

2.3) наличие ошибок измерений, вносимых приемником, приводит к уменьшению окон прозрачности в своих размерах на плоскости, но при этом их свойства, перечисленные в подпунктах 2.1 и 2.2 данного вывода, не изменяются. А уменьшение размеров по длительностям символа приводит к значению

$$\left( \tau_{\text{АФ.н.ок}_v} + \tau_{\text{АФ.к.ок}_v} \right) / 2$$

#### **П4.2 Исследование возможностей по повышению пропускной способности РСПИ ППИ на базе теории разрешающего времени [134-137,235,310,327].**

В данном разделе представлены математические соотношения, реализующие второй из разработанных инженерных методов анализа фазовых РСПИ ППИ, функционирующих на базе теории разрешающего времени. Программная реализация данного метода была произведена в среде моделирования Matlab в виде оригинального программного обеспечения [235]. Суть метода заключается в исследовании поведения оценок пропускной способности и конфигураций сигнального созвездия, необходимых для их реализации, в зависимости от расстройки частоты, при изменении КЧХ канала связи, и ограничений, обусловленных ошибками измерений и работой подсистемы порогового шумоподавления.

В качестве ЛИС, используемых для получения результатов исследований, были выбраны фильтры 1-3 типа (см. раздел 4.6), при этом изменение их КЧХ будем производилось за счёт степени связи между контурами  $\beta$ . Выбор данных ЛИС обусловлен тем, что их КЧХ наиболее типичны для реальных каналов связи.

### П4.2.1 Виды оценок пропускной способности, используемых для исследования возможностей фазовых РСПИ ППИ на базе теории разрешающего времени, и условий их достижения

Для анализа возможностей фазовых РСПИ ППИ по повышению пропускной способности на базе теории разрешающего времени будем применять следующие оценки пропускной способности и условия их достижения:

- Предельная потенциальная пропускная способность  $C_{\text{пр}}$ , оцениваемая при
- заданных амплитудных и фазовых ограничениях, определяемых допустимыми ошибками установления по амплитуде и по фазе, а в случае ФМН- $n$ -сигнала – пороговым значением амплитуды принимаемого сигнала и заданном значении расстройки по частоте
  - заданных ограничениях, накладываемых на значение параметра  $\eta \in [\eta_{\text{мин}}; \eta_{\text{макс}}]$ , влияющего на КЧХ канала связи, и числе дискретных состояний в сигнальном созвездии  $\chi_{\text{сс}} \in [\chi_{\text{н}}; \chi_{\text{к}}]$ .

С учётом вышеизложенного правило определения предельной потенциальной пропускной способности и условий её достижения имеет следующий вид<sup>1</sup>

$$\chi_{\text{пр}} \in [\chi_{\text{н}}; \chi_{\text{к}}] : C_{\text{пр}} = f(\eta_{\text{пр}}, \chi_{\text{пр}}) = \max_{\substack{\eta \in [\eta_{\text{мин}}; \eta_{\text{макс}}] \\ \chi_{\text{сс}} \in [\chi_{\text{н}}; \chi_{\text{к}}]}} C_{\text{пот}}(\eta, \chi_{\text{сс}}). \quad (\text{П5.2.1})$$

Здесь  $C_{\text{пот}}(\eta, \chi_{\text{сс}})$  – потенциальная пропускная способность при заданном значении  $\eta$  и числе дискретных состояний  $\chi_{\text{сс}}$  в сигнальном созвездии;  $\chi_{\text{пр}}$  и  $\eta_{\text{пр}}$  – число дискретных состояний и значение параметра, влияющего на КЧХ, при которых достигается  $C_{\text{пр}}$ . Для ФМН- $n$ -сигнала –  $\chi_{\text{сс}} = n$ , а для АФМН- $N$ -сигнала  $\chi_{\text{сс}} = N$ .

<sup>1</sup> Здесь и далее, для краткости записи оценок пропускной способности и числа дискретных состояний, необходимых для их реализации,  $\rho_0$ ,  $\mu_H$ ,  $\mu_\psi$ ,  $M_{\text{пор}}$  в выражениях будут опущены.

Наибольшая пропускная способность без использования «окон прозрачности»  $C_{б.ок}^*(\eta_{зд})$  и соответствующее ей число дискретных состояний  $\chi_{б.ок}^*(\eta_{зд})$  при заданном значении параметра  $\eta_{зд}$  и заданных амплитудных и фазовых ограничениях. Оценка данных параметров производится в соответствии со следующими выражениями

$$\begin{aligned} C_{б.ок}^*(\eta_{зд}) &= \max_{\chi_{cc} \in [\chi_n; \chi_k]} C_{б.ок}(\chi_{cc}, \eta_{зд}), \\ \chi_{б.ок}^*(\eta_{зд}) &= \arg \max_{\chi_{cc} \in [\chi_n; \chi_k]} C_{б.ок}(\chi_{cc}, \eta_{зд}). \end{aligned} \quad (П5.2.2)$$

Наименьшая локальная оценка пропускной способности без использования «окон прозрачности»  $C_{б.ок}^{**}(\eta_{зд})$  и соответствующее ей число дискретных состояний  $\chi_{б.ок}^{**}(\eta_{зд})$  при заданном значении параметра  $\eta_{зд}$  и заданных амплитудных и фазовых ограничениях. Оценка данных параметров производится в соответствии со следующими выражениями

$$\begin{aligned} C_{б.ок}^{**}(\eta_{зд}) &= \min_{\chi_{cc} \leq \chi_{б.ок}^*} C_{б.ок}(\chi_{cc}, \eta_{зд}), \\ \chi_{б.ок}^{**}(\eta_{зд}) &= \arg \min_{\chi_{cc} \leq \chi_{б.ок}^*} C_{б.ок}(\chi_{cc}, \eta_{зд}), \end{aligned} \quad (П5.2.3)$$

при выполнении следующего условия  $\chi_{б.ок}^*(\eta_{зд}) - \chi_{б.ок}^{**}(\eta_{зд}) \rightarrow \min$ .

Наибольшие оценки верхней  $C_{макс_B}(\eta_{зд})$  и нижней границ  $C_{макс_H}(\eta_{зд})$  пропускной способности для 1-го «окна прозрачности» и число дискретных состояний, при которых они реализуются  $\chi'_{макс}(\eta_{зд})$ , для заданного значения параметра  $\eta_{зд}$  и при заданных амплитудных и фазовых ограничениях. Данные оценки определяются следующим образом

$$\begin{aligned} C_{макс_B}(\eta_{зд}) &= f(\chi'_{макс}) = \max_{\chi_{cc} \in [\chi_n; \chi_k]} C'_1(\chi_{cc}, \eta_{зд}), \\ \chi'_{макс}(\eta_{зд}) &= \arg \max_{\chi_{cc} \in [\chi_n; \chi_k]} C'_1(\chi_{cc}, \eta_{зд}), \\ C_{макс_H}(\eta_{зд}) &= C''_1(\chi'_{макс}, \eta_{зд}). \end{aligned} \quad (П5.2.4)$$

Наименьшие локальные оценки верхней  $C_{\text{минВ}}(\eta_{\text{зд}})$  и нижней  $C_{\text{минН}}(\eta_{\text{зд}})$  границы пропускной способности для 1-го «окна прозрачности» и число дискретных состояний  $\chi'_{\text{мин}}(\eta_{\text{зд}})$  их реализующих при заданном значении параметра  $\eta_{\text{зд}}$  и заданных амплитудных и фазовых ограничениях. Данные оценки определяются следующим образом

$$\begin{aligned} C_{\text{минВ}}(\eta_{\text{зд}}) &= f(\chi'_{\text{мин}}) = \min_{\chi_{\text{сс}} \leq \chi'_{\text{макс}}} C_1''(\chi_{\text{сс}}, \eta_{\text{зд}}), \\ \chi'_{\text{мин}}(\eta_{\text{зд}}) &= \arg \min_{\chi_{\text{сс}} \leq \chi'_{\text{макс}}} C_1''(\chi_{\text{сс}}, \eta_{\text{зд}}), \\ C_{\text{минН}}(\eta_{\text{зд}}) &= C_1''(\chi'_{\text{мин}}, \eta_{\text{зд}}), \end{aligned} \quad (\text{П5.2.5})$$

при выполнении следующего условия  $\chi'_{\text{макс}}(\eta_{\text{зд}}) - \chi'_{\text{мин}}(\eta_{\text{зд}}) \rightarrow \min$ .

Оценка средней пропускной способности без использования «окон прозрачности»  $C_{\text{ср}}(\eta_{\text{зд}})$  и соответствующее ей число дискретных состояний  $\chi_{\text{ср}}(\eta_{\text{зд}})$  при заданном значении параметра  $\eta_{\text{зд}}$  и заданных амплитудных и фазовых ограничениях. Данные оценки определяются следующим образом

$$\begin{aligned} C_{\text{ср}}(\eta_{\text{зд}}) &= \frac{1}{\chi_{\text{б.ок}}^*(\eta_{\text{зд}}) - \chi_{\text{б.ок}}^{**}(\eta_{\text{зд}}) + 1} \sum_{\chi_{\text{сс}_j} = \chi_{\text{б.ок}}^{**}(\eta_{\text{зд}})}^{\chi_{\text{б.ок}}^*(\eta_{\text{зд}})} C_{\text{б.ок}}(\chi_{\text{сс}_j}, \eta_{\text{зд}}); \\ \chi_{\text{ср}}(\eta_{\text{зд}}) &= \arg \min_{\chi_{\text{сс}} \in [\chi_{\text{б.ок}}^{**}(\eta_{\text{зд}}); \chi_{\text{б.ок}}^*(\eta_{\text{зд}})]} |C_{\text{ср}}(\eta_{\text{зд}}) - C_{\text{б.ок}}(\chi_{\text{сс}}, \eta_{\text{зд}})|. \end{aligned} \quad (\text{П5.2.6})$$

Оценки средней верхней  $C_{\text{срВ}}(\eta_{\text{зд}})$  и нижней границы  $C_{\text{срН}}(\eta_{\text{зд}})$  пропускной способности для 1-го «окна прозрачности» и значение числа дискретных состояний  $\chi'_{\text{ср}}(\eta_{\text{зд}})$  при заданном значении параметра  $\eta_{\text{зд}}$  и заданных амплитудных и фазовых ограничениях реализующих. Данные оценки определяются следующим образом

$$C_{\text{срв}}(\eta_{\text{зд}}) = \frac{\sum_{\chi_{\text{сс}_i} = \chi'_{\text{мин}}(\eta_{\text{зд}})}^{\chi'_{\text{макс}}(\eta_{\text{зд}})} C'_1(\chi_{\text{сс}_i}) \Big|_{\eta = \eta_{\text{зд}}}}{\chi'_{\text{макс}}(\eta_{\text{зд}}) - \chi'_{\text{мин}}(\eta_{\text{зд}}) + 1}; \quad C_{\text{срн}}(\eta_{\text{зд}}) = C_1''(\chi'_{\text{ср}}, \eta_{\text{зд}}); \quad (\text{П5.2.7})$$

$$\chi'_{\text{ср}}(\eta_{\text{зд}}) = \underset{\chi_{\text{сс}} \in [\chi'_{\text{мин}}(\eta_{\text{зд}}); \chi'_{\text{макс}}(\eta_{\text{зд}})]}{\text{arg min}} \left| C_{\text{срв}}(\eta_{\text{зд}}) - C'_1(\chi_{\text{сс}}, \eta_{\text{зд}}) \right|.$$

#### П4.2.2 Исследование возможностей по повышению пропускной способности РСПИ ППИ с ФМн- $n$ -сигналом на базе теории разрешающего времени

Исследование возможностей по повышению пропускной способности фазовой РСПИ, использующей ФМн- $n$ -сигнал и теорию разрешающей времени для его приема и обработки в каналах с МСИ, производилось посредством численного метода оценки пропускной способности, представленного в разделе 4.5.

Общие для всех трёх типов фильтров исходные параметры, используемые при применении численного метода были следующими:  $\lambda_{\text{ош}} = 10^{-2}$ ;  $\Delta\Omega_0 \varepsilon_{\text{раз}} = 3,5 \times 10^{-3} \times \alpha_{\Delta}$ ; значения приведенной допустимой ошибки по фазе  $\alpha_0 = \{0,25; 0,499\}$  и пороговое значение по амплитуде  $M_{\text{пор}} = \{0; 0,9\}$ ; число дискретных состояний в сигнальном созвездии  $n \in [4; 128]$ .

При этом в качестве индивидуального параметра  $\eta$  для каждого из трех типов фильтров была выбрана степень связи между контурами  $\beta$  и шаг её изменения. Это обусловлено тем, что данный параметр влияет на КЧХ. Так для фильтра 1-го типа  $-\beta \in [0,01; 2,41]$ , шаг изменения  $\Delta\beta = 0,05$ ; для фильтра 2-го типа  $-\beta \in [0,1; 6] \cup \{\sqrt{3}\}$ , шаг изменения  $\Delta\beta = 0,1$ ; для фильтра 3-го типа  $-\beta \in [0; 1,15]$ , шаг изменения  $\Delta\beta = 0,05$ .

Результаты моделирования представлены на рисунках П4.19 – П4.32. При этом при построении интересных зависимостей были использованы удельные

оценки пропускной способности и приведенные значения степени связи между контурами  $\beta_0 = \beta / \beta_{кр}$ . Это можно представить следующим образом: удельные оценки пропускной способности  $\hat{C}_\bullet^* = C_\bullet^* / 2\Delta F_0$ , где  $\Delta F_0 = \Delta\Omega_0 / 2\pi$ ;  $C_\bullet^*$  – пропускная способность и требуемое для ее достижения число дискретных состояний  $n_\bullet^*$ , где  $\bullet$  в индексах подразумевает их тип (см. подраздел П4.2.1).

На рисунках П4.19-П4.24 используются следующие общие обозначения. Тип ЛИС: фильтр 1-го типа (кривые с маркером ромб); фильтр 2-го типа (кривые без маркера); фильтр 3-го типа (кривые с маркером звездочка). Тип оценки удельной пропускной способности (см. подрисунки *a, б, в*):  $\hat{C}_{б.ок}^*$  (—);  $\hat{C}_{б.ок}^{**}$  (- . -);  $\hat{C}_{ср}$  (- -). Тип оценки числа дискретных состояний (см. подрисунки *г, д, е*):  $n_{б.ок}^*$  (—);  $n_{б.ок}^{**}$  (- . -);  $n_{ср}$  (- -). Параметры:  $M_{пор} = 0, \alpha_0 = 0,499$  (см рис. *a, г*);  $M_{пор} = 0,9, \alpha_0 = 0,499$  (см рис. *б, д*);  $M_{пор} = 0,9, \alpha_0 = 0,25$  (см рис. *в, е*).

На рисунках П4.25 – П4.33 используются следующие общие обозначения. Тип оценки удельной пропускной способности (см. подрисунки *a, б, в*):  $\hat{C}_{максБ}$  (-◇-);  $\hat{C}_{максН}$  (-.-◇-.-);  $C_{срБ}$  (-\*-);  $C_{срН}$  (-.-\*-.-);  $C_{минБ}$  (-○-);  $C_{минН}$  (-.-○-.-). Тип оценки числа дискретных состояний (см. подрисунки *г, д, е*):  $n'_{макс}$  (-◇-);  $n'_{ср}$  (-\*-);  $n'_{мин}$  (-○-). Параметры:  $M_{пор} = 0, \alpha_0 = 0,499$  (см рис. *a, г*);  $M_{пор} = 0,9, \alpha_0 = 0,499$  (см рис. *б, д*);  $M_{пор} = 0,9, \alpha_0 = 0,25$  (см рис. *в, е*).

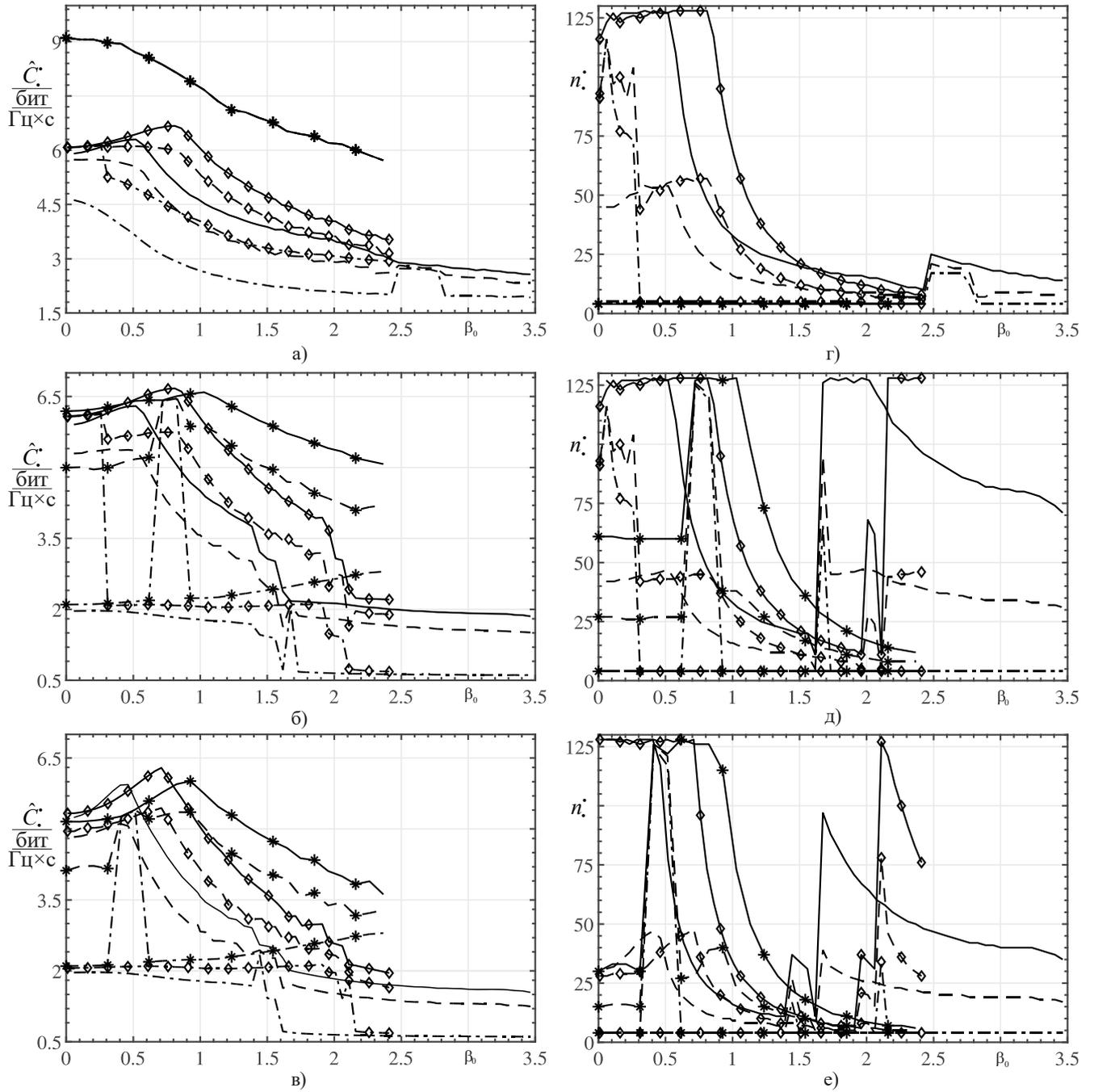


Рис. П4.19. Зависимости оценок удельной пропускной способности без использования «окон прозрачности» и оценок числа дискретных состояний, необходимых для их реализации, от приведенной степени связи между контурами  $\beta_0$ . Результирующая расстройка по частоте  $\rho_0 = 0$ .

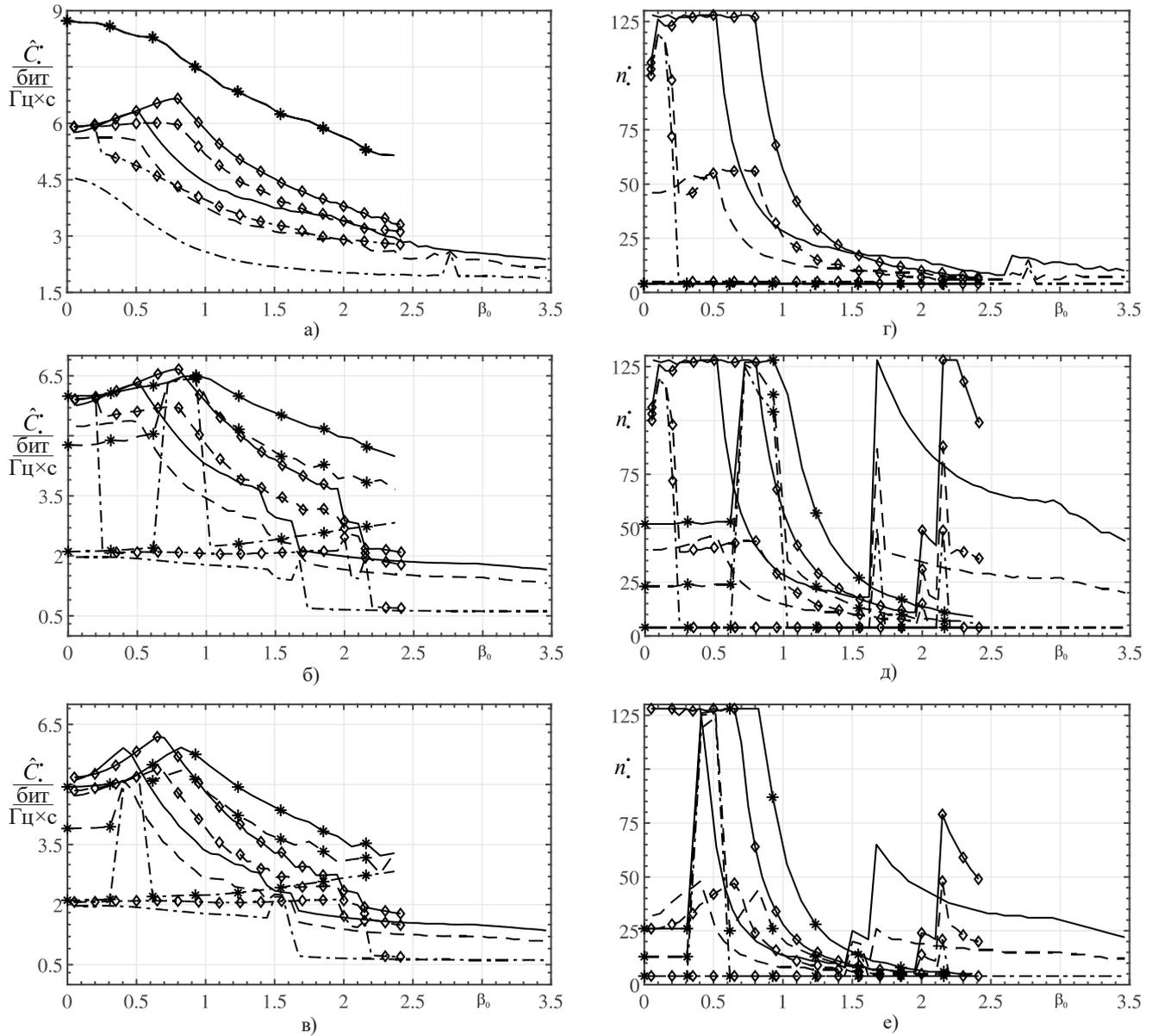


Рис. П4.20. Зависимости оценок удельной пропускной способности без использования «окон прозрачности» и оценок числа дискретных состояний, необходимых для их реализации, от приведенной степени связи между контурами  $\beta_0$ . Результирующая расстройка по частоте  $|\rho_0| = 0,05$ .

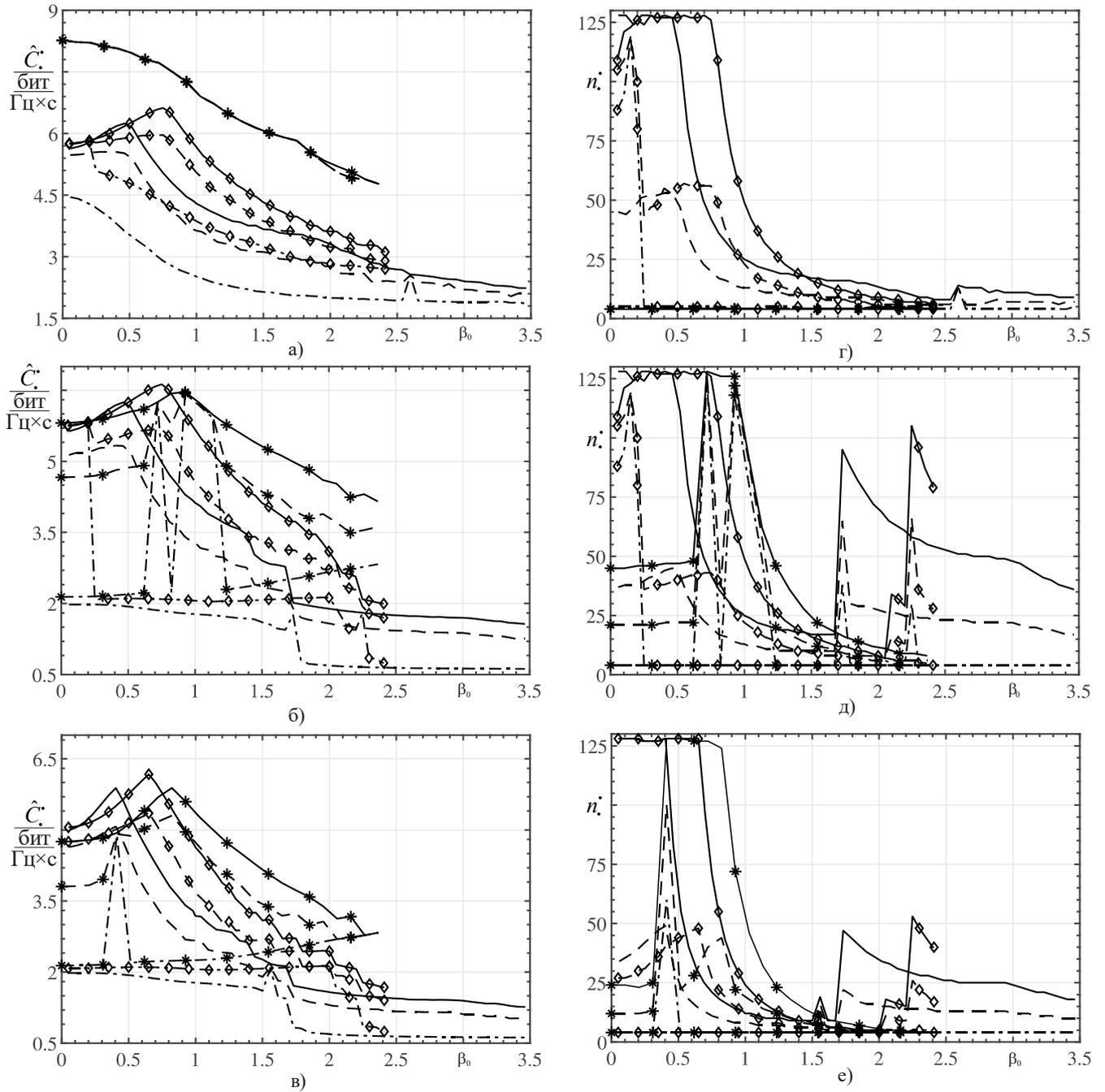


Рис. П4.21. Зависимости оценок удельной пропускной способности без использования «окон прозрачности» и оценок числа дискретных состояний, необходимых для их реализации, от приведенной степени связи между контурами  $\beta_0$ . Результирующая расстройка по частоте  $|\rho_0| = 0,1$ .

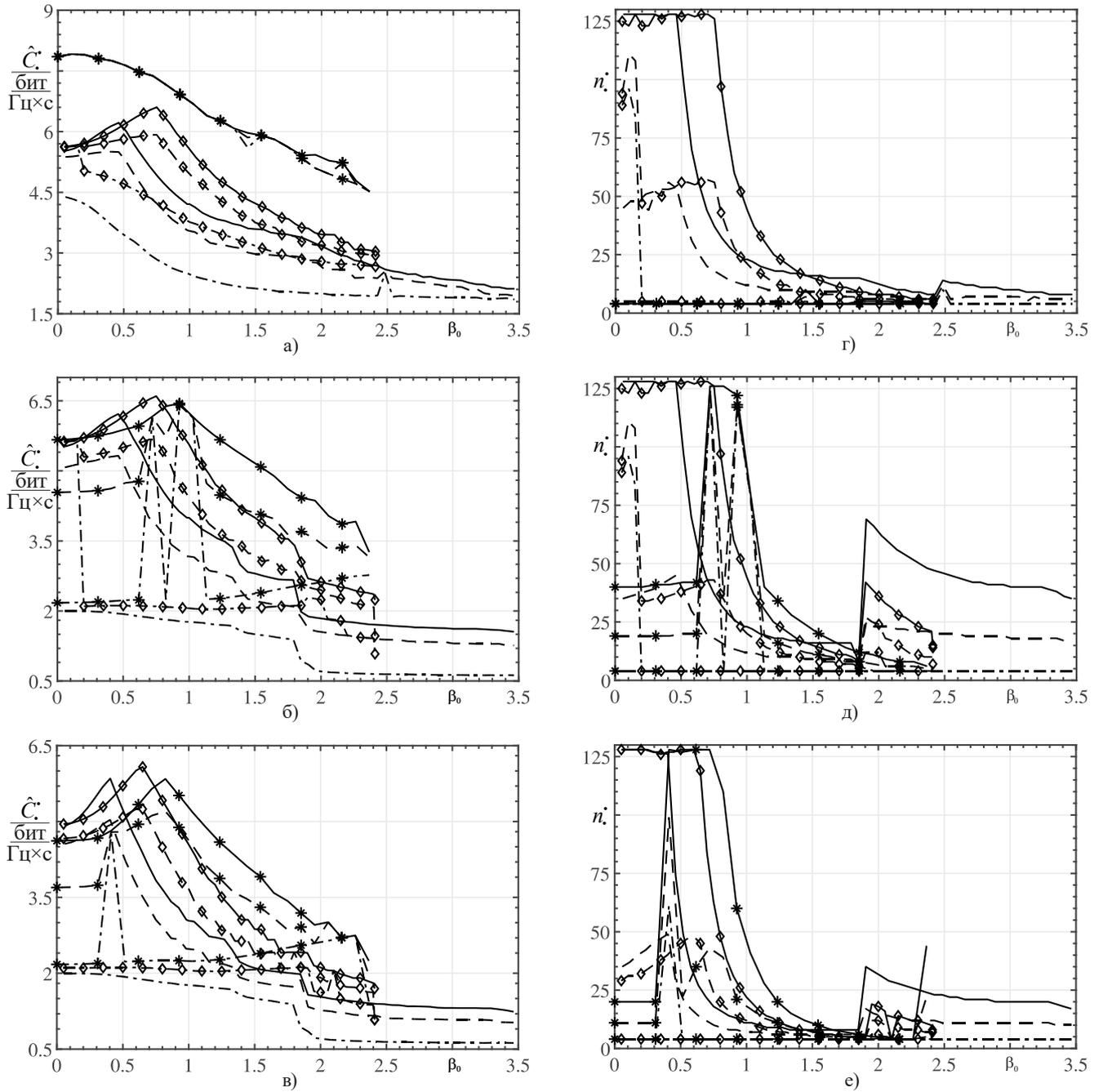


Рис. П4.22. Зависимости оценок удельной пропускной способности без использования «окон прозрачности» и оценок числа дискретных состояний, необходимых для их реализации, от приведенной степени связи между контурами  $\beta_0$ . Результирующая расстройка по частоте  $|\rho_0| = 0,15$ .

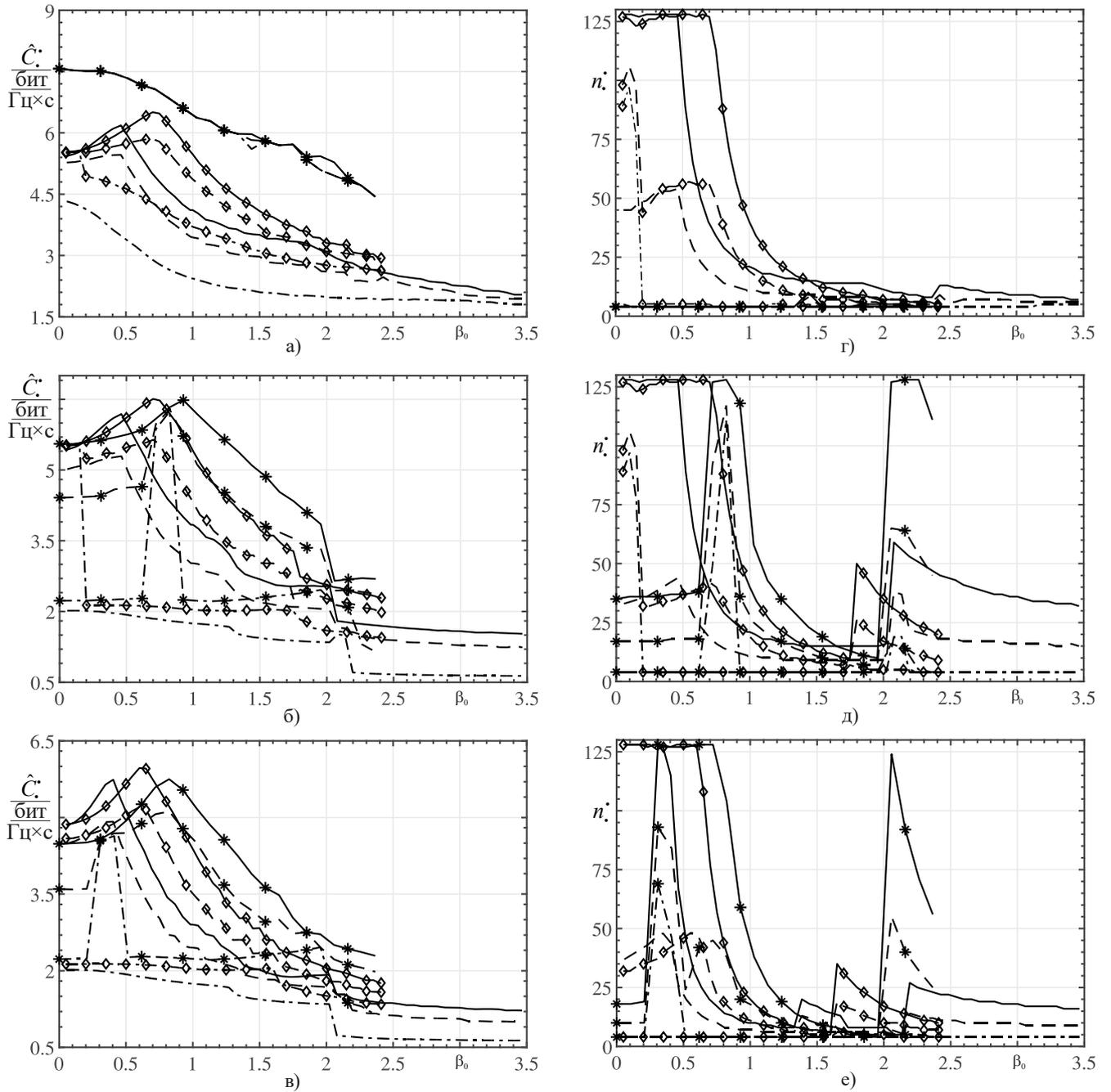


Рис. П4.23. Зависимости оценок удельной пропускной способности без использования «окон прозрачности» и оценок числа дискретных состояний, необходимых для их реализации, от приведенной степени связи между контурами  $\beta_0$ . Результирующая расстройка по частоте  $|\rho_0| = 0,2$ .

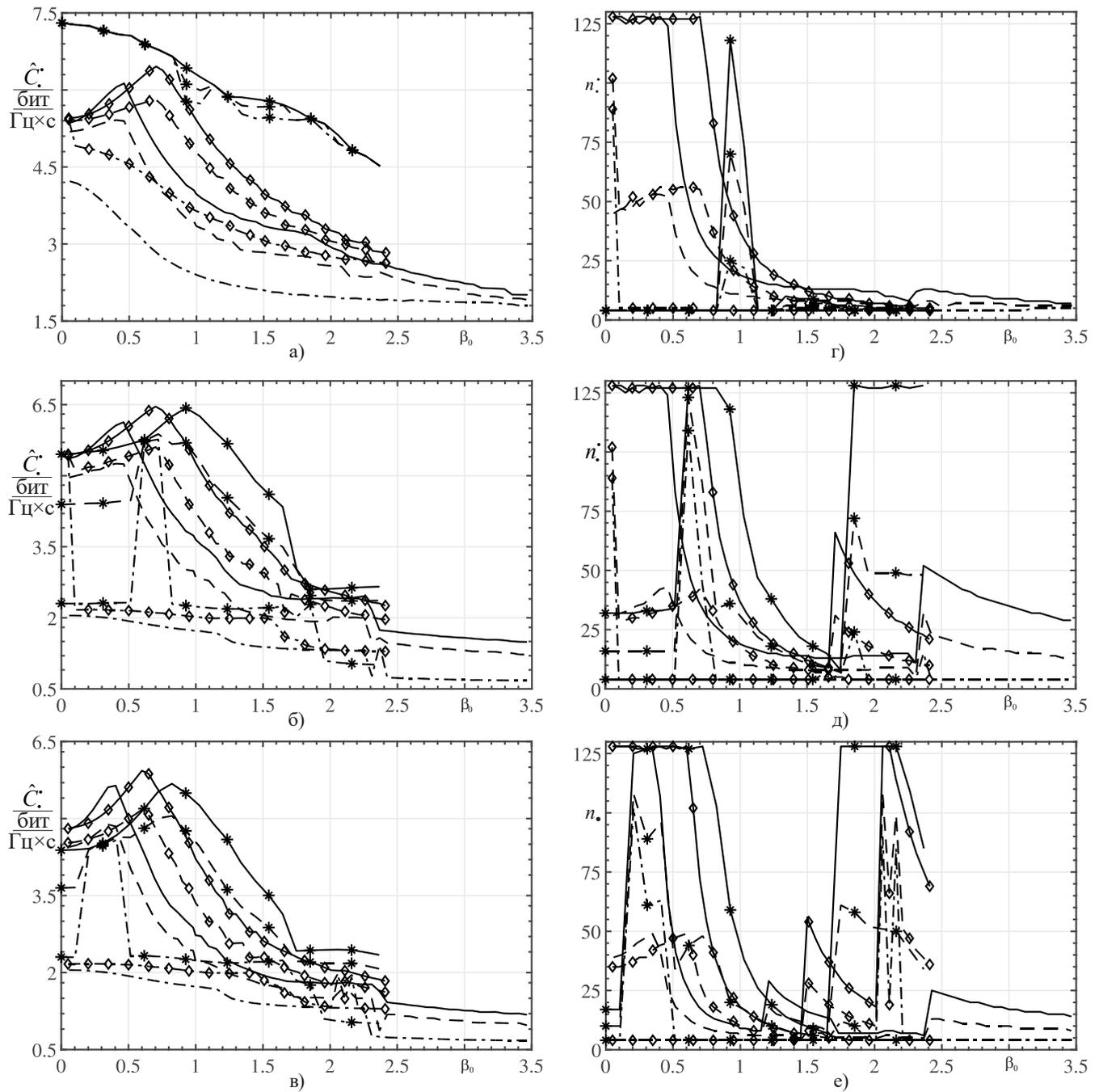


Рис. П4.24. Зависимости оценок удельной пропускной способности без использования «окон прозрачности» и оценок числа дискретных состояний, необходимых для их реализации, от приведенной степени связи между контурами  $\beta_0$ . Результирующая расстройка по частоте  $|\rho_0| = 0,25$ .

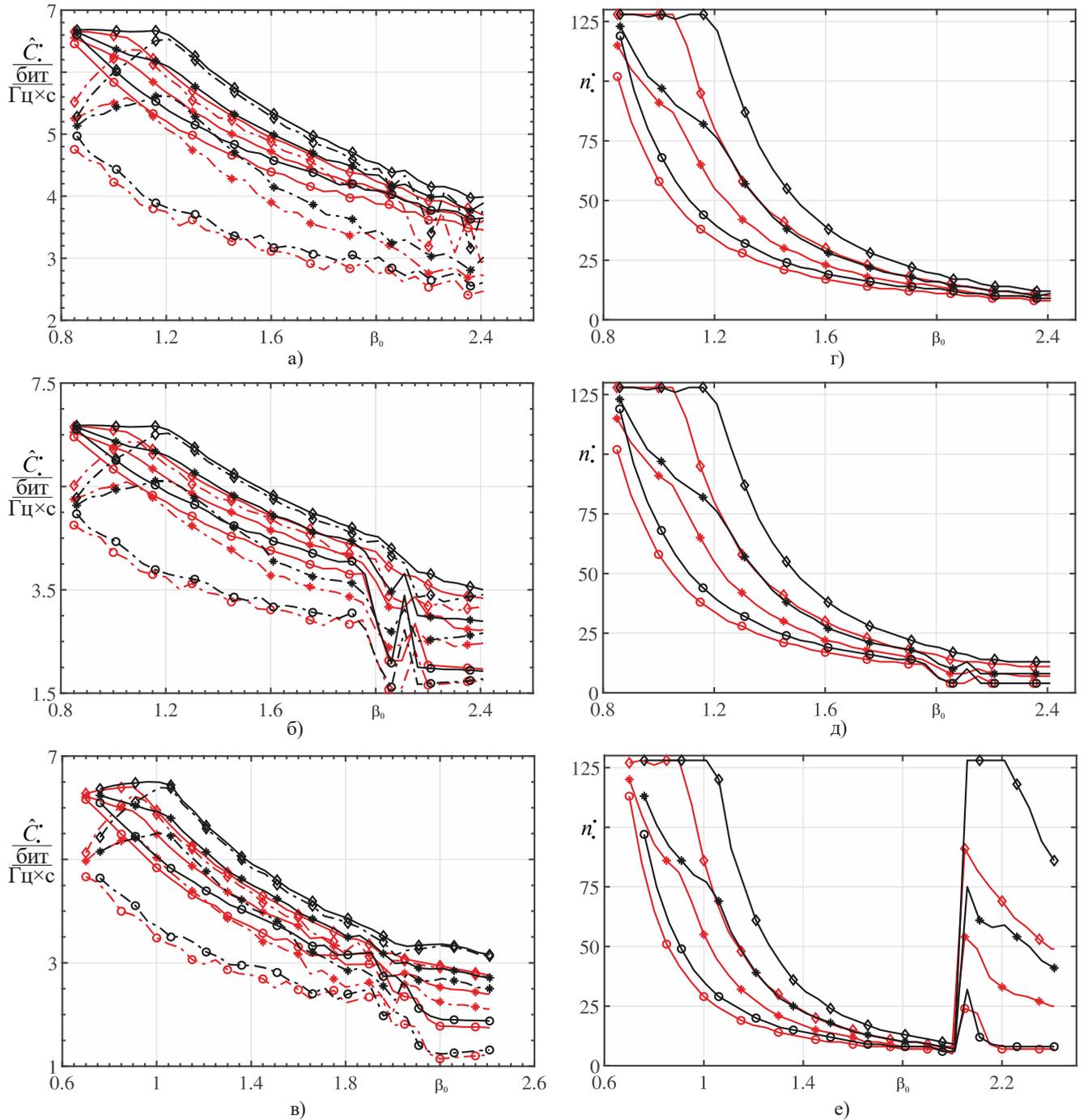


Рис. П4.25 Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр первого типа. Результирующая расстройка  $\rho_0 = 0$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0,05$  (красная линия).

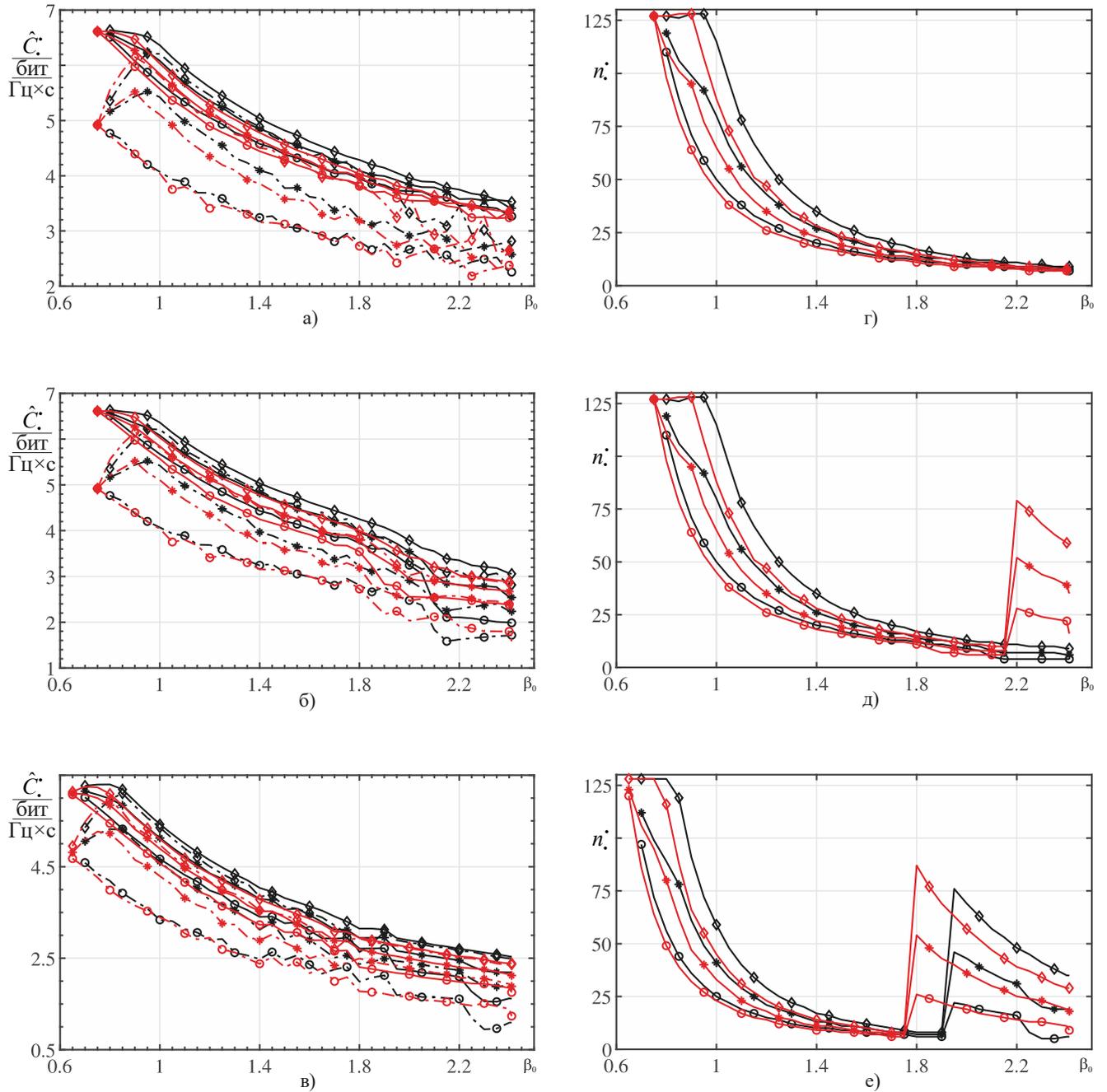


Рис. П4.26 Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр первого типа. Результирующая расстройка  $|\rho_0| = 0,1$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0,15$  (красная линия).

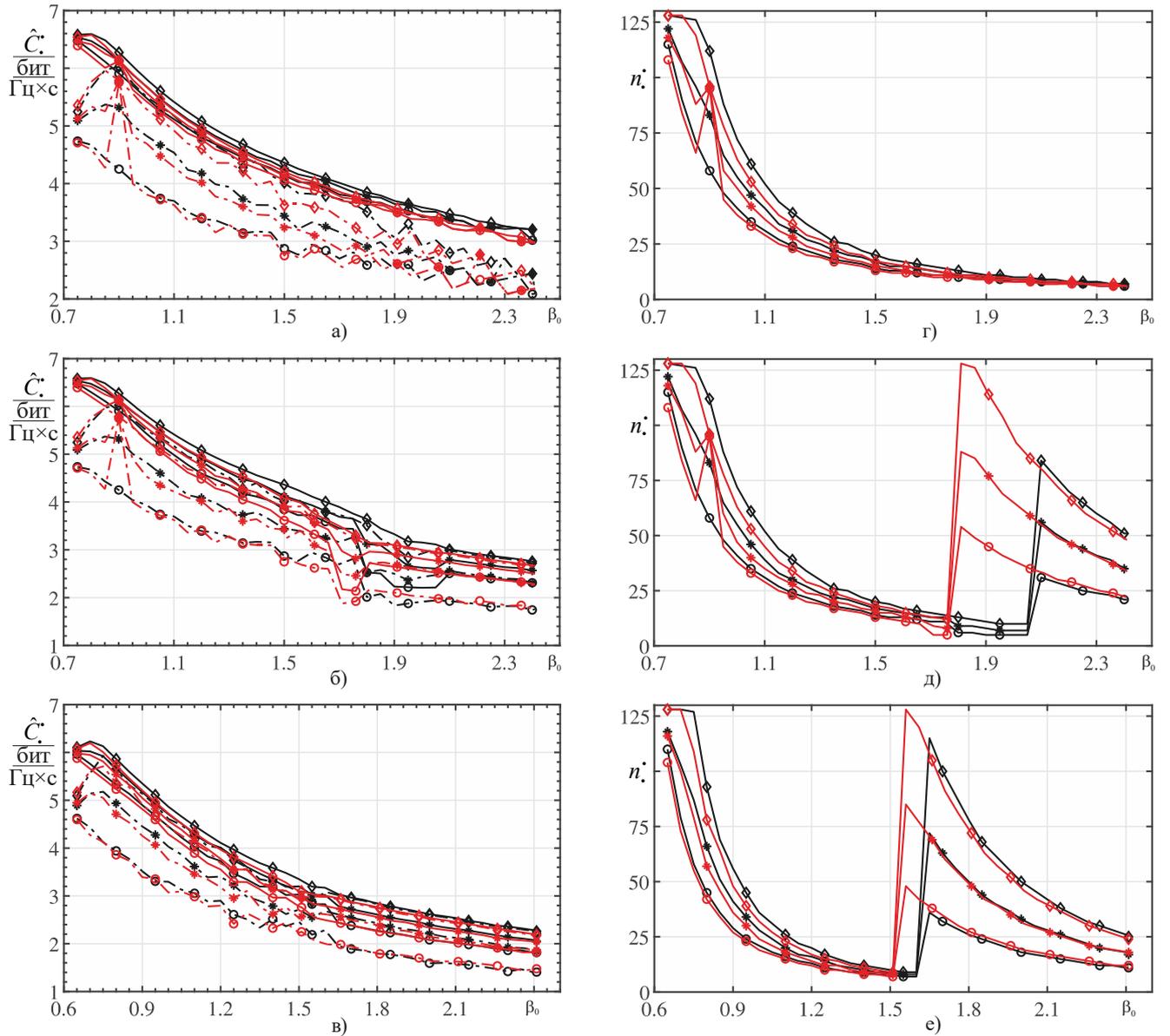


Рис. П4.27 Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр первого типа. Результирующая расстройка  $|\rho_0| = 0,2$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0,25$  (красная линия).

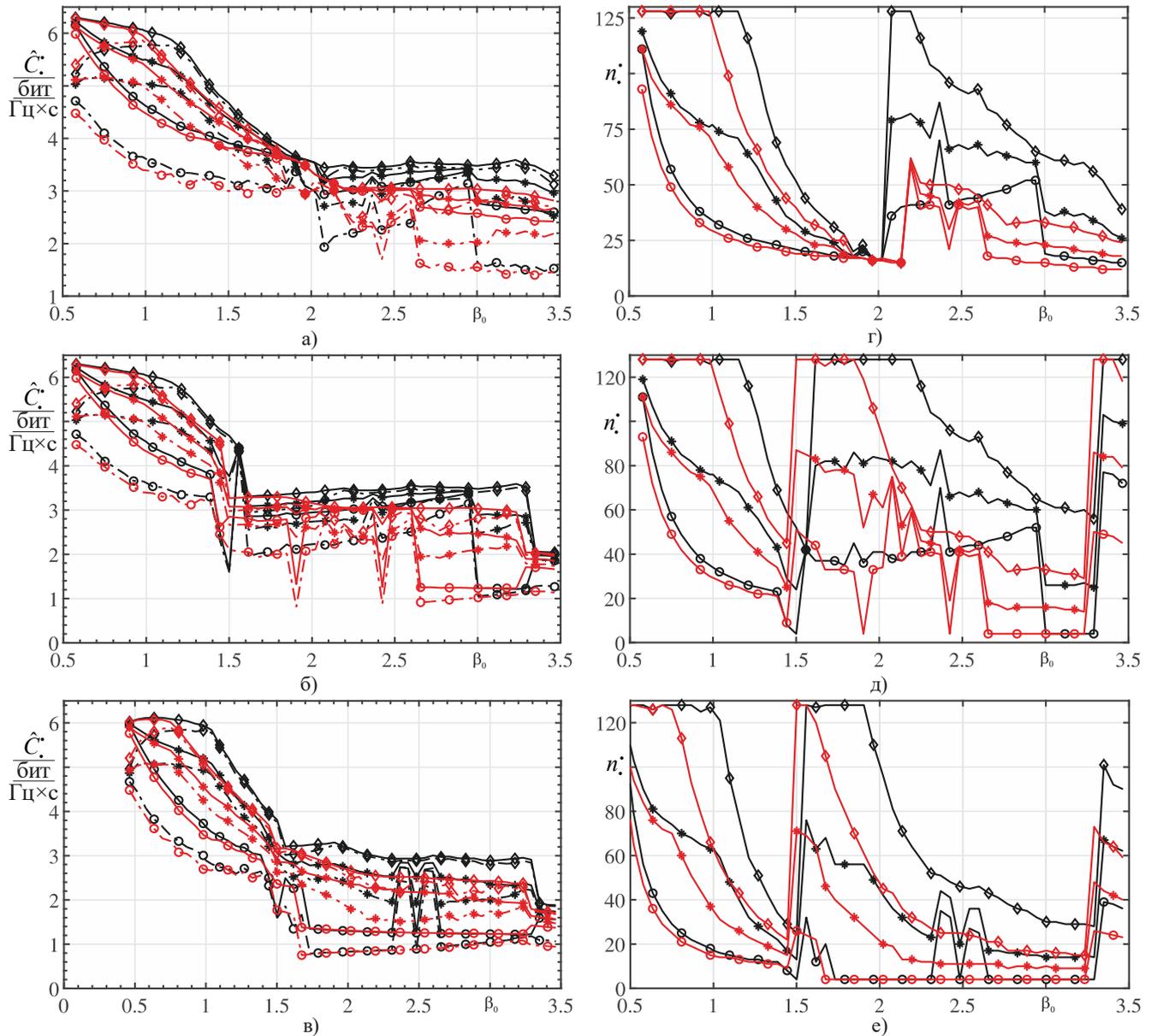


Рис. П4.28 Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр второго типа. Результирующая расстройка  $\rho_0 = 0$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0,05$  (красная линия).

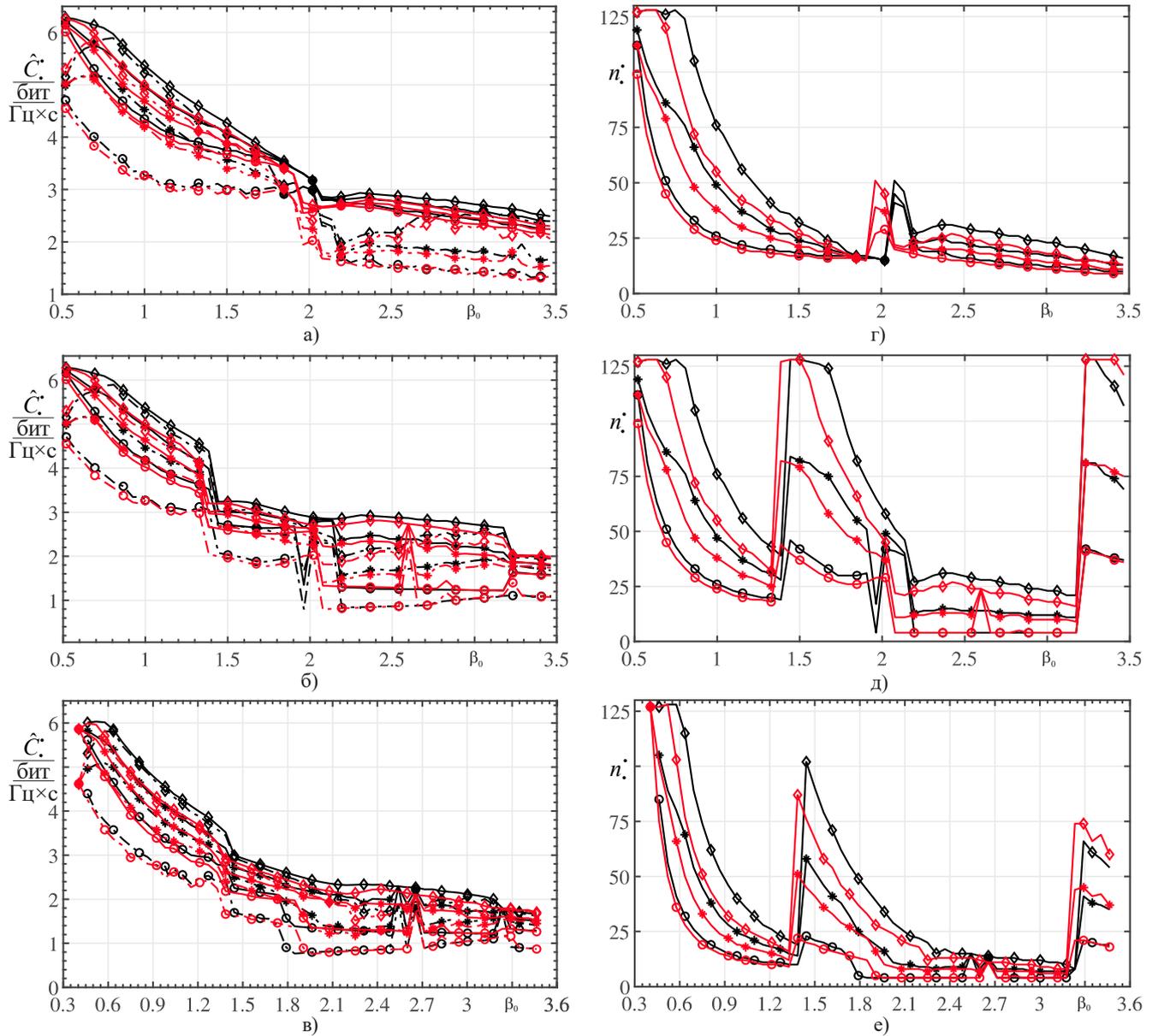


Рис. П4.29. Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр второго типа. Результирующая расстройка  $|\rho_0| = 0,1$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0,15$  (красная линия).

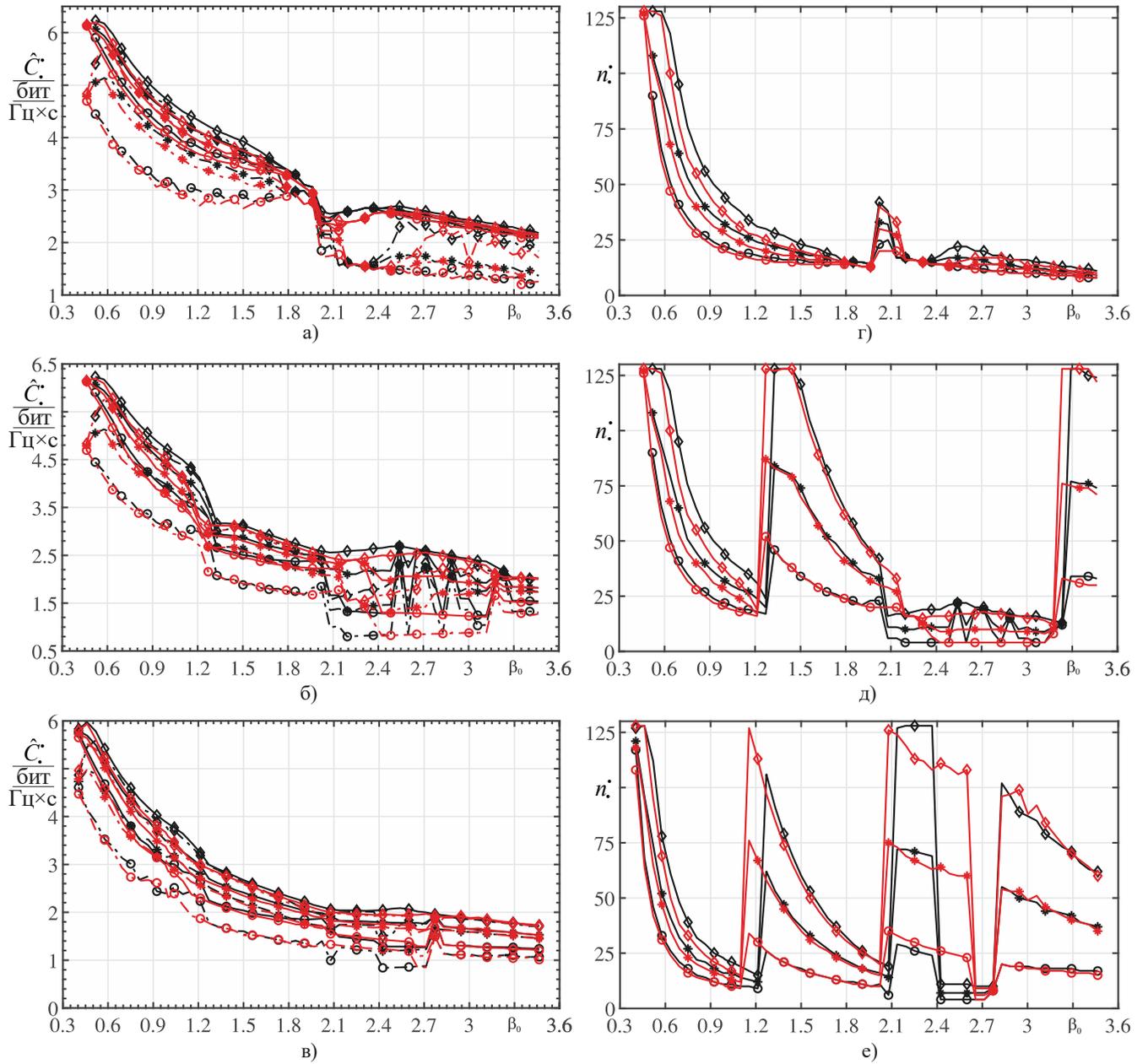


Рис. П4.30. Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр второго типа. Результирующая расстройка  $|\rho_0| = 0,2$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0,25$  (красная линия).

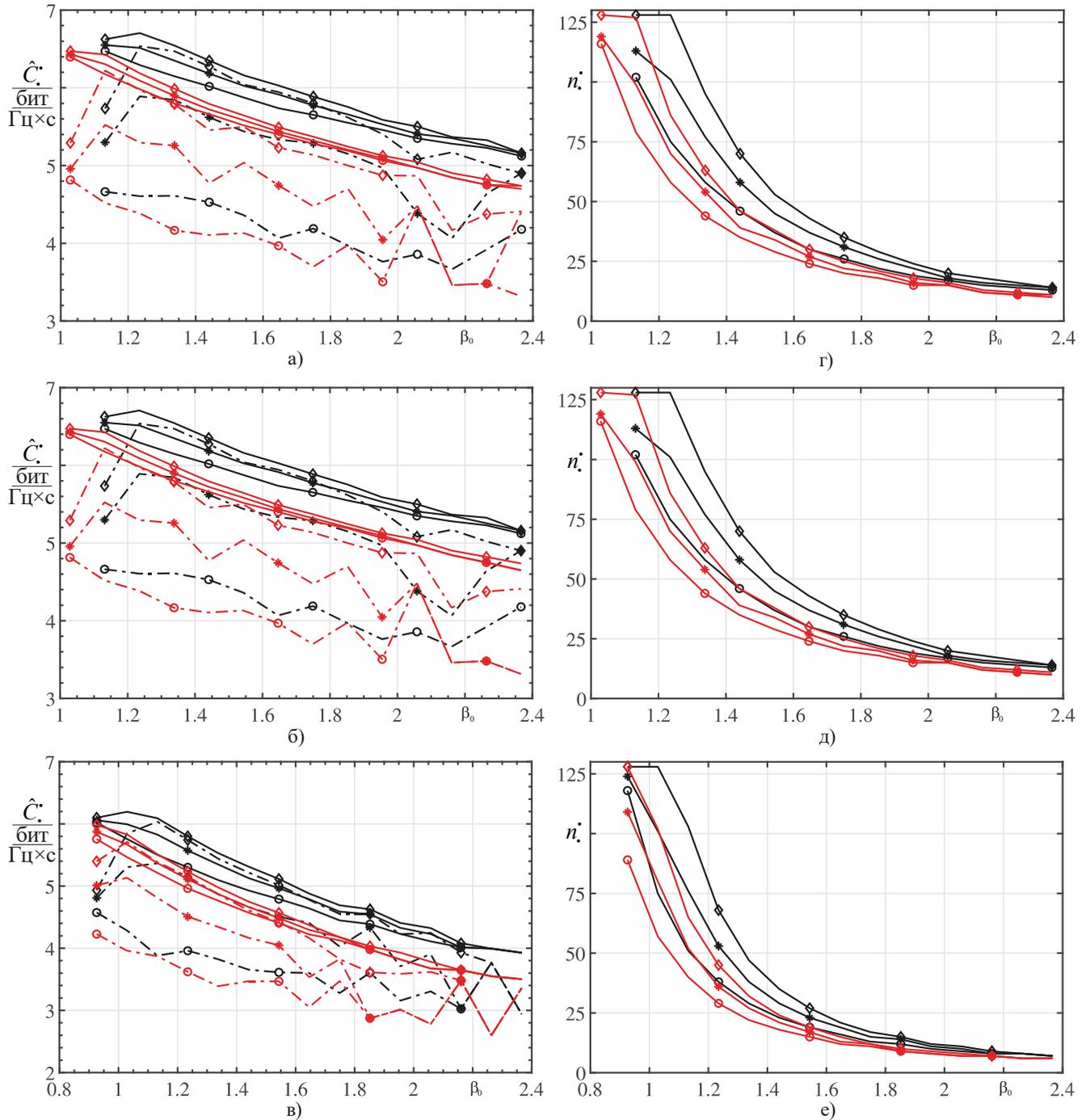


Рис. П4.31. Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр третьего типа. Результирующая расстройка  $\rho_0 = 0$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0,05$  (красная линия).

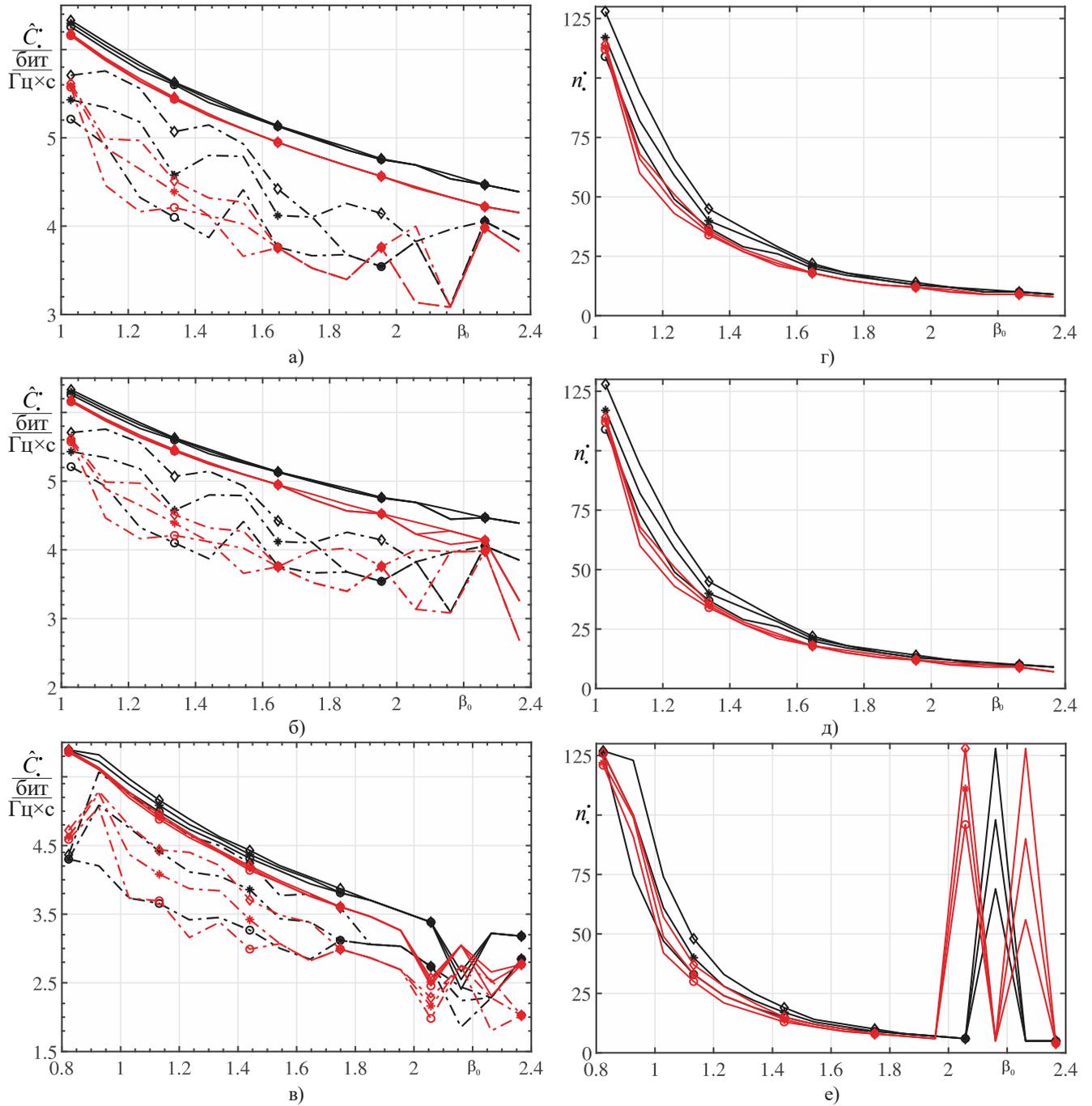


Рис. П4.32. Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр третьего типа. Результирующая расстройка  $|\rho_0| = 0,1$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0,15$  (красная линия).

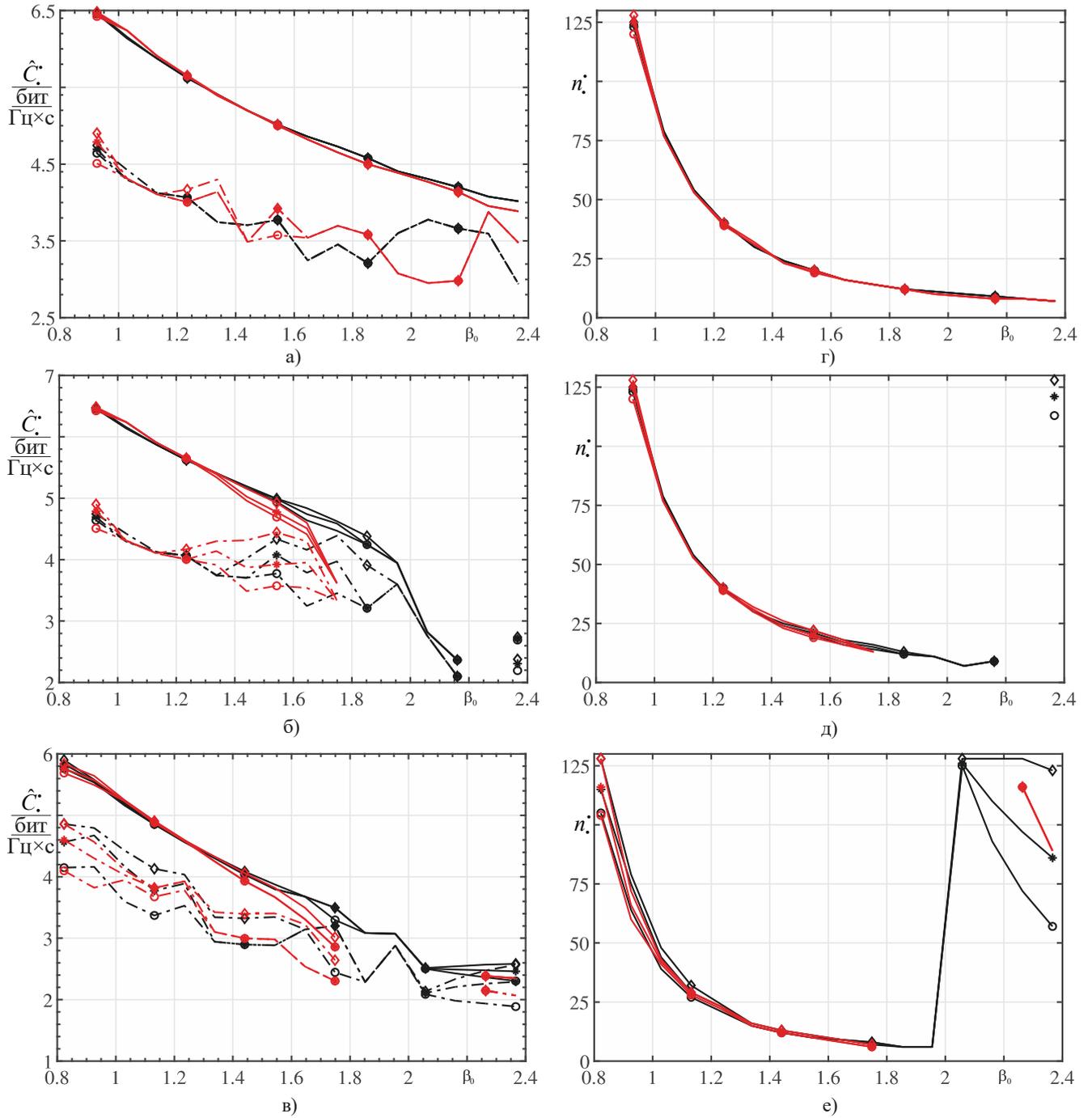


Рис. П4.33. Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр третьего типа. Результирующая расстройка  $|\rho_0| = 0,2$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0,25$  (красная линия).

Анализируя зависимости, приведенные на рисунках П4.19–П4.33 можно прийти к следующим выводам:

1. Достижение предельной потенциальной пропускной способности для РСПИ на базе теории разрешающего времени, в которых применяются ФМн- $n$ -сигналы, в общем случае происходит за счёт использования «окон прозрачности». Исключения из данного правила составляют случаи:

- наблюдаемые при малых значениях обобщенной расстройки по частоте  $|\rho_0| \in [0.05; 0.1]$  при  $M_{\text{пор}} \geq 0$  и  $\alpha_0 = 0,499$ .
- наблюдаемые, когда КЧХ канала соответствует фильтру третьего типа.

При отсутствии ошибок измерений и влияния подсистемы порогового шумоподавления на работу РУ, наибольшая удельная предельная потенциальная пропускная способность составляет  $\hat{C}_{\text{пр}} \approx 9$  бит/(Гц×с) и достигается при  $n = 4$  (то есть  $\hat{C}_{\text{пр}} \approx 3,17$  бод/с\*Гц, то есть выше скорости Найквиста) без использования режима «окон прозрачности» в условиях отсутствия расстройки по частоте. При этом КЧХ соответствует фильтру третьего типа при  $\beta = 0$ <sup>1</sup>. При больших значениях приведенной предельной ошибки измерения мгновенной фазы  $\alpha_0 = 0,25$  и значительных ограничений со стороны пороговой подсистемы шумоподавления  $M_{\text{пор}} = 0,9$  предельная удельная пропускная способность достигает значений  $\hat{C}_{\text{пр}} \approx 6,5$  бит/(Гц×с) при числе дискретных состояний  $n = 128$ . Расстройка по частоте приводит к уменьшению  $\hat{C}_{\text{пр}}$  в худшем случае до: а) значений  $\hat{C}_{\text{пр}} \approx 5,88$  бит/(Гц×с) при малых значениях обобщенной расстройки по частоте  $|\rho_0| \in [0,05; 0,1]$  (наблюдается при использовании в качестве ЛИС фильтра второго и третьего типа при  $n = 127$ ); б) значений  $\hat{C}_{\text{пр}} \approx 5,839$  бит/(Гц×с) при больших

---

<sup>1</sup> соответствует КЧХ РФ

значениях обобщенной расстройки по частоте  $|\rho_0| \in [0,15;0.25]$  (наблюдается при использовании в качестве ЛИС фильтра третьего типа и  $n = 128$ ).

2. В условиях высокой частотной избирательности канала связи ( $\beta_0 > 1$ ), обусловленной быстрым спадом АЧХ вне полосы пропускания и приводящей к значительному уровню неравномерности нормированной АЧХ канала связи в полосе его пропускания, использование режима передачи информации с помощью «окон прозрачности» обеспечивает в общем случае  $C'_1 \geq C_{б.ок}$ , что позволяет повысить пропускную способность РСПИ. Кроме того, при выборе скорости передачи, с учётом ранее полученных результатов, можно говорить о обеспечении более низких требований к символьной синхронизации, при условии выбора длительности символа равной длительности символа, к которой стягивается «окно прозрачности». Однако при этом может наблюдаться проигрыш по требуемому числу дискретных состояний по отношению к случаю, когда «окна прозрачности» не используются ( $n'_{\max} \geq n_{б.ок}^*$ ).

3. При использовании режима передачи информации с использованием «окон прозрачности» необходимо учитывать следующие особенности, которые возникают, когда АЧХ и ФЧХ канала связи обладают четной и нечетной симметрией относительно его средней частоты:

а) в общем случае коэффициент прямоугольности, при котором достигается  $\max_{\eta} C'_1(\eta)$ , уменьшается с увеличением  $|\rho_0|$ ;

б) при увеличении  $|\rho_0|$  наблюдается сокращение диапазона значений коэффициента прямоугольности<sup>1</sup>, при которых оценки пропускной способности равны или незначительно отличаются от значения предельной потенциальной пропускной способности, при этом изменение зависимости потенциальной пропускной способности становится более выраженным около того значения коэффициента прямоугольности, при котором достигается  $C_{пр}$ ;

<sup>1</sup> Большим значениям  $\beta_0$  соответствуют большие значения коэффициента прямоугольности

в) в отсутствие расстройки по частоте, при одновременном наличии требований по пороговому значению амплитуды радиосигнала ( $M_{\text{пор}} > 0$ ) и возрастании ошибок измерений ( $\mu_{\psi} > 0$ ) реализация  $\max_{\eta} C'_1(\eta)$  происходит при больших значениях частотной избирательности по сравнению со случаем ( $\mu_{\psi} = 0; \forall M_{\text{пор}}$ ) при условии, что неравномерность в полосе пропускания у АЧХ канала отсутствует, а при наличии неравномерности – при меньших значениях частотной избирательности относительно случая ( $\mu_{\psi} = 0; \forall M_{\text{пор}}$ ). При наличии расстройки по частоте достижение  $\max_{\eta} C'_1(\eta)$  при ( $\mu_{\psi} > 0; M_{\text{пор}} > 0$ ) возникает при меньших значениях частотной избирательности АЧХ по сравнению со случаем ( $\mu_{\psi} = 0; M_{\text{пор}} \geq 0$ ).

4. Использование  $C_{\text{ср}}$  и  $C_{\text{срВ}}$  вместо  $C_{\text{б.ок}}^*$  и  $C_{\text{максВ}}$ , соответственно, позволяет снизить необходимое число дискретных состояний для их реализации. В первом из перечисленных случаев выигрыш по числу дискретных состояний ( $n_{\text{б.ок}}^* / n_{\text{ср}}$ ) в среднем составляет, как минимум 2 раза, когда выполняется условие  $\frac{n_{\text{б.ок}}^*}{n_{\text{б.ок}}^{**}} - 1 \geq 0,86$

, что наблюдается в большинстве практически интересующих случаев. Во втором случае, когда используются «окна прозрачности», выигрыш ( $n'_{\text{макс}} / n'_{\text{ср}}$ ) при отсутствии расстройки по частоте и ошибок измерений по мгновенной фазе составляет  $n'_{\text{макс}} / n'_{\text{ср}} \geq 1,14$ , когда выполняется условие  $\frac{n'_{\text{макс}}}{n'_{\text{ср}}} - 1 \geq 0,33$ , при этом, в

среднем данный выигрыш составляет  $\overline{n'_{\text{макс}} / n'_{\text{ср}}} \approx 1,35$ . В тоже время при наличии ошибок измерений и ограничений на амплитуду принимаемого сигнала выигрыш составляет  $n'_{\text{макс}} / n'_{\text{ср}} \geq 1,25$ , когда выполняется условие  $\frac{n'_{\text{макс}}}{n'_{\text{ср}}} - 1 \geq 0,33$ , при этом,

в среднем, выигрыш в данном случае составляет  $\overline{n'_{\text{макс}} / n'_{\text{ср}}} \approx 1,6$ . Потери по пропускной способности при использовании «окон прозрачности»

$(C_{\text{макс}_B} - C_{\text{ср}_B}) / C_{\text{макс}_B} \times 100\%$  при наличии ошибок измерений в худшем случае достигают 9,4%, а при их отсутствии – не превышают 2,8%, без использования «окон прозрачности» потери  $(C_{\text{б.ок}}^* - C_{\text{ср}}) / C_{\text{б.ок}}^* \times 100\%$  в худшем случае составляют: 11,9% при  $M_{\text{пор}} = 0$ ,  $\alpha_0 = 0,499$ ; 15% при  $M_{\text{пор}} = 0,9$ ,  $\alpha_0 = 0,499$  и 14,7% при  $M_{\text{пор}} = 0,9$ ,  $\alpha_0 = 0,25$ .

5. Использование сигнальных созвездий с малым числом дискретных ( $n \leq 25$ ) состояний позволяет обеспечить в условиях больших значений ошибок измерений (равных четверти шага квантования) и значительных ограничений со стороны пороговой подсистемы шумоподавления, то есть  $M_{\text{пор}} = 0,9$ ,  $\alpha_0 = 0,25$  следующие показатели по удельной пропускной способности:

– когда КЧХ канала соответствует характеристике фильтра 1-го типа. Без использования «окон прозрачности»:  $\hat{C}_{\text{б.ок}}^* \in [2,99; 4,658]$  бит/с\*Гц при  $n_{\text{б.ок}}^* \in [7; 25]$  и  $\beta_0 \in [1,11; 1,91]$ ;  $\hat{C}_{\text{ср}} \in [2,99; 4,658]$  бит/с\*Гц при  $n_{\text{ср}} \in [5; 23]$  и  $\beta_0 \in [0,86; 2,206]$ ;  $\hat{C}_{\text{б.ок}}^{**} \in [2,01; 2,13]$  бит/с\*Гц при  $n_{\text{б.ок}}^{**} = 4$  и  $\beta_0 \in [0; 2,01]$ . При использовании «окон прозрачности»  $\hat{C}_{\text{макс}_B} \in [3,377; 4,6]$  и  $\hat{C}_{\text{макс}_H} \in [3,15; 4,511]$  при  $n'_{\text{макс}} \in [9; 24]$  и  $\beta_0 \in [1,51; 2,01]$ ;  $\hat{C}_{\text{ср}_B} \in [2,99; 4,624]$  бит/с\*Гц и  $\hat{C}_{\text{ср}_H} \in [2,273; 4,22]$  бит/с\*Гц при  $n'_{\text{ср}} \in [7; 25]$  и  $\beta_0 \in [1,36; 2,01]$ ;  $\hat{C}_{\text{мин}_B} \in [1,875; 4,557]$  бит/с\*Гц и  $\hat{C}_{\text{мин}_H} \in [1,315; 3,387]$  бит/с\*Гц при  $n'_{\text{мин}} \in [6; 23]$  и  $\beta_0 \in [1,16; 2,01] \cup [2,11; 2,41]$ .

– когда КЧХ канала соответствует характеристике фильтра 2-го типа. Без использования «окон прозрачности»:  $\hat{C}_{\text{б.ок}}^* \in [2,911; 4,199]$  бит/с\*Гц при  $n_{\text{б.ок}}^* \in [11; 24]$  и  $\beta_0 \in [0,8083; 1,386]$ ;  $\hat{C}_{\text{ср}} \in [2,99; 4,658]$  бит/с\*Гц при  $n_{\text{ср}} \in [7; 23]$  и  $\beta_0 \in [0,5774; 1,386]$ ;  $\hat{C}_{\text{б.ок}}^{**} \in [0,6102; 2,335]$  бит/с\*Гц при  $n_{\text{б.ок}}^{**} = 4$  и  $\beta_0 \in [0; 3,464]$ .

При этом резкое уменьшение  $\hat{C}_{\text{б.ок}}^{**}$  начинается только при  $\beta_0 \geq 1,443$ . При использовании «окон прозрачности»  $\hat{C}_{\text{ср}_B} \in [2,333; 3,95]$  бит/с\*Гц и

$\hat{C}_{\text{срн}} \in [2,233; 3,717]$  бит/с\*Гц при  $n'_{\text{ср}} \in [13; 25]$  и

$\beta_0 \in [1,328; 1,501] \cup [2,252; 2,309] \cup \{2,483\} \cup [2,656; 3,291]$ ;

$\hat{C}_{\text{минв}} \in [1,594; 4,253]$  бит/с\*Гц и  $\hat{C}_{\text{минн}} \in [1,591; 3,327]$  бит/с\*Гц при  $n'_{\text{мин}} \in [4; 25]$  и

$\beta_0 \in [0,8083; 1,501]$ ;  $\hat{C}_{\text{минв}} \in [1,225; 1,364]$  бит/с\*Гц и  $\hat{C}_{\text{минн}} \in [0,7878; 1,182]$  бит/с\*Гц

и  $\beta_0 \in [1,7032; 2,309] \cup \{2,483\} \cup [2,656; 3,291]$  при  $n'_{\text{мин}} = 4$ .

– когда КЧХ канала соответствует характеристике фильтра 3-го типа. Без использования «окон прозрачности»:  $\hat{C}_{\text{б.ок}}^* \in [3,616; 4,891]$  бит/с\*Гц при

$n_{\text{б.ок}}^* \in [6; 22]$  и  $\beta_0 \in [1,496; 2,457]$ ;  $\hat{C}_{\text{ср}} \in [3,285; 5,037]$  бит/с\*Гц при  $n_{\text{ср}} \in [6; 23]$  и

$\beta_0 \in [0; 0,3205] \cup [1,068; 2,457]$ ;  $\hat{C}_{\text{б.ок}}^{**} \in [2,101; 2,799]$  бит/с\*Гц при  $n_{\text{б.ок}}^{**} = 4$  и

$\beta_0 \in [0; 0,3205] \cup [1,068; 2,457]$ . При использовании «окон прозрачности»

$\hat{C}_{\text{максв}} \in [3,928; 4,88]$  и  $\hat{C}_{\text{максн}} \in [2,938; 4,778]$  при  $n'_{\text{макс}} \in [7; 21]$  и  $\beta_0 \in [1,646; 2,41]$ ;

$\hat{C}_{\text{срв}} \in [3,928; 4,964]$  бит/с\*Гц и  $\hat{C}_{\text{срн}} \in [2,938; 4,507]$  бит/с\*Гц при  $n'_{\text{ср}} \in [7; 23]$  и

$\beta_0 \in [1,543; 2,41]$ ;  $\hat{C}_{\text{минв}} \in [3,929; 4,929]$  бит/с\*Гц и  $\hat{C}_{\text{минн}} \in [2,938; 3,656]$  бит/с\*Гц

при  $n'_{\text{мин}} \in [7; 23]$  и  $\beta_0 \in [1,44; 2,41]$ .

### П4.2.3 Исследование возможностей по повышению пропускной способности РСПИ ППИ с АФМн- $N$ -сигналом на базе теории разрешающего времени

Исследование возможностей по повышению пропускной способности фазовой РСПИ, использующей АФМн- $N$ -сигналы с одинаковым числом дискретных состояний по амплитуде и фазе<sup>1</sup> и теорию разрешающей времени для его приема и обработки в каналах с МСИ, производится посредством численного метода оценки пропускной способности, представленного в разделе 4.5.

Общие для всех трёх типов фильтров исходные параметры, используемые при применении численного метода были следующими:  $\lambda_{\text{ош}} = 10^{-2}$ ;  $\Delta\Omega_0 \varepsilon_{\text{раз}} = 3,5 \times 10^{-3} \times \alpha_{\Delta}$ ; приведенные абсолютные значения предельных ошибок измерений огибающей  $\Delta_0 = \{0,25; 0,499\}$  и фазы  $\alpha_0 = \{0,25; 0,499\}$ ; число дискретных состояний по фазе и амплитуде в сигнальном созвездии  $n = m = \sqrt{N} \in [4; 32]$ .

При этом в качестве индивидуального параметра  $\eta$  для каждого из трех типов фильтров была выбрана степень связи между контурами  $\beta$  и шаг её изменения. Так для фильтра 1-го типа  $-\beta \in [0,01; 2,41]$ , шаг изменения  $\Delta\beta = 0,05$ ; для фильтра 2-го типа  $-\beta \in [0,1; 6] \cup \{\sqrt{3}\}$ , шаг изменения  $\Delta\beta = 0,1$ ; для фильтра 3-го типа  $-\beta \in [0; 1,15]$ , шаг изменения  $\Delta\beta = 0,05$ .

Результаты решения поставленной задачи представлены на рисунках П4.34 – 5.48. При этом, при построении интересующих нас зависимостей были использованы удельные оценки пропускной способности и приведенные значения степени связи между контурами. Это можно представить следующим образом: удельные оценки пропускной способности  $\hat{C}^{\circ} = C^{\circ} / 2\Delta F_0$ , где  $\Delta F_0 = \Delta\Omega_0 / 2\pi$ ;  $C^{\circ}$  –

<sup>1</sup> Данный выбор обусловлен результатами, полученными в главе 4.

пропускная способность и требуемое для ее достижения число дискретных состояний по амплитуде и фазе  $\sqrt{N_{\bullet}^{\circ}}$ , где  $\bullet$  в индексах подразумевает их тип (см. подраздел П4.2.1).

На рисунках П4.34 – П4.39 используются следующие общие обозначения. Тип ЛИС: фильтр 1-ого типа (*кривые с маркером ромб*); фильтр 2-ого типа (*кривые без маркера*); фильтр 3-ого типа (*кривые с маркером звездочка*). Тип оценки удельной пропускной способности (см. подрисунки *а, б*):  $\hat{C}_{\text{б.ок}}^*$  (—);  $\hat{C}_{\text{б.ок}}^{**}$  (- . -);  $\hat{C}_{\text{ср}}$  (- -). Тип оценки числа дискретных состояний (см. подрисунки *в, г*):  $N_{\text{б.ок}}^*$  (—);  $N_{\text{б.ок}}^{**}$  (- . -);  $N_{\text{ср}}$  (- -). Параметры:  $\Delta_0 = 0,499$ ,  $\alpha_0 = 0,499$  (см рис. *а, в*);  $\Delta_0 = 0,25$ ,  $\alpha_0 = 0,25$  (см рис. *б, г*).

На рисунках П4.40 – П4.46 используются следующие общие обозначения. Тип оценки удельной пропускной способности (см. подрисунки *а, б*):  $\hat{C}_{\text{макс}_B}$  (-◇-);  $\hat{C}_{\text{макс}_H}$  (-.-◇-.-);  $C_{\text{ср}_B}$  (-\*-);  $C_{\text{ср}_H}$  (-.-\*-.-);  $C_{\text{мин}_B}$  (-○-);  $C_{\text{мин}_H}$  (-.-○-.-). Тип оценки числа дискретных состояний (см. подрисунки *в, г*):  $N'_{\text{макс}}$  (-◇-);  $N'_{\text{ср}}$  (-\*-);  $N'_{\text{мин}}$  (-○-). Параметры:  $\Delta_0 = 0,499$ ,  $\alpha_0 = 0,499$  (см рис. *а, в*);  $\Delta_0 = 0,25$ ,  $\alpha_0 = 0,25$  (см рис. *б, г*).

Анализируя зависимости, приведенные на рисунках П4.34–П4.48, можно прийти к следующим выводам:

В общем случае для класса РСПИ, функционирующих на основе теории разрешающего времени, в которых применяются АФМн- $N$ -сигналы ( $n = m$ ), достижение предельной потенциальной пропускной способности происходит за счёт использования «окон прозрачности». Однако в отличие от случая применения ФМн- $n$ -сигналов это происходит при значительных меньших значениях коэффициента прямоугольности, о чем можно судить по значениям  $\beta_0$ .

В отсутствии расстройки по частоте достижение предельной потенциальной пропускной способности среди всех типов фильтров наблюдается в случае, если

КЧХ канала соответствует фильтру 1-ого типа, и составляет  $\hat{C}_{\text{пр}} = 8,86$  бит/Гц\*с при  $\sqrt{N} = 31$ ,  $\beta_0 = 0,85$  и отсутствии ошибок измерений ( $\mu_H = 0$ ,  $\mu_{\psi} = 0$ ), а при их наличии ( $\mu_H = 0,249$ ,  $\mu_{\psi} = 0,249$ ) –  $\hat{C}_{\text{пр}} = 8,64$  бит/Гц\*с при  $\sqrt{N} = 32$ ,  $\beta_0 = 0,75$ .

Зависимость оценок пропускной способности от безразмерной результирующей расстройки по частоте  $|\rho_0|$  имеет следующие особенности:

а) с возрастанием  $|\rho_0|$  происходит уменьшение предельной потенциальной пропускной способности. В худшем случае, что соответствует случаю КЧХ фильтра 3-ого типа, в отсутствии ошибок измерений наблюдается снижение со значения  $\hat{C}_{\text{пр}} = 7,765$  бит/Гц\*с, реализуемой при  $\sqrt{N} = 32$ ,  $\beta_0 = 0,823$  и  $\rho_0 = 0$ , до  $\hat{C}_{\text{пр}} = 7,17$  бит/Гц\*с при  $\sqrt{N} = 32$ ,  $\beta_0 = 0,7202$  и  $|\rho_0| = 0,25$ . А при наличии ошибок измерений ( $\mu_H = 0,249$ ,  $\mu_{\psi} = 0,249$ ) наблюдается снижение со значения  $\hat{C}_{\text{пр}} = 7,765$  бит/Гц\*с, которая реализуется при  $\sqrt{N} = 26$ ,  $\beta_0 = 0,823$  и  $\rho_0 = 0$ , до  $\hat{C}_{\text{пр}} = 6,429$  бит/Гц\*с при  $\sqrt{N} = 23$ ,  $\beta_0 = 0,7202$  и  $|\rho_0| = 0,25$ . Таким образом, проигрыш по пропускной способности в отсутствии ошибок измерений, вызванный расстройкой по частоте, составляет 7,6%, а при их наличии ошибок измерений достигает 11%. В том случае, когда КЧХ канала связи обеспечивает наилучшие показатели по предельной потенциальной пропускной способности в отсутствии расстройки по частоте, что соответствует случаю КЧХ фильтра 1-ого типа, снижение пропускной способности достигает  $\hat{C}_{\text{пр}} = 7,9$  бит/Гц\*с при  $\beta_0 = 0,7202$ ,  $|\rho_0| = 0,25$ ,  $\sqrt{N} = 32$  и  $\mu_H = 0$ ,  $\mu_{\psi} = 0$ , а при наличии ошибок измерений ( $\mu_H = 0,249$ ,  $\mu_{\psi} = 0,249$ ) –  $\hat{C}_{\text{пр}} = 7,36$  бит/Гц\*с,  $|\rho_0| = 0,25$ ,  $\sqrt{N} = 31$ . В процентном соотношении потери по удельной пропускной способности в отсутствии ошибок измерений составляют – 10,8%, а при их наличии – 14,81%.

б) Значение частотной избирательности, при которых достигается

$\max_{\eta \in [\eta_{\text{мин}}; \eta_{\text{макс}}]} C_{\text{б.ок}}^*(\eta)$ , не зависит от значения  $|\rho_0|$  при рассматриваемых ограничениях,

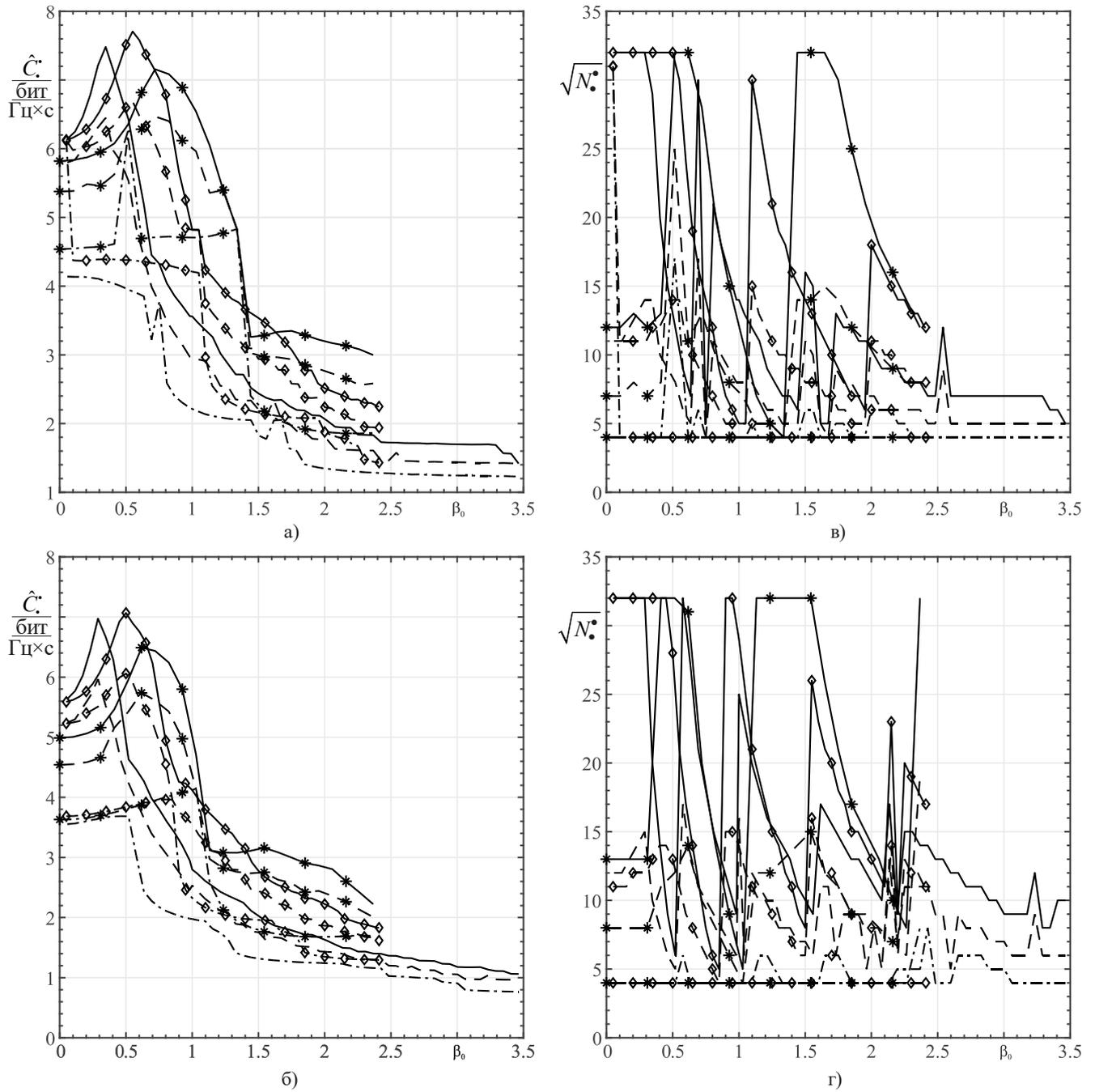


Рис. П4.34. Зависимости оценок удельной пропускной способности без использования «окон прозрачности» и оценок числа дискретных состояний, необходимых для их реализации, от приведенной степени связи между контурами  $\beta_0$ . Результирующая расстройка по частоте  $\rho_0 = 0$ .

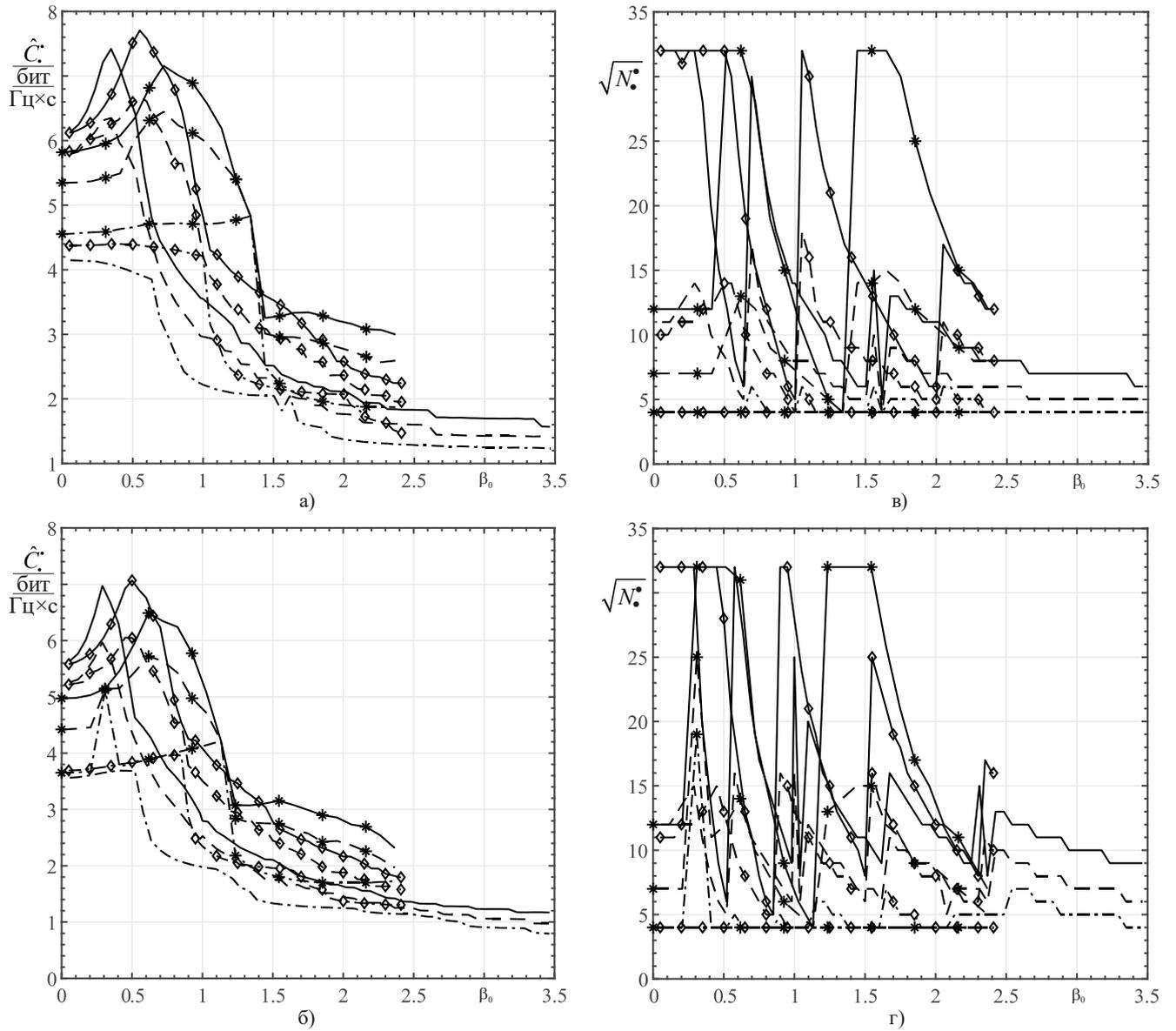


Рис. П4.35. Зависимости оценок удельной пропускной способности без использования «окон прозрачности» и оценок числа дискретных состояний, необходимых для их реализации, от приведенной степени связи между контурами  $\beta_0$ . Результирующая расстройка по частоте  $|\rho_0| = 0,05$ .

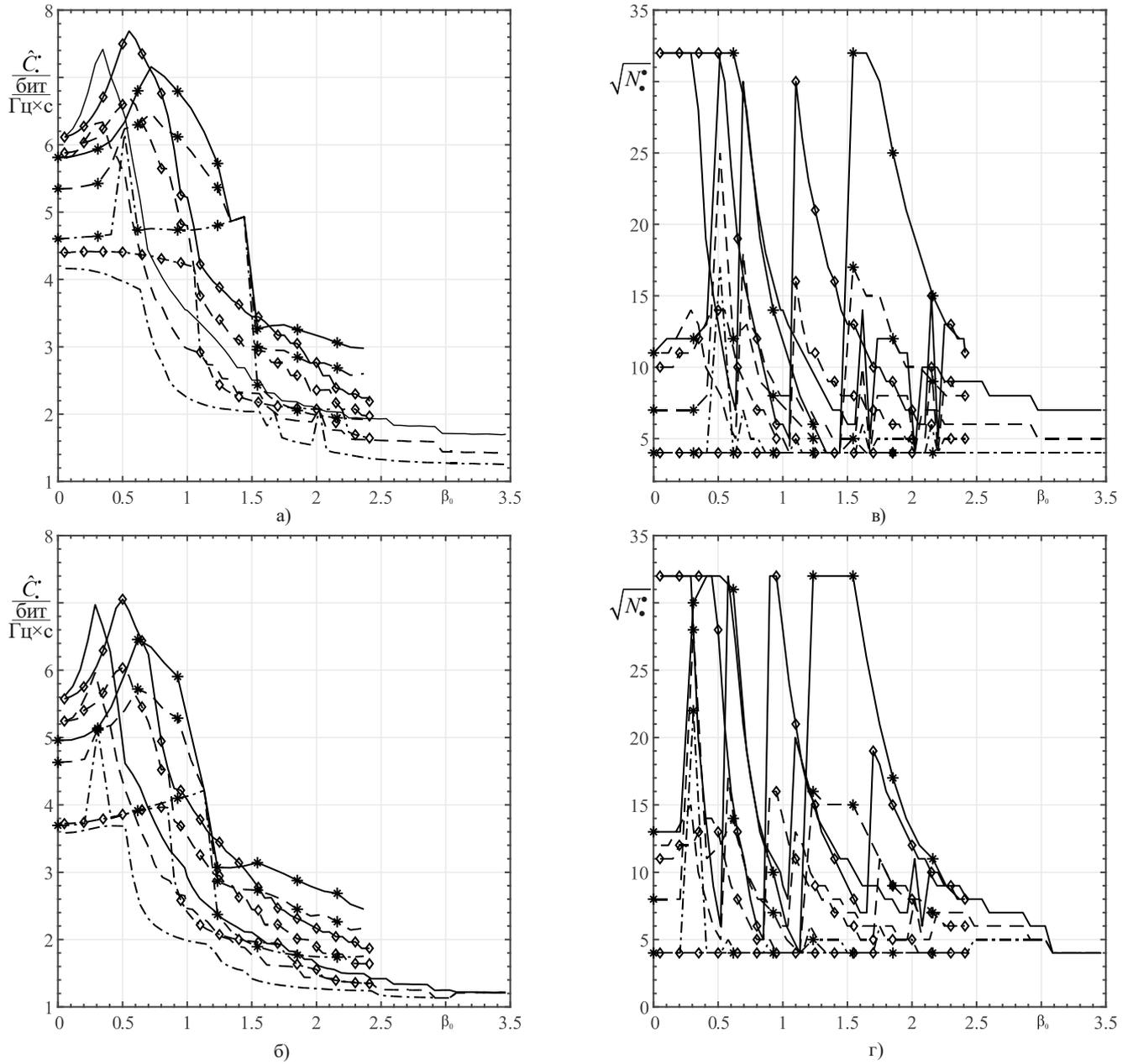


Рис. П4.36. Зависимости оценок удельной пропускной способности без использования «окон прозрачности» и оценок числа дискретных состояний, необходимых для их реализации, от приведенной степени связи между контурами  $\beta_0$ . Результирующая расстройка по частоте  $|\rho_0| = 0,1$ .

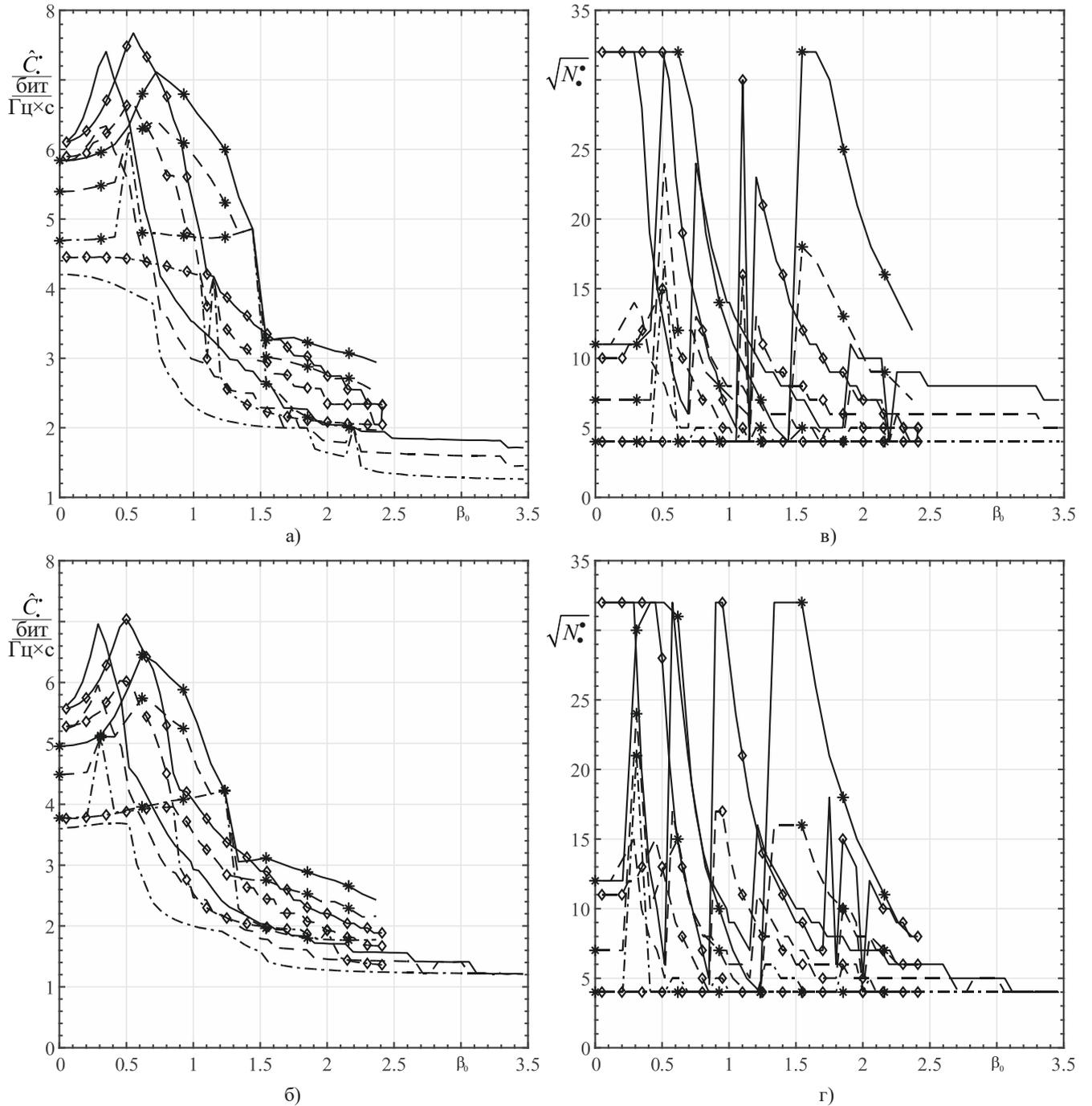


Рис. П4.37. Зависимости оценок удельной пропускной способности без использования «окон прозрачности» и оценок числа дискретных состояний, необходимых для их реализации, от приведенной степени связи между контурами  $\beta_0$ . Результирующая расстройка по частоте  $|\rho_0| = 0,15$ .

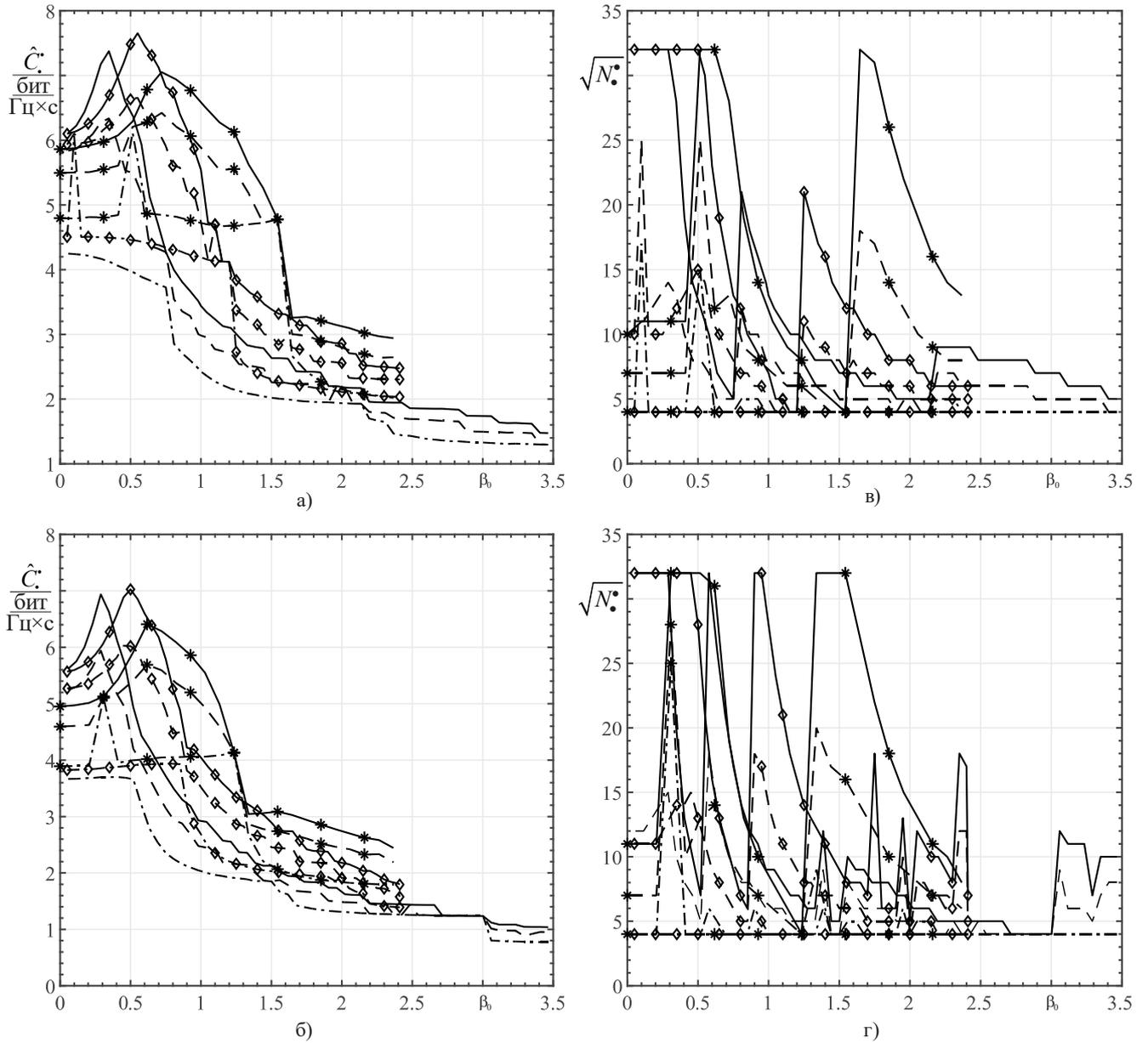


Рис. П4.38. Зависимости оценок удельной пропускной способности без использования «окон прозрачности» и оценок числа дискретных состояний, необходимых для их реализации, от приведенной степени связи между контурами  $\beta_0$ . Результирующая расстройка по частоте  $|\rho_0| = 0,2$ .

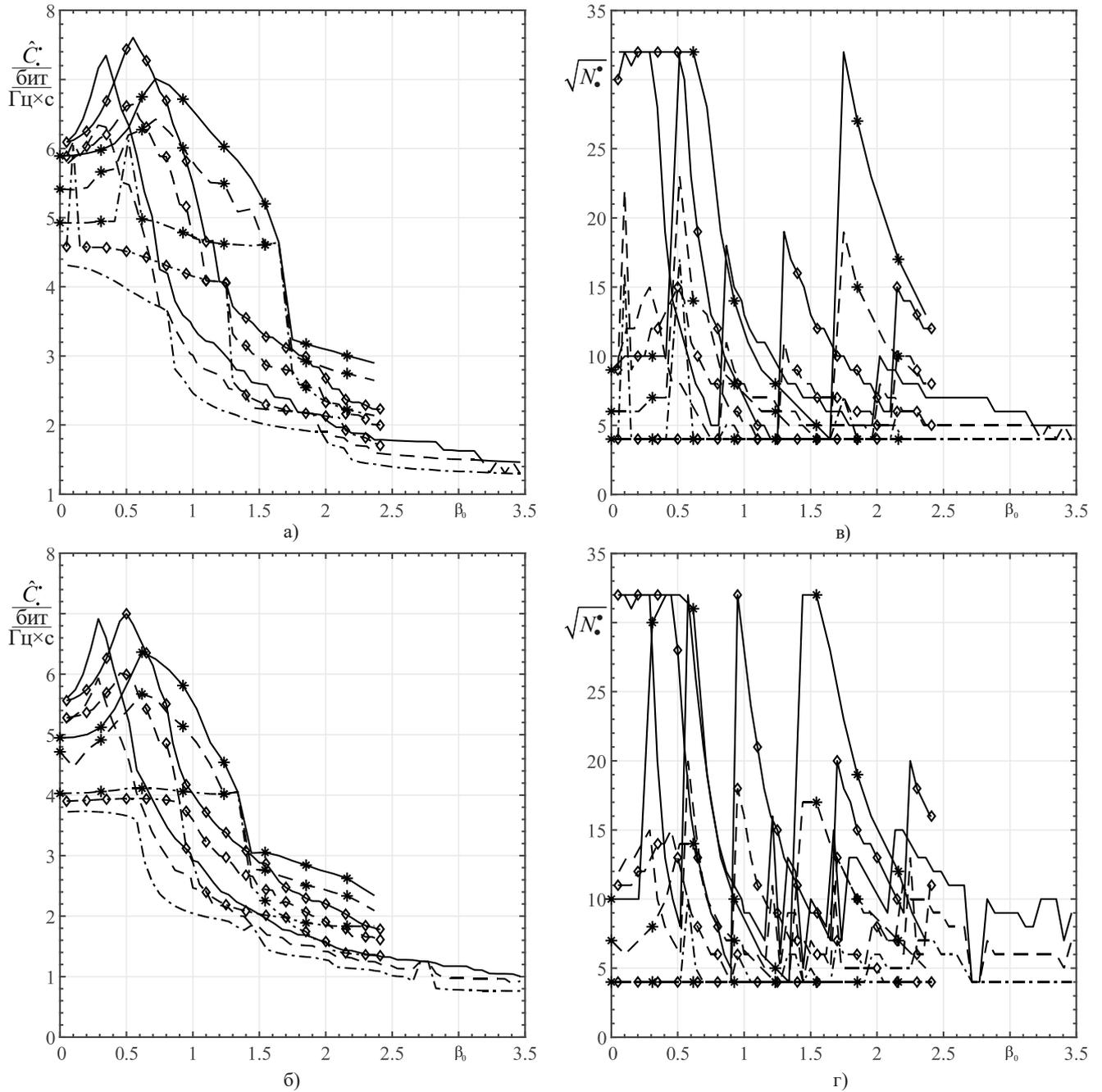


Рис. П4.39. Зависимости оценок удельной пропускной способности без использования «окон прозрачности» и оценок числа дискретных состояний, необходимых для их реализации, от приведенной степени связи между контурами  $\beta_0$ . Результирующая расстройка по частоте  $|\rho_0| = 0,25$ .

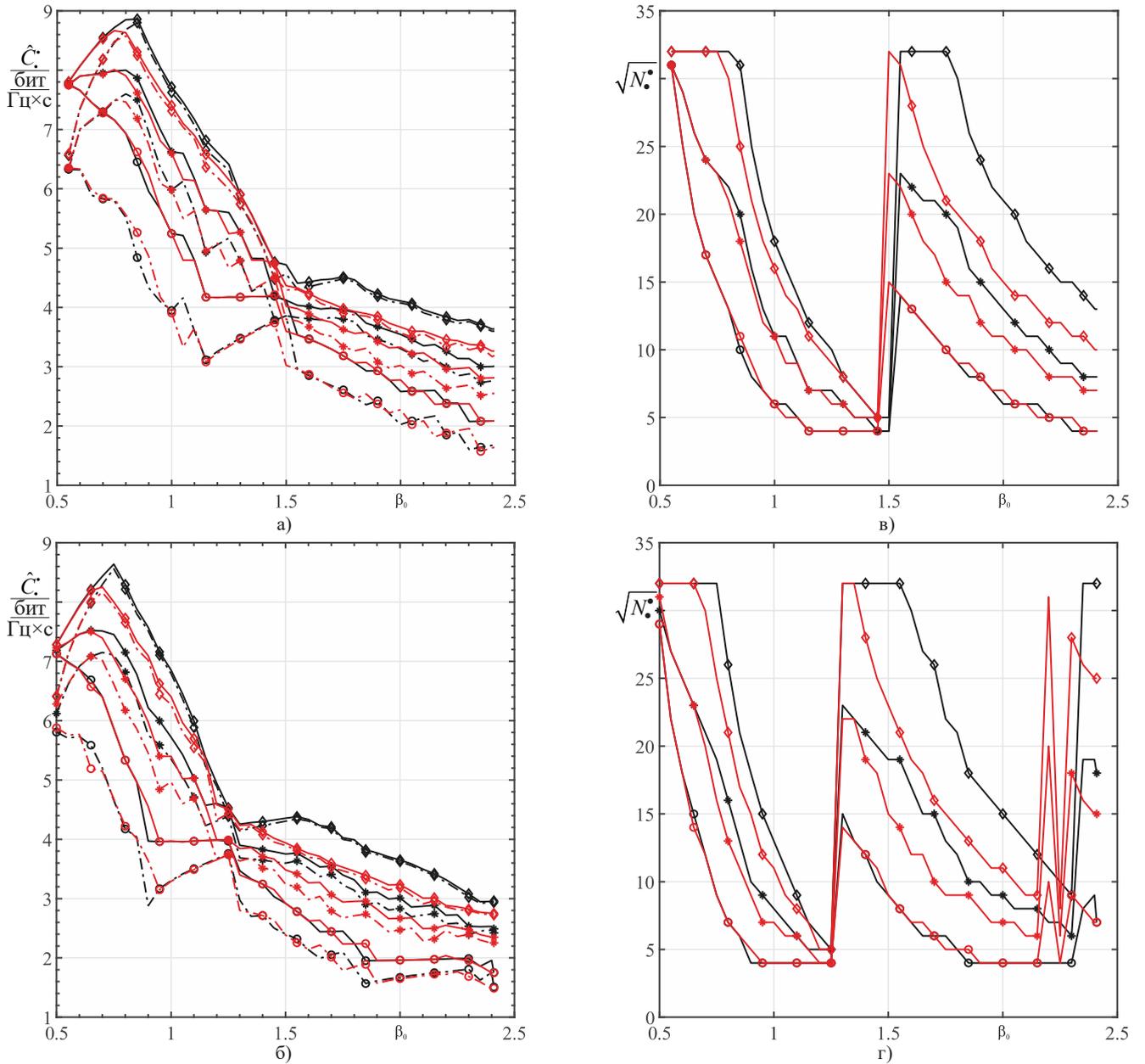


Рис. П4.40 Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр первого типа. Результирующая расстройка  $\rho_0 = 0$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0.05$  (красная линия).

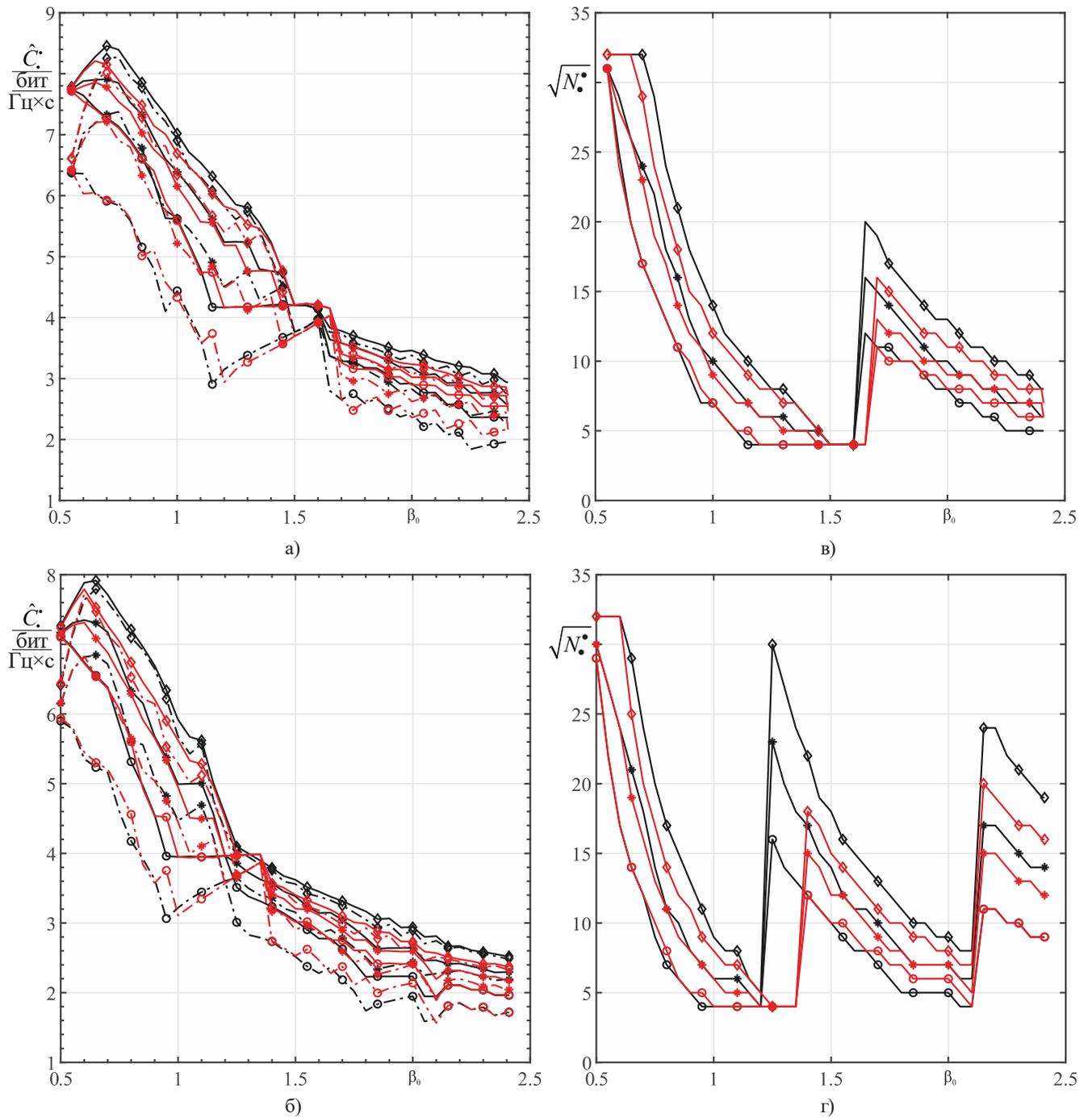


Рис. П4.41. Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр первого типа. Результирующая расстройка  $|\rho_0| = 0,1$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0,15$  (красная линия).

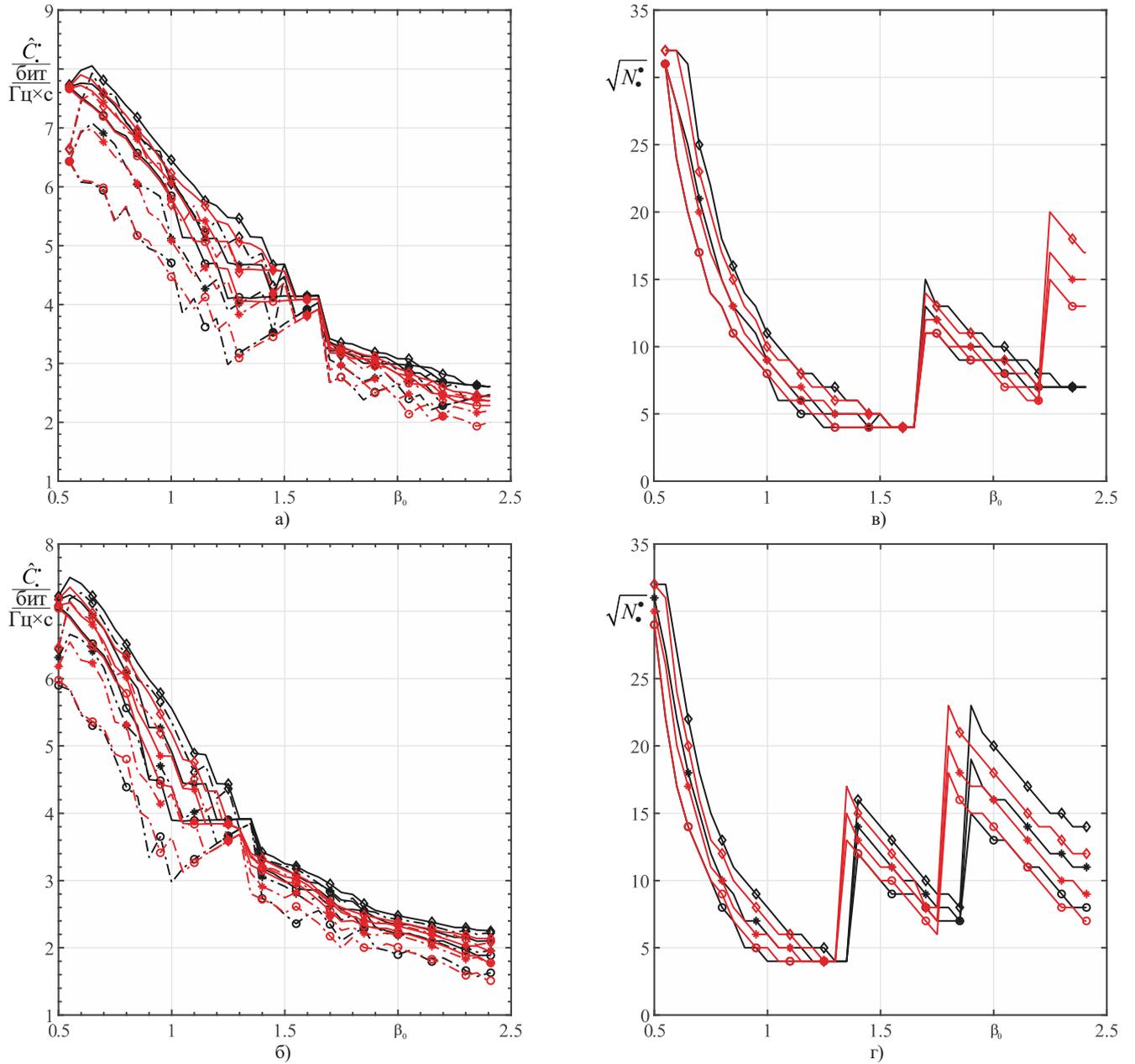


Рис. П4.42. Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр первого типа. Результирующая расстройка  $|\rho_0| = 0,2$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0,25$  (красная линия).

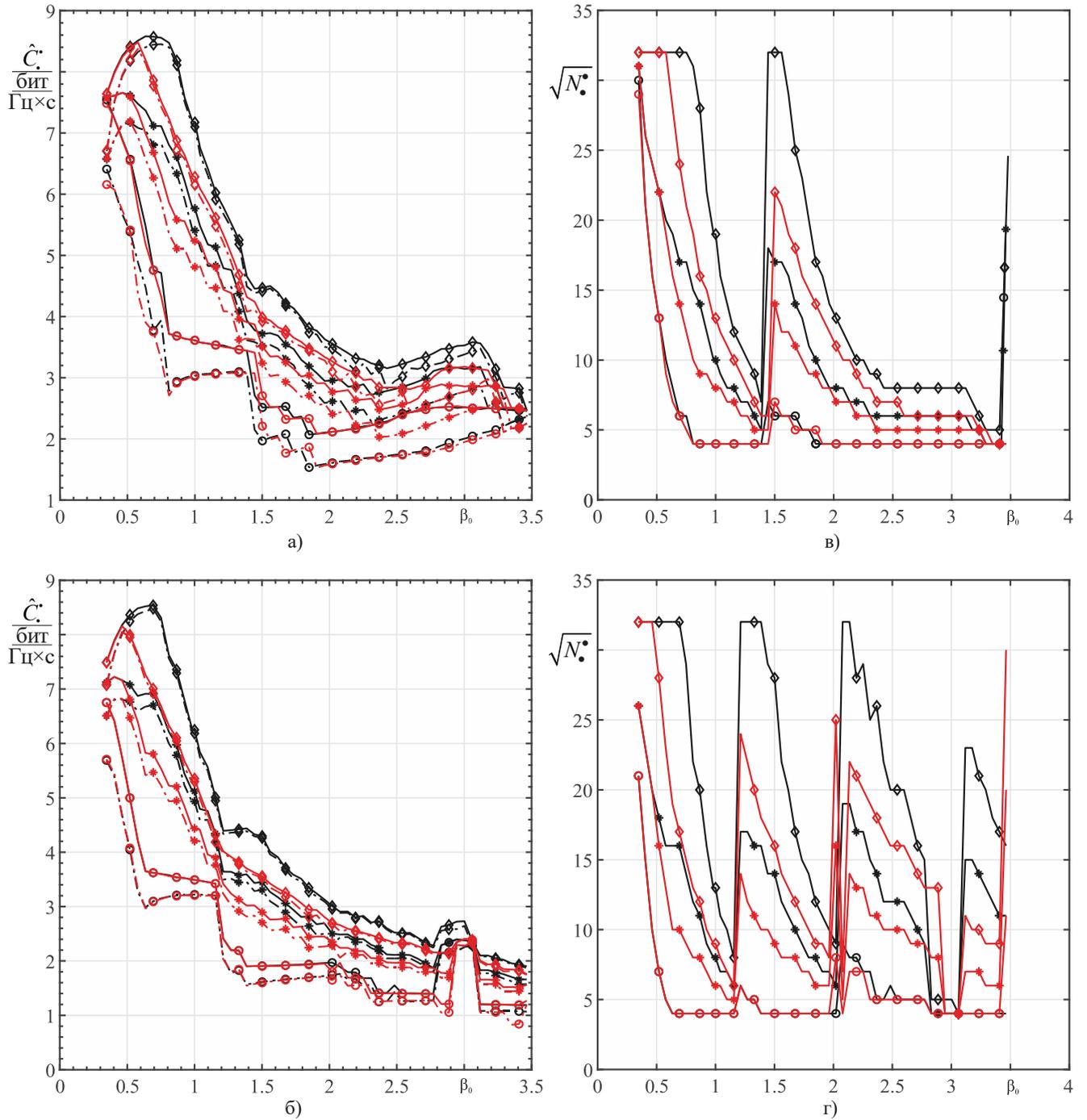


Рис. П4.43 Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр второго типа. Результирующая расстройка  $\rho_0 = 0$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0,05$  (красная линия).

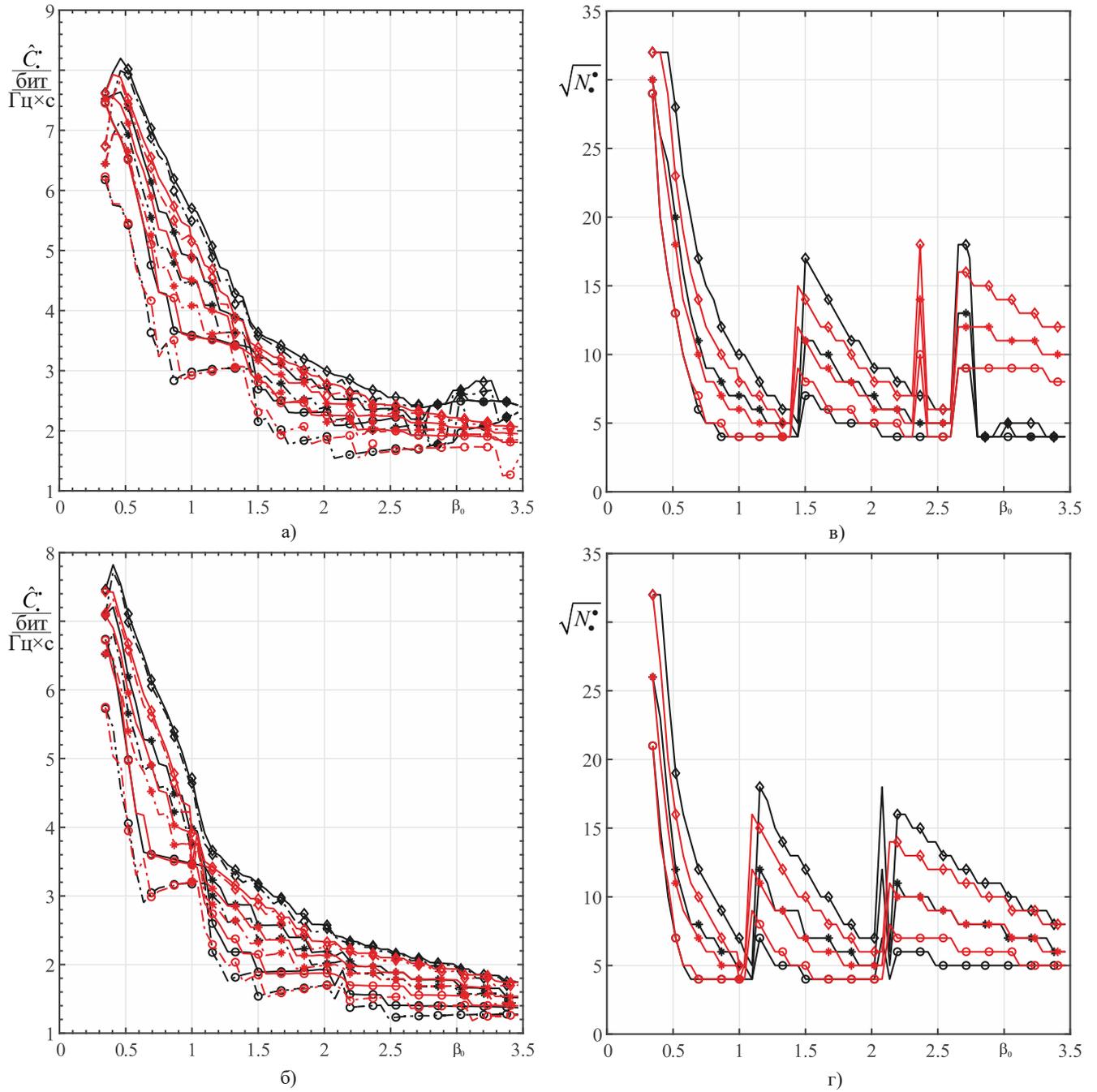


Рис. П4.44. Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр второго типа. Результирующая расстройка  $|\rho_0| = 0,1$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0,15$  (красная линия).

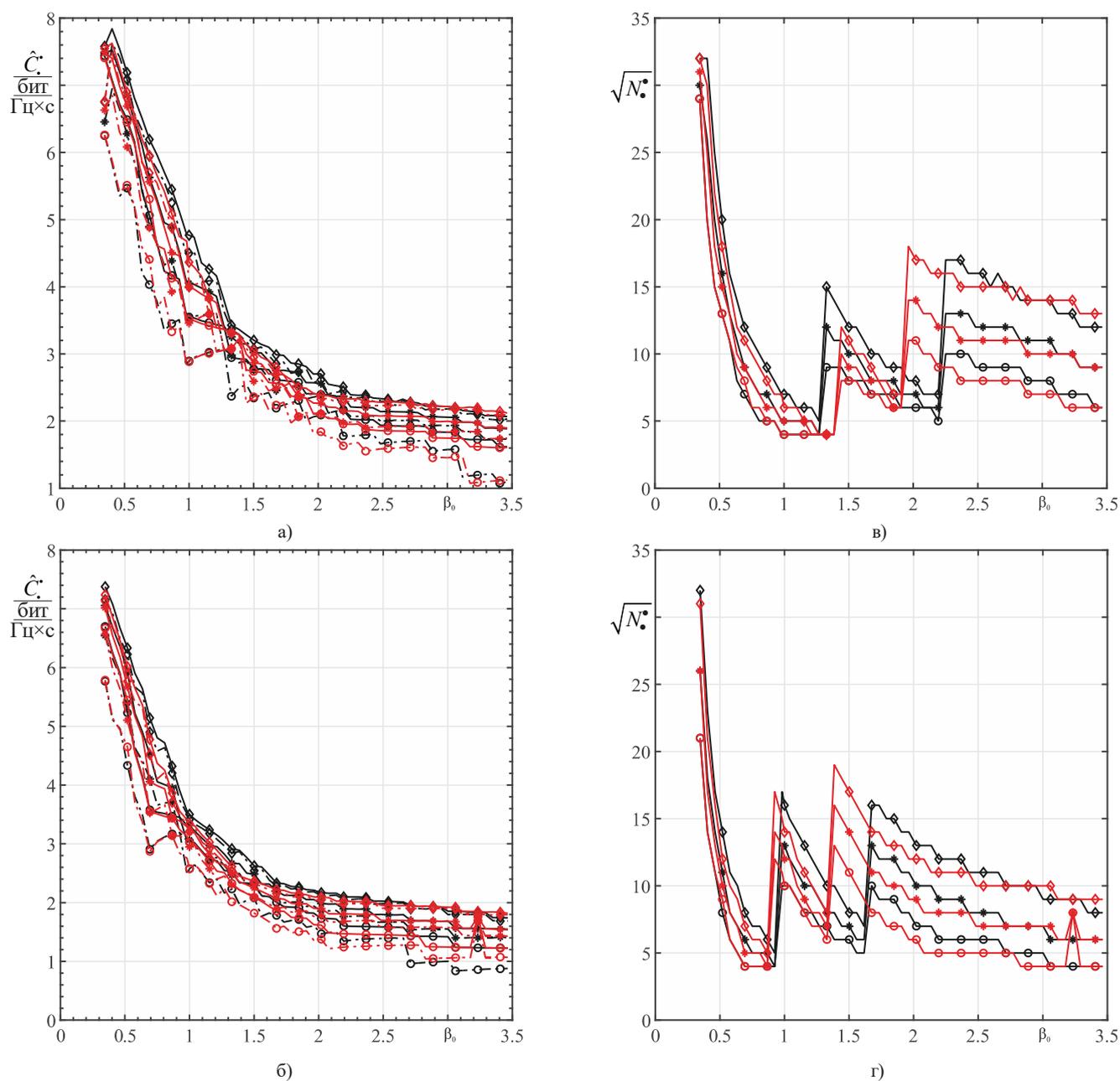


Рис. П4.45. Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр второго типа. Результирующая расстройка  $|\rho_0| = 0,2$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0,25$  (красная линия).

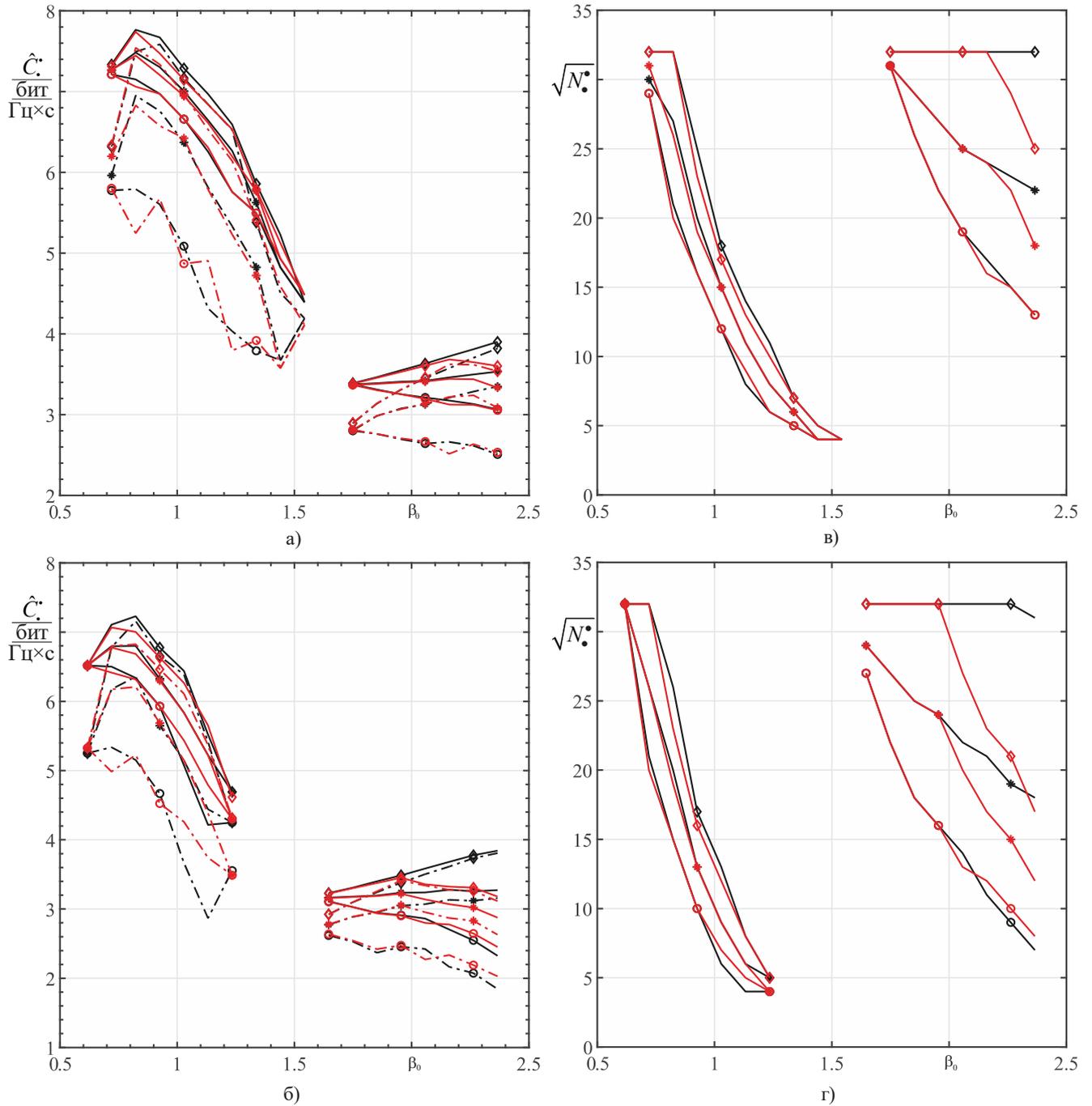


Рис. П4.46. Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр третьего типа. Результирующая расстройка  $\rho_0 = 0$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0,05$  (красная линия).

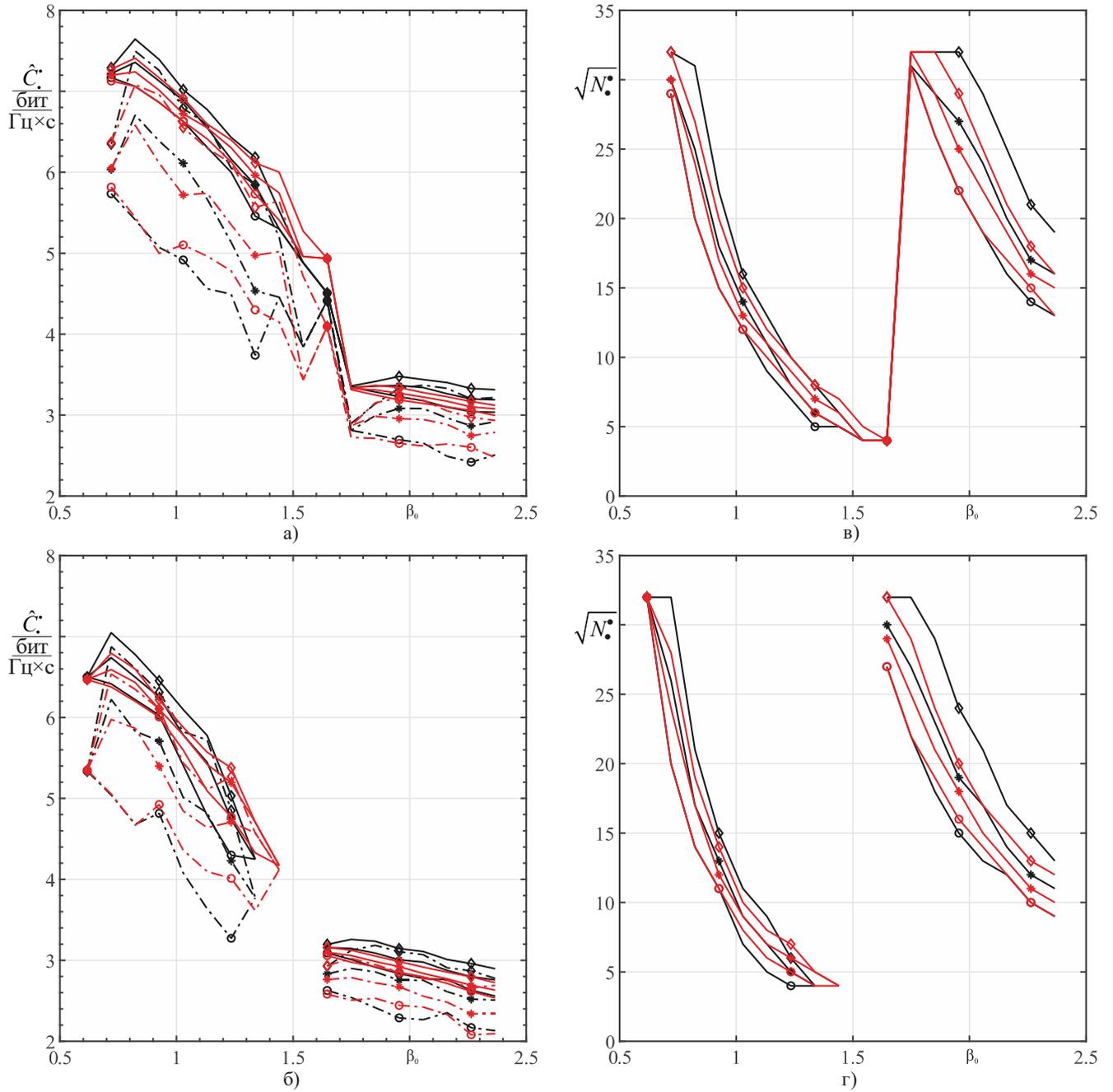


Рис. П4.47. Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр третьего типа. Результирующая расстройка  $|\rho_0| = 0,1$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0,15$  (красная линия).

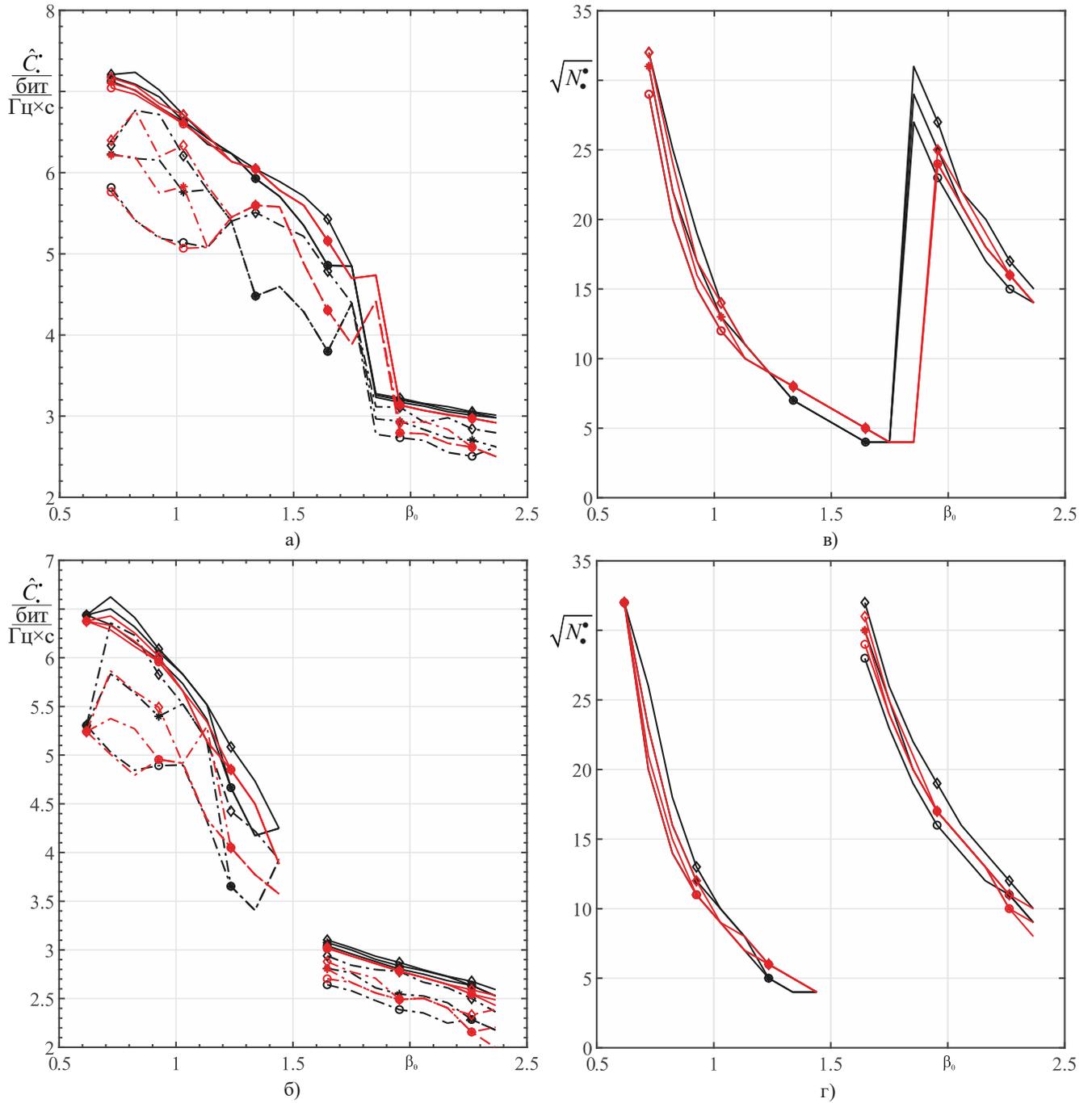


Рис. П4.48. Зависимости оценок удельной пропускной способности и оценок требуемого числа дискретных состояний для их реализации при использовании 1-ого «окна прозрачности» от приведенной степени связи  $\beta_0$ . Тип ЛИС: фильтр третьего типа. Результирующая расстройка  $|\rho_0| = 0,2$  (черная линия);  $|\rho_0| = 0,25$  (красная линия).

но, при этом, значение пропускной способности  $\left( \max_{\eta \in [\eta_{\min}; \eta_{\max}]} C_{\text{б.ок}}^*(\eta) \right)$  уменьшается.

Более того,  $C_{\text{б.ок}}^{**}$  слегка возрастает с увеличением по абсолютному значению безразмерной результирующей расстройки по частоте  $|\rho_0|$ .

4) Использование режима передачи информации, при котором задействуются «окна прозрачности», для АФМн- $N$ -сигналов, также как и в случае применения ФМн- $n$ -сигналов позволяет обеспечить  $\hat{C}_{\text{пр}}$ . В условиях высокой частотной избирательности канала связи ( $\beta_0 > 1$ ), которая может приводить к значительному уровню неравномерности нормированной АЧХ канала связи в полосе его пропускания, использование режима передачи информации с помощью «окон прозрачности» обеспечивает в общем случае  $C_1' \geq C_{\text{б.ок}}$ , что позволяет повысить в целом пропускную способность РСПИ. Кроме того, при выборе скорости передачи  $R_{\text{ок}} \in [C_1''; C_1']$  с учётом ранее полученных результатов, можно говорить о обеспечении более низких требований к символьной синхронизации, поскольку, если длительность символа выбирается равной длительности символа, к которой стягивается область окна прозрачности, то даже при наихудших значениях ошибок измерений, обеспечит корректную работу решающего устройства, а следовательно, и достоверность приёма.

При этом следует отметить ряд особенностей, связанных с использованием АФМн- $N$ -сигнала в рассматриваемом классе РСПИ и проявляющихся в отношении формы АЧХ канала связи:

а) В общем случае изменение  $\hat{C}_{\text{максв}}$  в окрестностях значения частотной избирательности, при которой достигается  $\hat{C}_{\text{пр}}$ , носит значительный характер с явным снижением значений  $\hat{C}_{\text{максв}}$  относительно  $\hat{C}_{\text{пр}}$  в отличие от ФМн- $n$ -сигналов. Это эффект в наибольшей степени проявляется с увеличением  $|\rho_0|$ ;

б) Наибольшая протяженность 1-го «окна прозрачности», образованная  $\hat{C}_{\text{макс}_B}$  и  $\hat{C}_{\text{макс}_H}$ , наблюдается при значениях частотной избирательности меньших, чем при той, при которой достигается  $\hat{C}_{\text{пр}}$ ;

в) для обеспечения снижения требований к символьной синхронизации при использовании «окна прозрачности» в широком диапазоне изменения частотной избирательности целесообразно использовать те «окна прозрачности», которые образованы оценками пропускной способности  $C_{\text{ср}_H} \dots C_{\text{ср}_B}$  или  $C_{\text{мин}_H} \dots C_{\text{мин}_B}$ . Следует отметить, что наибольшие по протяженности «окна прозрачности» в широком диапазоне изменения значений частотной избирательности канала, достигаются при использовании окон прозрачности, которые образованы оценками пропускной способности  $C_{\text{мин}_H} \dots C_{\text{мин}_B}$ .

5) Использование оценок  $C_{\text{ср}}$  и  $C_{\text{ср}_B}$  вместо  $C_{\text{б.ок}}^*$  и  $C_{\text{макс}_B}$ , соответственно, позволяет снизить необходимое число дискретных состояний для их реализации. Определение проигрыша по пропускной способности и выигрыша по требуемому числу дискретных состояний в этом случае будем производить с помощью следующих оценок:

– наибольшие потери в отсутствии расстройки по частоте среди всех типов фильтров без использования окон прозрачности

$$L_{\text{макс}_0} = \max_{i \in [1;3]} \left[ (\hat{C}_{\hat{\sigma}_{i0}} - \hat{C}_{\text{ср}_{i0}}) / \hat{C}_{\hat{\sigma}_{i0}} \right] \times 100\% ;$$

– наибольшие потери при наличии расстройки по частоте среди всех типов фильтров без использования окон прозрачности

$$L_{\text{макс}_p} = \max_{\substack{i \in [1;3] \\ k \in [1;5]}} \left[ (\hat{C}_{\hat{\sigma}_{ik}} - \hat{C}_{\text{ср}_{ik}}) / \hat{C}_{\hat{\sigma}_{ik}} \right] \times 100\% ;$$

– усредненные потери в отсутствии расстройки по частоте среди всех типов фильтров без использования окон прозрачности

$$L_{\text{ср}_0} = \left[ \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (\hat{C}_{\hat{\sigma}_{i0}} - \hat{C}_{\text{ср}_{i0}}) / \hat{C}_{\hat{\sigma}_{i0}} \right] \times 100\% ;$$

– усредненные потери при наличии расстройки по частоте среди всех типов фильтров без использования окон прозрачности

$$L_{\text{ср}_p} = \left[ \frac{1}{15} \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^5 (\hat{C}_{\bar{\sigma}_{ik}} - \hat{C}_{\text{ср}_{p_{ik}}}) / \hat{C}_{\bar{\sigma}_{ik}} \right] \times 100\% ;$$

– наибольшие потери в отсутствии расстройки по частоте среди всех типов фильтров при использовании окон прозрачности

$$L'_{\text{макс}_0} = \max_{i \in \{1;3\}} \left[ (\hat{C}_{\text{ок}_{i0}} - \hat{C}_{\text{ср}_{B_{i0}}}) / \hat{C}_{\text{ок}_{i0}} \right] \times 100\% ;$$

– наибольшие потери при наличии расстройки по частоте среди всех типов фильтров без использования окон прозрачности

$$L'_{\text{макс}_p} = \max_{\substack{i \in \{1;3\} \\ k \in \{1;5\}}} \left[ (\hat{C}_{\text{ок}_{ik}} - \hat{C}_{\text{ср}_{B_{ik}}}) / \hat{C}_{\text{ок}_{ik}} \right] \times 100\% ;$$

– усредненные потери в отсутствии расстройки среди всех типов фильтров по частоте при использовании окон прозрачности

$$L'_{\text{ср}_0} = \left[ \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (\hat{C}_{\text{ок}_{i0}} - \hat{C}_{\text{ср}_{B_{i0}}}) / \hat{C}_{\text{ок}_{i0}} \right] \times 100\% ;$$

– усредненные потери при наличии расстройки среди всех типов фильтров по частоте без использования окон прозрачности

$$L'_{\text{ср}_p} = \left[ \frac{1}{15} \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^5 (\hat{C}_{\text{ок}_{ik}} - \hat{C}_{\text{ср}_{B_{ik}}}) / \hat{C}_{\text{ок}_{ik}} \right] \times 100\% ;$$

где

$$\begin{aligned} N_{\bar{\sigma}_{ik}} : C_{\bar{\sigma}_{ik}} &= f(\beta'_{0_{ik}}, N_{\bar{\sigma}_{ik}}) = \max_{\beta_{0_{ik}} \in [\beta_{0_{\text{мин}}_{ik}}; \beta_{0_{\text{макс}}_{ik}}]} \left\{ C_{\bar{\sigma}_{\text{ок}}}^*(\beta_{0_{ik}}) \mid \rho_0^{(k)} \in \rho_0; i \in \overline{1;3} \right\}; \\ N_{\text{ок}_{ik}} : C_{\text{ок}_{ik}} &= f(\beta_{0_{ik}}^*, N_{\text{ок}_{ik}}) = \max_{\beta_{0_{ik}} \in [\beta_{0_{\text{мин}}_{ik}}; \beta_{0_{\text{макс}}_{ik}}]} \left\{ C_{\text{макс}_B}(\beta_{0_{ik}}) \mid \rho_0^{(k)} \in \rho_0; i \in \overline{1;3} \right\}; \\ N_{\bar{\sigma}_{\text{ср}_{ik}}} : C_{\text{ср}_{ik}} &= f(N_{\bar{\sigma}_{\text{ср}_{ik}}}) = \left\{ C_{\text{ср}}(\beta'_{0_{ik}}) \mid \rho_0^{(k)} \in \rho_0; i \in \overline{1;3} \right\}; \\ N_{\text{ок}_{\text{ср}_{ik}}} : C_{\text{ср}_{B_{ik}}} &= f(N_{\text{ок}_{\text{ср}_{ik}}}) = \left\{ C_{\text{ср}_B}(\beta_{0_{ik}}^*) \mid \rho_0^{(k)} \in \rho_0; i \in \overline{1;3} \right\}. \end{aligned}$$

• усредненный выигрыш в отсутствии расстройки по всем типам фильтров без использования окон прозрачности

$$P_{\text{cp}_0} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \sqrt{\frac{N_{\bar{\sigma}_{i0}}}{N_{\bar{\sigma}_{\text{cp}_0}}} \times 100\% ;$$

- усредненный выигрыш при наличии расстройки по частоте по всем типам фильтров без использования окон прозрачности

$$P_{\text{cp}_p} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^5 \sqrt{\frac{N_{\bar{\sigma}_{ik}}}{N_{\bar{\sigma}_{\text{cp}_ik}}} \times 100\%$$

- усредненный выигрыш в отсутствии расстройки среди всех типов фильтров по частоте при использовании окон прозрачности

$$P'_{\text{cp}_0} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \sqrt{\frac{N_{\text{ок}_{i0}}}{N_{\text{ок}_{\text{cp}_0}}} \times 100\% ;$$

- усредненный выигрыш при наличии расстройки среди всех типов фильтров по частоте при использовании окон прозрачности

$$P'_{\text{cp}_p} = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^5 \sqrt{\frac{N_{\text{ок}_{ik}}}{N_{\text{ок}_{\text{cp}_ik}}} \times 100\% .$$

Здесь  $\beta'_{0_{ik}}$  и  $\beta^*_{0_{ik}}$  – приведённая степень связи между контурами при которых достигаются  $C_{\bar{\sigma}_{ik}}$  и  $C_{\text{ок}_{ik}}$ , соответственно;  $i$  и  $k$  – номер типа фильтра и  $k \in [0;5]$  – номер реализации безразмерной расстройки по частоте  $\rho_0 = \{0; 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; 0,25\}$ ;  $k=0$  означает  $\rho_0 = 0$ .

Значение оценок вышеприведенных оценок имеют следующие значения:

– при отсутствии расстройки по частоте

а) в отсутствии ошибок измерений –  $L_{\text{макс}_0} \approx 13,82\%$ ;  $L'_{\text{макс}_0} \approx 14,14\%$ ;  $L_{\text{cp}_0} \approx 12,21\%$ ;

$L'_{\text{cp}_0} \approx 9,67\%$ ;  $P_{\text{cp}_0} \approx 2,12$ ;  $P'_{\text{cp}_0} \approx 1,4$ ;

б) при наличии ошибок измерений ( $\mu_H = 0,249$ ,  $\mu_\Psi = 0,249$ ) –  $L_{\text{макс}_0} \approx 14,41\%$ ;

$L'_{\text{макс}_0} \approx 19,09\%$ ;  $L_{\text{cp}_p} \approx 13,41\%$ ;  $L'_{\text{cp}_p} \approx 12,91\%$ ;  $P_{\text{cp}_p} \approx 2,166$ ;  $P'_{\text{cp}_p} \approx 1,61$ ;

– при наличии расстройки по частоте

- а) в отсутствии ошибок измерений –  $L_{\text{макс}_p} \approx 17,22\%$ ;  $L'_{\text{макс}_p} \approx 13,38\%$ ;  $L_{\text{ср}_0} \approx 12,18\%$ ;  
 $L'_{\text{ср}_p} \approx 4,61\%$ ;  $P_{\text{ср}_p} \approx 2,17$ ;  $P'_{\text{ср}_p} \approx 1,25$ ;
- б) при наличии ошибок измерений ( $\mu_H = 0,249$ ,  $\mu_\Psi = 0,249$ ) –  $L_{\text{макс}_p} \approx 21,17\%$ ;  
 $L'_{\text{макс}_p} \approx 12,22\%$ ;  $L_{\text{ср}_p} \approx 14,44\%$ ;  $L'_{\text{ср}_p} \approx 5,19\%$ ;  $P_{\text{ср}_p} \approx 2,19$ ;  $P'_{\text{ср}_p} \approx 1,27$ .

### **П4.3. Оценка времени выполнения разработанных алгоритмов оценки разрешающего времени и пропускной способности в среде моделирования Matlab на одно сигнальное созвездие**

Оценка времени выполнения разработанных алгоритмов для оценки разрешающего времени и пропускной способности осуществлялось в среде Matlab 2021a на базе мобильной рабочей станции Dell Precision 7540 в конфигурации 7540-5260.

Результаты оценки времени выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода применительно к ФМн-п-сигналу приведены на рисунках П4.49 – П4.64. При получении результатов число дискретных состояний по фазе составляло  $n \in [4;128]$ , остальные параметры приведены на рисунках П4.49, П4.55, П4.60. В качестве ЛИС использовались: фильтр 1-го типа при  $\beta=1$ ; фильтр 1-го типа при  $\beta=2,41$ ; фильтр 2-го типа при  $\beta=6$ .

Демонстрация программного кода в котором отмечаются точки начала (команда tic) и окончания замера времени (команда toc) приведены на рисунке П4.65. Из представленных результатов (рис. П4.49 – П4.64) следует, что среднее время вычислений на одно сигнальное созвездие усредненное по трем указанным ЛИС составляет 39,7 мс.

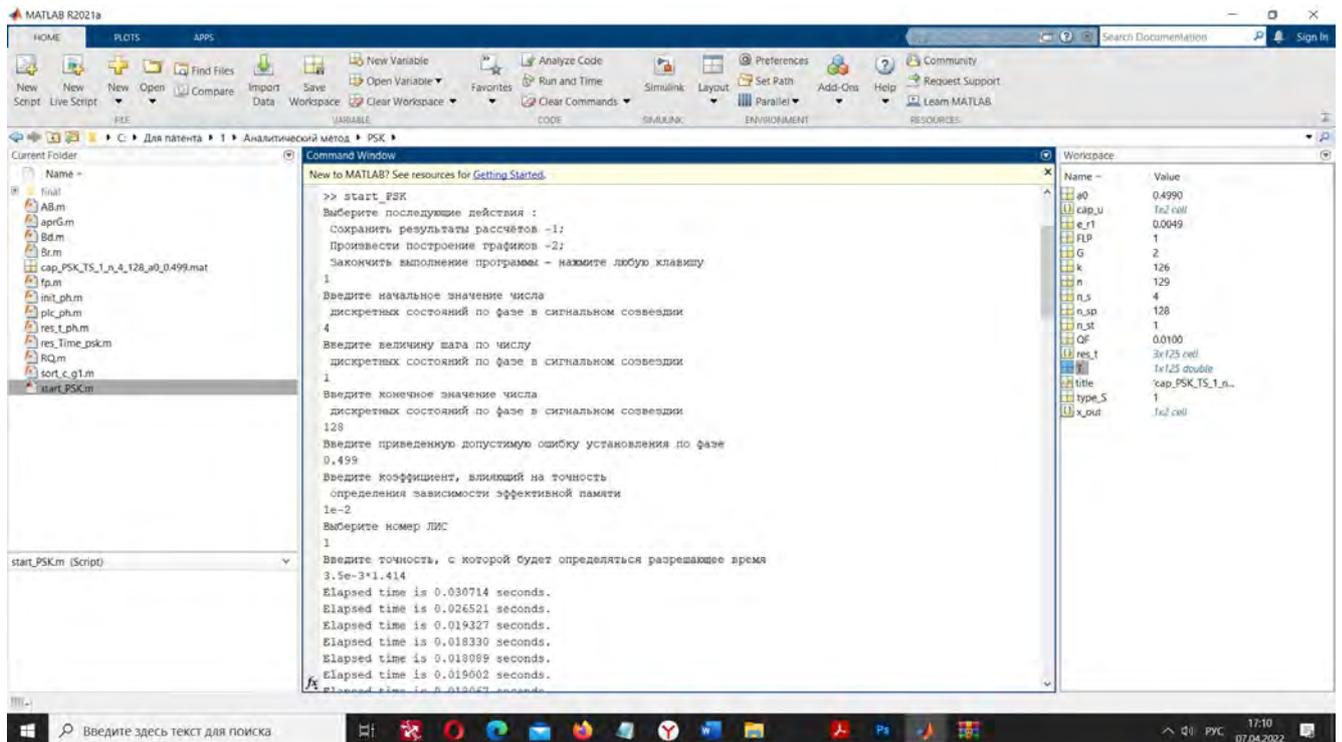


Рисунок П4.49. Параметры и результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для ФМн-  $n$ - сигнала

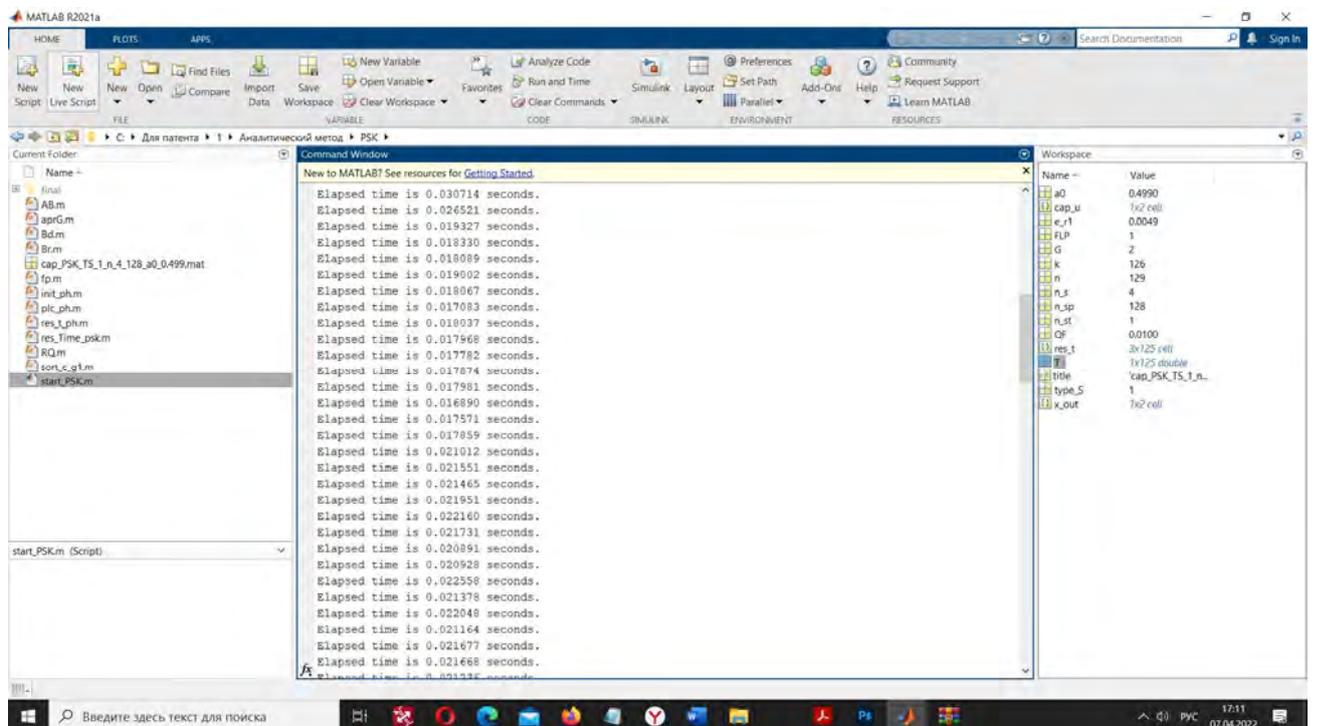


Рисунок П4.50. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для ФМн-  $n$ - сигнала

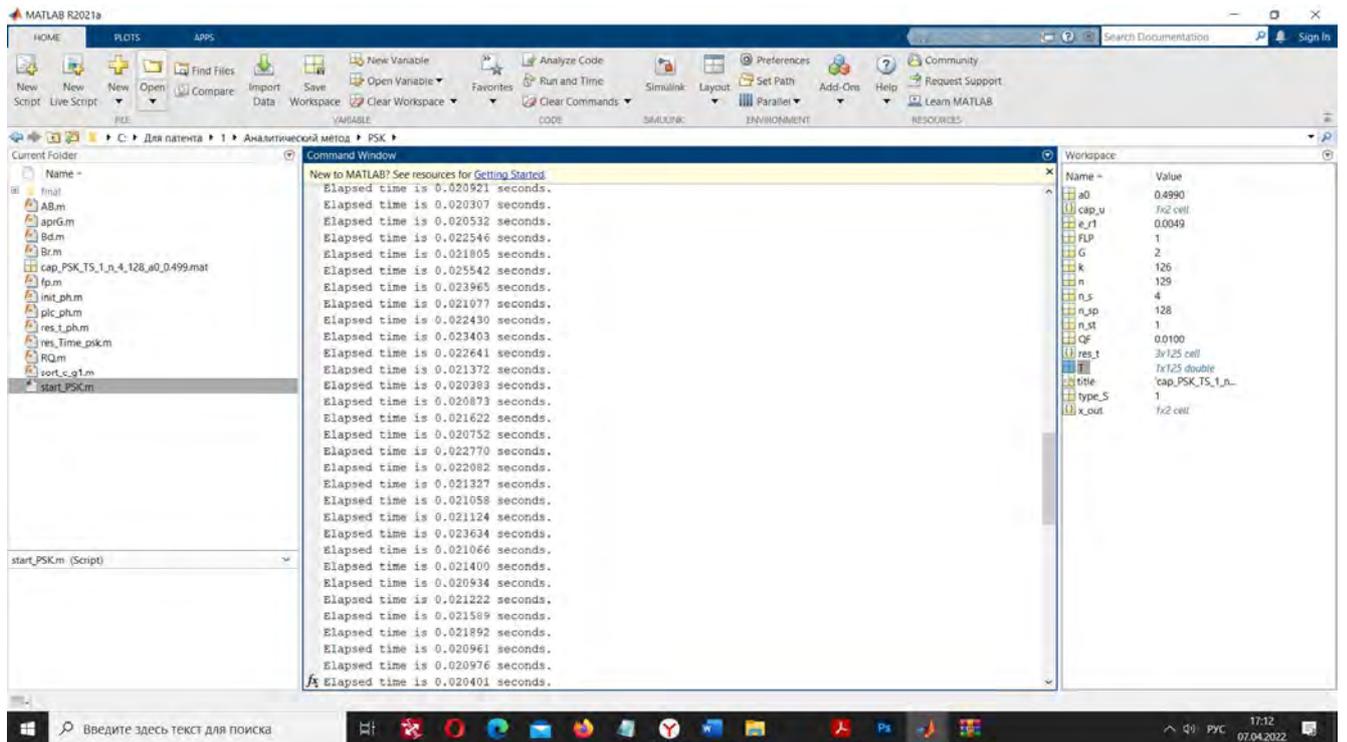


Рисунок П4.51. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для ФМн-  $n$ - сигнала

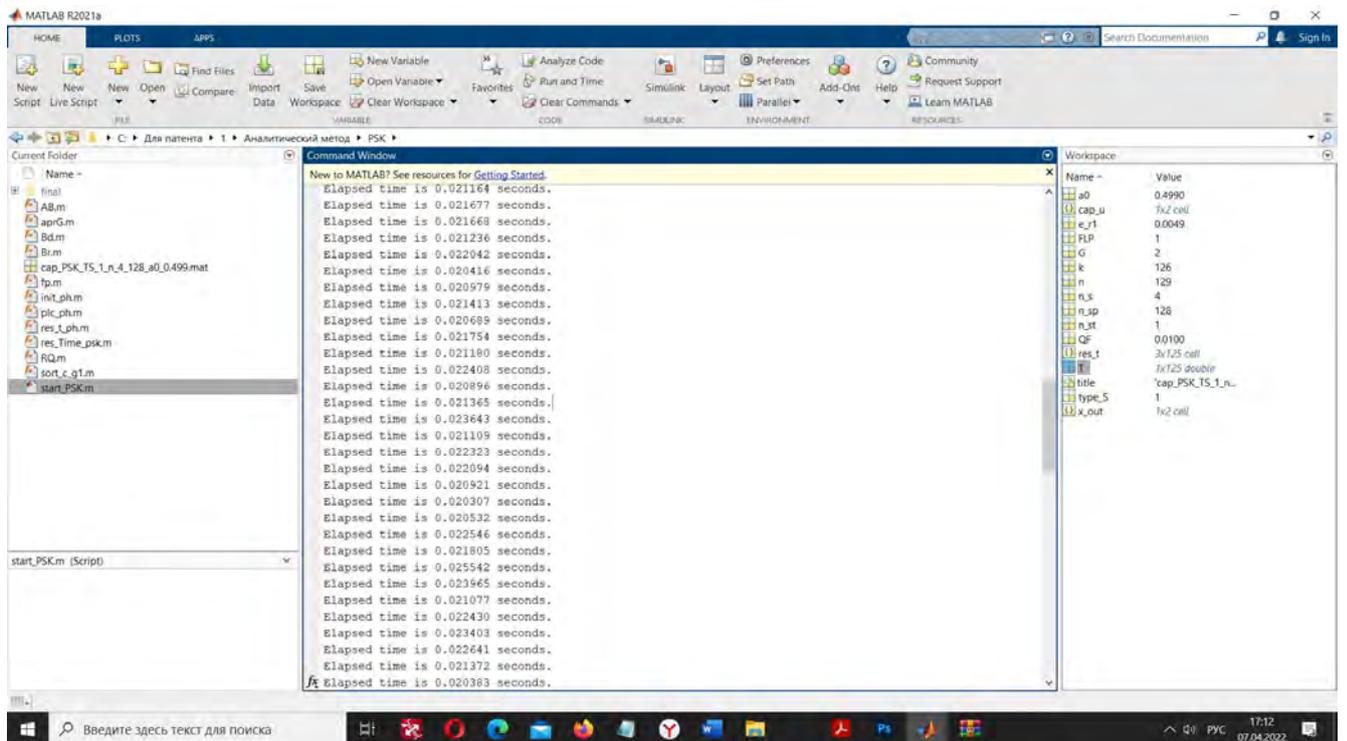


Рисунок П4.52. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для ФМн-  $n$ - сигнала

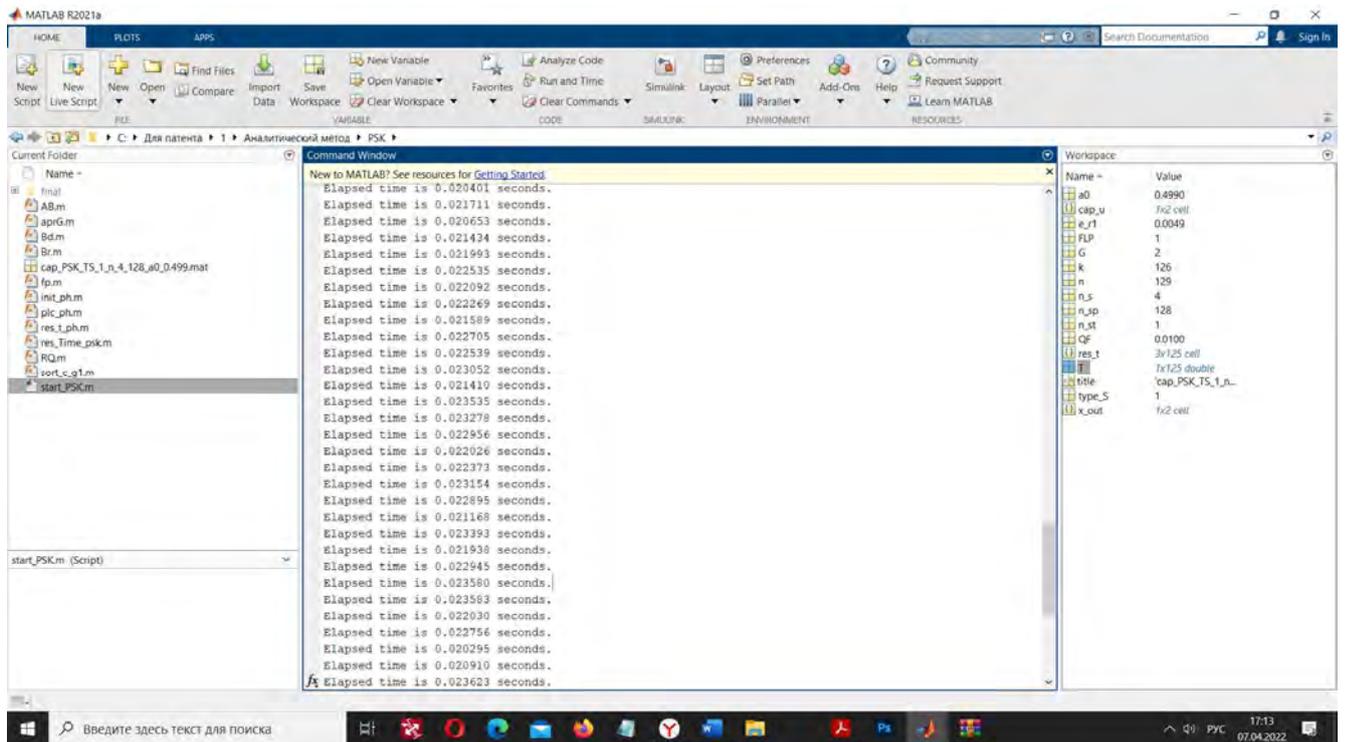


Рисунок П4.53. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для ФМн-  $n$ - сигнала

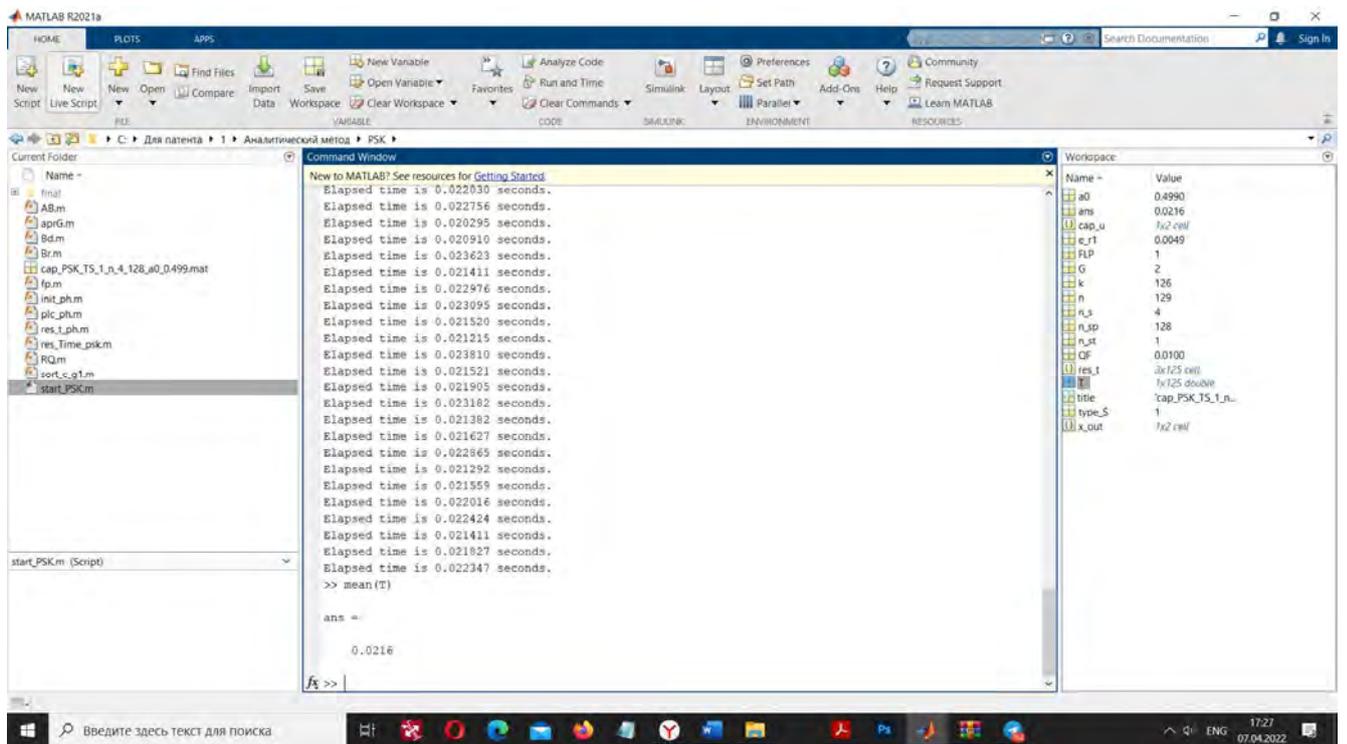


Рисунок П4.54. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для ФМн-  $n$ - сигнала

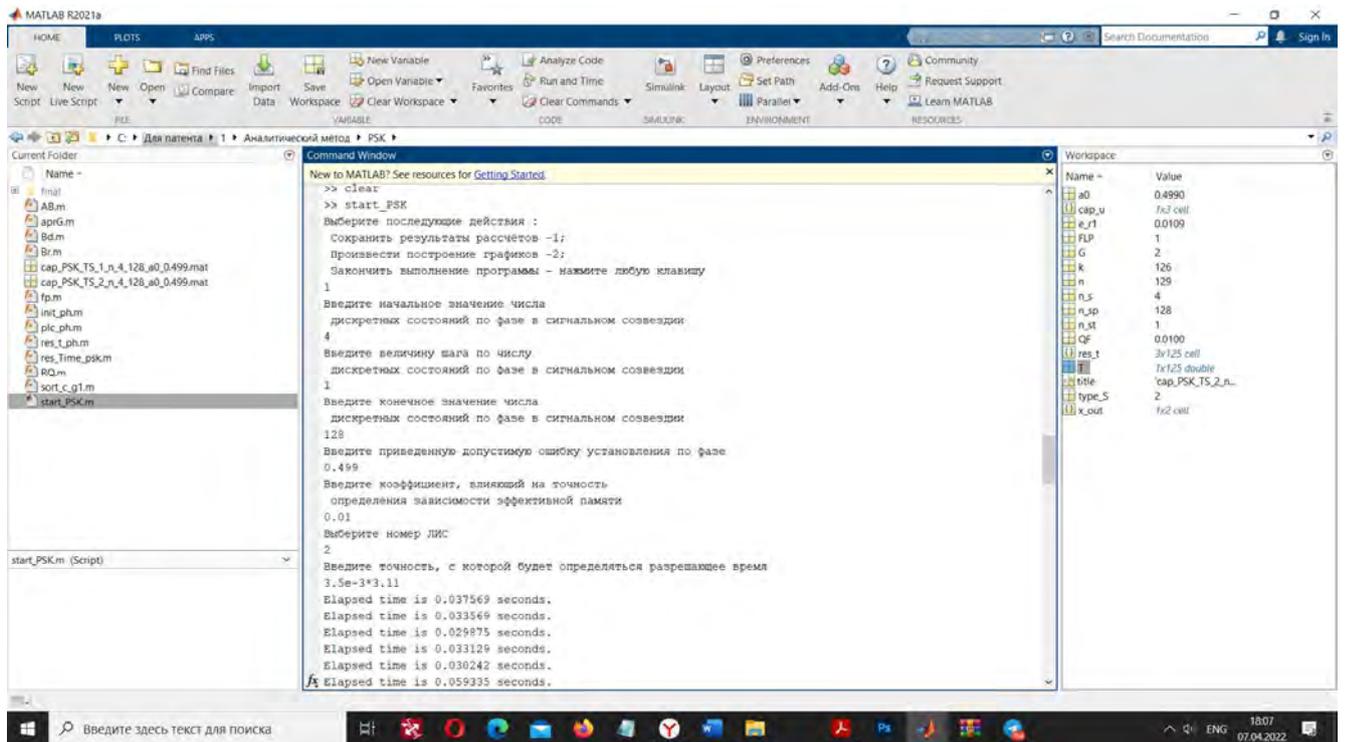


Рисунок П4.55. Параметры и результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для ФМн-  $n$ - сигнала

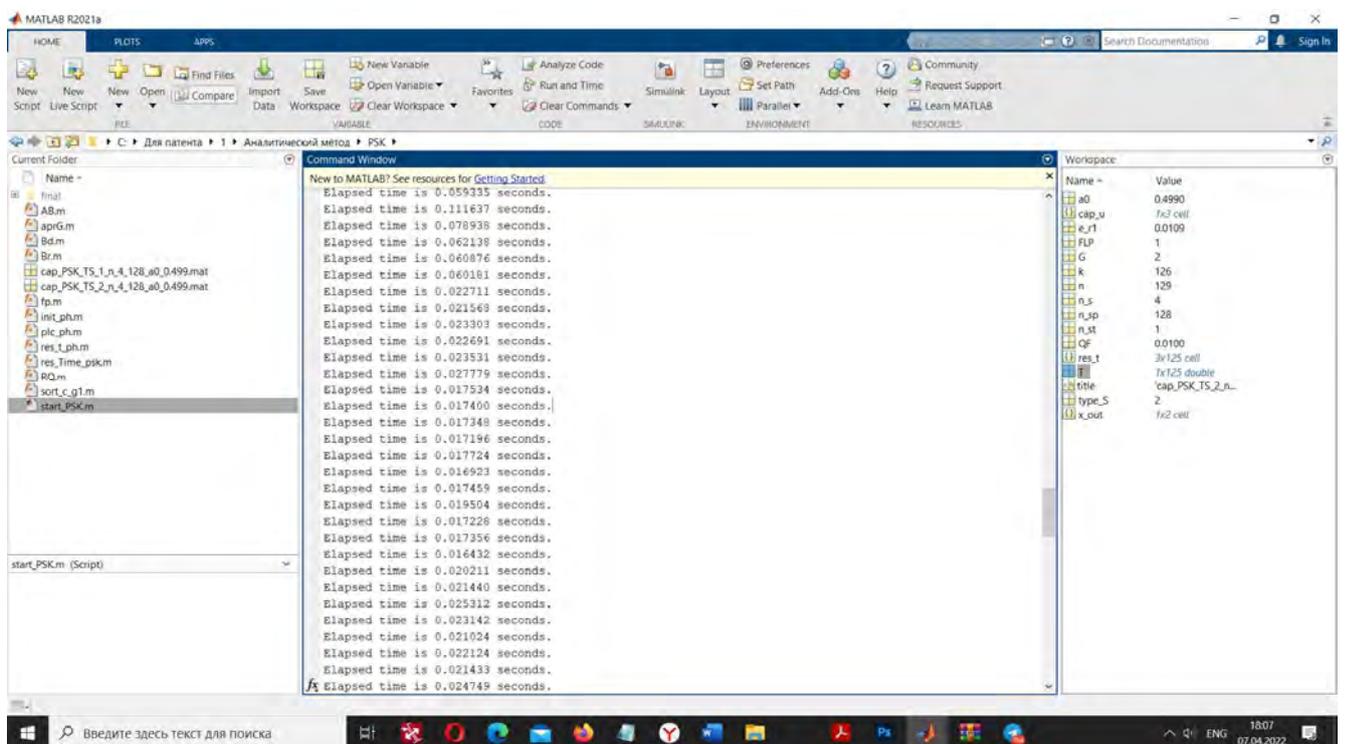


Рисунок П4.56. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для ФМн-  $n$ - сигнала

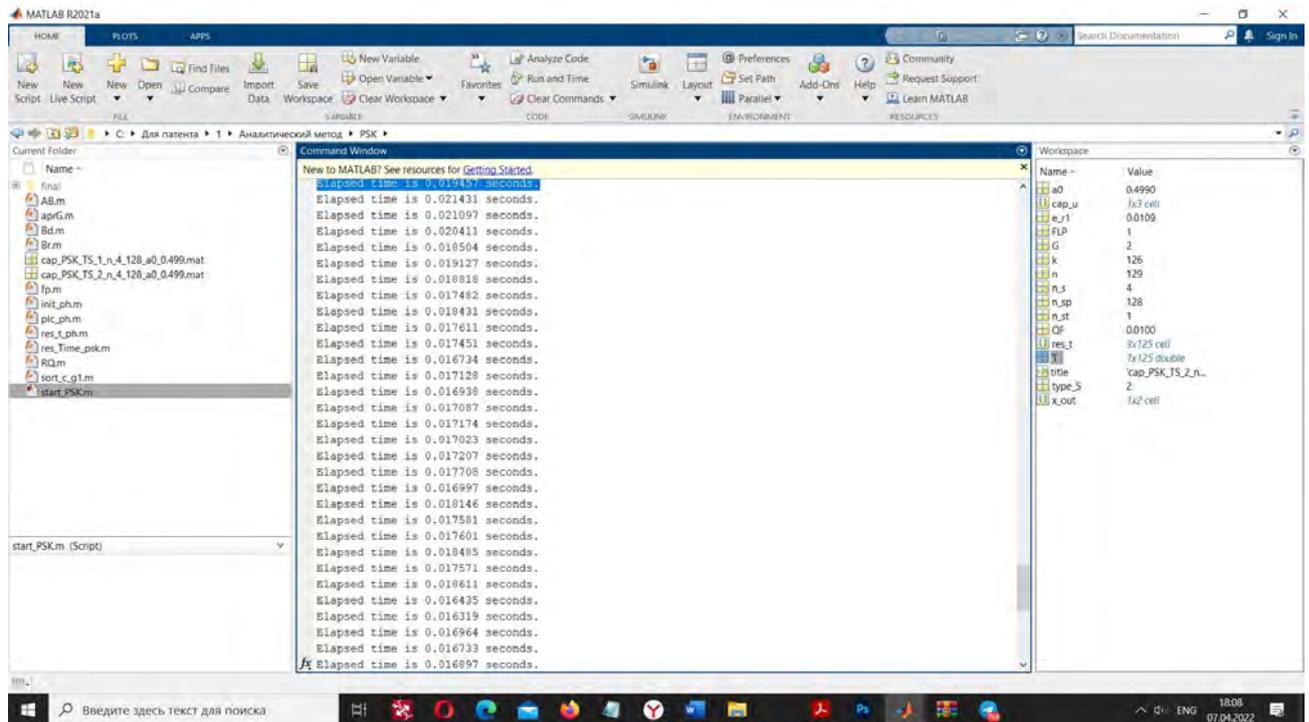


Рисунок П4.57. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для ФМн-  $n$ - сигнала

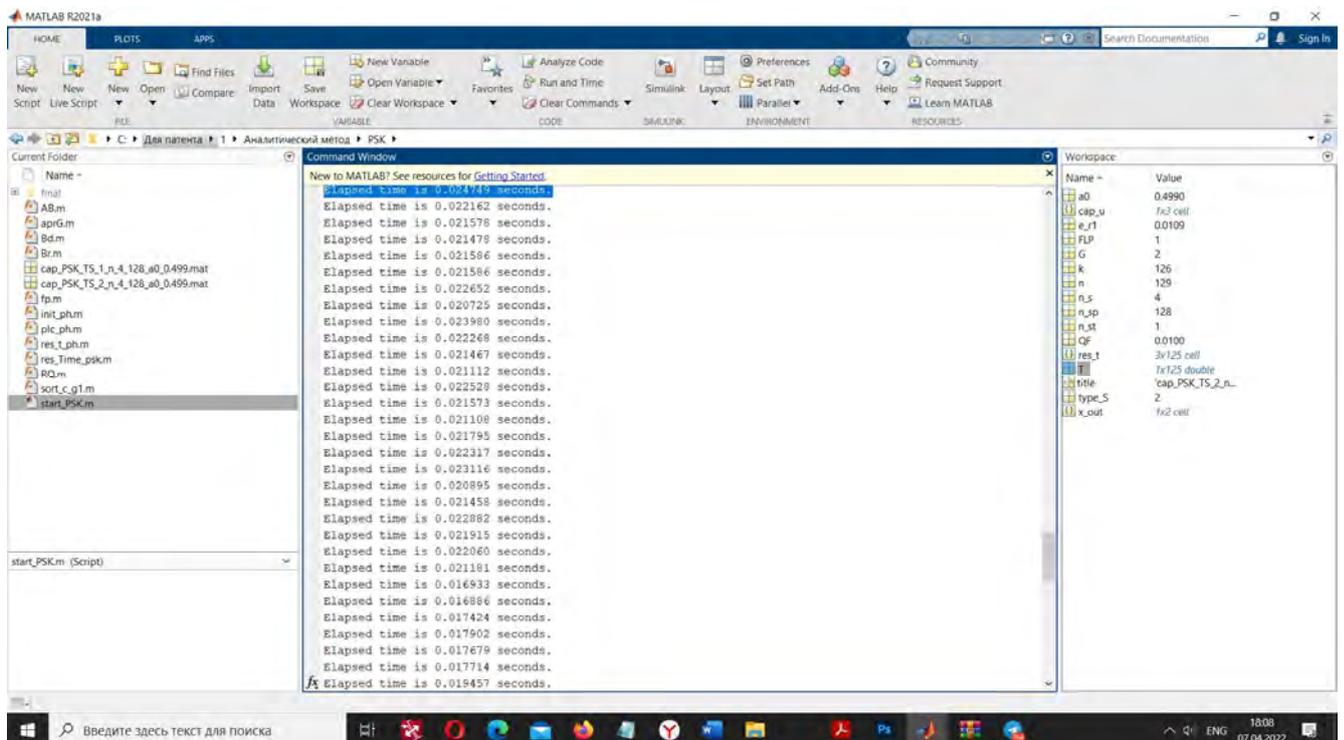


Рисунок П4.58. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для ФМн-  $n$ - сигнала

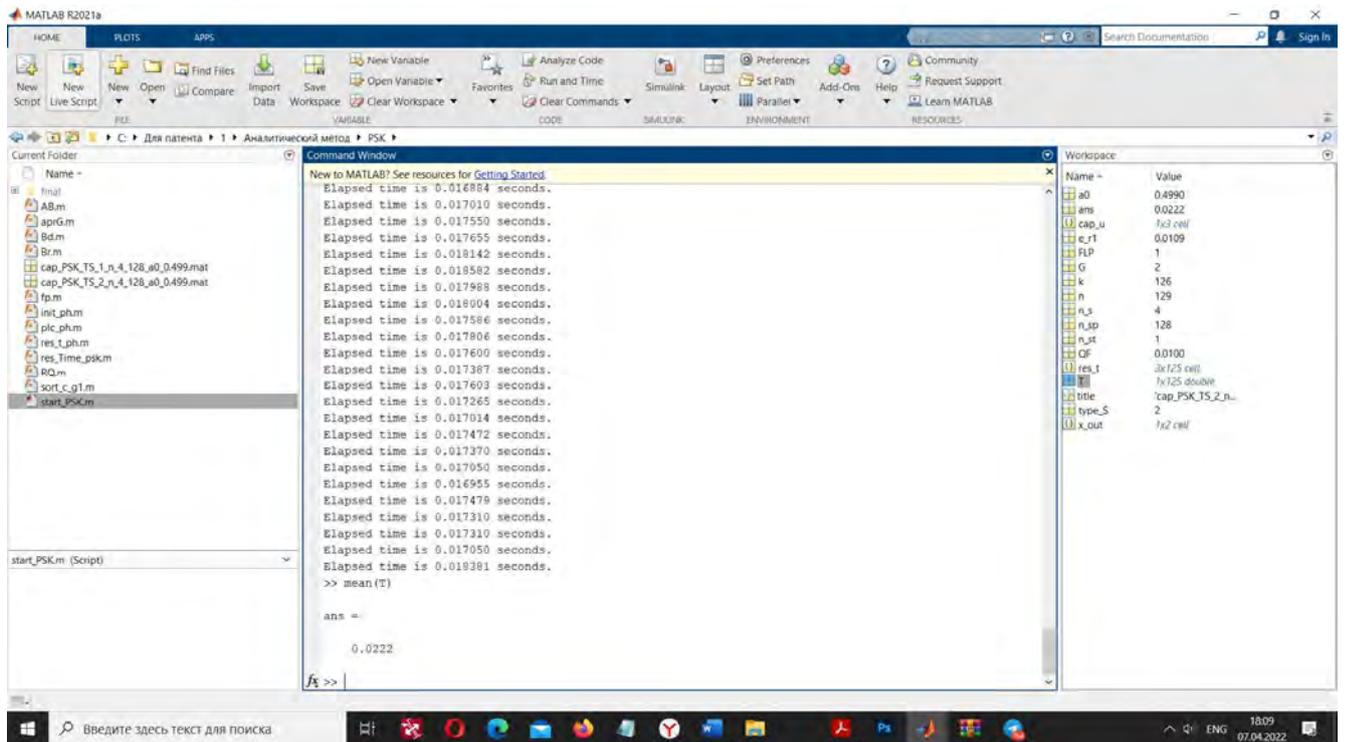


Рисунок П4.59. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для ФМн-  $n$ - сигнала

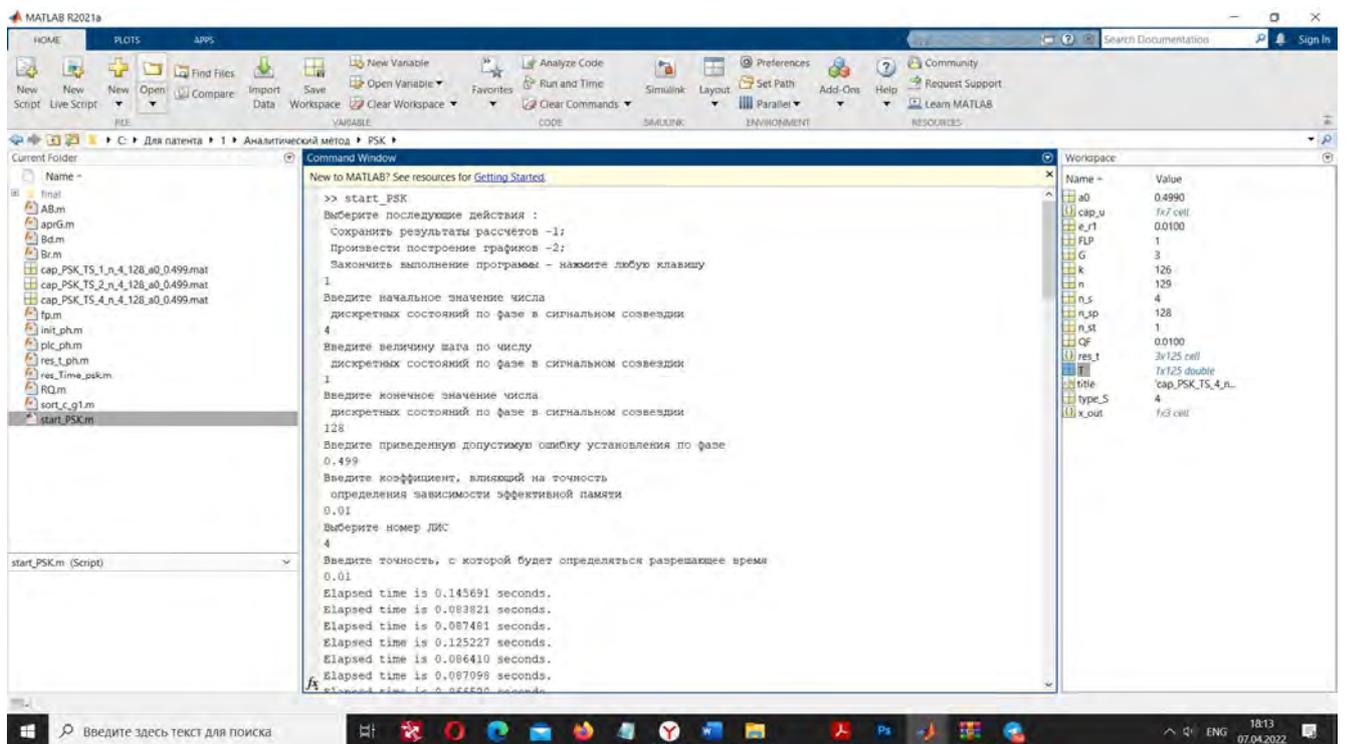


Рисунок П4.60. Параметры и результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для ФМн-  $n$ - сигнала

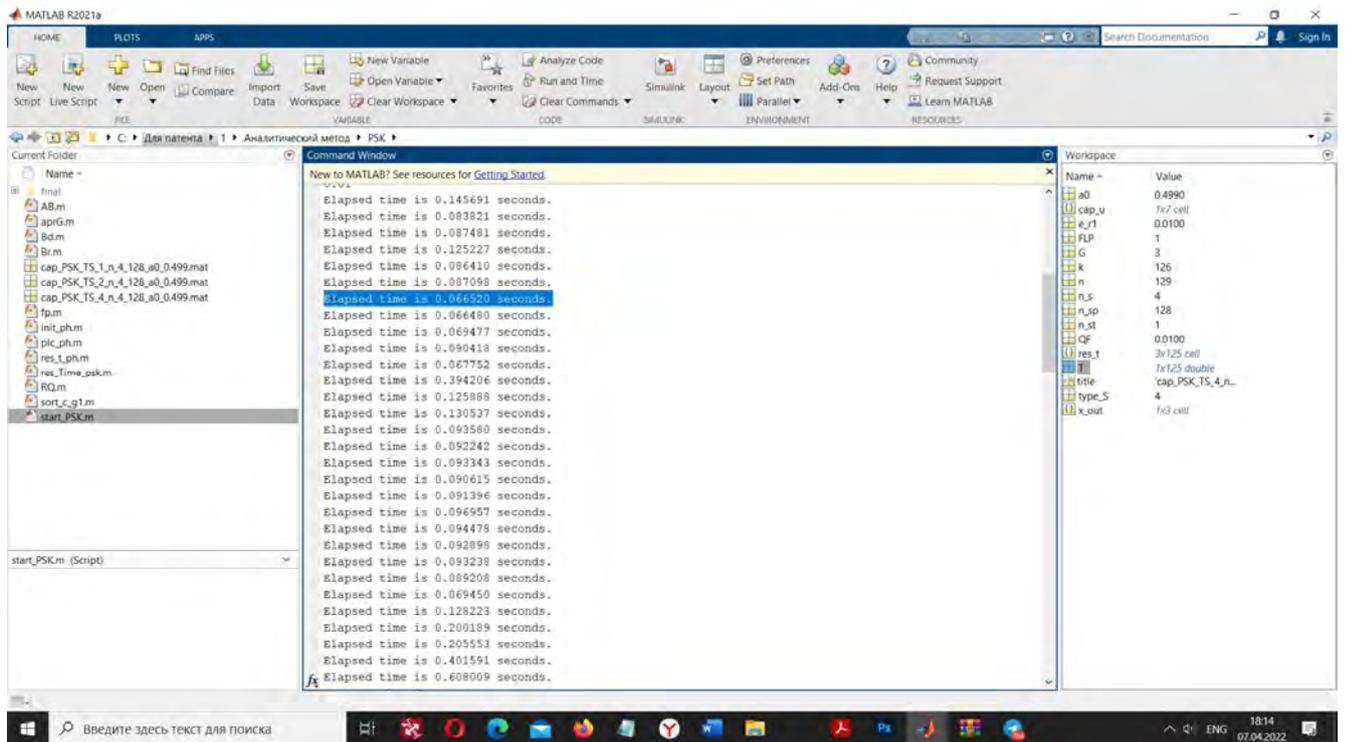


Рисунок П4.61. Результаты по оценке производительности аналитического метода для ФМн- $n$ -сигнала

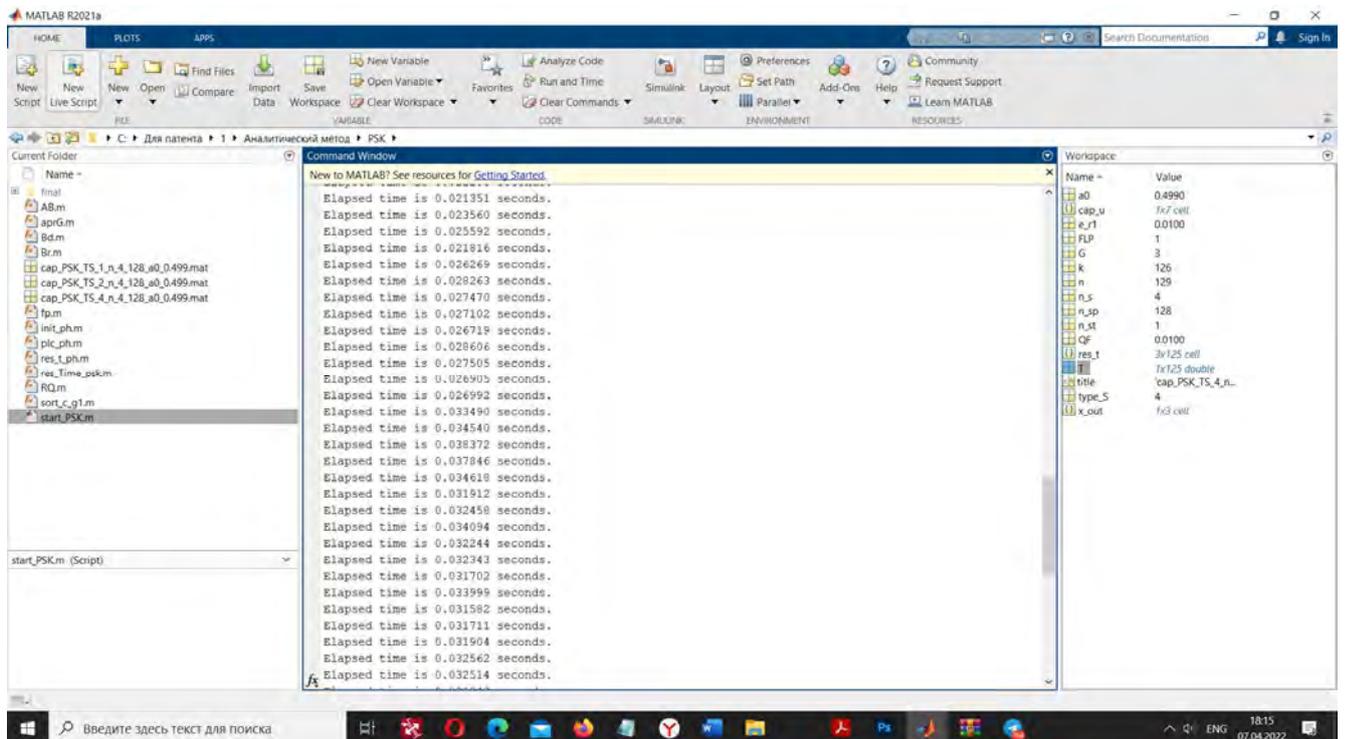


Рисунок П4.62. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для ФМн-  $n$ - сигнала

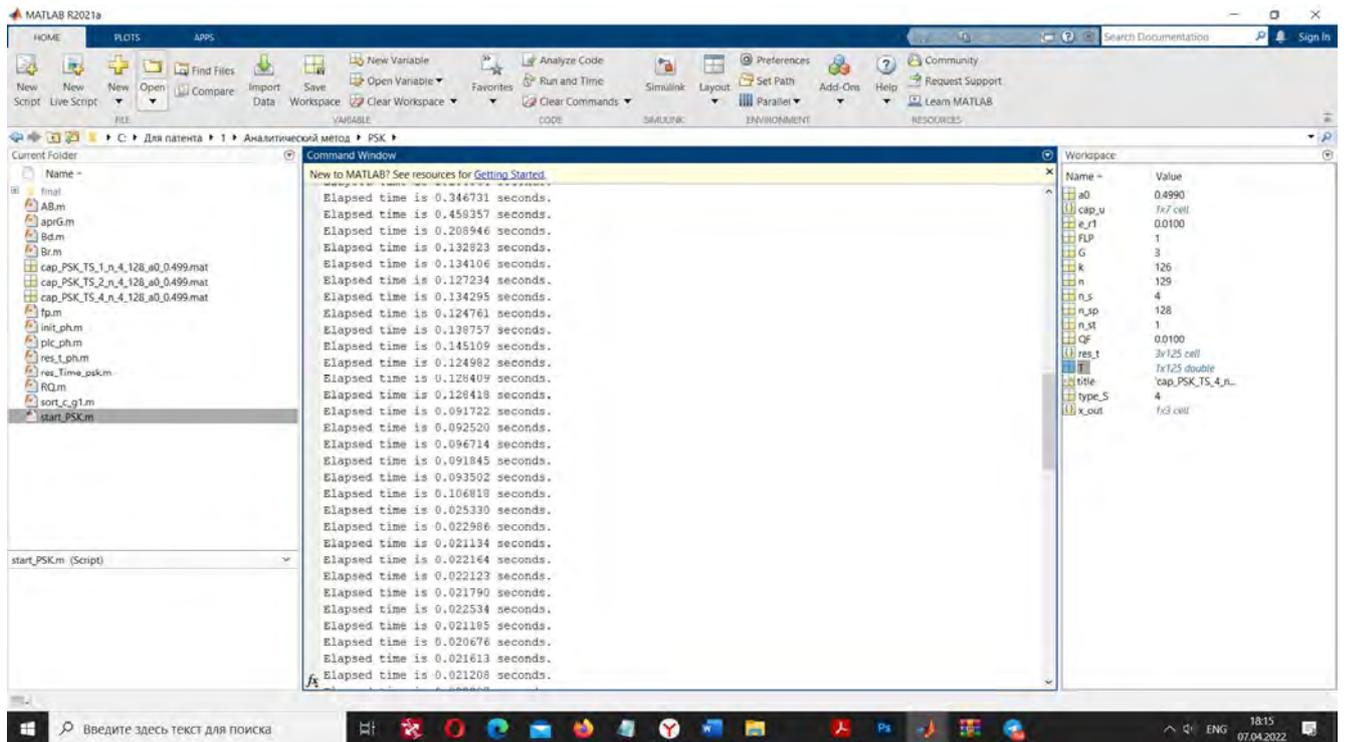


Рисунок П4.63. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для ФМн-  $n$ - сигнала

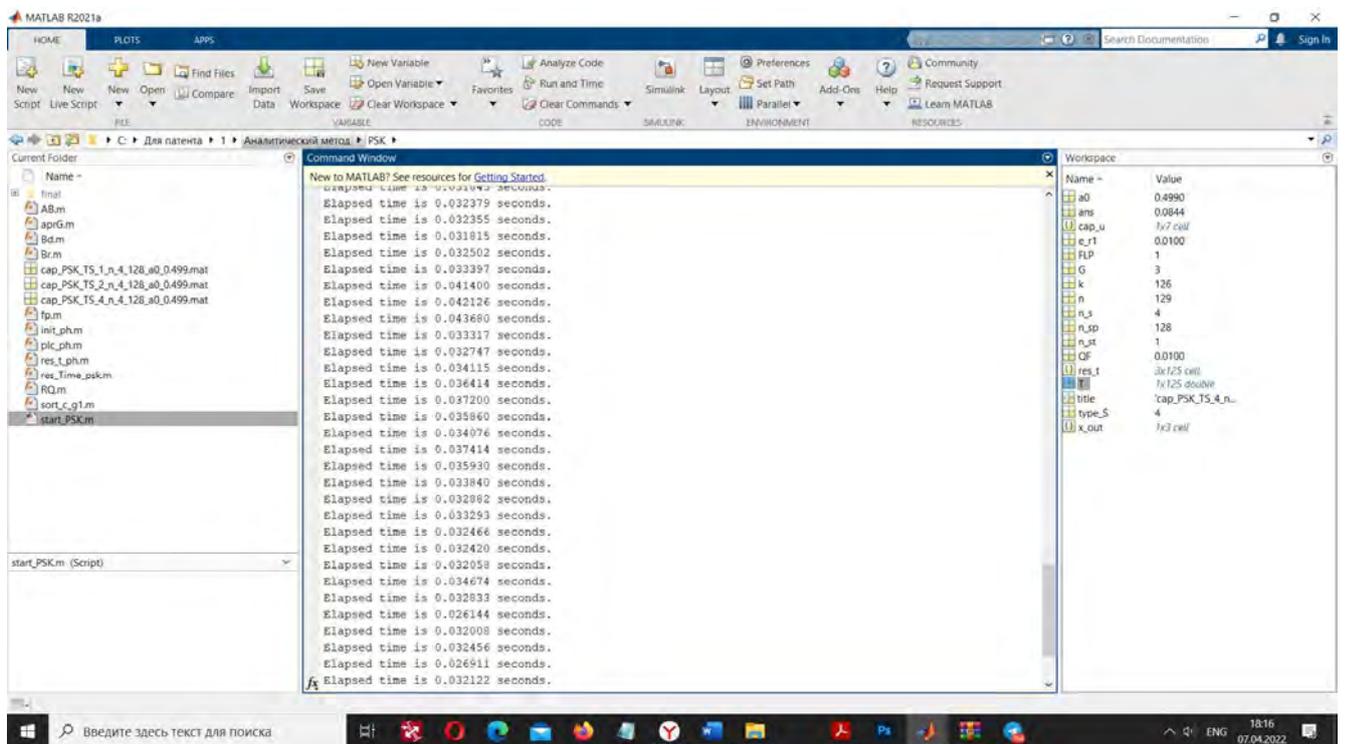


Рисунок П4.64. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для ФМн-  $n$ - сигнала

```

4 - case 1
5 -     n_s=input('Введите начальное значение числа \n дискретных состояний по фазе в сигнальном созвездии \n');
6 -     n_st=input('Введите величину шага по числу \n дискретных состояний по фазе в сигнальном созвездии \n');
7 -     n_sp=input('Введите конечное значение числа \n дискретных состояний по фазе в сигнальном созвездии \n');
8 -     a0=input('Введите приведенную допустимую ошибку установления по фазе \n');
9 -     QF=input('Введите коэффициент, влияющий на точность \n определения зависимости эффективной памяти \n');
10 -    type_S=input('Выберите номер ЛИС \n');
11 -    e_rl=input('Введите точность, с которой будет определяться разрешающее время \n');
12 -    title=['cap_PSK_TS' num2str(type_S) '_' n_s num2str(n_s) '_' num2str(n_sp) 'a0' num2str(a0) '.mat'];
13 -    n=n_s;
14 -    k=1;
15 -    while (n<=n_sp)
16 -        tic
17 -        [x_out, Q]=deal(1);
18 -        res_t(1,n-n_s+1)=n;
19 -        [X_out,G,-1]=res_Time_psk(e_rl,n,a0,QF,type_S);
20 -        res_t(2,n-n_s+1)=x_out;
21 -        res_t(3,n-n_s+1)=(G*ones(1,2*length(x_out)-1));
22 -        T(k)=toc;
23 -        k=k+1;
24 -        n=n+n_st;
25 -    end
26 -    toc
27 -    [-,cap_u]=sort_c_g1(res_t,n_s:n_st:n_sp);
28 -    save (title, 'cap_u', 'res_t')
29 -    case 2
30 -    n_s=input('Введите начальное значение числа \n дискретных состояний по фазе в сигнальном созвездии \n');
31 -    n_sp=input('Введите конечное значение числа \n дискретных состояний по фазе в сигнальном созвездии \n');
32 -    a0=input('Введите приведенную допустимую ошибку установления по фазе \n');
33 -    type_S=input('Выберите номер ЛИС \n');
34 -    plc_ph(type_S,n_s,n_sp,a0,'k','none',0.5)
35 -    end

```

Рисунок П4.65. Программный код по оценке времени выполнения алгоритма на базе аналитического метода для ФМн- $n$ -сигнала. Команды `tic` и `toc`, обозначают момент начала и конец замера времени исполнения, соответственно.

Результаты оценки времени выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода применительно к АФМн- $N$ -сигналу приведены на рисунках П4.68 – П4.73. При получении результатов число дискретных состояний по фазе составляло  $\sqrt{N} \in [4;32]$ , остальные параметры приведены на рисунка П4.66, П4.68, П4.70. В качестве ЛИС использовались: фильтр 1-го типа при  $\beta=1$ ; фильтр 1-го типа при  $\beta=2,41$ ; фильтр 2-го типа при  $\beta=6$ . Демонстрация программного кода, в котором отмечены точки начала (команда `tic`) и окончания замера времени (команда `toc`) приведены на рисунке П4.72. Из представленных результатов (рис. П4.66 – П4.71) следует, что среднее время выполнения на одну конфигурацию сигнального созвездия, усредненное по трем указанным ЛИС составляет 152,9 мс.

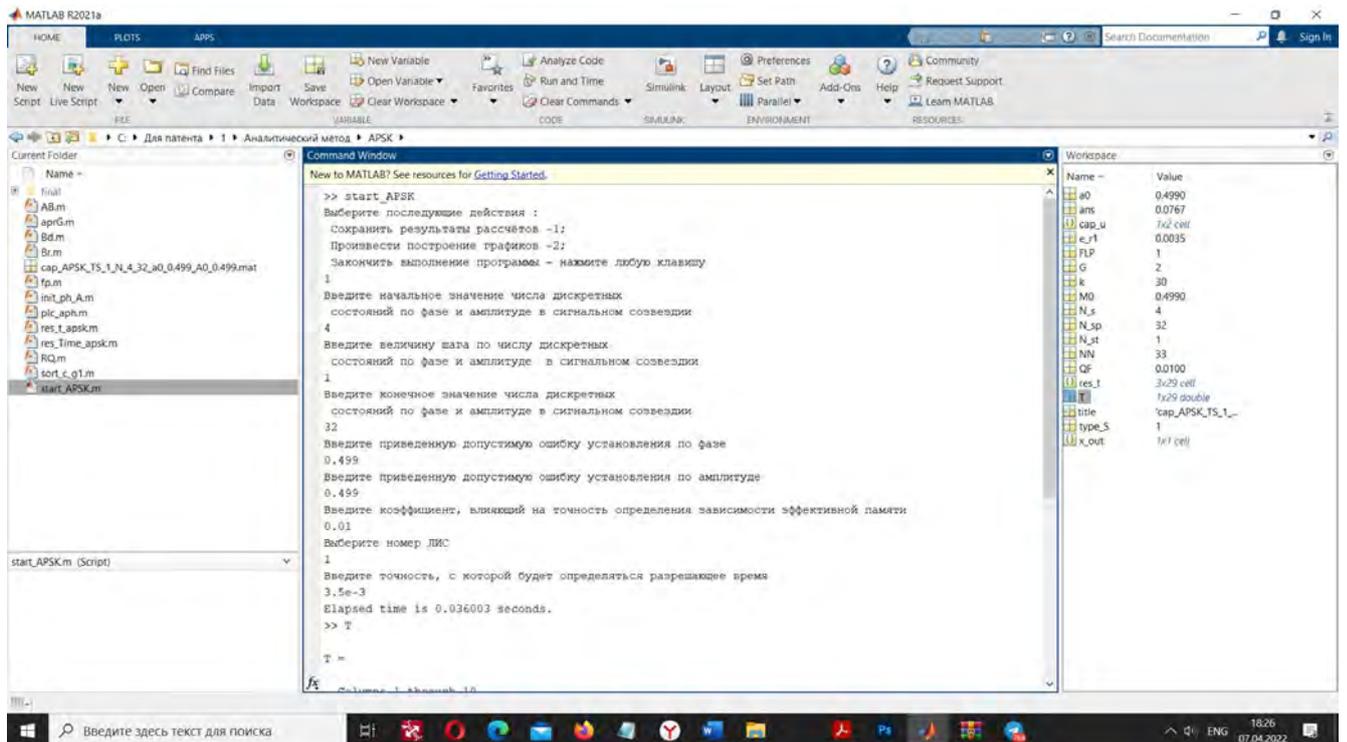


Рисунок П4.66. Параметры и результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для АФМн-  $N$ -сигнала

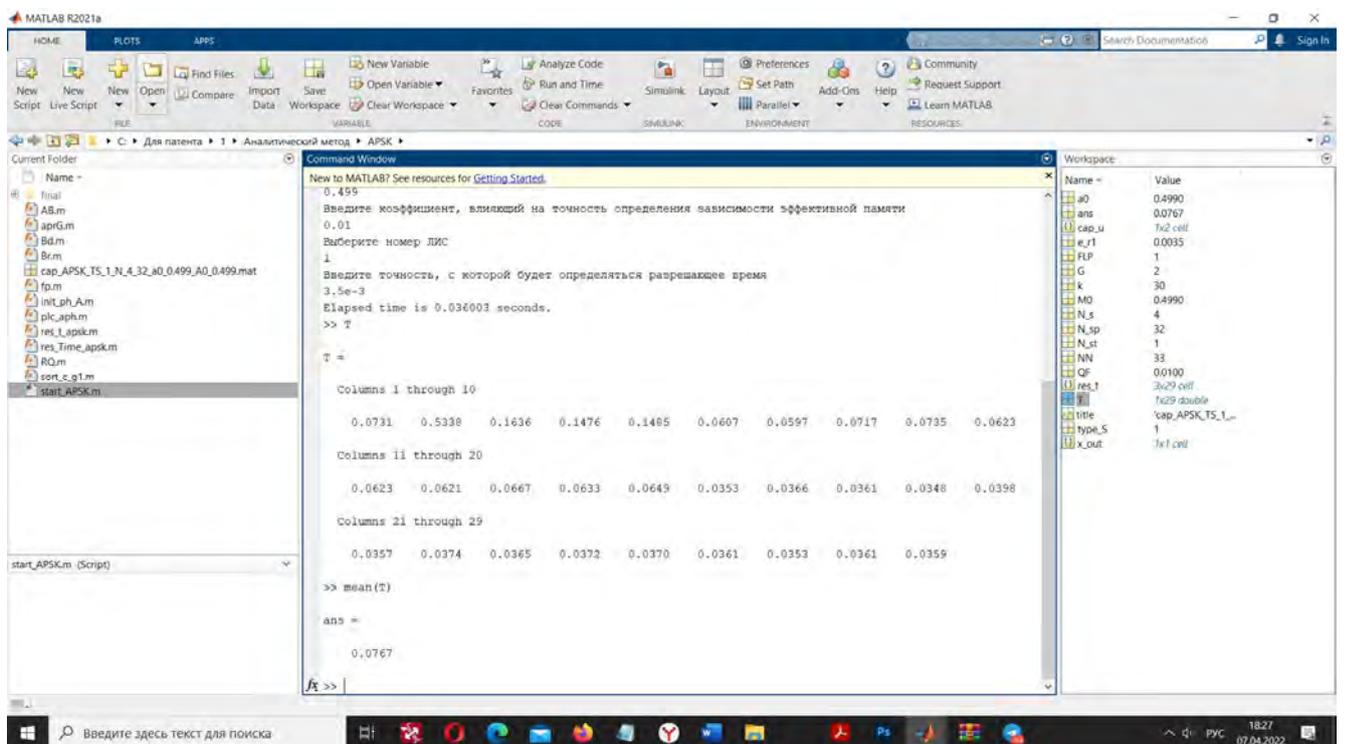


Рисунок П4.67. Параметры и результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для АФМн-  $N$ -сигнала

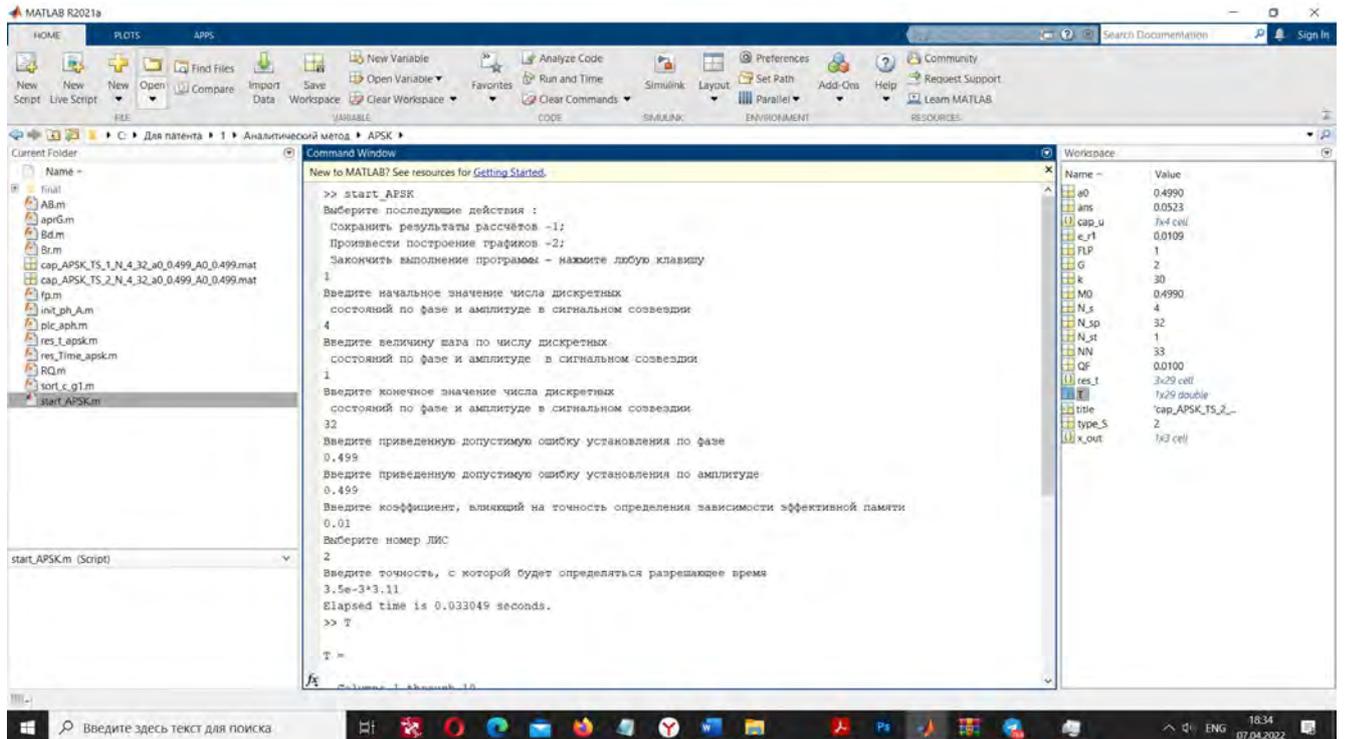


Рисунок П4.68. Параметры и результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для АФМн-  $N$ -сигнала

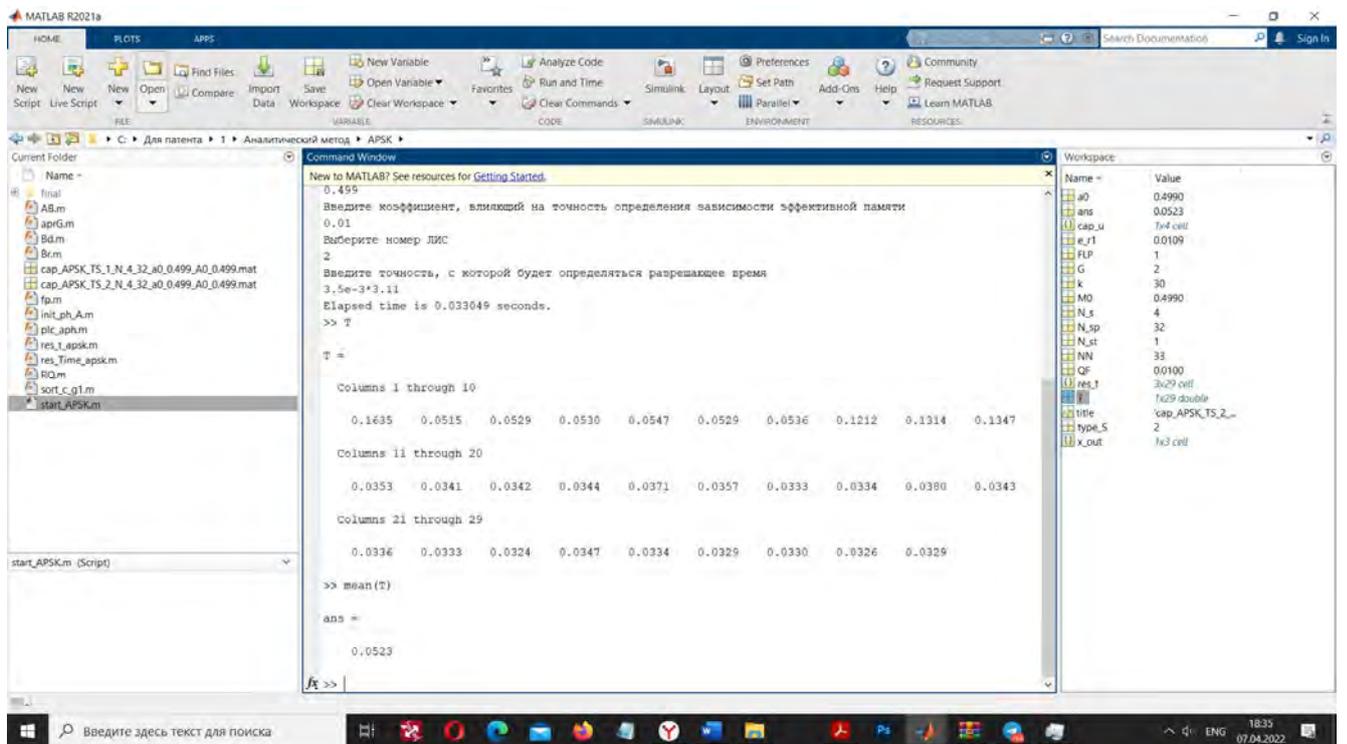


Рисунок П4.69. Параметры и результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для АФМн-  $N$ -сигнала

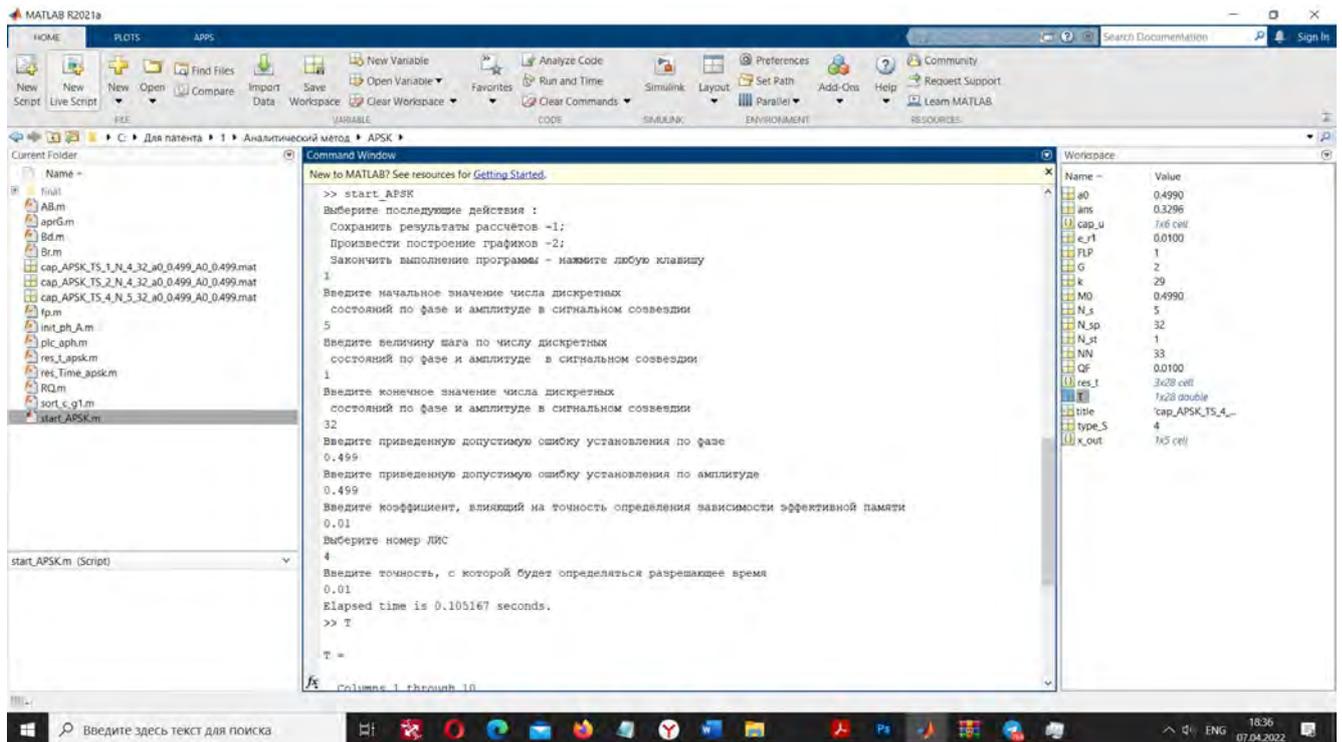


Рисунок П4.70. Параметры и результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для АФМн-  $N$ -сигнала

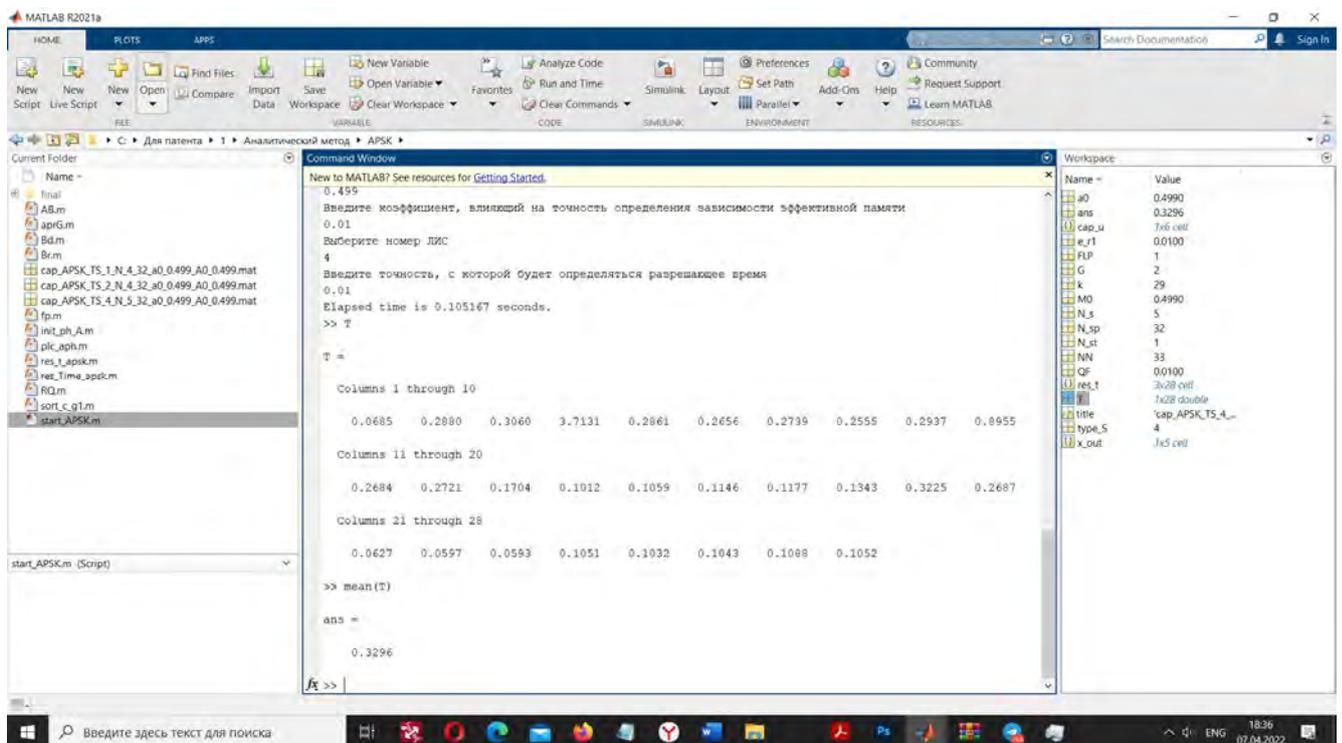


Рисунок П4.71. Параметры и результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе аналитического метода для АФМн-  $N$ -сигнала

```

1 clear
2 FLP=input('Выберите последующие действия :\n Сохранить результаты расчетов -1; \n Произвести построение графиков -2; \n Закончить выполнение программы = нажмите любую клавишу \n')
3 switch FLP
4     case 1
5         N_s=input('Введите начальное значение числа дискретных \n состояний по фазе и амплитуде в сигнальном созвездии \n');
6         N_st=input('Введите величину шага по числу дискретных \n состояний по фазе и амплитуде в сигнальном созвездии \n');
7         N_sp=input('Введите конечное значение числа дискретных \n состояний по фазе и амплитуде в сигнальном созвездии \n');
8         a0=input('Введите приведенную допустимую ошибку установления по фазе \n');
9         M0=input('Введите приведенную допустимую ошибку установления по амплитуде \n');
10        QF=input('Введите коэффициент, влияющий на точность определения зависимости эффективной памяти \n');
11        type_s=input('Выберите номер ЛИС \n');
12        e_r=input('Введите точность, с которой будет определяться разрешающее время \n');
13        title=['cap_APSK_TS_' num2str(type_s) '_' N_s num2str(N_st) '_' num2str(N_sp) '_' a0_' num2str(a0) '_' M0_' num2str(M0) '.mat'];
14        NN=N_s;
15        k=1;
16        while (NN<=(N_sp))
17            [x_out, G]=deal(1);
18            res_t(1,NN-N_s+1)=NN^2;
19            tic
20            [x_out,G,-]=res_time_apsk(e_r,1,NN,NN,a0,M0,QF,type_s);
21            res_t(2,NN-N_s+1)=x_out;
22            res_t(3,NN-N_s+1)=[G*ones(1,2*length(x_out)-1)];
23            T(k)=toc;
24            k=k+1;
25            NN=NN+N_st;
26        end
27        toc
28        [~,cap_u]=sort_c_g(res_t,(N_s:N_st:N_sp).^2);
29        save(title,'cap_u','res_t')
30        case 2
31            N_s=input('Введите начальное значение числа дискретных \n состояний по фазе и амплитуде в сигнальном созвездии \n');
32            N_sp=input('Введите конечное значение числа дискретных \n состояний по фазе и амплитуде в сигнальном созвездии \n');

```

Рисунок П4.72. Программный код по оценке времени выполнения алгоритма на базе аналитического метода для АФМн- $N$ -сигнала. Команды `tic` и `toc`, обозначают момент начала и конец замера времени исполнения, соответственно

Результаты оценки времени выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе численного метода применительно к АФМн- $N$ -сигналу приведены на рисунках П4.73 – П4.83. При получении результатов число дискретных состояний по фазе  $N=256$ , остальные параметры приведены на рисунка П4.73 – П4.75. В качестве ЛИС использовался фильтр 1-го типа при  $\beta=2,41$ . Демонстрация программного кода, в котором отмечаются точки начала (команда `tic`) и окончания замера времени (команда `toc`), приведена на рисунках П4.81 – П4.84. Из представленных результатов (рис. П4.75 – П4.81) следует, что среднее время выполнения алгоритма на одно значение расстройки по частоте для заданного сигнального созвездия составляет 1,65 с, и не превосходит 1,889 с. При проведении замеров полагалось не учитывалось время на формирование псевдослучайной последовательности, поскольку при построении реальных РСПИ ППИ они должны быть сформированы заблаговременно.

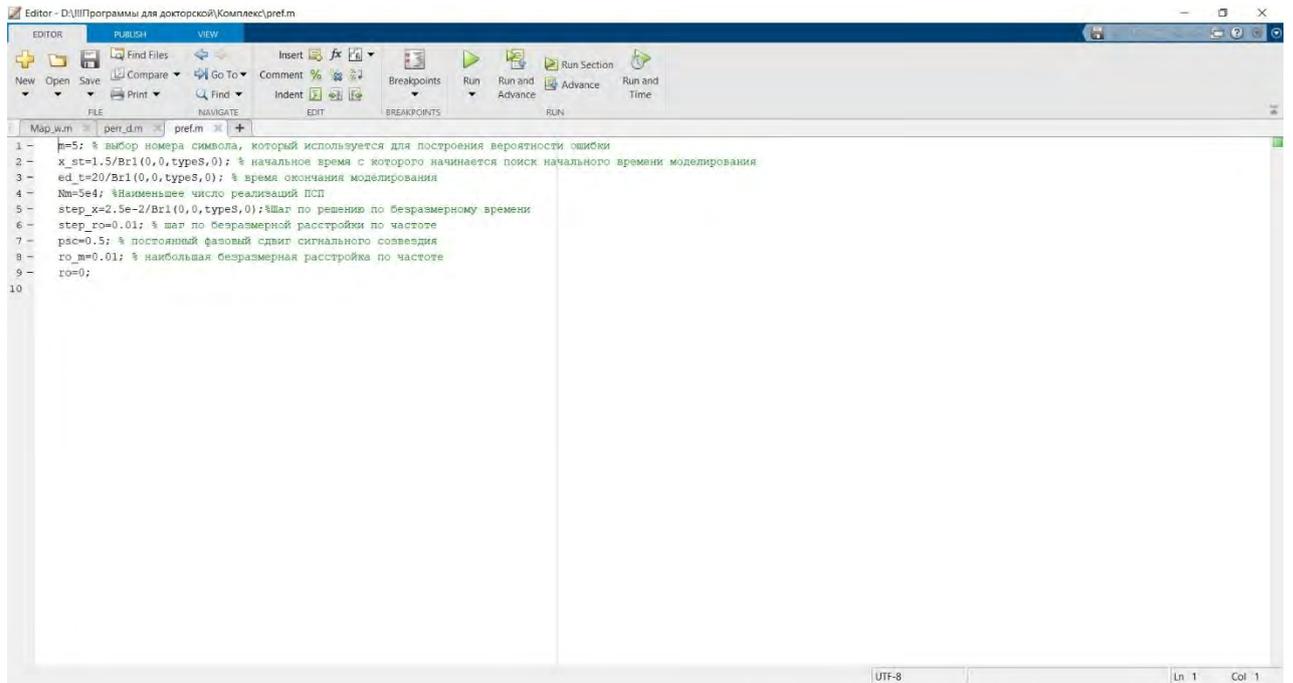


Рисунок П4.73. Настройки численного метода оценки разрешающего времени для АФМн- $N$ -сигнала.

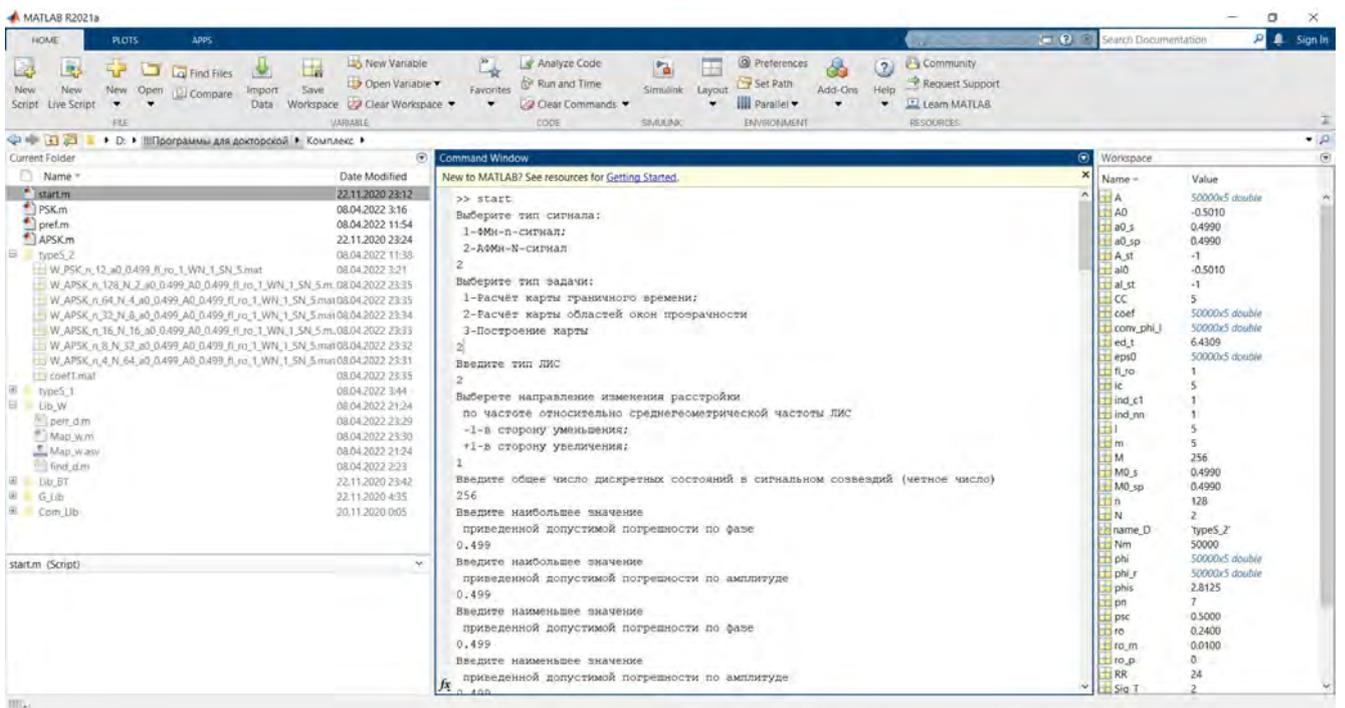


Рисунок П4.74. Результаты по оценке производительности численного метода для АФМн- $N$ -сигнала

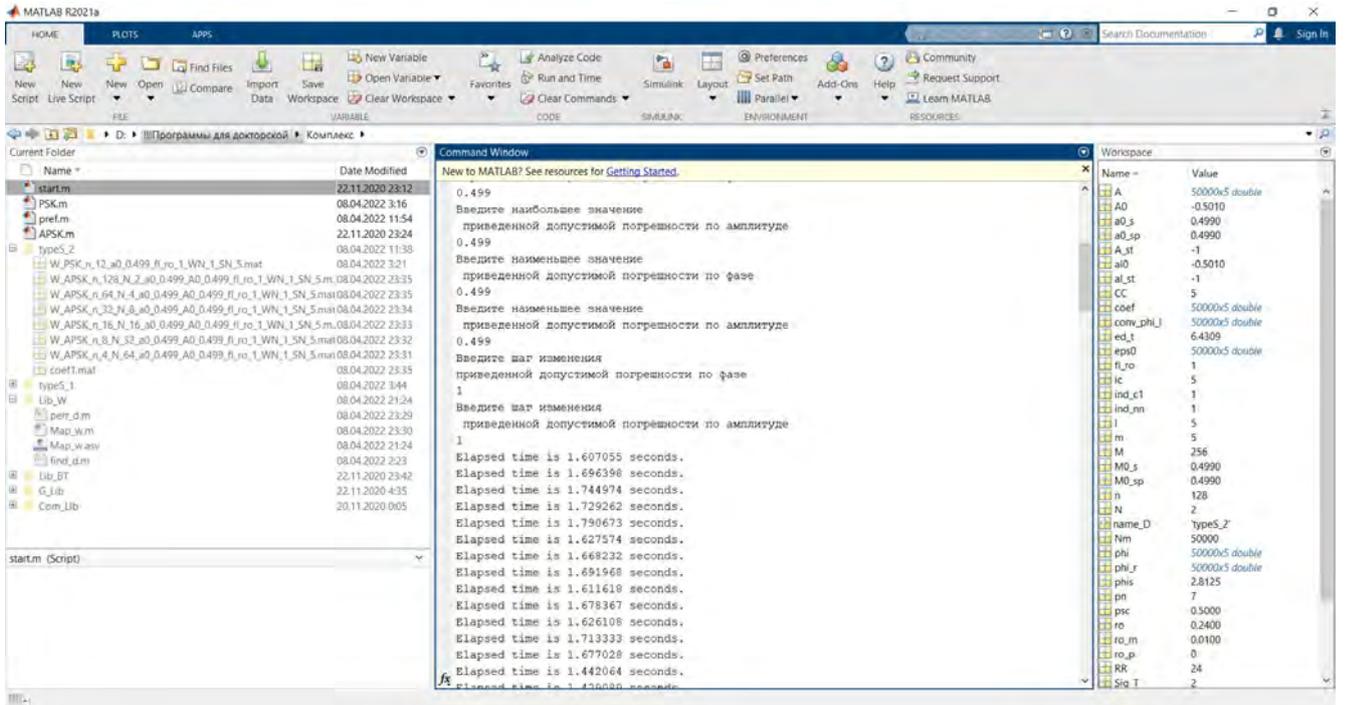


Рисунок П4.75. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе численного метода для АФМн-  $N$ -сигнала

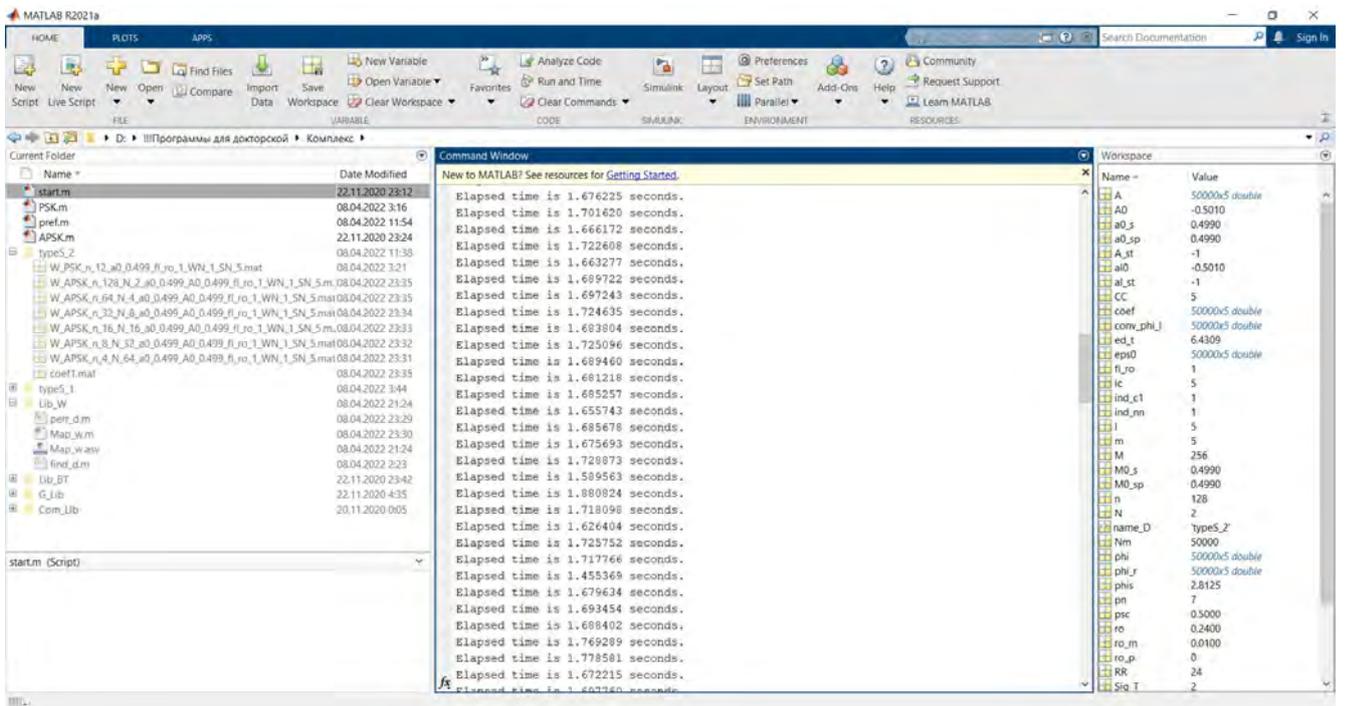


Рисунок П4.76. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе численного метода для АФМн-  $N$ -сигнала

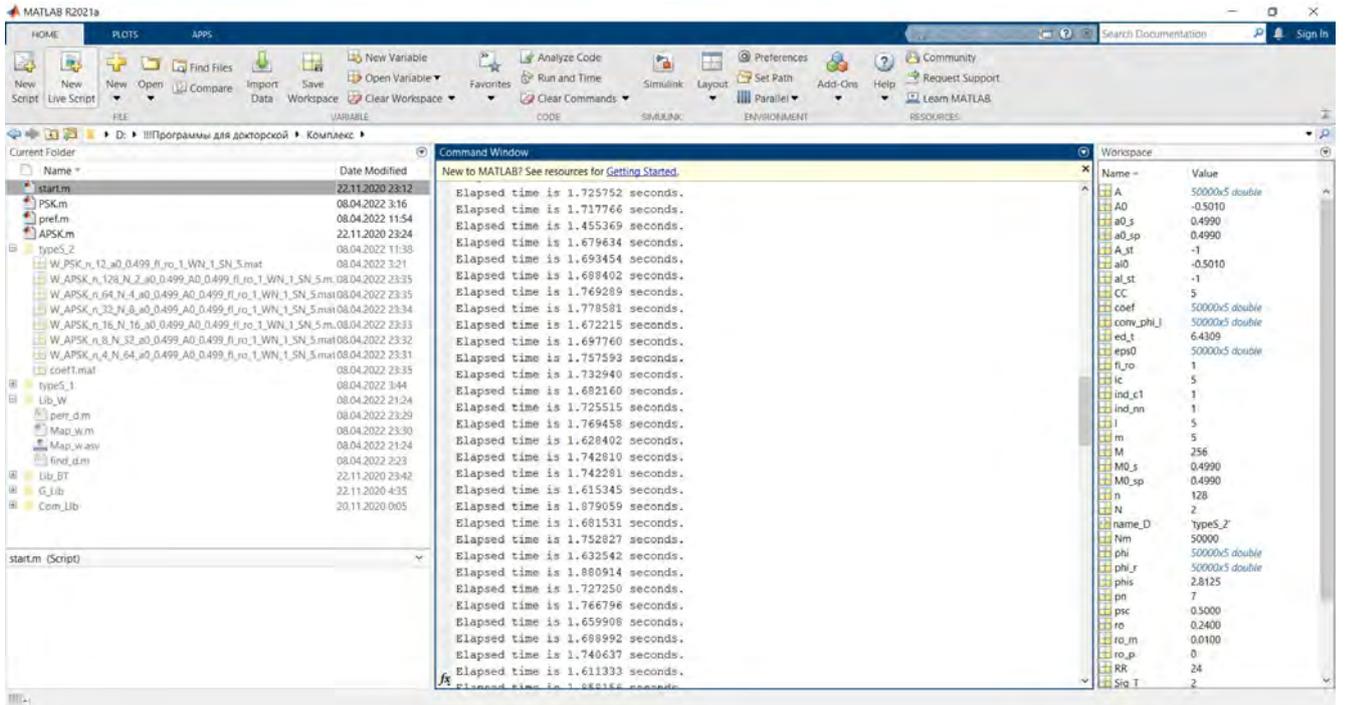


Рисунок П4.77. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе численного метода для АФМн-  $N$ -сигнала

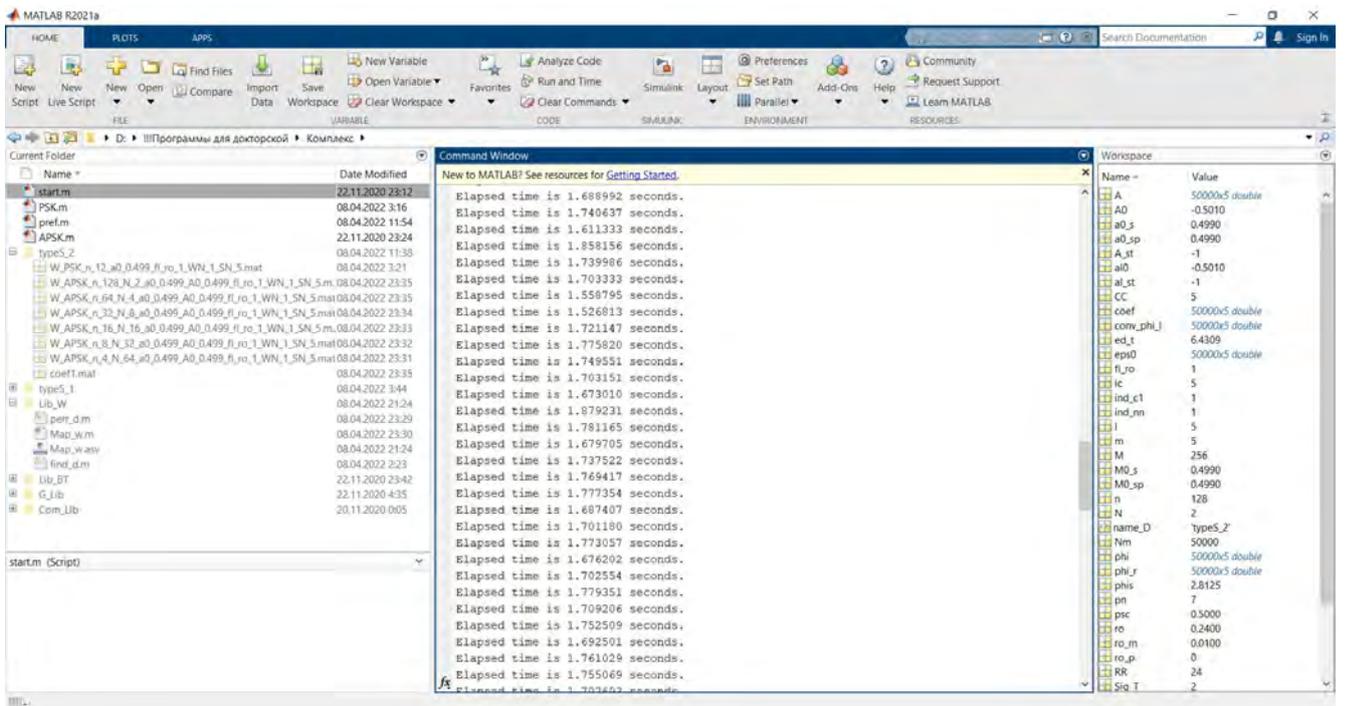


Рисунок П4.78. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе численного метода для АФМн-  $N$ -сигнала

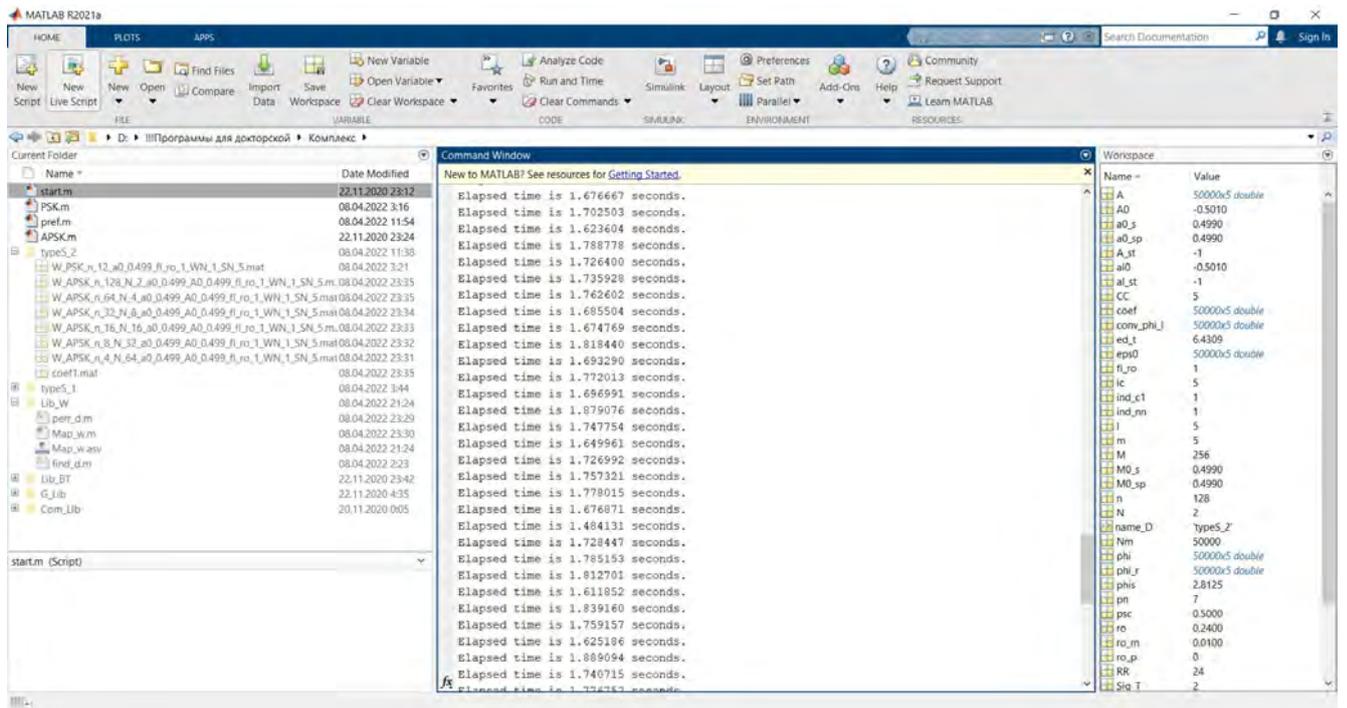


Рисунок П4.79. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе численного метода для АФМн-  $N$ -сигнала

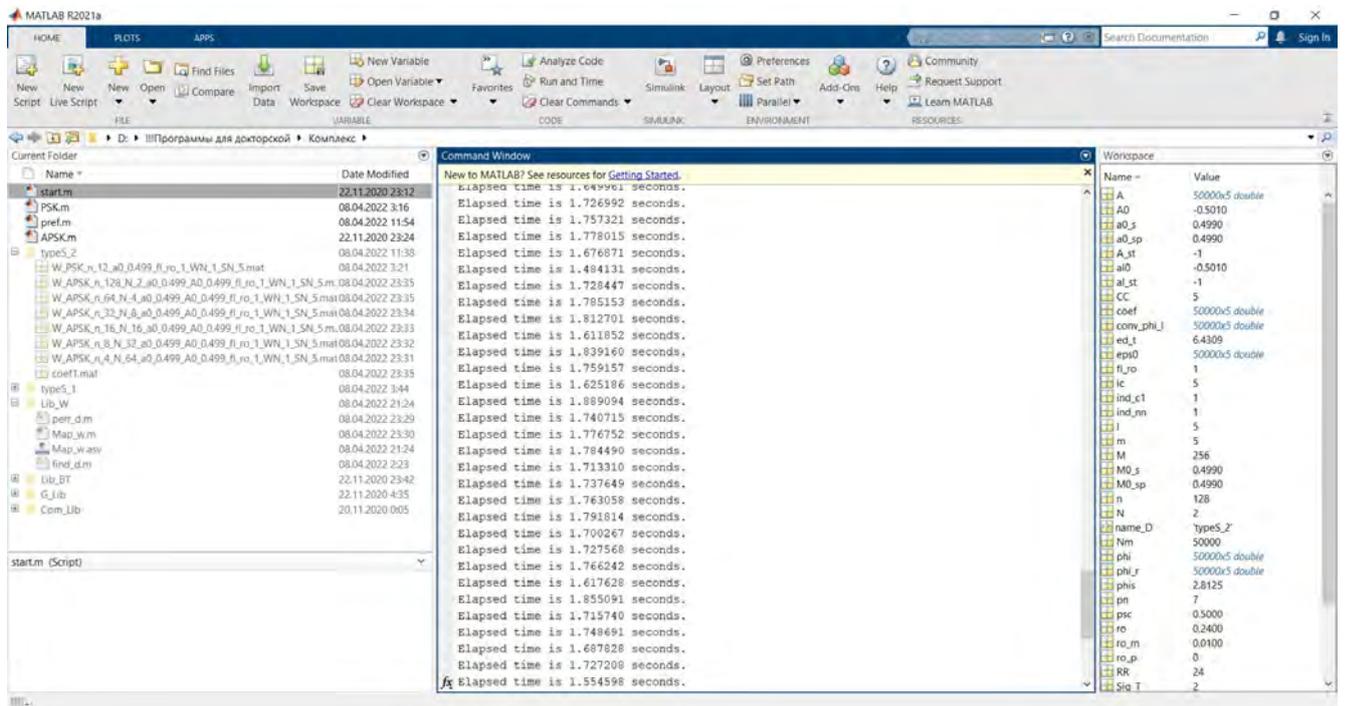


Рисунок П4.80. Результаты выполнения алгоритма на одну конфигурацию сигнального созвездия на базе численного метода для АФМн-  $N$ -сигнала

```

1 function [fin, out] = perr_d(x_st, ed_t, step_x, kv, phi_r, eps0, conv_phi_l, fl_ro, ro, step_ro, n, al0, A, al_A, typeS, Sig_T);
2 al_lev=al0*360/n;
3 flag1=logical(1);
4 out1=[];
5 rr=1;
6 dd=1;
7 aa_0=1;
8 tol_d=0.5;
9 while (flag1)
10 tic
11 x0=x_st:step_x:ed_t;
12 RR=size(phi_r,1);
13 if (Sig_T==2)
14 H1=exp(j.*(eps0(:,1)-phi_r(:,1))+Br1(x0.*kv.ro,typeS,1).*(A(:,1).*exp(j.*(eps0(:,1)+phi_r(:,1)))-exp(j.*(eps0(:,1)-phi_r(:,1)))));
15 H=H1+Hc_d(eps0, phi_r, kv, x0, ro, A, typeS, Sig_T);
16 elseif (Sig_T==1)
17 H1=exp(j.*(eps0(:,1)-phi_r(:,1))+Br1(x0.*kv.ro,typeS,1).*(exp(j.*(eps0(:,1)+phi_r(:,1)))-exp(j.*(eps0(:,1)-phi_r(:,1)))));
18 H=H1+Hc_d(eps0, phi_r, kv, x0, ro, [], typeS, Sig_T);
19 end
20 ang=rad2deg(angle(H));
21 al_lev_comp=abs(conv_phi_l(:,kv)-ang);
22 if (Sig_T==2)
23 env_lev_wabs(abs(H)-A(:,kv));
24 end
25 ind_0=1;
26 [R C]=size(al_lev_comp);
27 while (ind_0 <= C)
28 fl=logical(0);
29 if (Sig_T == 2)
30 while (~fl)
31 if (length(find(al_lev_comp(:,ind_0)<=al_lev))==R) & (length(find(env_lev(:,ind_0)<=al_A))==R);
32 fl=logical(1);
33 ind_st=ind_0;

```

Рисунок П4.81. Программный код тела программы численного метода оценки разрешающего времени для АФМн- $N$ -сигнала

```

31 if (length(find(al_lev_comp(:,ind_0)<=al_lev))==R) & (length(find(env_lev(:,ind_0)<=al_A))==R);
32 fl=logical(1);
33 ind_st=ind_0;
34 else
35 ind_0=ind_0+1;
36 end
37 end
38 elseif (Sig_T==1)
39 while (~fl)
40 if (length(find(al_lev_comp(:,ind_0)<=al_lev))==R);
41 fl=logical(1);
42 ind_st=ind_0;
43 else
44 ind_0=ind_0+1;
45 end
46 end
47 end
48 if (Sig_T == 2)
49 ind_z=find(al_lev_comp(:,ind_st:end)<=al_lev) & (env_lev(:,ind_st:end)<=al_A);
50 elseif (Sig_T==1)
51 ind_z=find(al_lev_comp(:,ind_st:end)<=al_lev);
52 end
53 ind_c=find(ind_z-(ind_z(1):1:ind_z(1)+length(ind_z)-1')==0)+(ind_st-1)*R;
54 ind_0=(ind_c(R*floor(length(ind_c)/R))/R)+1;
55 ad=Br1(0,0,typeS,0);
56 if (ind_0 < C)
57 out1(1)=ad.*x0(ind_st-1);
58 out1(2)=ad.*x0(ind_st);
59 out1(3)=ad.*x0(ind_0-1);
60 out1(4)=ad.*x0(ind_0);
61 out1(5)=round(ro,2);
62 out(tr,:)=out1;
63 if (rr==1)

```

Рисунок П4.82. Программный код тела программы численного метода оценки разрешающего времени для АФМн- $N$ -сигнала

```

64 - fin(dd) (aa_c,:) = out1;
65 - aa_c(1) = aa_c(1) + 1;
66 - else
67 - if ((abs(fin[dd] (aa_c(dd)-1,2) - out1(2)) <= tol_d) || (abs(fin[dd] (aa_c(dd)-1,3) - out1(3)) <= tol_d) && (round(abs((fin[dd] (aa_c(dd)-1,5) - out1(5)),2) == step_ro))
68 - fin[dd] (aa_c(dd), :) = out1;
69 - aa_c(dd) = aa_c(dd) + 1;
70 - else
71 - if (dd == 1)
72 - dd = dd + 1;
73 - aa_c(dd) = 2;
74 - fin[dd] (1, :) = out1;
75 - else
76 - flag0 = logical(0);
77 - for ind = 1:1:dd;
78 - if ((abs(fin[ind] (aa_c(ind)-1,2) - out1(2)) <= tol_d) || (abs(fin[ind] (aa_c(ind)-1,3) - out1(3)) <= tol_d) && (round(abs((fin[ind] (aa_c(ind)-1,5) - out1(5)),2) == step_ro))
79 - fin[ind] (aa_c(ind), :) = out1;
80 - aa_c(ind) = aa_c(ind) + 1;
81 - flag0 = logical(1);
82 - end
83 - end
84 - if (~flag0)
85 - dd = dd + 1;
86 - aa_c(dd) = 1;
87 - fin[dd] (aa_c(dd), :) = out1;
88 - aa_c(dd) = aa_c(dd) + 1;
89 - end
90 - end
91 - end
92 - end
93 - rr = rr + 1;
94 - clear out1;
95 - out1 = [];
96 - elseif (isempty(find(out(:,5) == round(ro,2))))

```

Рисунок П4.83. Программный код тела программы численного метода оценки разрешающего времени для АФМн- $N$ -сигнала

```

82 - end
83 - end
84 - if (~flag0)
85 - dd = dd + 1;
86 - aa_c(dd) = 1;
87 - fin[dd] (aa_c(dd), :) = out1;
88 - aa_c(dd) = aa_c(dd) + 1;
89 - end
90 - end
91 - end
92 - end
93 - rr = rr + 1;
94 - clear out1;
95 - out1 = [];
96 - elseif (isempty(find(out(:,5) == round(ro,2))))
97 - flag1 = logical(0);
98 - end
99 - end
100 - if (fl_ro == 1)
101 - ro = round(ro + step_ro, 2);
102 - clear ind_p ind_c ind_0;
103 - ind_0 = 1;
104 - elseif (fl_ro == -1)
105 - ro = round(ro - step_ro, 2);
106 - clear ind_p ind_c ind_0;
107 - ind_0 = 1;
108 - end
109 - toc
110 - end
111 - end
112
113
114

```

Рисунок П4.84. Программный код тела программы численного метода оценки разрешающего времени для АФМн- $N$ -сигнала

**ПРИЛОЖЕНИЕ 5. СВИДЕЛЬСТВА НА ПРОГРАММЫ ЭВМ, ПАТЕНТЫ И  
ИХ КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ**

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2019665776

ResCap

Правообладатели: *Лернер Илья Михайлович (RU), Кадушкин  
Владислав Валерьевич (RU)*

Авторы: *Лернер Илья Михайлович (RU), Кадушкин Владислав  
Валерьевич (RU), Чернявский Сергей Меерович (RU)*

Заявка № 2019663612

Дата поступления 30 октября 2019 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 28 ноября 2019 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

*Г.И. Изюев* Г.И. Изюев



about:blank

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**RU** **2019665776**



ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА  
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ  
(12) ГОСУДАРСТВЕННАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ

Номер регистрации (свидетельства): <a href="#">2019665776</a>	Авторы: <b>Лернер Илья Михайлович (RU),</b> <b>Кадушкин Владислав Валерьевич (RU),</b> <b>Чернявский Сергей Меерович (RU)</b>
Дата регистрации: <b>28.11.2019</b>	Правообладатели: <b>Лернер Илья Михайлович (RU)</b> <b>Кадушкин Владислав Валерьевич (RU)</b>
Номер и дата поступления заявки: <b>2019663612 30.10.2019</b>	
Дата публикации: <a href="#">28.11.2019</a>	
Контактные реквизиты: <b>нет</b>	

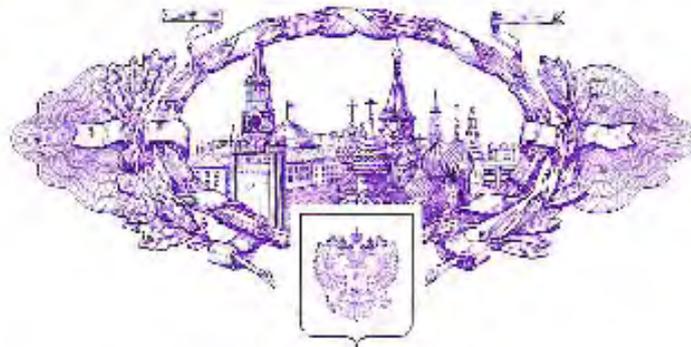
Название программы для ЭВМ:  
**ResCap**

**Реферат:**  
Программа предназначена для оценки потенциальной пропускной способности для различных конфигураций сигнального созвездия многопозиционных фазоманипулированных и амплитудно-фазоманипулированных сигналов и безразмерного разрешающего времени в каналах с межсимвольными искажениями на основе теории разрешающего времени для радиотехнической системы передачи информации. Функциональные возможности: расчет зависимостей удельной пропускной способности и безразмерного разрешающего времени для канала связи с памятью в зависимости от числа дискретных состояний в сигнальном созвездии многопозиционного фазоманипулированного и амплитудно-фазоманипулированного сигнала при заданной форме комплексного коэффициента передачи канала связи. Тип ЭВМ: IBM PC-совмест. ПК на базе процессора Intel Core i7; ОС: Windows 7 и выше, разрядность системы 64 bit.

**Язык программирования:** Matlab

**Объем программы для ЭВМ:** 78,1 Кб

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021615058.

программа для аналитической оценки разрешающего времени и пропускной способности каналов связи с межсимвольными искажениями (МСИ), использующих АФМн-п-сигналы в радиотехнических системах передачи информации (РСПИ)

Принадлежность: *федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева - КАИ" (RU)*

Автор(ы): *Лернер Илья Михайлович (RU)*

Заявка № 2021614238

Дата поступления 31 марта 2021 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программы для ЭВМ 02 апреля 2021 г.

*Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности*

*I.I. Ipatov*



about:blank

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**RU** **2021615058**



ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА  
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ  
(12) ГОСУДАРСТВЕННАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ

Номер регистрации (свидетельства): <a href="#">2021615058</a>	Автор: <b>Лернер Илья Михайлович (RU)</b>
Дата регистрации: <b>02.04.2021</b>	Правообладатель:
Номер и дата поступления заявки: <b>2021614238 31.03.2021</b>	<b>федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева - КАИ" (RU)</b>
Дата публикации: <a href="#">02.04.2021</a>	

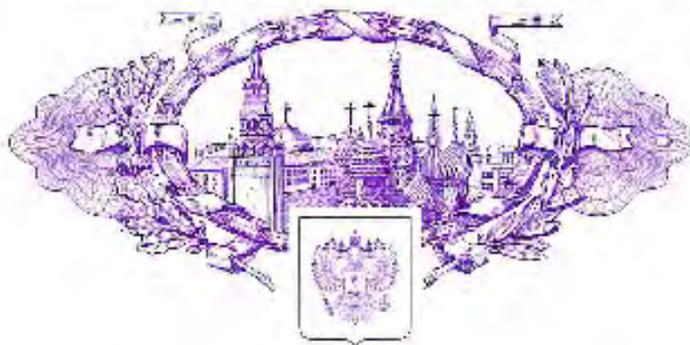
Название программы для ЭВМ:  
**программа для аналитической оценки разрешающего времени и пропускной способности каналов связи с межсимвольными искажениями (МСИ), использующих АФМн-п-сигналы в радиотехнических системах передачи информации (РСПИ)**

**Реферат:**  
Программа предназначена для оценки разрешающего времени и пропускной способности частотно-селективных составных каналов связи, образованных многолучевым распространением сигнала и неидеальностью линейного тракта РСПИ, в условиях точной настройки по частоте при использовании многопозиционных амплитудно-фазоманипулированных с N дискретными состояниями. Программа построена на основе аналитического метода и обеспечивает расчет и оценку пропускной способности канала РСПИ в условиях реального масштаба времени, в том числе при скоростях передачи информации выше скорости Найквиста. Тип ЭВМ: IBM PC - совмест. ПК. ОС: Windows 10.

**Язык программирования: MATLAB**

**Объем программы для ЭВМ: 18,5 КБ**

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021615057

программа для аналитической оценки разрешающего  
времени и пропускной способности каналов связи с  
межсимвольными искажениями (МСИ), использующих  
ФМЧ-п-сигналы в радиотехнических системах передачи  
информации (РСПИ)

Правообладатель: *федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский национальный исследовательский технический  
университет им. А.Н. Туполева - КАИ" (RU)*

Автор(ы): *Лернер Илья Михайлович (RU)*

Заявка № 2021614247

Дата поступления 31 марта 2021 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 02 апреля 2021 г.

*Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности*

*Г.П. Иванов*



about:blank

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**RU** **2021615057**



ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА  
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ  
(12) ГОСУДАРСТВЕННАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ

Номер регистрации (свидетельства): <a href="#">2021615057</a>	Автор: <b>Лернер Илья Михайлович (RU)</b>
Дата регистрации: <b>02.04.2021</b>	Правообладатель: <b>федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева - КАИ" (RU)</b>
Номер и дата поступления заявки: <b>2021614247 31.03.2021</b>	
Дата публикации: <a href="#">02.04.2021</a>	
Контактные реквизиты: <b>нет</b>	

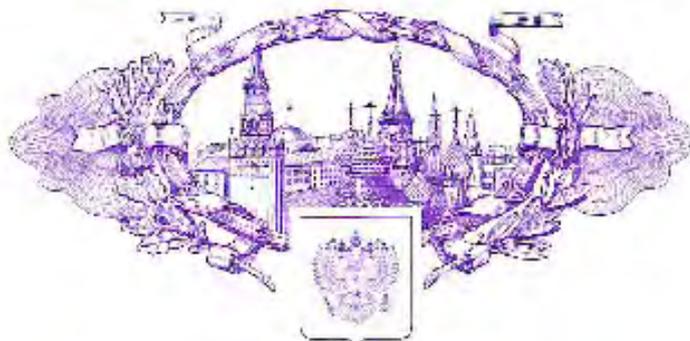
Название программы для ЭВМ:  
**программа для аналитической оценки разрешающего времени и пропускной способности каналов связи с межсимвольными искажениями (МСИ), использующих ФМн-п-сигналы в радиотехнических системах передачи информации (РСПИ)**

**Реферат:**  
Программа предназначена для оценки разрешающего времени и пропускной способности частотно-селективных составных каналов связи, образованных многолучевым распространением сигнала и неидеальностью линейного тракта РСПИ, в условиях точной настройки по частоте при использовании многопозиционных фазоманипулированных сигналов с N дискретными состояниями. Программа построена на основе аналитического метода и обеспечивает расчет и оценку пропускной способности канала РСПИ в условиях реального масштаба времени, в том числе при скоростях передачи информации выше скорости Найквиста. Тип ЭВМ: IBM PC - совмест. ПК; ОС: Windows 10.

**Язык программирования:** MATLAB

**Объем программы для ЭВМ:** 17 КБ

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021615163

**программа вычисления зависимостей эффективной памяти канала с межсимвольными искажениями от длительности символа для ФМн-п и АФМн-N-сигналов для радиотехнических систем передачи информации (РСПИ)**

Продоводитель: *федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева - КАИ" (RU)*

Авторы: *Дернер Илья Михайлович (RU), Файзуллин Рашид Робертович (RU)*

Заявка № 2021614349

Дата поступления 31 марта 2021 г.

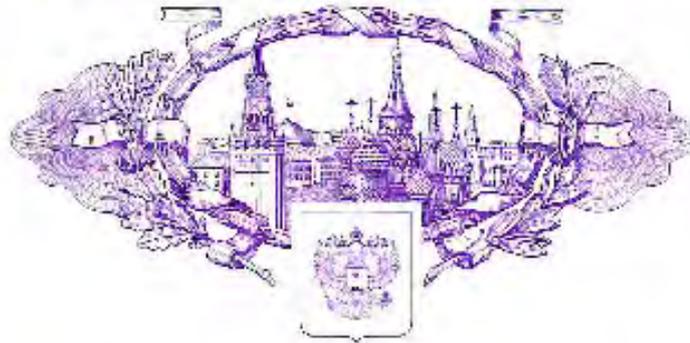
Дата государственной регистрации  
в Реестре программ для ЭВМ 05 апреля 2021 г.

*Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности*

*Г.П. Иванова*

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ		RU	<u>2021615163</u>
			
ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ (12) ГОСУДАРСТВЕННАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ			
Номер регистрации (свидетельства): <a href="#">2021615163</a>	Авторы: <b>Лернер</b> Илья Михайлович (RU), Файзуллин Рашид Робертович (RU)		
Дата регистрации: 05.04.2021			
Номер и дата поступления заявки: 2021614349 31.03.2021	Правообладатель: федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева - КАИ" (RU)		
Дата публикации: <a href="#">05.04.2021</a>			
Название программы для ЭВМ: программа вычисления зависимостей эффективной памяти канала с межсимвольными искажениями от длительности символа для ФМн-п и АФМн-N-сигналов для радиотехнических систем передачи информации (РСПИ)			
<b>Реферат:</b> Программа предназначена для аналитической оценки эффективной памяти канала (число символов информационной последовательности, на которое распространяется рассеяние канала) от длительности канального символа и полосы пропускания частотно-селективного составного канала связи, образованного в том числе многолучевым распространением сигнала, так и неидеальностью линейного тракта РСПИ, при использовании многопозиционных фазоманипулированных и амплитудно-фазоманипулированных сигналов с N дискретными состояниями. Тип ЭВМ: IBM PC-совмест. ПК. ОС: Windows 10.			
<b>Язык программирования:</b> MATLAB			
<b>Объем программы для ЭВМ:</b> 4,64 КБ			

## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021615647

**Программный комплекс построения карт областей окон  
прозрачности и граничного времени установления  
информативных параметров ФМп-п и АФМп-п-сигналов  
для радиотехнических систем передачи информации  
(РСПИ)**

Правообладатель: *федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования "Казанский  
национальный исследовательский технический университет им.  
А.Н. Туполева - КАИ" (RU)*

Авторы: *Лернер Илья Михайлович (RU), Файзуллин Рашид  
Робертович (RU)*

Заявка № 2021614237

Дата поступления 31 марта 2021 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 09 апреля 2021 г.



*Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности*

Г.И. Истов

about:blank

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**RU** **2021615647**



**ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА  
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ  
(12) ГОСУДАРСТВЕННАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ**

Номер регистрации (свидетельства): <a href="#">2021615647</a>	Авторы: <b>Лернер Илья Михайлович (RU), Файзуллин Рашид Робертович (RU)</b>
Дата регистрации: 09.04.2021	Правообладатель: <b>федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева - КАИ" (RU)</b>
Номер и дата поступления заявки: 2021614237 31.03.2021	
Дата публикации: <a href="#">09.04.2021</a>	
Контактные реквизиты: <b>нет</b>	

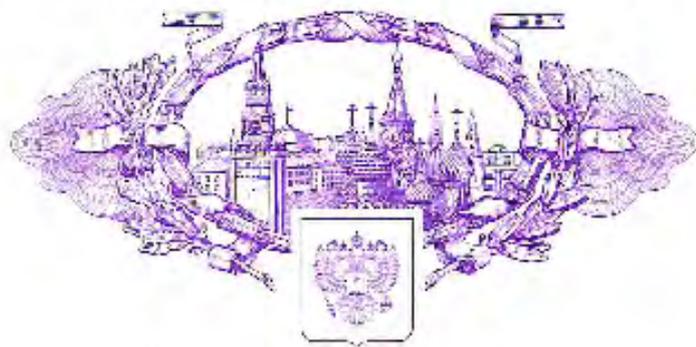
Название программы для ЭВМ:  
**Программный комплекс построения карт областей окон прозрачности и граничного времени установления информативных параметров ФМн-п и АФМн-N-сигналов для радиотехнических систем передачи информации (РСПИ)**

**Реферат:**  
Программный комплекс предназначен для оценки эффективности работы РСПИ, путем построения карт областей «окон прозрачностей» и граничного времени, определяющих диапазоны возможных длительностей канальных символов многопозиционных фазоманипулированных и амплитудно-фазоманипулированных сигналов с N дискретными состояниями в отсутствии ошибок приема, вызванных межсимвольными искажениями (МСИ) частотно-селективного составного канала связи, образованного многолучевым распространением сигнала и неидеальностью линейного тракта РСПИ. Построение карт окон прозрачности производится на плоскости «обобщенная расстройка по частоте – безразмерная длительность символа» (произведение половины полосы пропускания канала и длительности символа) при заданном уровне значения ошибок измерения и допустимых ошибках установления информативных параметров.

**Язык программирования:** MATLAB

**Объем программы для ЭВМ:** 548 КБ

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021619969

**Программный комплекс для оценки наименьшего числа реализаций модулирующей псевдослучайной последовательности ФМп-п- и АФМп-Н- сигнала, необходимого для формирования цикло-стационарного процесса на выходе канала с памятью**

Правообладатель: *федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ" (RU)*

Автор(ы): *Дернер Илья Михайлович (RU)*

Заявка № 2021619147

Дата поступления 11 июня 2021 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 21 июня 2021 г.



*Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности*

*И. Д. Иванов*

about:blank

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**RU**      **2021619969**



ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА  
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ  
(12) ГОСУДАРСТВЕННАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ

Номер регистрации (свидетельства): <a href="#">2021619969</a>	Автор: <b>Лернер Илья Михайлович (RU)</b>
Дата регистрации: <b>21.06.2021</b>	Правообладатель:
Номер и дата поступления заявки: <b>2021619147 11.06.2021</b>	<b>федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ" (RU)</b>
Дата публикации: <a href="#">21.06.2021</a>	
Контактные реквизиты: <b>нет</b>	

Название программы для ЭВМ:  
**Программный комплекс для оценки наименьшего числа реализаций модулирующей псевдослучайной последовательности ФМн-п- и АФМн-N- сигнала, необходимого для формирования цикло-стационарного процесса на выходе канала с памятью**

**Реферат:**  
Программный комплекс предназначен для оценки наименьшего числа реализаций модулирующей псевдослучайной последовательности ФМн-п- и АФМн-N- сигнала, необходимого для формирования цикло-стационарного процесса на выходе канала с памятью при обеспечении заданной погрешности функции распределения информативных параметров указанных типов сигналов. Тип ЭВМ: IBM PC-совмест. ПК: ОС: Windows 10.

**Язык программирования:** Язык М среды Matlab

**Объем программы для ЭВМ:** 13.8 КБ

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



RU2022667954

ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА  
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ  
ГОСУДАРСТВЕННАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ

Номер регистрации (свидетельства):  
2022667954

Дата регистрации: 29.09.2022

Номер и дата поступления заявки:  
2022666595 12.09.2022

Дата публикации и номер бюллетеня:  
29.09.2022 Бюл. № 10

Контактные реквизиты:  
Нет

Автор(ы):

Лернер Илья Михайлович (RU)

Правообладатель(и):

федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего  
образования "Казанский национальный  
исследовательский технический университет  
им. А.Н. Туполева - КАИ" (RU)

Название программы для ЭВМ:

Программа для построения вероятности ошибки на символ от его длительности для РСПИ ППИ с АФМн-N-сигналами, вызванной МСИ в частотно-селективных каналах связи

Реферат:

Программа предназначена для построения вероятности ошибки на символ от его длительности, обусловленной межсимвольными искажениями в частотно-селективном канале связи, для многопозиционных амплитудно-фазоманипулированных сигналов с N дискретными состояниями, вызванной. Построение зависимостей производится для РСПИ с последовательной передачей информации. Функционал программы обеспечивает построение зависимостей вероятности ошибки на символ от длительности канального символа для полезного сигнала при заданной длительности канального символа. Построение зависимостей производится без учёта помехоустойчивого кодирования и позволяет учитывать как влияние ошибок измерений, так и наличие расстройки по частоте относительно средней частоты частотно-селективного канала связи. Тип ЭВМ: IBM PC-совмест. ПК; ОС: Windows 7/10; Linux.

Язык программирования: MATLAB

Объем программы для ЭВМ: 4,57 Кб

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

RU 2022668160



ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА  
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ

## (12) ГОСУДАРСТВЕННАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ

Номер регистрации (свидетельства): <b>2022668160</b>	Автор: <b>.Лернер Илья Михайлович (RU)</b>
Дата регистрации: <b>04.10.2022</b>	Правообладатель: <b>федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева - КАИ" (RU)</b>
Номер и дата поступления заявки: <b>2022667521 28.09.2022</b>	
Дата публикации: <b>04.10.2022</b>	

Название программы для ЭВМ:

**Программа для построения вероятности ошибки на символ от его длительности для РСПИ ПШИ с ФМн-п-сигналами, вызванной МСИ в частотно-селективных каналах связи**

**Реферат:**

Программа предназначена для построения вероятности ошибки на символ от его длительности, обусловленной межсимвольными искажениями в частотно-селективном канале связи, для многопозиционных фазоманипулированных сигналов с  $n$  дискретными состояниями, вызванной. Построение зависимостей производится для РСПИ с последовательной передачей информации. Функционал программы обеспечивает построение зависимостей вероятности ошибки на символ от длительности канального символа для полезного сигнала при заданной длительности канального символа. Построение зависимостей производится без учёта помехоустойчивого кодирования и позволяет учитывать как влияние ошибок измерений, так и наличие расстройки по частоте относительно средней частоты частотно-селективного канала связи. Тип ЭВМ: IBM PC - совмест. ПК. ОС: Windows 10/7, Linux.

**Язык программирования: MATLAB**

**Объем программы для ЭВМ: 4.23 КБ**

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА  
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ

(19) **RU** (11) **2 696 557** (13) **C1**

(51) МПК  
[H03M 1/36 \(2006.01\)](#)  
[H03K 5/26 \(2006.01\)](#)  
(52) СПК  
[H03M 1/36 \(2019.05\)](#)  
[H03K 5/26 \(2019.05\)](#)

**(12) ОПИСАНИЕ ИЗОБРЕТЕНИЯ К ПАТЕНТУ**

Статус: прекратил действие, но может быть восстановлен (последнее изменение статуса:  
Пошлина: 09.11.2021)  
Срок подачи ходатайства о восстановлении срока действия патента до 21.05.2024.

(21)(22) Заявка: [2018141002](#), 21.11.2018(24) Дата начала отсчета срока действия патента:  
21.11.2018Дата регистрации:  
02.08.2019Приоритет(ы):  
(22) Дата подачи заявки: 21.11.2018(45) Опубликовано: [02.08.2019](#) Бюл. № 22(56) Список документов, цитированных в отчете о  
поиске: RU 65663 U1, 10.08.2007. SU 884127  
A1, 23.11.1981. US 2011/0215959 A1,  
08.09.2011. US 7148834 B2, 12.12.2006. US  
4719447 A1, 12.01.1988.Адрес для переписки:  
424000, рес. Марий Эл, г. Йошкар-Ола, пл.  
Ленина, 3, ФГБОУ ВО "ПГТУ"

(72) Автор(ы):

**Рябов Игорь Владимирович (RU),**  
**Лернер Илья Михайлович (RU),**  
**Ильин Герман Иванович (RU)**

(73) Патентообладатель(и):

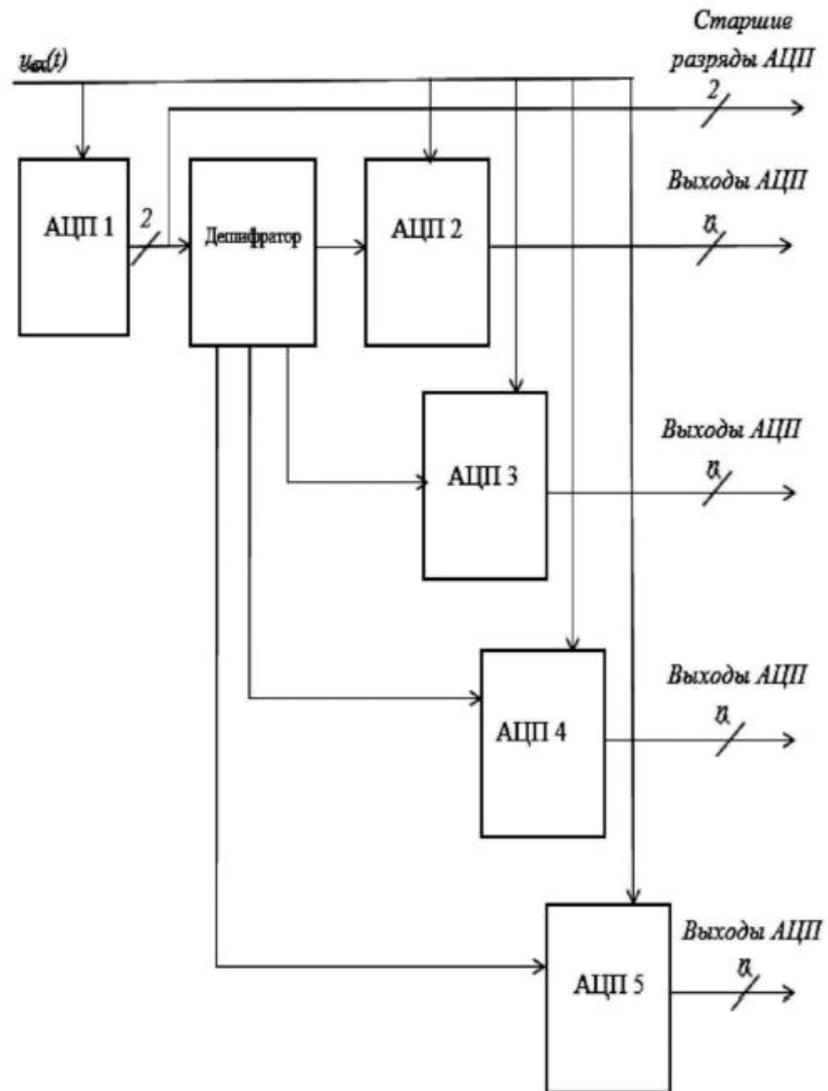
**Федеральное государственное бюджетное**  
**образовательное учреждение высшего**  
**образования "Поволжский**  
**государственный технологический**  
**университет" (RU)**

**(54) Способ аналого-цифрового преобразования и устройство для его осуществления**

(57) Реферат:

Изобретение относится к области электронно-вычислительной техники. Технический результат заключается в повышении быстродействия аналого-цифрового преобразования при существенном увеличении разрядности АЦП. Технический результат достигается за счет двухтактного аналого-цифрового преобразования входного сигнала, при этом на первом такте происходит преобразование входного сигнала в 2-х битный сигнал, по которому выбирается соответствующий АЦП с разрядностью  $n$  для второго такта преобразования, при этом все АЦП должны быть построены на основе метода одновременного считывания, суммарная разрядность АЦП составит  $N=4n+2$ , при этом время преобразования будет равно 2 тактовым интервалам, АЦП, имеющего разрядность 2 бита, дешифратора и 4 параллельных АЦП с разрядностью  $n$ , на первом такте первый АЦП определяет интервал амплитуд входного сигнала, а дешифратор – последовательность включения остальных 4-х

АЦП на втором такте преобразования в зависимости от амплитуды входного сигнала. 2 н. п. ф-лы, 1 ил.



Н03В 1/00

Н03В 4/00

Способ аналого-цифрового преобразования и устройство для его осуществления

Изобретение относится к электронно-вычислительной технике и предназначено для аналого-цифрового преобразования входного сигнала.

Известны способы аналого-цифрового преобразования: способ последовательного приближения, способ поразрядного уравнивания, способ дельта-сигма АЦП, способ одновременного считывания.

Наиболее близким к предлагаемому является способ одновременного считывания [1].

Технический результат – повышение быстродействия аналого-цифрового преобразования при существенном увеличении разрядности АЦП.

Технический результат достигается тем, что способ аналого-цифрового преобразования, согласно изобретения, он заключается в двухтактном аналого-цифровом преобразовании входного сигнала, при этом на первом такте происходит преобразование входного сигнала в 2-х битный сигнал, по которому выбирается соответствующий АЦП с разрядностью  $n$  для второго такта преобразования; при этом все АЦП должны быть построены на основе метода одновременного считывания; суммарная разрядность АЦП составит  $N=4n+2$ , при этом время преобразования будет равно 2 тактовым интервалам;

Устройство аналого-цифрового преобразователя, согласно изобретения, состоит из одного АЦП, имеющего разрядность 2 бита, дешифратора и 4 параллельных АЦП с разрядностью  $n$ ; на первом такте первый АЦП определяет интервал амплитуд

входного сигнала, а дешифратор – последовательность включения остальных 4-х АЦП на втором такте преобразования в зависимости от амплитуды входного сигнала.

На чертеже представлен двухтактный параллельный АЦП.

Двухтактный АЦП работает следующим образом:

На входы всех АЦП поступает аналоговый сигнал. На первом такте в 2-х битном первом АЦП происходит аналого-цифровое преобразование, выходной код которого поступает на дешифратор, выходы которого подключены к управляющим входам второго, третьего, четвертого и пятого АЦП. Если управляющий код дешифратора  $K=11$ , то на втором такте аналого-цифрового преобразования подключается второй АЦП, на выходах которого формируется старшая часть выходного слова АЦП. Если управляющий код дешифратора  $K=10$ , то на втором такте аналого-цифрового преобразования подключается третий АЦП, на выходах которого формируется следующая часть выходного слова АЦП. Если управляющий код дешифратора  $K=01$ , то на втором такте аналого-цифрового преобразования подключается четвертый АЦП, на выходах которого формируется следующая часть выходного слова АЦП. Если управляющий код дешифратора  $K=00$ , то на втором такте аналого-цифрового преобразования подключается пятый АЦП, на выходах которого формируется младшая часть выходного слова АЦП.

Если разрядность второго, третьего, четвертого и пятого АЦП будет равна  $n$ , то общая разрядность двухтактного АЦП будет составлять

$$N=4n + 2.$$

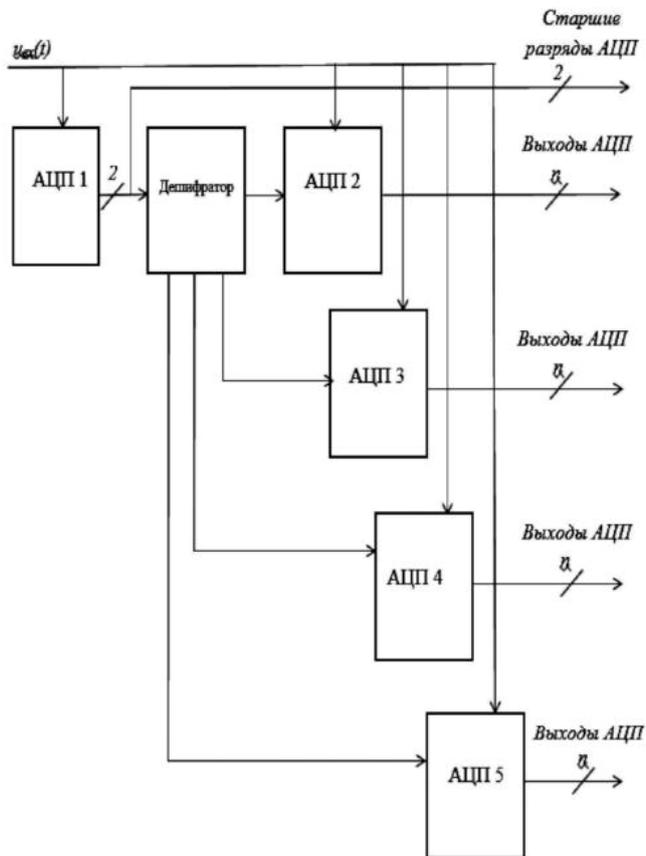
Таким образом, предложенный способ и устройство аналого-цифрового преобразования будет существенно выше, при этом время преобразования будет только в 2 раза больше по сравнению с параллельным АЦП одновременного считывания.

1. Рябов И.В., Петухов И.В. Измерительная техника и информационно-измерительные системы. Йошкар-Ола, ПГТУ, 2013.

#### Формула изобретения

1. Способ аналого-цифрового преобразования, отличающийся тем, что он заключается в двухтактном аналого-цифровом преобразовании входного сигнала, при этом на первом такте происходит преобразование входного сигнала в 2-х битный сигнал, по которому выбирается соответствующий АЦП с разрядностью  $n$  для второго такта преобразования; при этом все АЦП должны быть построены на основе метода одновременного считывания; суммарная разрядность АЦП составит  $N=4n-2$ , при этом время преобразования будет равно 2 тактовым интервалам.

2. Устройство аналого-цифрового преобразователя, отличающееся тем, что состоит из одного АЦП, имеющего разрядность 2 бита, дешифратора и 4 параллельных АЦП с разрядностью  $n$ ; на первом такте первый АЦП определяет интервал амплитуд входного сигнала, а дешифратор – последовательность включения остальных 4-х АЦП на втором такте преобразования в зависимости от амплитуды входного сигнала.



## ИЗВЕЩЕНИЯ

ММ4А Досрочное прекращение действия патента из-за неуплаты в установленный срок пошлины за поддержание патента в силе

Дата прекращения действия патента: 22.11.2020

Дата внесения записи в Государственный реестр: 08.11.2021

Дата публикации и номер бюллетеня: [08.11.2021](#) Бюл. №31

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



ФЕДЕРАЛЬНАЯ СЛУЖБА  
ПО ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СОБСТВЕННОСТИ

(19) **RU** (11) **2 777 024** (13) **C2**

(51) МПК  
**H03M 1/36 (2006.01)**  
(52) СПК  
**H03M 1/00 (2022.02)**  
**H03M 1/36 (2022.02)**

**(12) ОПИСАНИЕ ИЗОБРЕТЕНИЯ К ПАТЕНТУ**

Статус: действует (последнее изменение статуса: 10.08.2022)  
Пошлина: учтена за 3 год с 11.08.2022 по 10.08.2023. Установленный срок для уплаты пошлины за 4 год: с 11.08.2022 по 10.08.2023. При уплате пошлины за 4 год в дополнительный 6-месячный срок с 11.08.2023 по 10.02.2024 размер пошлины увеличивается на 50%.

(21)(22) Заявка: **2020126855**, 10.08.2020(24) Дата начала отсчета срока действия патента:  
**10.08.2020**Дата регистрации:  
**01.08.2022**Приоритет(ы):  
(22) Дата подачи заявки: **10.08.2020**(43) Дата публикации заявки: **10.02.2022** Бюл. № **4**(45) Опубликовано: **01.08.2022** Бюл. № **22**(56) Список документов, цитированных в отчете о поиске: **RU 2696557 C1, 20.08.2019. SU 1837389 A1, 30.08.1993. SU 377843 A1, 17.04.1973. RU 2019030 C1, 30.08.1994. US 4897658 A1, 30.01.1990. JP2003/032117 A, 31.01.2003.**Адрес для переписки:  
**424020, РМЭ, г. Йошкар-Ола, ул.  
Анциферова, 19, кв. 29, Рябов Игорь  
Владимирович**

(72) Автор(ы):

**Ильин Герман Иванович (RU),  
Рябов Игорь Владимирович (RU),  
Лернер Илья Михайлович (RU),  
Файзуллин Рашид Робертович (RU)**

(73) Патентообладатель(и):

**Ильин Герман Иванович (RU),  
Рябов Игорь Владимирович (RU),  
Лернер Илья Михайлович (RU),  
Файзуллин Рашид Робертович (RU)**

**(54) Быстродействующий параллельный АЦП**

(57) Реферат:

Изобретение относится к радиоэлектронике, предназначено для аналого-цифрового преобразования аналоговых сигналов, и может быть использовано в системах радиолокации и связи. Технический результат заключается в повышении быстродействия преобразования аналогового сигнала. Параллельный АЦП содержит высокоскоростной ключ, последовательно соединенные счетчик, выполненный с коэффициентом счета четыре, и дешифратор; первый, второй, третий, четвертый АЦП, причем выходы дешифратора подключены к тактовым входам АЦП, при этом входной сигнал одновременно подается на входы всех АЦП. 1 ил.

Изобретение относится к радиоэлектронике, предназначено для аналого-цифрового преобразования аналоговых сигналов, и может быть использовано в системах радиолокации и связи.

Известны способы аналого-цифрового преобразования: способ последовательного приближения, способ поразрядного уравнивания, способ дельта-сигма АЦП, способ одновременного считывания. Наиболее близким к предлагаемому (прототипом) является способ одновременного считывания, заключающийся в

двухтактном аналого-цифровом преобразовании входного сигнала, при этом на первом такте происходит преобразование входного сигнала в 2-х битный сигнал, по которому выбирается соответствующий АЦП с разрядностью  $n$  для второго такта преобразования; при этом все АЦП должны быть построены на основе метода одновременного считывания; суммарная разрядность АЦП составит  $N=4n-2$ , при этом время преобразования будет равно 2 тактовым интервалам; устройство аналого-цифрового преобразователя состоит из одного АЦП, имеющего разрядность 2 бита, дешифратора и 4 параллельных АЦП с разрядностью  $n$ ; на первом такте первый АЦП определяет интервал амплитуд входного сигнала, а дешифратор - последовательность включения остальных 4-х АЦП на втором такте преобразования в зависимости от амплитуды входного сигнала. [1].

Положительный технический результат - повышение быстродействия аналого-цифрового преобразования.

Технический результат достигается за счет того, что предлагается принцип действия быстродействующего параллельного АЦП, отличающийся тем, что АЦП содержит высокоскоростной ключ, последовательно соединенные счетчик и дешифратор; первый, второй, третий, четвертый АЦП 3, 4, 5, 6, причем выходы дешифратора подключены к тактовым входам АЦП, при этом входом являются входы всех АЦП.

Принцип действия быстродействующего параллельного АЦП заключается в том, что сигнал одновременно подается на 4 входа четырех параллельных АЦП. Тактовый сигнал подается на ключ, счетчик и дешифратор, выходы которого управляют тактовыми сигналами АЦП. При этом частота выборки у новой структуры АЦП в 4 раза выше по сравнению существующими АЦП. Во столько же раз увеличивается быстродействие новой структуры АЦП.

Быстродействующий параллельный АЦП содержит высокоскоростной ключ (см. чертеж), последовательно соединенные счетчик 1 и дешифратор 2, первый, второй, третий, четвертый АЦП 3, 4, 5, 6, причем выходы дешифратора подключены к тактовым входам АЦП. Входом являются входы всех АЦП.

АЦП параллельного действия работает следующим образом.

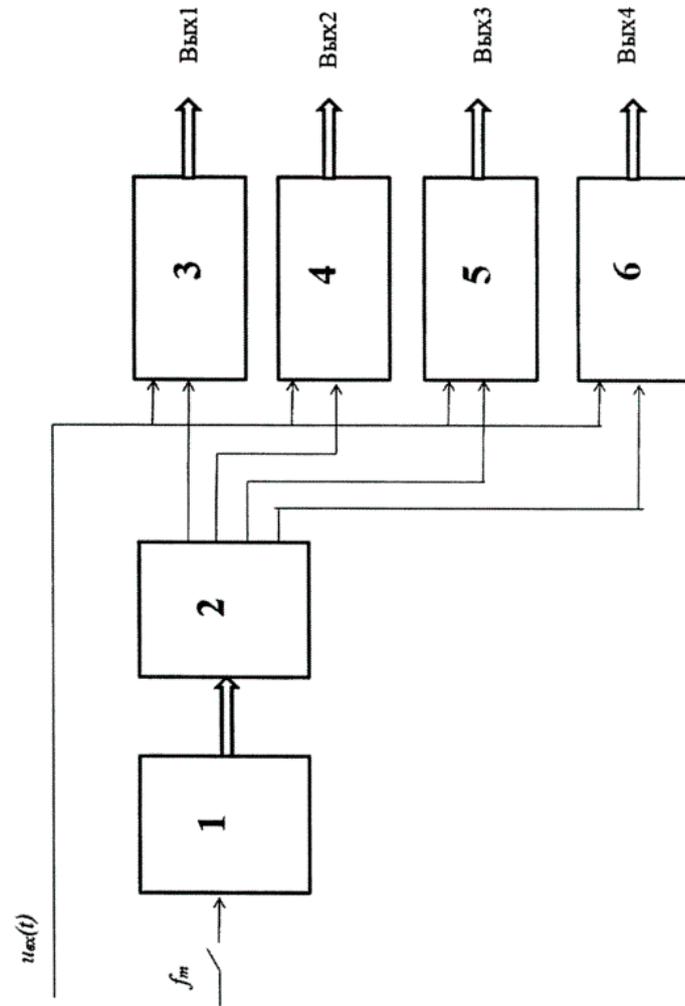
Входной аналоговый сигнал подается одновременно на все входы АЦП 3, 4, 5, 6. Тактовый сигнал проходит через высокоскоростной ключ и поступает на тактовый вход счетчика, который имеет коэффициент счета 4. Сигнал с выхода счетчика 1 подается на вход дешифратора 2, выходы которого подключены к тактовым входам всех АЦП. Таким образом, происходит последовательное аналого-цифровое преобразование в каждом из параллельных АЦП. При этом частота выборки у новой структуры АЦП в 4 раза выше по сравнению существующими АЦП. Во столько же раз увеличивается быстродействие новой структуры АЦП.

Литература

1. Патент РФ №2696557. МПК H03B 1/00, H03B 4/00. Способ аналого-цифрового преобразования и устройство для его осуществления / Рябов И.В., Ильин Г.И., Лернер И.М. Заявл. 21.11.2018. Опубл. 02.08.2019. Бюл. №25. - 4 с. (прототип).

#### Формула изобретения

Быстродействующий параллельный АЦП, отличающийся тем, что содержит четыре параллельных АЦП, входы которых являются аналоговым входом АЦП и предназначены для одновременной подачи на них аналогового сигнала, высокоскоростной ключ для подачи на него и передачи на тактовый вход счетчика, выполненного с коэффициентом счета четыре, тактового сигнала, соединенный с выходом счетчика дешифратор, выходы которого подключены к тактовым входам АЦП таким образом, что происходит последовательное аналого-цифровое преобразование в каждом из параллельных АЦП.



**ПРИЛОЖЕНИЕ 6. АКТЫ ВНЕДРЕНИЯ И ИСПОЛЬЗОВАНИЯ  
РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ**

**УТВЕРЖДАЮ**

и.о. проректора по НиИД КНИТУ-КАИ

В.М. Бабушкин

« 26 » апреля 2023 г.

**А К Т**

о внедрении результатов диссертационной работы  
Лернера Ильи Михайловича «Модели и методы повышения пропускной способности радиотехнических систем передачи информации в частотно-селективных каналах связи с межсимвольными искажениями»,  
представленной на соискание ученой степени доктора технических наук

Комиссия в составе:

председатель – д.т.н., и.о. проректора по НиИД В.М. Бабушкин

члены комиссии: д.т.н., профессор Г.И. Ильин,

д.т.н., профессор С.В. Козлов

составили настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы Лернер И.М. по теме «Модели и методы повышения пропускной способности радиотехнических систем передачи информации в частотно-селективных каналах связи с межсимвольными искажениями» были внедрены в рамках выполнения гос. задания №8.5635.2017/БЧ «Исследование принципов взаимодействия специальных программно-определяемых комплексов, работающих в информационном поле» (отчет ЦИТИС р.н. АААА-А17-117060610047-9) в виде:

1. Результаты проведения расчетов для построения карт окон прозрачности и граничного времени для наиболее распространенных КЧХ частотно-селективных каналов связи, в которых применяются многопозиционные фазоманипулированные сигналы;

2. Анализ переходных процессов, вызванных скачкообразным изменением амплитуды и фазы гармонического колебания с целью определения их физических и системных свойств, которые позволяют повысить пропускную способность фазовых радиотехнических систем с последовательной передачей информации в частотно-селективных каналах связи.

Внедрение указанных результатов диссертационной работы вносит значительный вклад в развитие методов и средств повышения удельной пропускной способности фазовых радиотехнических систем с последовательной передачей информации связи в узкополосных частотно-селективных каналах связи, что необходимо для модернизации существующих и создания новых радиотехнических средств в интересах повышения обороноспособности страны.

Председатель комиссии



В.М. Бабушкин

Члены комиссии:



Г.И. Ильин

С.В. Козлов

**УТВЕРЖДАЮ**

и.о. проректора по НиИД КНИТУ-КАИ

  
В.М. Бабушкин«26» сентября 2023 г.**А К Т**

о внедрении результатов диссертационной работы  
Лернера Ильи Михайловича «Модели и методы повышения пропускной  
способности радиотехнических систем передачи информации в частотно-  
селективных каналах связи с межсимвольными искажениями»,  
представленной на соискание ученой степени доктора технических наук

Комиссия в составе:

председатель – д.т.н., и.о. проректора по НиИД В.М. Бабушкин

члены комиссии: д.т.н., профессор Р.Р. Файзуллин,

д.т.н., профессор С.В. Козлов

составили настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы  
Лернер И.М. по теме «Модели и методы повышения пропускной  
способности радиотехнических систем передачи информации в частотно-  
селективных каналах связи с межсимвольными искажениями» были  
внедрены в рамках выполнения гранта РФФИ 18-37 00440 «Теоретические  
аспекты повышения пропускной способности фазовых радиотехнических  
систем передачи информации, работающих при сильных межсимвольных

искажениях в линейных избирательных системах радиотракта» (отчет ЦИТИС р/н АААА-А18-118042590002-0) в виде:

1. Новые математические модели составных частотно-селективных каналов связи, для фазовых радиотехнических систем с последовательной передачей информацией, построенных на базе теории разрешающего времени, адекватно описывающие передачу информацию по узкополосным ионосферным каналам связи.
2. Аналитические и численные методы оценки пропускной способности составных частотно селективных каналов связи, в которых применяются фазовые радиотехнические системы с последовательной передачей информации на базе теории разрешающего времени.
3. Нестатистический метод оценки эффективной памяти составного частотно селективного канала связи.
4. Расчеты оценки пропускной способности для наиболее типичных составных частотно селективных каналов связи.
5. Расчеты, связанные с изменением пропускной способности, при варьировании КЧХ составного частотно селективного канала связи при использовании фазовых радиотехнических систем с последовательной передачей информации на базе теории разрешающего времени.
6. Создание специализированного программного обеспечения для оценки пропускной способности частотно селективного канала связи и решения оптимизационных задач ResCap (Свид. о гос. регистрации прог для ЭВМ №2019665776).

Внедрение указанных результатов диссертационной работы вносит значительный вклад в развитие методов и средств повышения эффективности работы современных радиотехнических систем связи в условиях обеспечения высокой скорости и устойчивости передачи по узкополосным частотно

селективным каналам связи, что необходимо для разработки новых обороноспособных средств передачи информации.

Председатель комиссии



В.М. Бабушкин

Члены комиссии:



Р.Р. Файзуллин

С.В. Козлов

УТВЕРЖДАЮ

и.о. проректора по НиИД КНИТУ-КАИ



В.М. Бабушкин

« 26 » апреля 2023 г.

## А К Т

о внедрении результатов диссертационной работы  
Лернера Ильи Михайловича «Модели и методы повышения пропускной способности радиотехнических систем передачи информации в частотно-селективных каналах связи с межсимвольными искажениями»,  
представленной на соискание ученой степени доктора технических наук

Комиссия в составе:

председатель – д.т.н., и.о. проректора по НиИД В.М. Бабушкин

члены комиссии: д.т.н., профессор Р.Р. Файзуллин,

д.т.н., профессор С.В. Козлов

составили настоящий акт на основании акта сдачи-приемки работ по договору 06-114-ц-Г 2018 АН РТ от 31.10.2018 о том, что результаты диссертационной работы Лернера И.М. по теме «Модели и методы повышения пропускной способности радиотехнических систем передачи информации в частотно-селективных каналах связи с межсимвольными искажениями» были внедрены в рамках выполнения договора с Академией наук РТ № 06-114-ц-Г 2018 по теме «Адаптивный алгоритм обработки сигналов подвижной связи в сложных флуктуирующих негауссовских помехах» в виде:

1. Математической модели частотно селективного канала связи для радиотехнической системы с последовательной передачей информации, использующей многопозиционные амплитудно-фазоманипулированные сигналы, работающей при межсимвольных искажениях;
2. Метода инженерного анализа эффективности указанного типа систем, реализующего построение карт «окон прозрачности» и граничного времени с целью повышения пропускной способности системы, результаты анализа эффективности данных систем для наиболее типичных каналов.
3. Результаты анализа вероятностных характеристик приема сигналов при наличии межсимвольной интерференции в форме оценок вероятности ошибки на символ.

Председатель комиссии



В.М. Бабушкин

Члены комиссии:



Р.Р. Файзуллин

С.В. Козлов

УТВЕРЖДАЮ  
Заместитель генерального директора –  
главный конструктор АО «НПО  
«Радиоэлектроника» им. В.И. Шимко»



Р.Р. Хайруллин  
22.03.2023

### А К Т

о внедрении результатов диссертационной работы  
Лернера Ильи Михайловича «Модели и методы повышения пропускной способности радиотехнических систем передачи информации в частотно-селективных каналах связи с межсимвольными искажениями»,  
представленной на соискание ученой степени доктора технических наук

Комиссия в составе:

Председатель – главный конструктор по системным вопросам Яруллин Р.Р.,

Члены комиссии:

начальник сектора, к.т.н., Григораш О.В.,

ведущий научный сотрудник, д.т.н., Логинов С.С.

составила настоящий акт о том, что научные результаты, полученные Лернером Ильей Михайловичем в диссертации «Модели и методы повышения пропускной способности радиотехнических систем передачи информации в частотно-селективных каналах связи с межсимвольными искажениями», а именно:

1) новые математические модели на базе разрешающего времени для фазовых радиотехнических систем с последовательной передачей информации (РСПИ ППИ) с линейным приемником, функционирующих в частотно-селективных каналах связи (ЧСКС) при наличии межсимвольных искажений (МСИ), учитывающие: расстройку по частоте, обусловленную неточностью настройки передатчика и/или доплеровским сдвигом по частоте, вызванного движением среды распространения; ошибки измерений информативных параметров, вносимых приемником; ошибки

восстановления начальной фазы несущего колебания; влияние пороговой подсистемы шумоподавления на работу решающего устройства при использовании ФМн-*n*-сигнала;

2) правило выбора значения начальной фазы сигнального созвездия, обеспечивающее наибольшую помехоустойчивость и отсутствие постоянной ошибки на символ, вызванной МСИ;

3) создание нового нестатистического метода оценки эффективной памяти ЧСКС для фазовой РСПИ ППИ;

4) аналитические методы оценки разрешающего времени и пропускной способности с низкой вычислительной сложностью  $O(\sim 2^G)$  ( $G$  – эффективная память канала) ЧСКС для фазовых РСПИ ППИ с линейным приемником;

5) численный метод оценки разрешающего времени и пропускной способности ЧСКС для фазовых РСПИ ППИ с линейным приемником и алгоритмы его реализации, которые обеспечивают высокую параллельность вычислений в реальном масштабе времени;

6) метода учёта набега фазы при малых значениях доплеровского расширения спектр при оценке разрешающего времени;

7) аналитические методы оценки потенциальной помехоустойчивости при наличии флуктуационных шумов в форме аддитивного белого гауссовского шума, которые учитывают различные аспекты неидеальности технической реализации подсистем РСПИ ППИ;

8) специализированное программное обеспечение ResCap (Свид. о гос. регистрации программы для ЭВМ РФ №2019665776), которое реализует алгоритм численного метода оценки пропускной способности составного частотно-селективного канала связи и инженерный метод анализа эффективности РСПИ ППИ.

были использованы на безвозмездной основе в инициативных НИР, НИЭР, выполняемых предприятием в целях разработки новых методов и технических средств специального назначения.

Внедрение указанных результатов диссертационной работы вносит значительный вклад в развитие методов и средств повышения эффективности функционирования радиотехнических систем специального назначения в условиях обеспечения высокой скорости передачи по узкополосным каналам связи в условиях помех и искажений.

Председатель комиссии



Р.Р. Яруллин

Члены комиссии:



О.В. Григораш



С.С. Логинов



УТВЕРЖДАЮ

Заместитель генерального директора  
по НИОКР и развитию

  
 И.А. Садыков  
 12.04.2023  
 м.п.


**АКТ**

о внедрении результатов диссертационной работы Лернера Ильи Михайловича «Модели и методы повышения пропускной способности радиотехнических систем передачи информации в частотно-селективных каналах связи с межсимвольными искажениями», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук

Комиссия в составе:

Председатель: Главный конструктор электронной аппаратуры – начальник управления,  
Маркина Наталья Анатольевна,

Члены комиссии:

Ведущий инженер-программист Пеньков Сергей Евгеньевич,  
 Инженер-программист 2 кат. Ефимов Андрей Артемович

составила настоящий акт о том, что научные результаты, полученные Лернером Ильей Михайловичем в диссертации «Модели и методы повышения пропускной способности радиотехнических систем передачи информации в частотно-селективных каналах связи с межсимвольными искажениями», а именно:

- методы аналитической и численной оценки пропускной способности современных систем связи в частотно-селективных каналах, при последовательной передаче информации и использовании многопозиционных фазоманипулированных и амплитудно-фазоманипулированных сигналов, а также, алгоритмы их реализации на отечественной элементной базе;

Акт о внедрении результатов диссертационной работы

- программное обеспечение ResCap (Свид. о гос. регистрации программы для ЭВМ РФ №2019665776), которое реализует алгоритм численного метода оценки пропускной способности составного частотно-селективного канала связи и инженерный метод, который позволяет оценить влияние дестабилизирующих факторов и изменения составной комплексной частотной характеристики канала на пропускную способность радиоаппаратуры и условия её достижения;
- методы оценки потенциальной помехоустойчивости систем передачи информации, реализующих теорию разрешающего времени и работающих в частотно-селективных каналах

были использованы при формировании научно-технического задела (в форме инициативных работ и апробации) для последующего проведения научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ АО «Казанское приборостроительное конструкторское бюро», в частности, при разработке телеметрических систем нового поколения и обеспечения возможности их практической реализации в узкополосных частотно-селективных каналах связи в интересах авиационной промышленности и отраслей топливно-энергетического комплекса.

Председатель комиссии

 / Маркина Н.А.

М.П.

Члены комиссии:

 / Пеньков С.Е.

 / Ефимов А.А.

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по ОД  
КНИТУ-КАИ

Р.Е. Моисеев



«10» апреля 2023 г.

## АКТ

Об использовании результатов диссертационной работы  
Лернера Ильи Михайловича на тему «Модели и методы повышения  
пропускной способности радиотехнических систем передачи информации в  
частотно-селективных каналах связи с межсимвольными искажениями»,  
представленной на соискание ученой степени доктора технических наук

Полученные результаты И.М. Лернером в рамках диссертационной работы «Модели и методы повышения пропускной способности радиотехнических систем передачи информации в частотно-селективных каналах связи с межсимвольными искажениями», представленной на соискание ученой степени доктора технических наук:

- новые математические модели частотно-селективных каналов связи для ионосферных каналов связи, в которых применяется последовательная передача информации
- аналитические и численные методы оценки пропускной способности частотно селективных каналов связи, в которых применяются радиотехнические системы с последовательной передачей информации на базе теории разрешающего времени с помощью многопозиционных фазоманипулированных и амплитудно-фазоманипулированных сигналов;
- нестатистический метод оценки эффективной памяти частотно селективного канала связи;
- разработанное программное обеспечение для проведения инженерных расчетов для НИР и НИОКР;
- метод оценки помехоустойчивости для радиотехнических систем с последовательной передачей информации на базе теории разрешающего времени в частотно-селективных каналах связи при использовании

многопозиционных фазоманипулированных и амплитудно-фазоманипулированных сигналов

используются в учебном процессе на кафедре Нанотехнологий в электронике института радиоэлектроники, фотоники и цифровых технологий федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ»:

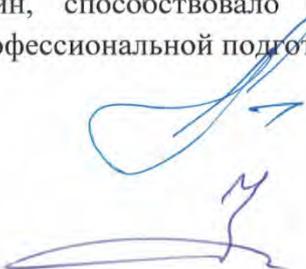
- при подготовке инженеров по специальности 25.05.03 «Техническая эксплуатация транспортного радиооборудования» в рамках дисциплин «Многоканальные системы передачи информации», «Моделирование систем и процессов», «Системы связи и телекоммуникаций»

- при подготовке выпускных квалификационных работ по данному направлению.

Использование результатов диссертационной работы И.М. Лернера «Модели и методы повышения пропускной способности радиотехнических систем передачи информации в частотно-селективных каналах связи с межсимвольными искажениями» позволило повысить уровень преподавания инженерных дисциплин, способствовало совершенствованию учебного процесса и качества профессиональной подготовки обучающихся.

Директор ИРЭФ-ЦТ

зав. кафедрой НТвЭ



А.Ф. Надеев

Р.Р. Файзуллин